REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Energétique

Etude numérique d'un problème conjugué d'un nanofluide caloporteur dans un échangeur à plaque

---

Présenté par

KHEN Seddiq

MEDJEBER Mohamed

Proposé et Dirigé par

Dr. ZIRARI Mounir

Promotion 2019

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mon cher père et ma chère mère pour l'éducation et le grand amour dont ils m'ont entouré depuis ma naissance.

A mon cher frère et chères sœurs.

A toutes les familles KHEN, et ainsi que tous proches.

A tous mes amis de l'université de Médéa. Surtouts spécialité génie mécaniques

Seddiq

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mon cher père et ma chère mère pour l'éducation et le grand amour dont ils m'ont entouré depuis ma naissance.

A mes chers frères et chères sœurs.

A toutes les familles MEDJEBER, et ainsi que tous proches.

A tous mes amis de l'université de Médéa. Surtouts spécialité génie mécaniques

Mohamed

Remerciements

Nous remercions « **Allah** » de nous avoir permis et aider à accomplir ce travail en nous l'atteinte de notre objectif et arriver à notre but.

Nous tenons à remercier particulièrement monsieur **ZIRARI MOUNIR**, notre promoteur pour ses conseils, son assistance, son suivi et son soutient pour mener à tenir nos différents travaux de notre travaille.

Nous témoignons de notre gratitude à l'ensemble des enseignants de l'université Dr. YAHIA -FARES de Médéa, et en particulièrement les enseignants du département de génie de la matière

Merci à tous ceux qui, à un monument ou un autre, nous ont apporté leur savoir faire

Tous nos remercions vont à messieurs les membres du jury qui nous ont honoré par leur présence et leur sens du devoir.

Table des matière

Introduction Générale *1*

CHAPITRE I : GENERALITES SUR L'ECHANGEUR DE CHALEUR **2**

Introduction *2*

I. Généralité sur les échangeurs *2*

I.1 Echangeur de chaleur *2*

I.1.1 Définition 2

I.1.2 Principe de fonctionnement des échangeurs 3

I.1.3 Classification 3

I.1.4 Différents types d'échange 4

1-Échange sans changement de phase 4

2-Échange avec changement de phase 4

I.1.5 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur 5

I.1.6 Aspects structurels dans la conception des échangeurs 5

2-Échangeurs à passes 5

I.1.7 Synthèse des échangeurs 7

I.1.8 Echangeurs à plaques 7

I.1.8.1 Utilisation des échangeurs à plaques 9

I.1.8.2 Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire : 9

I.1.9 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur (voire annexe 01) 10

I.2. NANOFLUIDE *11*

I .2.1. INTRODUCTION *11*

I.2. 2.Définition de nanofluide 11

I.2.3. Types de nanofluides 11

I.2.3.1. Nanofluides à base de nanotubes de carbone 13

I.2.3.2. Nanofluides à base de nanoparticules 13

I .2.4.Préparation des nanofluides 14

I.2.4.1.Procédé en une étape (one-step method) [18] 14

I.2.4.2. Procédé en deux étapes (two-stemethod) [18] 14

I.2.5. Applications de nanofluides[19] 14

I.2.6. Avantage de nanofluides[19] 15

I.2.7. Inconvénients du nanofluides[19] 15

Conclusion *16*

CHAPITRE II : formulation mathématique **17**

Introduction *17*

II.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur *17*

II.1.1 Différents modes de transfert thermique 17

II.1.1.1 Conduction 18

II.1.1.2 Convection 18

II.1.1.2.1 Convection libre ou naturelle 18

II.1.1.2.2 Convection forcée 18

II.1.2 Equation d'énergie 20
II.1.2.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles 21
II.1.3 Condition aux limites 21

II.2 Modélisation de l'écoulement des fluides 22
II.2.1 Equation de continuité(ou équation de bilan de masse) 22
II.2.2 Equation de Navier-Stocks 22
II.2.3 Equation d'énergie pour le fluide incompressible 23
II.2.4 Modélisation de la turbulence 23
II.2.4.1 Décomposition de Reynolds 24
II.2.4.2 Equations des mouvements moyennes 25
II.2.4.2.1Equation de continuité des mouvements moyens 25
II.2.4.2.2Équation de Navier-Stocks moyenne 25
II.2.5 Problème de fermeture des équations 26
II.2.5.1 Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence 27
II.2.5.1.1Hypothèse de CHOU 27
II.2.5.1.2Hypothèse de viscosité turbulente de BOUSSINESQ 27
II.2.51.3 Hypothèse de longueur de mélange de Prandtl 27

II.3 Modèles de turbulence et leurs classifications 28
II.3.1 Modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation detransports 28
II.3.2 Modèles à une équation de transport 28
II.3.3 Model (K-ε)et RNG (model à deux équation de transport) 28

II.3 Nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p 31
II.3.1 Nombre du Reynolds 31
II.3.2 Coefficient de pression 32

Conclusion 32

Chapitre III : méthodes de discrétisation 33

Introduction 33

III.1 Calcul numérique (modélisation et simulation) 33

III.2 Méthodes principales de discrétisation : 34
III.2.1 Méthode des différences finies 35
III.2.2 Méthode des volumes finis 35
III.2.3 Méthode des éléments finis (MEF) 36
III.2.3.1 Présentation de la méthode 37
III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis 38
III.1.3.2. 1 Formulation vibrationnelle forte 38
III.1.3.2.2 Formulation vibrationnelle faible 38
III.1.3.3 Forme générale des équations du système 39

III.3Maillage 39
III.3.1 Choix de maillage 39
III.3.2 Maillages les plus utilisent pour les éléments finis 40
III.3.3 Discrétisation 40
III.3.3.1 Terme temporelle 40
III.3.3.2 Terme d'advection 41
III.3.3.2.1 Monotone Stream line Upwind Approach (MSU) 41
III.3.3.2.2 Méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin) 43

III.3.3.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG) 43
III.3.3.3 Terme de Diffusion 44
III.3.3.4 Termes source 44

III.4 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini 45
III.4.1 Bilan Thermique (Equation De Chaleur) 45
III.4.2 Forme discrétisée (éléments finis) 45
III.4.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures instationnaire 46
III.4.2.2 Représentation globale du champ de températures instationnaire 46
III.4.2.3 Représentation globale du champ de températures stationnaire 47
III.4.3 Discrétisation de la forme intégrale faible 53

III .5 Méthodes de résolution 53
III.5.1 Méthodes de résolution directes 53
III.5.1.1 Méthode de résolution de Gauss-Seidel 54
III.5.1.1.1Méthode itérative de Gauss-Seidel 54
III.5.1.2 Algorithme TDMA 55

Conclusion 57

Chapitre IV : résultats et discutions 58

IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL) 58

IV.2 Identification 58

IV.2.1 Démentions de l'échangeur à plaque simulé au programme ANSYS [02] 59
IV-2-2 Propriétés : [02] 59
IV.2.3 Etapes du travail sur ANSYS 59
1/- Géométrie : 59
a)-Créer les points : 59
b)-Créer les lignes entre les points 59
c)-Créer la surface entre les lignes 60
d)- Maillage 60
e)- Conditions aux limites 61

IV.3 Résultats dans un milieu fluide 62

IV.3.1 Profil de température 62

Conclusion 64

Conclusion générale 65

Liste des figures

Figure(I.1) : Schéma de principe d'un échangeur de chaleur[4] *3*

Figure(I.2) :Échangeur à tube en spirale (m : module). *6*

Figure(I.3) : Échangeur P-N P=2, N=4 (d'après A.Bouvenot) *6*

Figure (I.4): Principe de fonctionnement d'un échangeur à plaques *7*

Fig. I.6 : Principales familles des nanofluides [14] *12*

Fig. I.7: Nanofluides vue au microscope électronique : éthylène glycol+cuiv0.5%; eau + nanotube ; eau + *12*

Fig. I.8 : Structures moléculaires d'un nanotube de carbone à paroi simple (à gauche) et d'un nanotube de carbone à parois multiples (à droite). [14] *13*

Figure(II.1) : Trois modes de transfert thermique *17*

Figure(II.2): Schématisation du développement d'une couche limite dynamique sur une Plaque plane *19*

Figure (II.3) : Fluctuation d'une grandeur autour d'une valeur moyenne. *24*

Figure(III.1) : Principe de calcul numérique *34*

Figure(III.2) : Maillages structure et nonstructure. *39*

Figure (III.3) :Approche de ligne de courant d'upwind *41*

Figure (III.4): bilan thermique *45*

Figure (III.5): Domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds. *46*

Figure (III. 6) : élément unidimensionnel à deux nœuds *47*

Figure(III.7) :Elément triangulaire *49*

Fig VI. 1 maillage d'un échangeur à plaque *60*

Fig.IV.2 Profil de température en les 4 positions (échangeur a plaques) *62*

fig IV.3 Température avec fluide eau *62*

fig IV.4 Température avec le nano CuO *62*

Fig IV.5 Température avec le fluide Al_2O_3 ..... *63*

Fig IV.6 Représentation de température radial *63*

Fig IV.7 Présentation de température axiale *64*

Figure (I.5) Différent types des échangeurs [10]. *75*

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire [9]..... 10

Tableau (II.1): Exemples de coefficient de convection..... 19

Tableau(II.2): Trois nombre adimensionnels..... 20

Tableau(II.3):constantes du modèle k- ε..... 30

Tableau(II.4): Constantes du modèle RNG ont pour valeur..... 31

Tableau (IV-01) : Géométrie de l'échangeur de chaleur à plaque..... 59

Tableau(IV- 02) : Propriétés du fluide et matériau d'échangeur de chaleur. 59

Nomenclatures

Notation	Signification	Unité
A_p, A_e, A_s, A_n, A_w	Coefficients dans le système d'équation Algébrique discrétisées	
$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Coefficients du modèle *k-ε*	
F_e, F_n, F_s, F_w	Flux convectif à travers les faces e, n, s et w	
J_X, J_Y	Densité de flux par convection et par diffusion	
K	Energie cinétique turbulente	J/Kg
T	Température	°K
P	Pression instantanée	N/m^2
p	Fluctuation de pression	N/m^2
$\overline{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l'énergie turbulente	N/m^2
S_ϕ	Terme source	
t	Temps	**s**
$\overline{R_{ij}}$	Tenseur de Reynolds	
u.v	Fluctuation de vitesse	
U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{u_i u_j}$	Tension de Reynolds	
$\overline{U_i U_j U_k}$	Terme de diffusion	
U_i, U_j, U_k	Composante de la vitesse	m/s
h	Coefficient d'échange de convection	m/s
S	Surface	m^2

c	Chaleur massique	
Ve	Volume	m^3
$\dot{q}$	Densité volumique d'énergie générée	W m^{-3}
L_S	Echelle de longueur des grandes structures	
L_m	Longueur de mélange	m
F_{12}	Facteur de forme	
h_r	Coefficient de transmission par rayonnement	
S	Source de chaleur	
N^1 (x), N2(x)	Fonctions d'approximation ou fonctions de forme	
[K]	Matrice de conductance « rigidité »	
$\{F_S\}$	Vecteur des forces nodales résulte	
$[C^e]$	Matrice capacitance	

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique	
δ_{ij}	Symboles de Kronecker	
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	m^2/s^2
λ	Conductivité thermique	J/s.m.k
μ	Viscosité dynamique	Kg/m.s
μ_t	Viscosité dynamique turbulente	Kg/m.s
μ_{eff}	Viscosité dynamique effective	
ν	Viscosité cinématique	m^2/s^2
ν_t	Viscosité cinématique turbulente	m^2/s^2
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante numérique dans le modèle *k-ε*	
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	N/m^2
τ_p	Frottement pariétal	N/m^2

ϕ	Variables généralisée par unité de masse	
ϕ'	Composition de fluctuation	
$\bar{\phi}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d'échange dans les termes de transport	
Γ_ϕ	Coefficient de diffusion	
φ	Flux de chaleur transmis	W
σ	Constante de Stephan Boltzmann 5.67 10^{-8}	$W.m^{-2}.K^{-4}$
β	Coefficient de dilatation cubique du fluide	

Abréviation

2D	Deux dimensions
C F D	Computational Fluid Dynamics
EDP	Equation aux Dérivées partielles
TDMA	Tridiagonal Matrix Algebric
Nu	Nombre de Nusselt
R_e	Nombre de Reynolds
Pr	Nombre de Prandtl
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
ASM	Algébrique stress model
RSM	Reynolds stress model
COLG	Colloquée De Galerkin

مـلـخص

هذه المذكرةاستخدمت لدراسة المحاكاة العددية للتدفق المضطرب و انتقال الحرارة في مبادل حراري من نوع الصفائح الاعتماد على طريقة العناصر المنتهية (E.F) و باستخدام برنامج : ANSYS CFD من أجل تحسين الكفاءة الحرارية من خلال غير السائل الذي يسري داخل مبادل الحراري، حيث وجدنا باستعمال السائل nanofluide يعطي نتائج جيدة. للاختيار النهائي للسائل يجب دراسة إقتصادية وتكنولوجية

المفاتيح:النمذجة;التدفق المضطرب ;العناصرالمنتهية ;ا لمحاكاةالعددية ;هيكل ; أنابيب ;مبادلحزراي

Résumé

Cette étude servi à étudier la simulation numérique de l'écoulement turbulent et le transfert de chaleur pour un échangeur de chaleur à plaque par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel: ANSYS, CFD dans le but d'améliorer l'efficacité thermique par le changement de fluide caloporteur .Dont on a trouvé que le cas d'utilisation de nanofluide AL_2O_3 on obtient une bonne repartition de chaleur dans les deux axes axiale et radiale.. Pour un choix définitif nous recommandons une étude technico-économique.

Mots clés : échangeur, tubes, simulation numérique, élément finis, Ecoulement turbulent, modélisation.

Abstract

This study was used to study the numerical simulation of turbulent flow and heat Transfer in a heat exchanger palte using the coolant in stead of water by the finite element method using the software: ANSYS CFD in order to improve thermal efficiency. For a final choice we recommend a technical and economic study.

Keywords: exchanger ; tubes, numerical simulation, finite element, Turbulent flow modeling.

introduction générale

Introduction Générale

Les échanges de chaleur interviennent dans de nombreux secteurs d'activités humaines. Dans la plupart intervenant de ces activités, le transfert de chaleur doit s'effectuer sans altération des milieux dans le transfert thermique. L'utilisation d'équipements spécifiques d'échange est alors nécessaire. Ces équipements sont connus sous la dénomination d'échangeurs de chaleur.

Ce sont des systèmes thermodynamiques présents dans toutes les unités industrielles dans les quelles interviennent les processus d'extraction de chaleur.

Objectif principale de la présente mémoire qui traite le comportement dynamique et thermique d'un écoulement en convection forcée pour deux fluides pour améliorer les performances de l'échangeur de chaleur à plaque utilisant le nanofluide.

Etudier le champ dynamique et thermique d'un écoulement de fluide stationnaire en convection forcée passant dans un échangeur de chaleur.

Le présent mémoire comporte quatre chapitres. Après cette brève introduction, nous abordons dans le premier chapitre une généralité sur les échangeurs et généralité sur les nanofluides avec étude bibliographique couvrant les études analytiques, numériques sur les comportements dynamiques et thermiques de l'écoulement des fluides en convection forcée dans des géométries complexe et qui sont en relation directe avec notre étude.

Le second chapitre donne des aspects théoriques du transfert de la chaleur et de mécanique de fluide. Tout d'abord, les lois fondamentales du transfert de la chaleur seront présentées, aboutissent à l'équation de la chaleur régissant le comportement d'un système thermique. Ensuite nous avons faire une formulation des équations de Navier-Stokes qui régissent le mouvement turbulent d'un fluide incompressible visqueux.

Lors du troisième chapitre, nous procéderons, à la simulation numérique où les trois méthodes de discrétisation sont exposées ainsi que le choix de la méthode de discrétisation du modèle mathématique.

Le dernier chapitre nous nous attacherons à un simulateur thermique ANSYS pour la validation de notre problème étudier. Ce chapitre est consacré à la résolution et la discutions des résultats numériques obtenus.

Enfin, nous concluons ce travail par une conclusion générale

chapitre I
Généralités sur l'échangeur de chaleur

Introduction

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute tentative de maîtrise de l'énergie. Une grande part (90 %) de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. On les utilise principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, Pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.).Le choix d'un échangeur de chaleur, pour une application donnée, dépend de nombreux paramètres : domaine de température et de pression des fluides, propriétés physiques et agressivité de ces fluides, maintenance et encombrement. Il est évident que le fait de disposer d'un échangeur bien adapté, bien dimensionné, bien réalisé et bien utilisé permet un gain de rendement et d'énergie des procédés

I. Généralité sur les échangeurs

Les échangeurs de chaleur ont été utilisés dans diverses industries pour un large éventail d'applications. Certaines de ces applications peuvent être trouvées dans le secteur de chauffage, domaine de climatisation, production d'électricité, récupérations de la chaleur perdue, et traitement des produits chimiques...etc. [1]

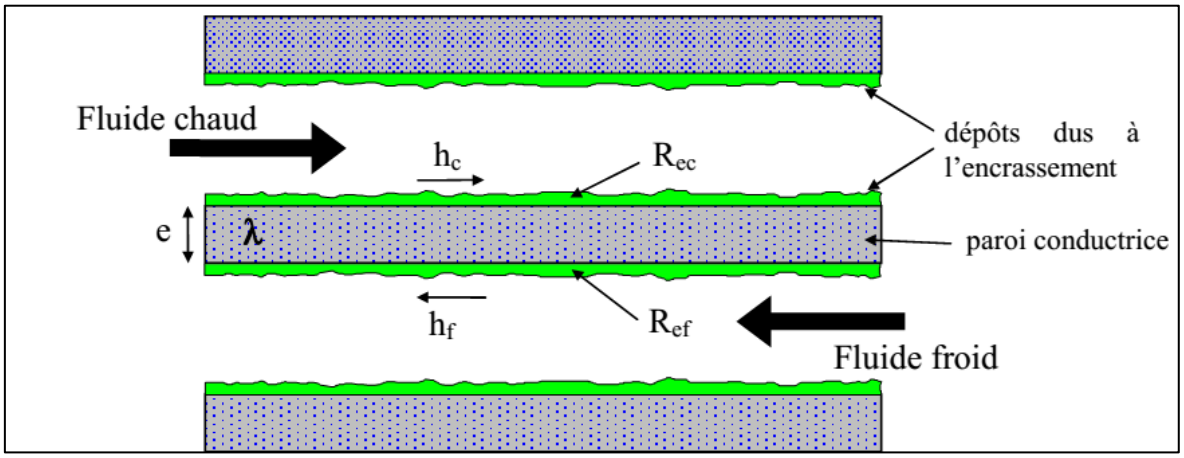
I.1 Echangeur de chaleur

I.1.1 Définition

Un échangeur de chaleur est un système qui permet d'échanger la chaleur entre deux fluides sans se mélanger. Dans un échangeur thermique, le fluide chaud et le fluide froid sont séparés par une paroi (plane ou tubulaire).La transmission de la chaleur se fait du fluide chaud vers le fluide froid. Les fluides, chauffant et chauffé sont des fluides caloporteurs. Le fluide caloporteur est un fluide à l'état liquide qui est utilisé sans changement de phase pour le transfert d'un lieu à un autre une certaine quantité de chaleur générée par des moyens étranges. Il est caractérisé par sa chaleur massique Cp. étant donné que la puissance d'échange thermique Q est proportionnelle à la chaleur massique.[2]

I.1.2 Principe de fonctionnement des échangeurs

Dans un changeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Le même fluide peut être conservé son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases (cas des condenseurs et des vaporiseurs) [3].



Figure(I.1) : Schéma de principe d'un échangeur de chaleur[4]

I.1.3 Classification

A) selon le type d'écoulement

Dans les échangeurs à fluide séparés, les modes de circulation des fluides peuvent se ranger en deux catégories Ou bien les vecteurs vitesses des écoulements sont approximativement parallèles :

- S'ils sont de même sens les écoulements sont **« co-courants ».**
- S'ils sont de sens contraire, les écoulements sont **«à contre-courant »**.
- Si les vecteurs vitesses sont en moyenne perpendiculaire l'un à l'autre ; ils'agit cette fois de «courant croisés » [5].

B) Selon les types de fluides utilisés

- Deux fluides de caractéristiques thermiques voisines (eau/eau)Dans un échangeur de chaleur à récupération de chaleur air/air, les flux d'air entrant et sortant sont séparés par une barrière solide (une paroi de conduit, par exemple). S'il y a une différence de température entre les deux flux d'air, la chaleur du flux d'air le plus chaud est transféré au flux d'air plus frais au travers de la barrière.

Deux fluides de caractéristiques thermiques très différentes (eau/air) [3]

C) Selon la surface d'échange

paroi matérielle (plaque, tube, etc.)

Echangeur A contact direct ou à mélange *:* les deux fluides peuvent être mis en contact comme c'est le cas dans les tours de refroidissement, des buses projetant de l'eau chaude sont disposées sur les parois intérieures de la tour, l'air extérieur admis par le bas s'échauffe et du fait de son changement de densité monte de bas en haut, permettant ainsi de refroidir l'eau

Échangeurs à contact indirect *:* En principe, pour les échangeurs les plus répondus dans l'industrie, les deux fluides, désignés par 1 et 2, s'écoulent dans des espaces séparés par une paroi ou cloison, à faible inertie thermique. La chaleur que le fluide 1 cède à la paroi, par convection le long de la surface de contact, traverse l'épaisseur de la paroi par conduction et est cédé au fluide 2 par convection le long de l'autre face. Les processus de transfert présentent une réciprocité: convection (1) conduction (paroi), convection (2).le flux de chaleur échangé s'exprime par le produit d'une conductance globale constante le long de l'échangeur, et de la différence entre les températures moyennes T1et T2 des fluides [3]

I.1.4 Différents types d'échange

Les échangeurs de chaleur sont diphasiques ou monophasique.

1-Échange sans changement de phase

Les échangeurs de chaleur sans changement de phase correspondent aux échangeurs dans lesquels l'un des fluides se refroidit pour réchauffer le deuxième fluide sans qu'il y ait changement de phase .les températures des fluides sont donc variables, tout le long de l'échangeur. Parmi ces échangeurs on cite les échangeurs : (liquide –liquide, gaz -liquide et gaz -gaz...)

2-Échange avec changement de phase

Les échanges avec changement de phase sont caractérisés par trois cas différents**:**

a- l'un des fluides se condense alors que l'autre se vaporise. Ces échangeurs sont rencontrés dans les machines frigorifiques installées en cascade. Ces sont les évaporateurs - condenseurs.

b- le fluide secondaire se vaporise en recevant de la chaleur du fluide primaire, lequel ne subit pas de changement d'état. Ils sont appelés évaporateurs

c- le fluide primaire se condense en cédant sa chaleur latente au fluide secondaire plus froid, lequel ne subit pas de transformation d'état .à titre d'exemple : ce cas est rencontré dans les condenseurs des machines frigorifiques [2]

I.1.5 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur

On fabrique les échangeurs de chaleur en matière extrêmement nombreuse. Le choix de matériaux pour les différentes pièces de l'échangeur dépend surtout des conditions de service (température, pression, degré de corrosivité du milieu).La température de service des échangeurs de chaleur se trouve couramment dans les limites d'utilisation des aciers au carbone (de -30° à 475°C) [7].

Les matériaux employés pour la réalisation des tubes sont le plus souvent métalliques (acier, laiton). Les céramique se développent dans les échangeurs ou' transitent des fluides àhaute température. Les tubes en plastique (généralement de très petit diamètre) sont également utilisés, soit en faisceaux, soit intégrés dans des plaques minces qui leur servent de raidisseurs [8].

I.1.6 Aspects structurels dans la conception des échangeurs

Sans entrer dans des considérations trop technologiques, on doit néanmoins citer les deux structures essentielles qui sont à la base de la conception des échangeurs : Structure « à modules » et Structure « à passe ».

1-Échangeurs à modules

Un échangeur à modules est constitué de plusieurs cellules élémentaires identiques, et il se caractérise donc par une périodicité géométrique. On peut alors se limiter à l'étude d'une seule cellule, l'assemblage de plusieurs modules permettant de reconstituer tout l'appareil. Parmi les principaux modèles d'échangeurs modulaires, citons les appareils à méandres, les appareils à faisceau de tubes et chicanes, les appareils à spirales et échangeurs à plaques.

2-Échangeurs à passes

On désigne par « passe » une traversée de l'échangeur par l'un des fluides .parmi les échangeurs à passe, la famille la plus représentative regroupe les modèles de type P-N.

Ce sont en général des appareils à faisceau de tubes et calendre, dans lesquels chacun des deux fluides traverse une ou plusieurs fois le volume d'échange.

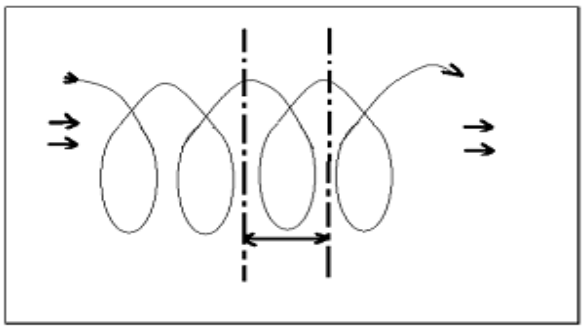
Le fluide qui circule dans la calendre (donc à l'extérieur des tubes) passe P fois dans le volume d'échange, et le fluide contenu dans les tubes traverse N fois (c'est-à- dire qu'il effectue N/2 allers-retours).on dit que l'échangeur est à P passes coté calendre et à N passes coté tubes.

Dans le modèle P-N le plus courant est l'échangeur 1 -N : le fluide situé coté calendre ne traverse celle-ci qu'une fois, tandis que le fluide qui circule dans les tubes la traverse N fois.

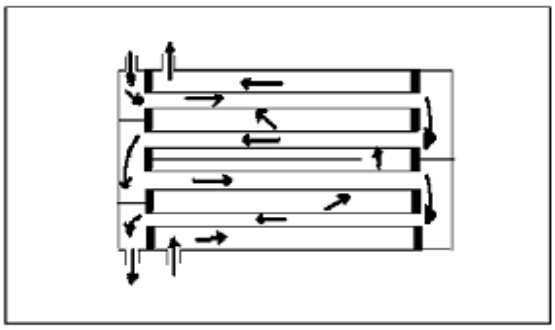
La notion de passe s'applique également à d'autres modèles. Et on particulier aux échangeurs à plaques dans lesquels on rencontre des configurations mono passes (avec distribution en U ou en Z, ou multi passes .du point de vue thermique, on notera que la distribution en U est meilleure que la distribution en Z.

La distribution entre passes et La distribution entre passes et modules est parfois un peu subtile, mais ces deux notions sont cependant bien utiles pour simplifier certains calculs. On peut dire que échangeurs modulaires et échangeurs P-N relèvent la priori de conception différentes .un échangeur àmodules est parfois

modules peut être de type P-N mais cela n'a rien de systématique. Inversement, un échangeur P-N n'est pas forcement constitué de modules identiques .parfois, il peut y avoir recouvrement entre passe et module [6].



Figure(I.2) :Échangeur à tube en spirale (m : module) [6]..



Figure(I.3) : Échangeur P-N P=2, N=4 (d'après A.Bouvenot) [6].

I.1.7 Synthèse des échangeurs

En préalable à l'exposé des méthodes de calcul, il est indispensable de présenter les principales dispositions géométriques qui sont retenues dans la réalisation des échangeurs, car elles conditionnent évidemment la nature des écoulements et le calcul des transferts thermiques [6].

Dans notre étude on ne considère que les échangeurs à fluides séparé ou' le transfert de chaleur s'effectue à travers une paroi matérielle. Ce qui exclut donc les Echangeurs à «contact direct ».Nous allons examiner plus particulièrement deux types d'échangeurs très répandus en Génie Climatique***, les échangeurs tubulaires*** et ***les échangeurs à plaques***

I.1.8 Echangeurs à plaques

B-Technologie

Ces échangeurs sont utilisés dans les industries agro-alimentaires depuis plus de 60 ans, mais leur développement dans le bâtiment est plus récent.

Ils se distinguent par une compacité remarquable due en partie à leur coefficient K élevé, une grande facilité de nettoyage et la possibilité d'ajuster leur surface à la demande. Leur principe de fonctionnement est décrit par la figure (I.8)[9]

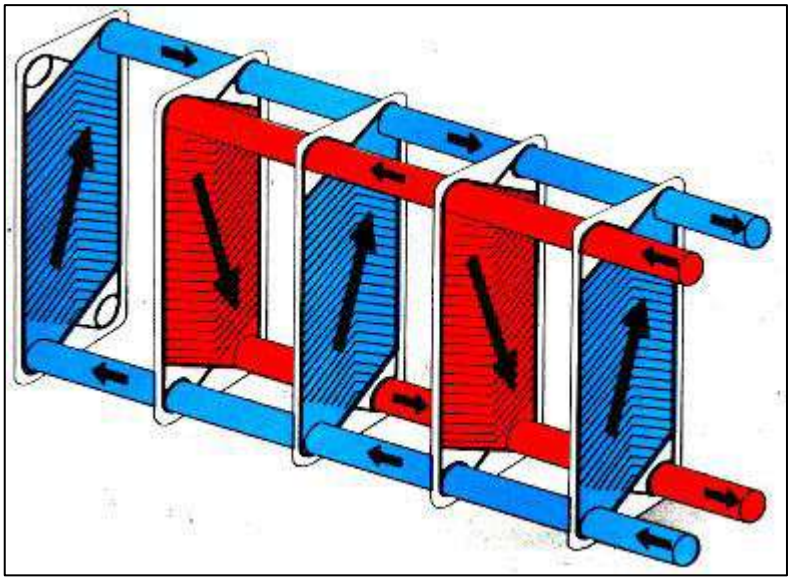


Figure (I.4): Principe de fonctionnement d'un échangeur à plaques)[9]

Cet échangeur est constitué par un ensemble de plaques embouties équipées de joints et maintenues serrées entre deux plateaux reliés par des tirants des serrage les plaques sont en général en forme de chevron pour augmenter la turbulence et ménager des points d'appuis pour résister à la pression. Leur faible épaisseur permet d'utiliser des matériaux de bonne qualité ayant une bonne tenue à la corrosion (acier inox, titane,etc.).

Les joints en polymères assurent un double rôle :

-étanchéité,

- répartition des fluides dans l'échangeur.

Les fluides s'écoulent entre ces plaques dans des canaux plats ou' la circulation peut être soit diagonale soit latérale .il y a évidemment alternance du fluide froid et du fluide chaud d'un canal au suivant .globalement, la distribution des fluides entre les différents canaux se fait en U, en Z [7].

Les plaques peuvent être lisses ou corrigées (ondulées ou à cannelures en chevrons) afin d'intensifier l'échange de chaleur par l'augmentation de la turbulence et de la surface 27 d'échange .La pression d'utilisation des échangeurs à plaques et joints est inférieur à 20 bars. La température usuelle maximale ne doit pas dépasser 250°C [5].

Les échangeurs à plaques se présentent sous diverses formes :

- les échangeurs à plaques hélicoïdales.
- Les échangeurs à plaques planes.
- Les échangeurs à plaques munies d'ailettes.
- Les échangeurs à tubes munis d'ailettes.

Dans tous ces échangeurs, les surfaces d'échange sont très supérieures à celles des échangeurs à faisceau et calandre, pour un encombrement géométrique donné. En outre, les écoulements secondaires et les pertes de charge correspondantes sont éliminés ainsi que les problèmes de court-circuit et de dilatation différentielle. Cependant leur réalisation est beaucoup plus délicate et onéreuse et ils ne sont généralement utilisés que pour des échanges ne nécessitant pas en valeur absolue de très grandes surfaces d'échange [7].

I.1.8.1 Utilisation des échangeurs à plaques

Elles sont très utilisées pour certaines applications liquide -liquide (on particulier dans les industries alimentaires) dans le cas des échangeurs gaz -liquide ou gaz -gaz, la faible densité des gaz impose, si l'on veut rester à un niveau acceptable de perte de charge, que l'on réduise la vitesse de passage des gaz relativement à celles pratiquées pour les liquides. Réduire la vitesse c'est aussi réduire le coefficient de convection fluide -paroi, ce qui nécessite, à volume égal, une augmentation de la surface d'échange. Pour les échangeurs gaz -gaz les surfaces d'échanges adoptées sont très souvent constituées de plaques planes séparées par des ailettes braisées sur celles-ci les deux fluides circulant alternativement entre les plaques .les ailettes permettent d'augmenter la surface d'échange et aussi, par leur disposition en quiconque de crée des interruptions dans les écoulements favorisant la turbulence et améliorant de ce fait les échanges thermiques. Dans les échangeurs gaz -liquide, il y a nécessité d'obtenir une surface d'échange ayant des étendues différentes au contact des deux fluides. C'est la raison pour laquelle on utilise des batteries de tubes à ailettes ou des radiateurs dans l'automobile [6].

I.1.8.2 Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire :

Le tableau (I.1) résume quelques caractéristiques des échangeurs à plaques et tubulaires

Caractéristiques	Echangeur à plaques traditionnel	Echangeur tubulaire
croisement de température3	Possible	Impossible
approche de température		5C°
raccordements	dans un même plan	sur plusieurs plans
rapport des coefficients de transmission thermique	1C°	1
rapport des poids	1	3 à 10
volume de rétention	Faible	Elevé
rapport d'encombrement	1	2 à 5
soudures	Aucune	appareil soudé
résistance aux vibrations	bonne résistance	Sensible
détection des fuites	aisée (par l'extérieur)	Difficile
temps nécessaire à	15 minutes avec outil	60 à 90 minutes

l'ouverture	pneumatique	
réparation	joints et plaques remplaçables	implique le remplacement des tubes
modification	simple par ajout ou retrait de plaques	impossible

Tableau (I.1) : Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire [9]

I.1.9 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur (voire annexe 01)

Voici une brève description des types d'échangeurs thermiques les plus communément utilisés (voire annexe 01)

I.2. NANOFLUIDE

I .2.1. INTRODUCTION

Durant ces dernière années, plusieurs systèmes énergétiques ont été développés dans le domaine industriel produisant un flux de chaleur très élevé, là où les fluides de refroidissement conventionnels (eau, éthylène glycol et l'huile) ne sont pas efficaces.

L'idée d'améliorer les propriétés thermo physiques des fluides, est d'introduire des particules solides de très bonnes caractéristiques thermiques et de taille nanométriques au sein du fluide de base. Cette nouvelle génération de fluides porte le nom de <<Nanofluides>>. Ce terme a été introduit par Choi [11] au niveau du laboratoire d'Argonne en U.S. American 1995 et reste couramment utilisé pour caractériser ce type de suspension colloïdale. [12]

I.2. 2.Définition de nanofluide

Les nanofluides sont des solutions colloïdales constituées de particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide porteur. Ce type de solution suscite un grand intérêt depuis la découverte de leurs propriétés thermiques particulières. En effet, les fluides de base souvent utilisés dans les applications de refroidissement ou de chauffage ont des conductivités thermiques très faibles qui limitent leur capacité de transfert de chaleur. L'idée est alors d'insérer au sein des liquides de base des nanoparticules de conductivité très élevée, afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange et ainsi améliorer ces performances thermiques. Les liquides de base généralement utilisés dans la préparation des nanofluides sont ceux d'usage commun dans les applications de transfert de chaleur tels que l'eau, l'éthylène glycol, l'huile de moteur etc… ; Les nanoparticules peuvent être à base de métaux, d'oxydes, de carbures, de nitrures ou de carbone. [13]

I.2.3. Types de nanofluides

Différents types de nanomatériaux ont été utilisés pour fabriquer des nanofluides.

Nous pouvons de manière générale distinguer deux types de nanofluides figure(I.1)

• des nanofluides à base de nanotubes de carbone ;

• des nanofluides contenant des nanoparticules métalliques ou des oxydes.

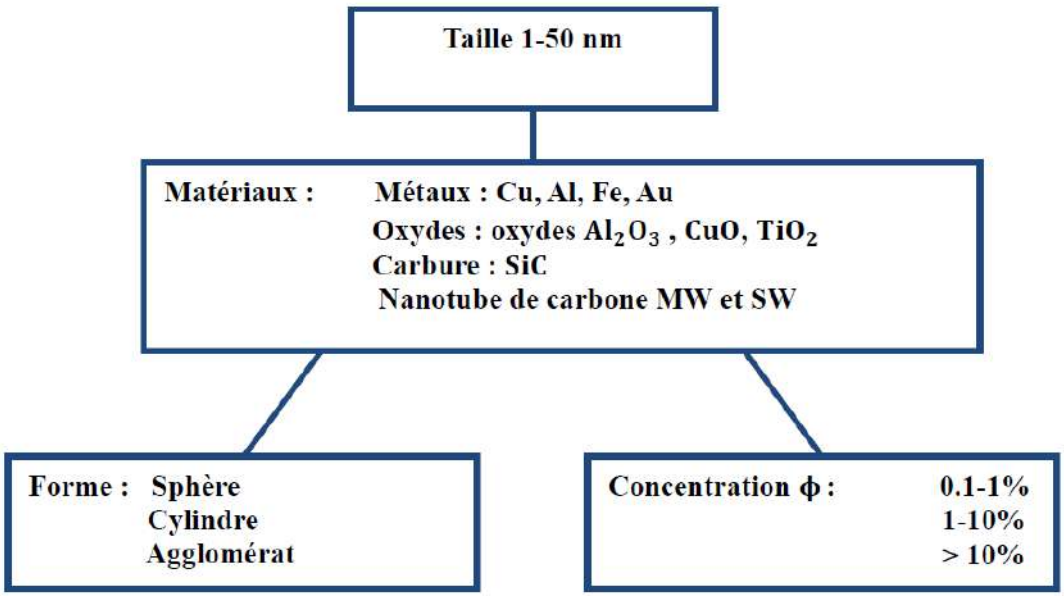


Fig. I.6 : Principales familles des nanofluides [14]

• les solvants plus utilisés sont :

- ✓ L'eau
- ✓ L'éthyléneglycol, EG
- ✓ Les huiles
- ✓ Le toluène

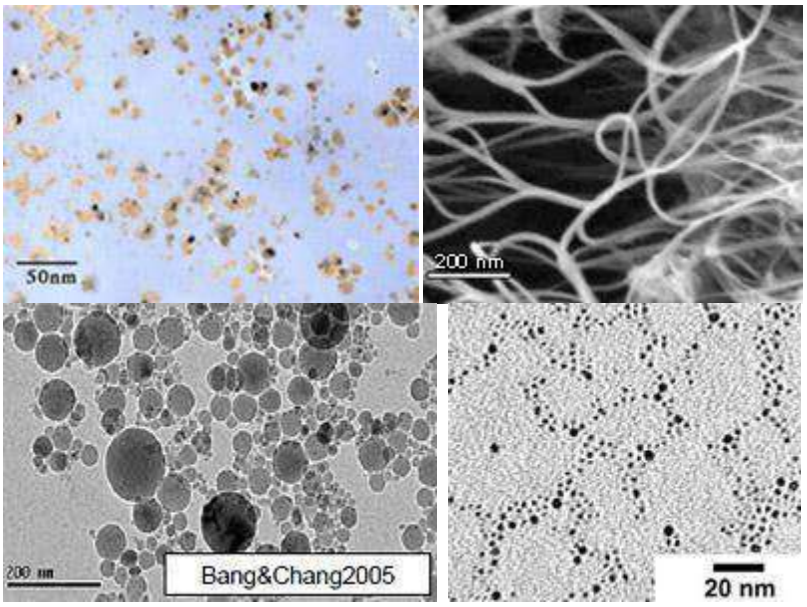


Fig. I.7: Nanofluides vue au microscope électronique : éthylène glycol+cuiv0.5%; eau + nanotube ; eau +

alumine ; eau + or à 2nm [15]

I.2.3.1. Nanofluides à base de nanotubes de carbone

Un nanotube de carbone est une structure cristalline particulière du carbone. Ces tubes de quelques nanomètres de diamètre peuvent atteindre plusieurs centaines de micromètres de longueur. Les nanotubes peuvent être constitués d'une seule couche de graphène enroulée sur elle-même et sont alors appelés « nanotube mono feuillet » (SWCNT). Ils peuvent aussi être constitués d'un enroulement de plusieurs couches de graphène et sont alors appelés «nanotube multi feuillets » (MWCNT). (Figure I.2)



Fig. I.8 : Structures moléculaires d'un nanotube de carbone à paroi simple (à gauche) et d'un nanotube de carbone à parois multiples (à droite). [14]

I.2.3.2. Nanofluides à base de nanoparticules

Plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour la préparation de nanofluides à base de nanoparticules. Ces nanoparticules peuvent être synthétisées à partir de semi-conducteurs, de métaux ou d'oxydes métalliques. Certains oxydes métalliques ont entraîné des augmentations de conductivité thermique de l'ordre de 40% pour des concentrations volumiques inférieures à 1% [16].

D'autres études [16] portant sur la dispersion de nanoparticules de diverses natures ont aussi permis d'atteindre des résultats similaires, proches de ceux obtenus avec des nanotubes de carbone. Là aussi il est difficile de comparer les différentes études expérimentales portant sur les nanofluides car chacune d'entre elles a été menée pour des particules de tailles diverses et des méthodes de préparations différentes. Or la taille des

particules et la préparation des échantillons sont des facteurs déterminants qui influent fortement sur les résultats obtenus [17].

Suspensions de particules microscopiques dans un liquide ne sont pas aptes à décrire les comportements obtenus pour la plupart des nanofluides.

I .2.4.Préparation des nanofluides

Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimiques, comme la pyrolyse ou la précipitation chimique.

Par contre pour les nanofluides il existe deux procèdes distinct

I.2.4.1.Procédé en une étape (one-step method) [18]

Consiste à la dispersion des nanoparticules directement dans un fluide de base (synthèse direct dans un fluide de base) et de prévenir l'oxydation des particules de métal pur.

I.2.4.2. Procédé en deux étapes (two-stemethod) [18]

La première étape consiste à fabriquer les nanoparticules, et dans la seconde étape les nanoparticules sont disperser dans un fluide de base

I.2.5. Applications de nanofluides[19]

• Transport (gestion de refroidissement / véhicule moteur thermique)

• Refroidissement Electroniques

• Défense

• Espace

• refroidissement des systèmes nucléaires

• L'échangeur de chaleur

• biomédecine

• Autres applications (caloducs, piles à combustible, le chauffage solaire de l'eau, refroidisseurs, réfrigérateurs domestiques, Diesel combustion, Forage, Lubrifiants, stockage thermique, ...).

I.2.6. Avantage de nanofluides[19]

- Une grande surface de transfert de chaleur entre les particules et les fluides.
- Haut dispersion et stabilité avec prédominante mouvement brownien des particules.
- Réduit par rapport au liquide pur pour obtenir équivalent intensification de transfert de chaleur.
- Particules réduites de colmatage par rapport aux conventionnelles boues, favorisant ainsi la miniaturisation du système.
- Propriétés ajustables, dont la conductivité thermique et la mouillabilité de la surface, en faisant varier les concentrations de particules en fonction de différentes applications.

I.2.7. Inconvénients du nanofluides[19]

- le manque de l'accord des résultats obtenus par différents chercheurs.
- le manque de compréhension théorique des mécanismes responsables de changements des propriétés.
- mauvaise caractérisation des suspensions.
- stabilité des nanoparticules dispersion.
- chute de pression accrue et la puissance de pompage.
- viscosité supérieur, chaleur spécifique Basse.
- Le coût élevé des nanofluides.
- Difficultés dans le processus de product

Conclusion

Nous avons présenté dans ce premier chapitre quelques généralités sur les échangeurs de chaleur.

Vu l'importance industrielles des échangeurs de chaleur, il existe une diversité des différents types des échangeurs de chaleur qui ont de nombreuse applications dans les différentes domaines.

On va s'intéresser dans cette étude aux échangeurs à plaque avec l'écoulement de nanofluide. L'étude expérimentale de ces échangeurs dans l'objectif d'amélioration des performances est couteuse, la raison pour laquelle on va focaliser cette étude à l'expérience numérique des échangeurs à plaque, dans l'objectif d'une meilleure compréhension des phénomènes dynamique et thermique. Nous proposons d'étudier l'influence l'utilisation des nanofluides

Chapitre II
formulation mathématique

Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse à la modélisation mathématique de transfert de chaleur et d'écoulement turbulent de fluide incompressible en régime variable, ou les modèles de fermeture sont abordés.

Tout d'abord, les lois fondamentales du transfert de la chaleur seront présentées, aboutissent à l'équation de la chaleur régissant le comportement d'un système thermique. Ensuite nous avons faire une formulation des équations de Navier-Stokes qui régissent le mouvement turbulence d'un fluide incompressible visqueux.

La mécanique des fluides est gouvernée par trois équations fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

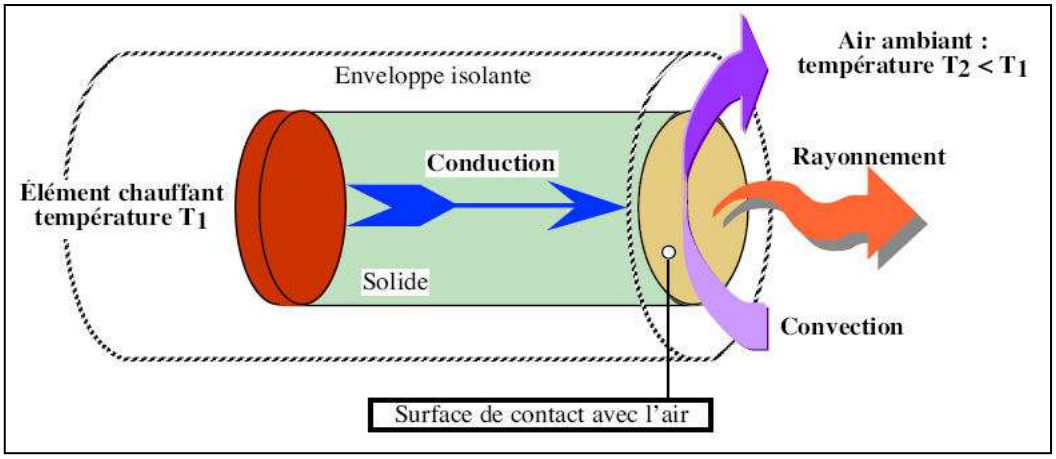
II.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur

II.1.1 Différents modes de transfert thermique

Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. Cet écoulement de chaleur est régi non seulement par une relation unique, mais plutôt par une combinaison de

Différentes lois physiques indépendantes. Ce transfert thermique est un processus complexe qui est réalisé par la superposition de trois modes :

- La conduction
- Le rayonnement
- La convection



Figure(II.1) : Trois modes de transfert thermique

II.1.1.1 Conduction

La conduction thermique est un phénomène de propagation d'énergie, qui traduit à l'échelle macroscopique les échanges directs d'énergie à l'échelle microscopique entre les molécules ou les atomes (ou encore leurs électrons) à l'intérieur d'un matériau, ces échanges résultent des mouvements des particules constituant le corps, à l'échelle macroscopique la conduction entre deux points d'un milieu s'établit lorsque ces deux points ont une température différente. [20]

II.1.1.2 Convection

La convection c'est l'échange d'énergie, sous forme de chaleur, entre un fluide en mouvement et la surface d'un corps solide ayant une température différente ou entre des parties différentes d'un fluide en mouvement qui n'ont pas la même température. [20]

II.1.1.2.1 Convection libre ou naturelle

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masse volumique résultant des différences de températures sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (la pesanteur).

II.1.1.2.2 Convection forcée

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, ventilateur,...). [21]

Le traitement numérique de phénomène de convection est très complexe car il nécessite le Maillage du milieu fluide et la résolution des équations de Navier-Stokes ou de Reynolds. Une autre approche, plus légère, consiste à représenter la convection par des conditions aux limites, à l'aide de coefficients d'échange h. Dans le cas d'une interface solide/fluide, la quantité de chaleur reçue par le solide est proportionnelle à l'aire S de l'interface et à la Différence de température $\Delta T = T_f - T_S$. $T_S$etT_f représentent respectivement la température du Solide et celle du fluide. Ce transfert d'énergie obéit à la loi de Newton. [20]

$$\varphi = h\,S\,(T_S - T_\infty) \qquad \text{(II.1)}$$

Où :

φ : représente le flux de chaleur transmis par convection (W) et h représente le coefficient d'échange en (W m^{-2} °C^{-1}). Ce dernier est disponible sous forme tabulée,

suivant les propriétés du fluide et les caractéristiques physiques du matériau, du type d'écoulement et de la géométrie du problème (voir le tableau suivant)

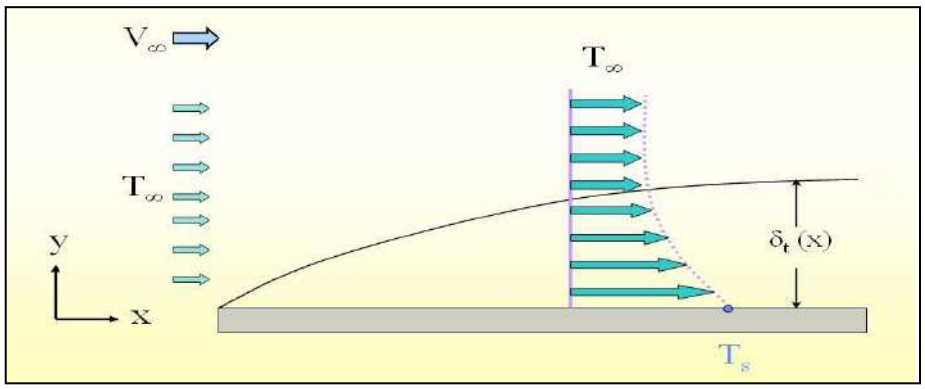
Type de convection	h en W m^{-2} K^{-2}
Convection libre dans l'air	5-30
Convection libre dans l'eau	500-1000
Convection forcée dans l'air	100-500
Convection forcée dans l'eau	100-15000

Tableau (II.1): Exemples de coefficient de convection [21]

A) Calcul du flux de chaleur en convection forcée

- **Calcul exacte**

Dans certains cas de figure simples, un calcul théorique peut permettre d'aboutir à une expression analytique du flux de chaleur échangé par convection entre un fluide et une paroi. Nous traiterons ici à titre d'exemple le Cas classique de l'écoulement laminaire en régime permanent d'un fluide à propriétés physiques constantes à la Température T∞ sur une paroi plane de longueur L maintenue à une température T_SOn constate que la vitesse du fluide évolue d'une valeur nulle à la paroi à une valeur proche de u∞ dans une Zone d'épaisseur $\delta_t(x)$ appelée couche limite dynamique. De la même manière, la température du fluide évolue de La valeur T_S à la paroi à une valeur proche de T∞ dans une zone d'épaisseur Δ(x) appelée couche limite Thermique [21]



Figure(II.2): Schématisation du développement d'une couche limite dynamique sur une Plaque plane [21]

Calcul approché

Dans les cas plus complexes où une solution analytique ne peut pas être établie, on utilise des corrélations déduites d'expérimentations.

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transféré par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels :

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{f}\,(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}) \qquad \text{(II.2)}$$

Définis par :

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hD}{\lambda}$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{\rho u D}{\mu}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda}$

Tableau(II.2): Trois nombre adimensionnels

Où D est la dimension caractéristique de la géométrie considérée. Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection forcée s'effectue donc de la manière suivante :

1. Calcul des nombres adimensionnels de Reynolds et de Prandtl.
2. Suivant la valeur de Re et la configuration → choix de la corrélation (fonction f dans la relation(II.6))
3. Calcul de Nu par application de cette corrélation.
4. Calcul de $h = \frac{\lambda Nu}{D}$ et de flux $\varphi = hS(T_p - T_\infty)$

II.1.2 Equation d'énergie

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur une formulation en température des échanges thermiques, dans laquelle le changement de phase ou la dissipation visqueuse sont pris en compte grâce à des termes sources ou polynomiaux formulés en terme de température.

II.1.2.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative [21].

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(VT)T\nabla V\right) + \alpha\, T = \nabla(\lambda \nabla T) + \emptyset + S \qquad \text{(II.3)}$$

Le terme α T est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source *S*.

Le terme ∅ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\text{Avec } \emptyset = 2D_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \qquad \text{(II.4)}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_I}{\partial x_j}\right) \qquad \text{(II.5)}$$

II.1.3 Condition aux limites

Les condition aux limites (CL) caractérisent l'intéraction du corps étudié avec son milieu éxtérieur.peuvent avoir plusieurs formes ,on distingue quatre types de condition :

- ***CL de Dirichlet :*** qui fixeent la température Ts à la surface du corps(ou sur une partie de surface) à chaque instant :

  $$Ts=T(x_s, y_s, z_s)$$

  Ou x_s, y_s, z_s décrivent la surface.

- ***CL de Neumann :*** qui spécifient la conaissance du flux surfacique dans chaque point de la surface du corps étudié et à chaque instant :

  $$\varphi_s = \varphi(x_s, y_s, z_s, t)$$

  Dans le cas le plus simple du régime stationnaire , le flux surfacique reste constant.

- ***CL de Fourier :*** ces condition donnent la température environnant du corps Te et la loi qui décrit le transfert thermique entre le corps et son envirennement la loi de Newton établit la relation entre la densité de flux thermique transféré à la surface

du corps de température Tc vers son milieu environnat de température Te (Te< Tc) :

$\varphi = h\ S$ (Tc-Te) [W]

Ou h est un facteur de proportionalité appelé coefficient sfert [20]

II.2 Modélisation de l'écoulement des fluides

Dans ce travail, à côté du calcul des champs de températures, l'écoulement du fluide dans un échangeur de chaleur à plaque est également simulé, Pour cela on doit citer L'équation de continuité et les équations différentielles fondamentales de Navier-Stokes dans les coordonnées cartésiennes.

II.2.1 Equation de continuité(ou équation de bilan de masse)

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément. Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre et celle qui quitte pendant le même temps.

Dans son ensemble, la mécanique des fluides est gouvernée par trois équations Fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation d'énergie.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho . u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho . u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho . u_z)}{\partial z} = 0 \qquad \text{(II.6)}$$

Pour les fluides incompressibles

$$\rho = cst \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

L'équation(II.2) dans un régime permanent devient:

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} \qquad \text{(II.6 a)}$$

II.2.2 Equation de Navier-Stocks

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles gouvernent par exemple les mouvements de l'air de l'atmosphère, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, le mouvement d'air dans les locaux et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de

fluides. Elles sont nommées d'après deux physiciens du XIX[e] siècle, Claude Navier et Stokes Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes. Nous n'en présenterons que certaines Ces formes dépendent aussi des notations utilisées. [22].

Cette équation est la conséquence directe du théorème de quantité de mouvement

$$\overbrace{\underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial t}}_{(3)} + U_j \underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{(4)}}^{(1)} = \overbrace{\underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}}_{(5)} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{(6)}}^{(2)} \quad \text{(II.7)}$$

(1): terme force d'inertie.

(2): terme force appliqué.

(3): terme instationnaire.

(4): terme convectif.

(5): terme pression

(6): terme visqueux.

II.2.3 Equation d'énergie pour le fluide incompressible

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x c_p T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y c_p T) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z c_p T) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) + Q_V \quad \text{(II.8)}$$

T : température statique

Q_V : Source volumique

II.2.4 Modélisation de la turbulence

La turbulence consistait en fluctuation aléatoire des grandeurs caractéristique et par conséquent l'approche statistique est utilisée pour l'étude de ces écoulements, malgré que la théorie statistique et la simulation numérique sont des options nobles presque toutes les efforts de recherche axée sur la turbulence ces dernières décennies ont utilisés le concept des moyennes temporelles des équations de Navier-Stokes résultant en des équation de mouvement, dites de Reynolds en terme de grandeurs moyennes et de fluctuation.

II.2.4.1 Décomposition de Reynolds

La décomposition de Reynolds est dite que tout champ (ϕ= U ou P ou T

(Température) Se décompose en un champ moyen $\overline{\phi}$et en un champ fluctuant ϕ de

Moyenne nul

$$\phi = \bar{\phi} + \phi \text{(II.9)}$$

Avec:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{t}\int_0^t \phi dt \text{ (II.10)}$$

ϕ: Valeur statique

$\bar{\phi}$: Valeur moyenne

ϕ' : Valeur fluctuante

Où t une grandeur comparer à la période de fluctuations.

Donc ont aura le système suivant :

$$U_i = \bar{U}_\iota + u_i \quad \text{(II.11)}$$

$$P = \bar{P} + p \quad \text{(II.12)}$$

$$T = \bar{T} + T' \quad \text{(II.13)}$$

Les lettres minuscules désigné la fluctuation ou les écarts des valeurs par rapport à ces moyennes. Le symbole (-) désigné le moyenne ou moyenne d'ensemble (moyenne sur un ensemble de réalisation). Elle est définie comme la limite statistique de moyenne arithmétique prise à travers un certain nombre d'expériences réalisés dans les même conditions générales d'écoulement cette moyenne vérifie les règles de Reynolds [23].

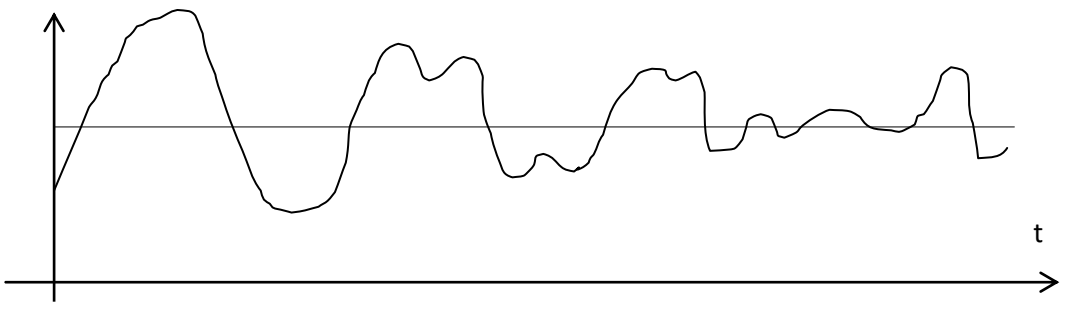


Figure (II.3) : Fluctuation d'une grandeur autour d'une valeur moyenne.[23]

II.2.4.2 Equations des mouvements moyennes

Les relations fondamentales régissant l'écoulement d'un fluide incompressible sont les équations de Navier-Stokes et celles de continuité qui s'appliquent aux écoulements turbulents aussi bien qu'aux écoulements laminaires.

Si ce système d'équations a été résolu avec succès pour un grand nombre d'applications dans le cas d'écoulement laminaire, il est au contraire hors de question de, calculer une solution complète quand il s'agit des écoulements turbulents dans un écoulement quelque peu complexe exigerait des capacités des machines de calcul.

Pour des écoulements à faible nombre de Mach, il est courant de considérer comme négligeables les fluctuations de la masse volumique [Schistes, 1993], ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\rho = \overline{\rho} \quad \text{(II.14)}$$

En remplaçant dans les équations fondamentales les expressions instantanées des écoulements par leurs expressions sous la forme de la relation (II.6), et en moyennant les

Équations obtenues, on obtient les équations suivantes :

II.2.4.2.1Equation de continuité des mouvements moyens

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{(II.15)}$$

II.2.4.2.2Équation de Navier-Stocks moyenne

L'équation de **Reynolds** (obtenues par moyenne de l'équation (II.9) après avoir introduit la décomposition de **Reynolds**) :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + U_j\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j} \quad \text{(II.16)}$$

On écrit finalement :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau_{ij}} + R_{ij}\right) \text{ (II.17)}$$

Introduisent les corrélations doubles $\overline{U_i U_j}$ qui traduisent l'influence du champ turbulent sur le champ moyen. Elles sont interprétées comme des tensions apparentes $\overline{\rho U_i U_j}$ qui forment le tenseur des tensions de Reynolds, ce tenseur est symétrique et sa trace est égale au double de l'énergie cinétique de la turbulence.

La condition d'incompressibilité implique:

$$U_i \frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_j} = \frac{\overline{\partial U_i U_j}}{\partial x_j},$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** $\overline{\rho U_i U_j}$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$\left[R_{ij}\right] = -\rho\begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix}$$

Ou´ $[\tau_{ij}]$ est le tenseur des contraintes visqueuse, défini par :

$$\left[\tau_{ij}\right] = \Gamma\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \quad \text{Avec} \quad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \Gamma \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j}$$

L'équation de la vitesse fluctuante est exprimée :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -U_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \overline{U_i U_j}\right) \text{ (II.18)}$$

II.2.5 Problème de fermeture des équations

Le système (II.14 et II.15) comporte plus d'inconnues que d'équations, c'est un système ouvert. Le fait de prendre la moyenne d'une équation instantané conduit à une perte d'information qu'il faudra réintroduire sous forme d'hypothèse physique ; c'est le problème de fermeture.

Les tensions de Reynolds dans les équations de Navier-Stocks font apparaître des produits triples de vitesse qui proviennent des termes non linéaires. Cependant chaque

nouvelle équation introduit un nombre d'inconnues encore plus grand, on a une hiérarchie ouverte.

Schématiquement : $$\frac{\partial}{\partial t}\overline{\underbrace{U_i U_j \ldots U_P}_{"n\ fois"}} = \ldots \overline{\underbrace{\{U_i U_j \ldots U_P U_q\}}_{"n+1\ fois"}} \ldots$$

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduisent le comportement du milieu turbulent permet alors d'obtenir un nombre d'équation égal à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique. [24].

II.2.5.1 Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence

II.2.5.1.1Hypothèse de CHOU

$$\nu_t = C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad \text{(II.19)}$$

II.2.5.1.2Hypothèse de viscosité turbulente de BOUSSINESQ

$$-\overline{u_i u_j} = \nu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \text{(II.20)}$$

II.2.51.3 Hypothèse de longueur de mélange de Prandtl

$$v_t = L_m^2\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial U_j}\right) \quad \text{(II.21)}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L_m^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad \text{(II.22)}$$

L_m : Longueur de mélange.

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale à partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II.3 Modèles de turbulence et leurs classifications

II.3.1 Modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation detransports

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).

Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante [25]:

$$V = L_m\sqrt{\left(2d_{ij}\right)^2} \tag{II.23}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m = L_m^2\sqrt{\left(\frac{\overline{oc_i}}{ox_j} + \frac{\overline{oc_i}}{ox_i}\right)^2} \text{(II.23a)}$$

II.3.2 Modèles à une équation de transport

Ces modèles introduisent dans la définition de $V_T$au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminerV_T par l'expression du type Kolmogorov-Prandtl [24].

$$V_T = C_\alpha L_s\sqrt{K} \tag{II.24}$$

Où L_s est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque P_t de l'écoulement.

II.3.3 Model (K-ε)et RNG (model à deux équation de transport)

Pour dépasser les limitations de modèle (à zéro équation de transport) il existe des modèle de turbulence qui prenant en compte le transport des quantités turbulentes en leur associant des équations de transport différentiel. Le modèle de fermeture K-ε fait partie de cette catégorie de modèles. Dans ce modèle, l'approche dimensionnelle pour la

viscosité turbulente μ_1 est également utilise. La vitesse turbulente caractéstique des tourbillons de grande taille est choisie également à$\sqrt{K}$

L'énergie cinétique turbulente K constituant ; compte tenu sa définition (K=$\frac{1}{2}\overline{u_\iota u_J}$) ; d'après BOUSSINESQ, une mesure directe de l'intensité des fluctuations turbulentes dans les trois directions.

Oũ ε est : le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente en chaleur due aux contraintes visqueuses :

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho}\frac{\overline{u_\iota u_J}}{x_\iota x_j} \text{(II.25)}$$

Il peut paraître contradictoire d'utiliser la dissipation ε qui intervient au niveau des petits tourbillons pour caractériser le plus grand

Cependant ; la quantité d'énergie transmise des plus grand tourbillons vers les plus petits et finalement dissipée (cascade d'énergie) est aussi l'énergie transmise de l'écoulement moyen vers les grands tourbillons. Le taux d'énergie dissipées donc aussi déterminé par le mouvement de grande échelle.

La viscosité turbulente est alors donnée par la relation semi-empirique suivante qui construise l'hypothèse la plus forte du modèle K-ε≪hypothse de CHOU≫

Les deux grandeurs transportées du modèle K-ε sont donc l'énergie cinétique turbulent K et le taux de dissipation ε de cette énergie cinétique turbulente.

Les équations de K et ε sont obtenue à la suite de plusieurs manipulation des équations moyennes, d'utilisation de lois de premier gradient et l'approximation par ordre de grandeur basée sur un nombre de REYNOLDS élevé

D'prés LAUNDER B.E et SPALDING D.B (1974), ces équation s'écrivent

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, K) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho K \overline{U_J}\right) = \frac{\partial y}{\partial x_j}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_K}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] + \tilde{P} - \rho\varepsilon \quad \text{(II.26)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\ \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\varepsilon \overline{U_J}\right) = \frac{\partial y}{\partial x_j}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{K}\tilde{P} - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{K} \quad \text{(II.27)}$$

$$\tilde{P} = -\rho\overline{u_\iota u_J}\frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j} \quad \text{(II.28)}$$

Ou :

P̃ est le taux de production d'énergie cinétique turbulente due à l'interaction entre les contraintes turbulentes et les gradients de vitesse moyenne, il représente en fait transfert de l'énergie cinétique du mouvement moyen vers le mouvement turbulent.

Donc les équations de K et ε deviennent :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \overline{U_J}\frac{\partial}{\partial x_j} = C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon}\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j}\right]\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{C_\mu}{\sigma_k}\frac{K^2}{\varepsilon}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] - \varepsilon \qquad \text{(II.29)}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_J}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} C_\mu k\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j}\right]\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon}\frac{K^2}{\varepsilon}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{K} \qquad \text{(II.30)}$$

Les constants (qui sont des coefficients semi-empirique) sont déduites de résultants simples et sont toutes empruntées à LAUNDER B.E et SPLANDING D.B (1974) [26]

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_K	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}\sigma_t$
0.09	1.44	1.92	1.00	1.3	1	0.7

Tableau(II.3):constantes du modèle k- ε [26]

Le modèle de turbulence utilisé à notre travail est le modèle *k-ε* :

Ce modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre. Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k-ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

Les modifications apportées au modèle k-εsont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

- Le modèles k-εdeux couches [Chen & Patel, 1988] qui, à proximité des parois, utilise un modèle à une équation (pour k) et exprime **ε** à l'aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds local ;
- le modèle k-εbas Reynolds [Jones &Launder, 1972] qui élargit son domaine de validité aux zones d'écoulement laminaires ou de transition à proximité des parois. Les constantes sont rendues dépendantes du nombre de Reynolds

et des termes complémentaires sont ajoutés aux deux équations pour tenir compte du caractère non-isotrope du processus de dissipation.

- Le modèle k-ɛétendu [Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme à l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins diffusif ;
- Modèles RNG

Le modèle RNG, développé par le groupe de renormalisation, Yakhot& Smith(1992) ;

Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante Cε1, remplacée dans l'équation de dissipation par Cε1' donnée par l'expression (II. 30) Cette expression ajoute un terme fonction du taux de déformation ηà l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C_{\varepsilon 1} = \frac{\grave{\eta}(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \tag{II.31}$$

$$\eta = \left(\frac{K}{\varepsilon}\right)\sqrt{\frac{P}{\mu_t}} \tag{II.31a}$$

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_K	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}\sigma_t$	μ_0	β
0.005	1.42	1.68	0.7179	0.7179	1	0.7	4.377	0.012

Tableau(II.4): Constantes du modèle RNG ont pour valeur [26]

II.3 Nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p

II.3.1 Nombre du Reynolds

Le nombre de Reynolds permet de définir le régime d'un écoulement, c'est à dire s'il est laminaire ou turbulent. Il est défini comme le rapport entre les forces d'inerties (convection) et les forces visqueuses, c'est-à-dire :

$$R_e = \frac{\rho.V.D}{\mu} = \frac{VD}{\beta\nu} \tag{II.32}$$

ρ: Volumique en [Kg/m3]

μ: La viscosité dynamique en [Kg/m s].

ν : Viscosité cinématique en [m2/ s].

V :Vitesse moyenne du fluide en [m/ s].

D :longueur caractéristique en [m].

II.3.2 Coefficient de pression

Le coefficient de pression est défini par

$$C_p = \frac{\Delta P}{\rho U^{*2}} ; \; U^{*2} = \frac{2}{3} U_{max} \qquad \text{(II.33)}$$

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen.

Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Conclusion

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de la répartition de la chaleur d'un fluide incompressible.

Des modèles d'ordre supérieur, basés sur la fermeture d'équation de transport d'ordre égal ou supérieur à trois sont difficilement envisageables, d'une part par le manque de données expérimentales sur ce type de corrélation, et d'autre part par la lourdeur de la démarche engagée.

La résolution analytique du problème général est impossible d'où la nécessité des méthodes numérique qui sont l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III
méthodes de discrétisation

Introduction

La modélisation mathématique permet de représenter le phénomène Physique (transfert thermique..) par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires dont on ne connait pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage). Dans d'autres cas, les simulations numériques sont menées en parallèle avec des expérimentations.

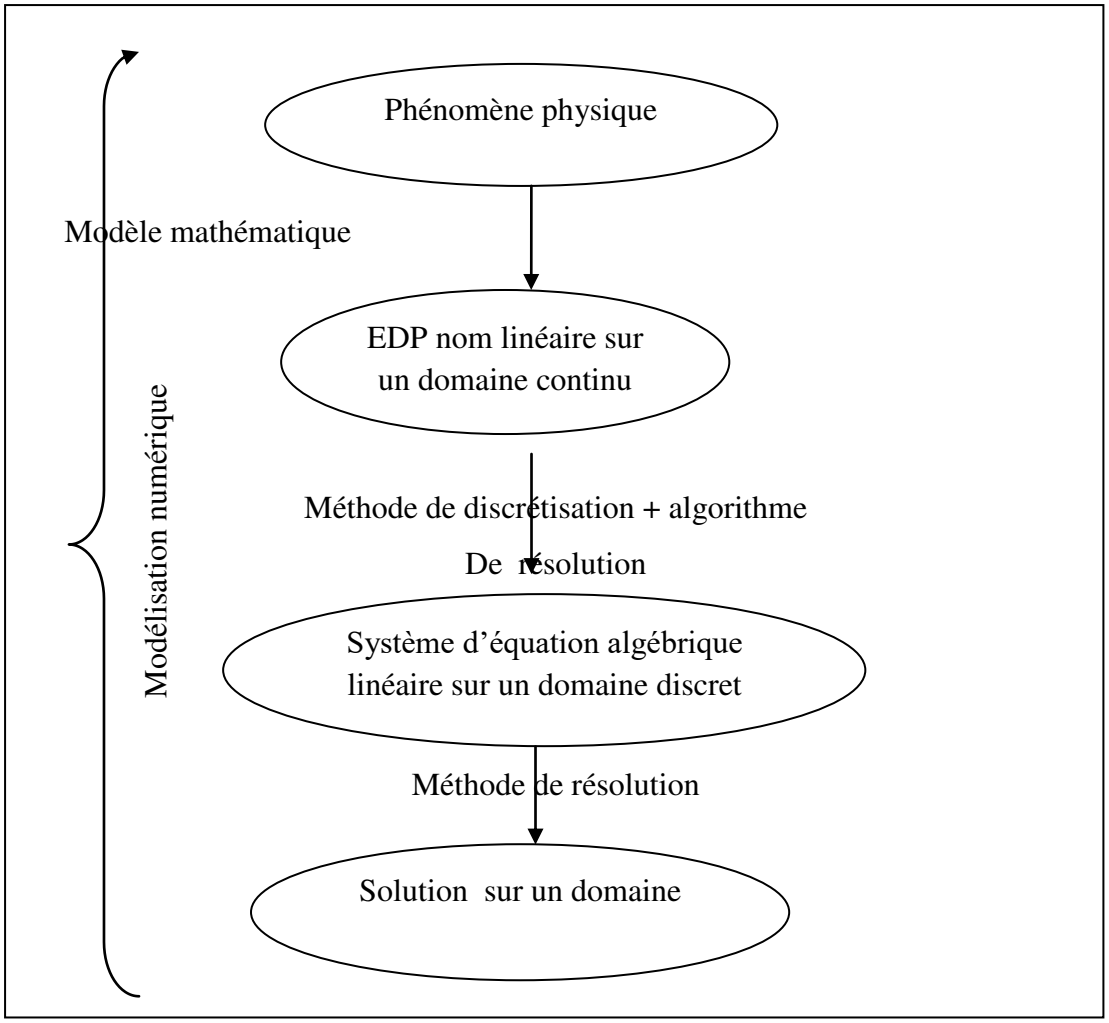
Dans ce chapitre une analyse thermique numérique sera préférable pour estimer la répartition de la température à partir de traitement de l'équation de la chaleur par les méthodes de discrétisation les plus connues.

III.1 Calcul numérique (modélisation et simulation)

Le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation dans un système algébrique

L'algorithme de résolution numérique implique la méthode d'intégration temporelle et de découplage, comme par exemple, les algorithmes SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC et PISO …

Le principe du calcul numérique est illustré à la figure suivant : [27]



Figure(III.1) : Principe de calcul numérique [27]

III.2 Méthodes principales de discrétisation :

Il y a deux grandes familles de méthodes de discrétisation :

- Les méthodes d'approximations des équations : Selon ces méthodes on cherche la solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage
  - méthode des différences finies (MDF).
  - méthode des volumes finis (MVF)
- Les méthodes d'approximations des solutions : Selon ces méthodes on cherche la solution approchée à partir des équations exactes. Les solutions sont écrites comme des séries de fonction tronquées aux ordres de précisions désirées
  - méthode des éléments finis (MEF)
  - méthode spectrale (MS) [27]

III.2.1 Méthode des différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeur ponctuelles la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Plus clairement nous avons dit:

Elle consiste à approximer les dérivées de 1'EDP par des troncatures de séries de Taylor. La substitution de ces approximations dans l'équation différentielle donne les équations aux différences finies.

II faut noter que cette méthode est très simple dans sa formulation, mais elle donne des résultats non satisfaisants, surtout en présence des variations exponentielles [28].

- **Avantages de la méthode**

  - Simplicité de mise œuvre ;
  - Encombrement mémoire raisonnable (matrice de type bande) et temps de calcul raisonnable

- **Inconvénients de la méthode**

  - Le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation ;
  - L'apparition d'instabilités numérique ;
  - Difficulté pour traiter les géométries plus complexes. [27]

III.2.2 Méthode des volumes finis

Le principe de cette méthode est de subdiviser le domaine de calcul en un nombre de volumes de contrôle juxtaposés. Chacun de ces derniers englobe un "nœud principal".

La méthode intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservative et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles. [28]

- **Avantages de la méthode**

  - Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;

- Mise œuvre relativement facile ;
- Applicable aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande)

Inconvénients de la méthode

- Moins précis que les méthodes spectrales. [27]

III.2.3 Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode consiste à approcher, dans un sou –espace de dimension finie, un problème écrit sous la forme variation elle dans un espace de dimension infinie. Cette forme vibrationnelle est équivalente à une forme de minimisation de l'énergie en générale.

La solution approchée dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeur en certain points ou nœuds du maillage.

Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux problèmes d'équilibre. Elle permit de traiter des géométries complexes contrairement aux différences finies mais demande un grand coût de temps de calcul et de mémoire. [28]

Principe mathématique

Le principe mathématique est basé sur les méthodes suivantes :

- Méthodes vibrationnelles (minimisation d'une fonctionnelle)
- Méthodes des résidus pondérés

Etapes de la mise en œuvre

- Discrétisation du domaine en un nombre fini d'élément ;
- Choix d'un modèle d'interpolation (variation de la variable sur l'élément) ;
- Ecriture des équations modèles sous forme algébrique aux niveaux local (dans un élément) : détermination des vecteurs et matrices caractéristiques ;
- Assemblage des vecteurs et matrices locaux en un vecteur global B et une matrice globale A ;
- Résolution de système $AX=B$

Avantage

- Adapté aux géométries complexes

- **Inconvénients**
  - Formalisme mathématique plus compliqué et plus difficile à mettre en œuvre ;
  - Couteux en stockage mémoire (matrices pleins) et en temps de calcul (inversion) ;
  - Caractère conservatif des équations nom forcément assuré. [27]
- **Avantage**
  - Permet d'obtenir des solutions d'une très grande précision
- **Inconvénients**
  - Formalisme mathématique plus compliqué et mise en œuvre délicate
  - Difficultés pour traiter les géométries complexes et des conditions aux limites nom académique. [27]

Dans ce qui suit on se limite a examiné uniquement la méthode des éléments finis, nous venons de décrire succinctement l'approche globale de cette méthode. Par la suite, nous exposerons les principales étapes mathématiques de discrétisation de l'équation de chaleur par cette dernière.

III.2.3.1 Présentation de la méthode

Comme nous l'avons précédemment évoquée, La méthode des éléments finis a pour but de remplacer un problème mathématique défini dans un milieu continu et sous la forme d'équations différentielles ou d'intégrales, par un problème discret sous forme matricielle qu'il est possible de résoudre numériquement.

En résumé, cette méthode nécessite la discrétisation d'un continuum en un modèle composé d'un assemblage d'éléments finis qui possèdent des formes et des tailles variées. De plus, le calcul de la solution nécessite la prise en compte d'un certain nombre de paramètres, tels que :

- La géométrie discrétisée en éléments finis,
- Les contraintes imposées sur le dispositif,
- Les excitations présentes dans le dispositif,
- Les propriétés des matériaux composant le dispositif.

III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

III.1.3.2. 1 Formulation vibrationnelle forte

La formulation forte d'un problème aux conditions aux limites s'écrit alors comme suit: Trouver U(x)∈ espace des solutions $U_S$tel que [29]

$$\mathcal{L}\,u - F = 0\ \forall\ x \in \Omega B\ (u) = u0\ \forall\ x \in \Gamma u0 \quad \text{(III.1)}$$

On note que l'espace Us dans lequel nous recherchons la fonction u, doit être défini Judicieusement.

III.1.3.2.2 Formulation vibrationnelle faible

La formulation vibrationnelle faible peut être obtenue par les étapes suivantes :

1) approcher la solution u, partout dans le domaine Ω, par tel que [30]

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i \quad \text{(III.2)}$$

Ou $N_i = N_i(x, y)$ désignent les fonctions de forme et des valeurs nodales indéterminées.

2) introduire (III-1) dans (III-1) il en résulte une erreur ou un résidu ε tel que

$$\varepsilon = \mathcal{L}\,(u) - F \neq \quad \text{(III.3)}$$

Ou ε =0 ;u=u c.à.d. lorsqu'une solution exacte existe.

3) obtenir une valeur nulle de ε en introduisant une fonction de point arbitraire W tel que

$$\int w(\mathcal{L}\,(\tilde{u}) - F\ d\ \Omega = 0, k = 1, 2.....N \quad \text{(III.4)}$$

Ou N Nombre d'inconnues indépendants du système (III.1).

En formulation de Galerkine les fonctions tests sont assimilées aux fonctions de forme. On pose

$$w_k = N_k \Rightarrow \int N_k\ \mathcal{L}\ (\sum_{i=1}^{n} N_i\ \tilde{u}_i)\ d\ \Omega = 0 \quad \text{(III.5)}$$

On dit que u $\in H_0^1$ (Ω) est une solution faible de (III.5) si :

$$\forall \in \nu(\Omega)\ H_0^1 \quad \text{(III.6)}$$

A (u, ν) est la forme bilinéaire associée à($\mathcal{L}$) soit Ω un ouvert borné de Rd et $\partial\Omega$ est régulier.

On considère alors le problème :

$$Lu = f \text{ sur } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \Omega = 0 \quad \text{(III.7)}$$

III.1.3.3 Forme générale des équations du système

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho C_{\emptyset}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x C_{\emptyset}\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_y C_{\emptyset}\emptyset\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\emptyset}\frac{\partial x}{\partial y}\right) + s_{\emptyset} \qquad \text{(III.8)}$$

$\emptyset$: Variable généralisée

$C_{\emptyset}$:Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma_{\emptyset}$:Coefficient de diffusion.

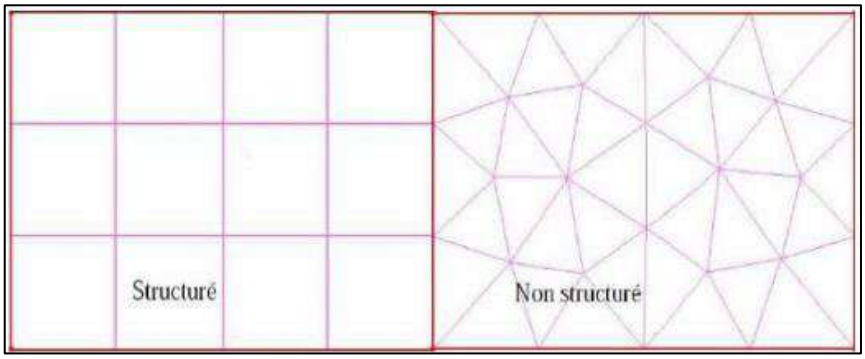
$s_{\emptyset}$ **:** Termes source.[30]

III.3Maillage

III.3.1 Choix de maillage

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivés partielles. Toutes ces opérations sont assistées par des logiciels dédiés à éléments finis [31]

Un maillage de très bonne qualité est essentiel pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant. La qualité du maillage a un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul. Une bonne qualité de maillage repose sur la minimisation des éléments présentant des ≪distorsions≫ (skewness en anglais), et sur une bonne ≪résolution≫ dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc,. . .). Un bon maillage doit également être suffisamment≪ lisse≫



Figure(III.2) : Maillages structure et nonstructure.[31]

III.3.2 Maillages les plus utilisent pour les éléments finis

- **Éléments monodimensionnels 1D**

Linéaire, quadratique et cubique

- **En 2D**

- triangles de degré 1, (triangles à 3 nœuds, fonctions linéaires)
- triangles de degré 2 (triangles à 6 nœuds, polynômes de degré 2)
- quadrangles de degré 1 (carrés à quatre nœuds, fonctions linéaires)
- quadrangles de degré 2 (carrés à 8 ou 9 nœuds, polynômes de degré 2)

III.3.3 Discrétisation

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles. Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [30].

$$\left[A_e^{transitoire}\right] + \left[A_e^{advection}\right] + \left[A_e^{difusion}\right] = S_e^{\emptyset} \qquad \text{(III.9)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III.3.3.1 Terme temporelle

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [29]

$$\left[A_e^{transitoire}\right] = \int W^e \frac{(\partial P c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} d\,(VOL) \qquad \text{(III.10)}$$

Avec :

W^e: La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme. Pour le nœud i

$$\int \boldsymbol{W^e \frac{(\partial \rho c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} d\,(VOL)} = \int \boldsymbol{W_i^e\, \partial \rho c_\emptyset W_j^e d\,(VOL)} \frac{\partial \emptyset_j^e}{\partial t} \boldsymbol{W_j^e d\,(VOL)} \emptyset_j^e \qquad \text{(III.11)}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation (III-10) est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$\boldsymbol{M_{ij=} \int W_i^e\, \partial \rho c_\emptyset\, d\,(VOL)} \qquad \text{(III.12)}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée.

$$\boldsymbol{M_{ij=}\delta_{ij}\int W_i^e\,\partial\rho c_{\emptyset}\,d\,(VOL)} \qquad \text{(III.13)}$$

Ou:$\boldsymbol{\delta_{ij}}$=delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$\boldsymbol{(\rho\emptyset)_n = (\rho\emptyset)_{n-1} + \nabla t\left[\partial\left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right) + (1-\delta)\left(\partial\frac{(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_{n-1}\right]} \qquad \text{(III.14)}$$

Ou:

δ: coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

L'équation (III.14) est écrite comme suite:

$$\left(\partial\frac{(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)_{N-1} + \left(1-\frac{1}{\delta}\right) \qquad \text{(III.15)}$$

III.3.3.2 Terme d'advection

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III.3.3.2.1 Monotone Stream line Upwind Approach (MSU)

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

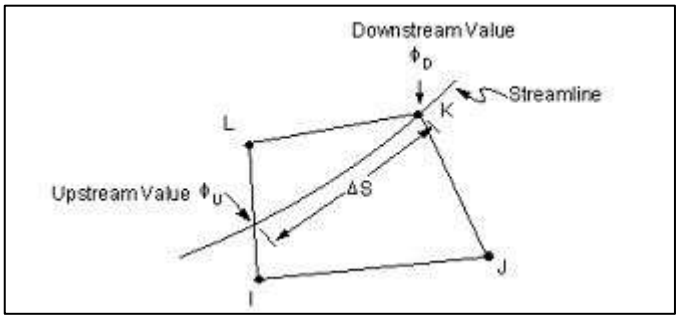


Figure (III.3) :Approche de ligne de courant d'upwind [30]

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées. Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [30]

$$\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial s} \qquad \text{(III.16)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{\mathrm{d}(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{ds} \int \mathrm{W^e}\ \mathrm{d}\ (\mathrm{VOL}) \qquad \text{(III.17)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{\mathrm{d}(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\mathrm{d}s} = \frac{(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)_n - (\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\Delta s} \qquad \text{(III.18)}$$

Ou :

D: l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètredans l'élément

Δs : La distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III.3.3.2.2 Méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [29]

$$\left[A_e^{advection}\right]=\int W^e\left(\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\,\emptyset)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\rho V_y C_\emptyset\,\emptyset\right)}{\partial y}\right)\mathrm{d(VOL)}C_{2\tau}\int\frac{zh}{2U_{Max}}\left(\frac{V_x\partial\omega^e}{\partial x}+\frac{V_y\,\omega^e}{\partial y}\right)\left(\frac{V_x\partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\,x}\right)+\left(\frac{V_y\partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\,y}\right)\mathrm{d\ (VOL)} \quad \text{(III.19)}$$

Où :

$C_{2\tau}$: Coefficient global réglé à 1,0.

h: longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag}=\sqrt{V_x^e+V_y^e}\begin{cases}1 \text{ si } \mathrm{p}\leq \mathrm{p}<3\\ \frac{p_e}{3}\text{si}p_e\geq 0\end{cases}$$

$$\mathrm{p_e}=\frac{\rho\mathrm{C_p U_{mag}\,h}}{2\tau_\emptyset}\text{Nombre de peclet}$$

III.3.3.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG)

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [30].

$$\left[A_e^{advection}\right]=\int W^e\left(\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\,\emptyset)}{\partial x}+\frac{\partial\left(\rho V_y C_\emptyset\,\emptyset\right)}{\partial y}\right)\mathrm{d(VOL)}+C_{2\tau}\int\frac{zh}{2U^e{}_{Mag}}\left(\frac{V_x^e\partial\omega^e}{\partial x}+\frac{V_y^e\,\omega^e}{\partial y}\right)\left(\frac{v_x^e\partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\,x}\right)+\left(\frac{V_y^e\partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\,y}\right) \quad \text{(III.20)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III.3.3.3 Terme de Diffusion

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [29]

Diffusion contribution=$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx}\right)\, d\,(VOL) + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dy}\right)\, d\,(VOL)$(III.21)

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée [30]

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx}\right)\, d\,(VOL) = \int \frac{\partial W^e}{\partial x} \Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx} d\,(VOL) \quad \text{(III.22)}$$

une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \emptyset}{dx} = W_x^e\, \emptyset \quad \text{(III.23)}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \quad \text{(III.24)}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$\left[A^{diffusion}\right] = \int \left(W_x^e \Gamma_\emptyset W_x^e + W_y^e \Gamma_\emptyset\right)\, d\,(VOL) \quad \text{(III.25)}$$

III.3.3.4 Termes source

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [30]

$$S_\emptyset^e = \int w^e S_\emptyset\; d(VOL) \quad \text{(III.26)}$$

III.4 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini

III.4.1 Bilan Thermique (Equation De Chaleur)

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

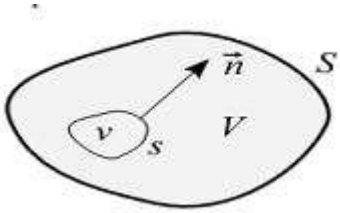


Figure (III.4): bilan thermique [30]

La puissance thermique stockée dans v est égale à la somme de la puissance thermique générée par les sources volumiques contenues dans V et de la puissance thermique reçue sous forme de flux à travers la surface S[32]

$$\int \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dv = \int q dv + \int \vec{\eta}\, \overrightarrow{\left(-\bar{\lambda} grad T\right)} dS \quad \text{(III.27)}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho C_p \dot{T} - div\overrightarrow{\left(\bar{\lambda} grad T\right)} q = 0 \quad \text{(III.28)}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (III.28) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} [31]

$$\rho C_p \dot{T} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + q \qquad \text{(III.29)}$$

Où :$\dot{T} = \boldsymbol{\frac{\partial T}{\partial t}}$

III.4.2 Forme discrétisée (éléments finis)

La solution analytique de l'équation (III.30) est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie

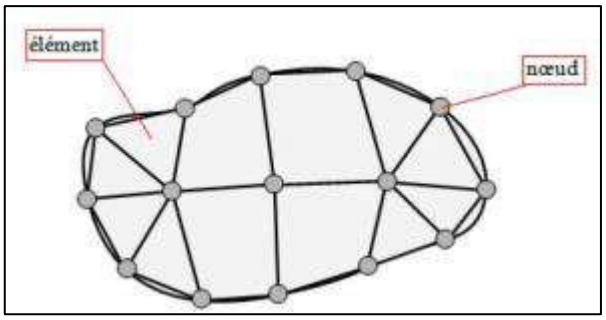


Figure (III.5): Domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds. [30]

III.4.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures instationnaire

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression (III.29)

$$\boldsymbol{T^e(x,y,t) = [N_1{}^e(x_1,y_1) \dots N_i{}^e(x_i,y_i).N^e_{n^e}(x_n,y_n)]\begin{Bmatrix} T_1{}^e(t) \\ T_i{}^e(t) \\ T_n{}^e(t) \end{Bmatrix}} \quad \text{(III.30)}$$

$$T^e(x,y,t) = [N^e(x,y)]\left(T^e{}_{(t)}\right)$$

Ou :

- $n^{\,e}$: est le nombre de nœuds de l'élément.
- Les fonctions $N_i{}^e(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires.
- La matrice$N_i{}^e$est la matrice d'interpolation élémentaire.
- $T^e{}_{(t)}$: regroupe les températures des nœuds de l'élément (e).

III.4.2.2 Représentation globale du champ de températures instationnaire

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$\boldsymbol{T(x,y,t) = [N_1(x_1,y_1) \dots N_i(x_i,y_i)..N_n(x_n,y_n)]\begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_j(t) \end{Bmatrix}} \quad \text{(III.31)}$$

$$T(x,y,t) = N(x,y)\big(T(t)\big)$$

Ou :

- n **:** est le nombre de nœuds du maillage.
- Les fonctions $N_i(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).

- La matrice $[N(x,y)]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T(t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$$\boldsymbol{N_i^e(x_i,y_i) = \delta_j^i N_i(x_i,y_i) = \delta_j^i} \qquad \forall \text{ i,j}$$

$\boldsymbol{o(x_i,y_i)}$Sont les coordonnées du nœud *j* [30]

III.4.2.3 Représentation globale du champ de températures stationnaire

1) Cas unidimensionnel (1D)

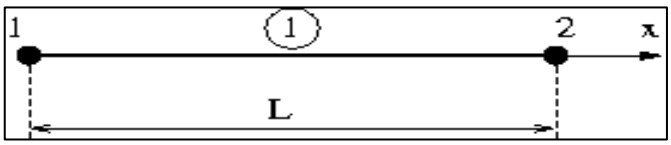


Figure (III. 6) : élément unidimensionnel à deux nœuds [30]

$N_1(x), N_2(x)$: sont appelées **fonctions d'approximation** ou**fonctions de forme** (fonctions polynomiales)

Les fonctions de formes vérifient la relation générale :

$$N_i(x_j) = \begin{cases} 1 & si \quad i = j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases}$$

Pour un élément fini à deux nœuds

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad , \quad N_2(x) = \frac{x}{L}$$

Où T_1et T_2 sont les températures au nœud 1 et 2

On applique la méthode des résidus pondérés **(La méthode de Galerkine),** l'intégrale du résidu pondéré de l'équation différentielle s'écrite :

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + S\right] N_i(x) A dx = 0\,, \; i = 1{,}2 \qquad \text{(III.33)}$$

Notons que l'intégration est sur le volume de l'élément, dont est, le domaine de problème, avec $dV = A\,dx$ on l'Intégration par partie :

$$\lambda A N_i(x)\frac{dT}{dx}\Big|_{x_1}^{x_2} - \lambda A\int_{x_1}^{x_2}\frac{dN_i}{dx}\frac{dT}{dx}dx + A\int_{x_1}^{x_2} S\,N_i(x)dx = 0 \quad i = 1,2 \qquad \text{(III.34)}$$

$$\lambda A\int_{x_1}^{x_2}\frac{dN_1}{dx}\left(\frac{dN_1}{dx}T_1 + \frac{dN_2}{dx}T_2\right)dx = A\int_{x_1}^{x_2} S\,N_i dx - \lambda A\frac{dT}{dx}\Big|_{x_1} \quad \text{(III. 35)}$$

$$\lambda A\int_{x_1}^{x_2}\frac{dN_2}{dx}\left(\frac{dN_1}{dx}T_1 + \frac{dN_2}{dx}T_2\right)dx = A\int_{x_1}^{x_2} S\,N_i dx - \lambda A\frac{dT}{dx}\Big|_{x_1} \quad \text{(III. 36)}$$

Les équations (III.17) et(III.18) sont de forme :

$$[K]\begin{Bmatrix}T_1\\T_2\end{Bmatrix} = \{\mathcal{F}_S\} + \{\mathcal{F}_g\} \text{(III.37)}$$

Où [K] est la matrice de conductance « rigidité »définit par :

$$k_{lm} = \lambda A\int_{x_1}^{x_2}\frac{dN_l}{dx}\frac{dN_m}{dx} \quad l,m = 1,2 \qquad \text{(III.38)}$$

Intégration de cette équation donne

$$[K] = \frac{\lambda\, A}{L}\begin{bmatrix}1 & -1\\-1 & 1\end{bmatrix}$$

$\{\mathcal{F}_S\}$Est le vecteur des forces nodale résulte de la source de chaleur interne définit par :

$$\mathcal{F}_{S1} = A\int_{x_1}^{x_2} S\,N_1 dx$$

(III .39)

$$\mathcal{F}_{S2} = A\int_{x_1}^{x_2} S\,N_2 dx$$

Avec S la source de chaleur constante, l'équation (III .21) donne :

$$\{\mathcal{F}_S\} = \frac{SLA}{2}\begin{Bmatrix}1\\1\end{Bmatrix}$$

$\{\mathcal{F}_g\}$ Représente le gradient de condition de limite au les nœuds de l'élément

Dans ce cas le flux de chaleur par conduction

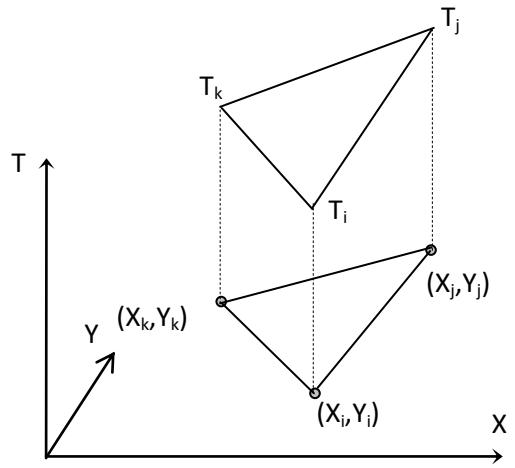
$$q_x = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\{\mathcal{F}_g\} = \lambda A\begin{Bmatrix}\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x_1}\\ \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x_1}\end{Bmatrix} = A\begin{Bmatrix} q|_{x_1}\\ -q|_{x_1}\end{Bmatrix} \qquad \text{(III.40)}$$

2) Cas bidimensionnel (2D)

Considérons à présent l'équation:

$$\lambda_x\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S = 0 \qquad \text{(III.41)}$$



Figure(III.7) :Elément triangulaire [30]

Utilisant l'élément montré dans la figure (III.3): la température et représenté par

$$\begin{cases} N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i)\\ N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i)\\ N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i)\end{cases}$$; Où les fonctions de forme sont $T^{(e)} = \begin{bmatrix}N_i & N_j & N_k\end{bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}T_i\\T_j\\T_k\end{Bmatrix}$

$$\begin{cases} \alpha_i = X_j Y_k - X_k Y_j & \beta_i = Y_j - Y_k & \delta_i = X_k - X_j \\ \alpha_j = X_k Y_i - X_k Y_i & \beta_j = Y_k - Y_i & \delta_j = X_i - X_k \\ \alpha_k = X_i Y_j - X_j Y_i & \beta_k = Y_i - Y_j & \delta_k = X_j - X_i \end{cases}$$

Employant l'approche de Galerkin, les équations des trois résidus pour l'élément triangulaire en forme matricielle, sont données par :

$$\int_A [N]^T \left(\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S \right) dA = 0 \quad \text{(III.42)}$$

$$\text{Où : } [N]^T = \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix}$$

On va suivi les mêmes étapes que pour les éléments rectangulaires. Commençons par :

$$-\int_A \lambda_X \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA$$

Pour l'élément triangulaire, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_i & \beta_j & \beta_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad \text{(III.43)}$$

$$\text{Et} \quad \frac{\partial [N]^T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} \beta_i \\ \beta_j \\ \beta_k \end{Bmatrix} \quad \text{(III.44)}$$

Substituons des données dans l'intégrale, on obtient :

$$-\int_A \lambda_x \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA = -\lambda_X \int_A \frac{1}{4A^2} \begin{Bmatrix} \beta_i \\ \beta_j \\ \beta_k \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_i & \beta_j & \beta_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} dA$$

En intégrant, on obtient :

$$-\lambda_X \int_A \frac{1}{4A^2} \begin{Bmatrix} \beta_i \\ \beta_j \\ \beta_k \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_i & \beta_j & \beta_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} dA = \frac{-\lambda_X}{4A} \begin{bmatrix} \beta_i^2 & \beta_i \beta_j & \beta_i \beta_k \\ \beta_i \beta_j & \beta_j^2 & \beta_j \beta_k \\ \beta_i \beta_k & \beta_j \beta_k & \beta_k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix}$$

De la même manière, on peut évaluer le terme :

$$-\int_A \lambda_T \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) dA = \frac{-\lambda_Y}{4A} \begin{bmatrix} \delta_i^2 & \delta_i \delta_j & \delta_i \delta_k \\ \delta_i \delta_j & \delta_j^2 & \delta_j \delta_k \\ \delta_i \delta_k & \delta_j \delta_k & \delta_k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix}$$

Pour l'élément triangulaire, le vecteur de charge thermique due à la source de chaleur C_3 est :

$$\int_A [N]^T S dA = S \int_A \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} dA = \frac{SA}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \text{(III.45)}$$

τ Représente la fonction de l'élément, et θ mesure l'angle de la normale. Négligeant le rayonnement, l'application de la conservation d'énergie dans la direction x au côté jm exige que, la chaleur de conduction sortant de ce côté est égale à la chaleur transférée par convection. Alors :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h\left(T - T_f\right)$$

Evaluons les termes $\int_\tau h[N]^T T \cos\theta \, d\tau$ et $\int_\tau h[N]^T T \sin\theta \, d\tau$ pour la condition au limite de convection le long des côtés de l'élément triangulaire aboutit à :

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{jk}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ Et} \qquad \text{(III.46)}$$

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{ki}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Où l_{ij} , l_{jk} et l_{ki} représentent les côtés de l'élément triangulaire.

Les termes $\int_{\tau} h[N]^T T_f \cos\theta \, d\tau$ et $\int_{\tau} h[N]^T T_f \sin\theta \, d\tau$ contribuent à la matrice de charge thermique. L'évaluation de ces intégrales donne:

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{ij}}{2}\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix},$$

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{jk}}{2}\begin{Bmatrix}0\\1\\1\end{Bmatrix}, \qquad \text{(III.47)}$$

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{ki}}{2}\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}$$

Résumons maintenant la formulation triangulaire. La matrice de conductance de l'élément triangulaire est :

$$[K^{(e)}] = \frac{\lambda_x}{4A}\begin{bmatrix}\beta_i^2 & \beta_i\beta_j & \beta_i\beta_k\\ \beta_i\beta_j & \beta_j^2 & \beta_j\beta_k\\ \beta_i\beta_k & \beta_j\beta_k & \beta_k^2\end{bmatrix} + \frac{\lambda_y}{4A}\begin{bmatrix}\delta_i^2 & \delta_i\delta_j & \delta_i\delta_k\\ \delta_i\delta_j & \delta_j^2 & \delta_j\delta_k\\ \delta_i\delta_k & \delta_j\delta_k & \delta_k^2\end{bmatrix} \text{(III.48)}$$

La matrice de conductance est composé de la conductance suivant x et la conductance suivant y, avec un troisième terme de perte de chaleur par convection à travers le côté ou les côtés de l'élément donnée par les équations (III.33)

Le vecteur de la charge thermique peut avoir deux composantes, une due à la source de chaleur donnée par :

$$\{F^e\} = \frac{SA}{3}\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix} \qquad \text{(III.49)}$$

Et l'autre due à la convection possible à travers le côté ou les côtés de l'élément [33].

III.4.3 Discrétisation de la forme intégrale faible

De l'expression du champ de températures T sur le domaine:$\boldsymbol{T} = [\boldsymbol{N}](\boldsymbol{T})$

Et $(\boldsymbol{grad\, T}) = [\boldsymbol{B}](\boldsymbol{T})$ avec $[\boldsymbol{B}] = [(\boldsymbol{B_1}) \dots (\boldsymbol{B_i}) \dots (\boldsymbol{B_n})]$

Ou :

$$(\mathbf{B_i}) = \begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{N_i}}{\partial \mathbf{x}} \\ \dfrac{\partial \mathbf{N_i}}{\partial \mathbf{y}} \end{cases}$$

$$T^* = [N\,](T^*) = (T^*)^T\,[T]^T \text{et}(grad\, T^*) = [B](T^*), (grad\, T^*) = (T^*)^T\,[B]^T$$

En portant ces relations dans l'équation (III.27), il vient :

$$(\mathbf{T}^*)\left([\boldsymbol{C}] + (\dot{\boldsymbol{T}}) + [\boldsymbol{K}](\boldsymbol{T}) - (\boldsymbol{F})\right) = \mathbf{0} \qquad \text{(III.50)}$$

$$[\boldsymbol{K}]\int_{\boldsymbol{V}}[\boldsymbol{B}]\ \mathrm{T}\ \lambda[\boldsymbol{B}]\ \mathrm{d}V + \int_{\boldsymbol{S}}\mathbf{h}[\boldsymbol{N}]^{\boldsymbol{T}}[\boldsymbol{N}]\ \boldsymbol{d}\ \boldsymbol{s} \quad \text{(III.51)}$$

Où :

[C]: est la matrice de capacité thermique [j °C].

[N]:est la matrice de conductivité thermique [W M C°].

(F) : est le vecteur des flux nodaux [W].

(T) : est le vecteur des températures nodales [°C].

III .5 Méthodes de résolution

Il existe différents algorithmes de résolution pour traiter les problèmes à éléments finis. On peut citer deux classes de méthodes :

Les méthodes de résolution directes,

Les méthodes itératives (gradient conjugué par exemple).

III.5.1 Méthodes de résolution directes

Ces méthodes aboutissent à la solution en un nombre fini d'opérations. Elles sont adaptées au mode de stockage de la matrice [K]. Si cette matrice est symétrique, la méthode de décomposition de Choleski est généralement utilisée. Si elle ne l'est pas, les logiciels recourent à la méthode d'élimination de Gauss.

Les méthodes directes sont employées pour des systèmes de taille moyenne (inférieure à quelques milliers d'inconnues). Le temps de calcul est sensiblement proportionnel au cube du nombre d'inconnues. [31]

III.5.1.1 Méthode de résolution de Gauss-Seidel

Les équations relatives à l'ensemble des nœuds forment un système linéaire de n équations a n inconnus $T_{i,j}$

Pour alléger l'écriture on convient de désigner la température du nœud $P_{i,j}$ par un seul indice K, $T_{i,j}$ on obtient alors un système :

$$a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + \cdots + a_{1K}T_K + \cdots + a_{1n}T_n - b_1 = 0$$
$$a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + \cdots + a_{2K}T_K + \cdots + a_{2n}T_n - b_2 = 0$$
$$a_{m1}T_1 + a_{m2}T_2 + \cdots + a_{mk}T_k + \cdots + a_{mn}T_n - b_m = 0$$
$$a_{n1}T_1 + a_{n2}T_2 + \cdots + a_{nK}T_k + \cdots + a_{mn}T_n - b_n = 0$$

Ou certains coefficients a_{mk}(*m=1…n=K…n*) sont nuls.

En effet, l'équation (3) ne contient que les températures relatives nœuds considérés et ses voisins.

III.5.1.1.1Méthode itérative de Gauss-Seidel

En partant du système initial, on peut exprimer chacune des températures T_k par une combinaison linéaire des (*K-1*) autres par exemple :

$T_1 = (a_{12}.T_2 + \cdots + a_{1K}.T_K + \cdots + a_{1n}.T_n - b_1)/a_{jj}.$

Si on donne à pré une premier série de valeur $T_K{}^{(1)}$ en repartant dans cette dernière équation, on obtient une nouvelle valeur $T_j{}^{(2)}$de $T_j{}^{(1)}$:

$T_1{}^{(2)} = (a_{12}.T_2{}^{(1)} + a_{13}.T_3{}^{(1)} + \cdots + a_{1K}.T_K{}^{(1)} + \cdots + a_{1n}.T_K{}^{(1)} - b_1)/a_{11}.$

De même pour T_2 ona :

$T_2 = (a_{21}.T_1 + \cdots + a_{23}.T_3 + \cdots + a_{2K}.T_K + \cdots + a_{2n}T_n - b_2)/a_{22}.$

En introduisant cette fois la nouvelle valeur de T_2 :

$T_2{}^{(2)} = (a_{21}.T_1{}^{(1)} + a_{23}.T_3{}^{(1)} + \cdots + a_{2K}.T_K{}^{(1)} + \cdots + a_{2n}.T_K{}^{(1)} - b_2)/a_{22}$

De même sur T_3, en reportent $T_1{}^{(2)}$ et $T_2{}^{(2)}$ on aura :

$T_3{}^{(2)} = (a_{31}.T_1{}^{(2)} + a_{32}.T_3{}^{(2)} + \cdots + a_{3K}.T_K{}^{(1)} + \cdots + a_{3n}.T_n{}^{(1)} - b_3)/a_{33}$

Ainsi d'une façon très générale, la température T_K à l'itération (*P+1*) s'exprime par la relation : $T_K{}^{(P+1)} = \left[-\sum_{j=1}^{k-1} a_{nj}\, T_j{}^{(P+1)} - \sum_{j=k+1}^{n} a_{kj}\, T_j{}^{(P)} + P_k\right]/a_{kk}$

Pour la dernière température, cette expression prend la forme :

$$T_n^{(P+1)} = \left[-\sum_{j=1}^{n-1} a_{nj}\, T_j^{(P+1)} + P_n \right] / a_{nn}$$

Les deux dernières relations permettent de calculer par approximations successives les valeurs des températures aux différents nœuds ; à partir d'une répartition imposée, on arrête le calcule lorsque l'on observe de faible écart entre les valeurs successives des températures, [32]

III.5.1.2 Algorithme TDMA

Les systèmes obtenus sont ici tris diagonaux. Leur résolution se fait donc en utilisant l'algorithme TDMA qui transforme le système tri diagonal en un système triangulaire supérieur dont la résolution est immédiate par remonte .Soit à résoudre le système tri diagonal suivante:

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & \\ & & & & c_{j-1} & \\ & & & a_j & b_j & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \\ \\ u_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \\ \\ v_j \end{vmatrix} \qquad \text{(I)}$$

L'algorithme consiste à transformer le système (I) en un système triangulaire supérieur de la forme:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & & & & \\ & 1 & \alpha_2 & & & \\ & & 1 & \alpha_3 & & \\ & & & & \alpha_{j-1} & \\ & & & & 1 & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \\ \\ u_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \\ \\ \beta_j \end{vmatrix} \qquad \text{(II)}$$

Il faut pour cela déterminer les coefficients α_i et β_i .

Le système (II) permet d'écrire:

$$u_i = \beta_j$$
$$u_{j-1} = \beta_{j-1} - \alpha_{j-1} u_j$$
$$----------$$
$$u_{k-1} = \beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k \quad (II-3)$$
$$u_k = \beta_k - \alpha_k u_{k+1} \quad (II-4)$$
$$----------$$
$$u_1 = \beta_1 - \alpha_1 u_2$$

Ecrivons la ligne k du système (I) :

$$a_k u_{k-1} + b_k u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k$$

*Et remplaçons-y u_{k-1} par son expression (II-3):

$$a_k \left(\beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k\right) + b_k u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k$$

Ce qui donne:

$$\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right) u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k - a_k \beta_{k-1}$$

Soit:

$$u_k = \frac{\nu_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} - \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} u_{k+1}$$

Une comparaison avec l'équation (II-4) conduit finalement à:

$$\beta_k = \frac{\nu_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)}$$
$$\alpha_k = \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} \quad (III)$$

Les suites (III) permettent donc de déterminer les coefficients inconnus d'indice k à partir des coefficients d'indice k-1.

Il nous reste à initialiser ces suites et donc à déterminer $\alpha 1$ et $\beta 1$.

Pour cela, on utilise les deux premières lignes des systèmes (I) et (II):

$$b_1 u_1 + c_1 u_2 = \nu_1$$
$$u_1 + \alpha_1 u_2 = \beta_1$$

Qui conduisent à:

$$\beta_1 = \frac{\nu_1}{b_1}$$

$$\alpha_1 = \frac{c_1}{b_1}$$

Une fois tous les coefficients déterminés, on peut résoudre le problème par remontée. [34]

Conclusion

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tous les couplages entre les principaux phénomènes physiques (transfert de chaleur) entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, ou on a développé la discrétisation de la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur par la méthode des éléments finis quelle est la base de l'ANSYS.

Chapitre IV
résultats et discussions

Introduction

Dans un échangeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Une grande part de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, alors dans ce chapitre on va étudier l'échangeur a plaque pour connaitre sa géométrie (surface d'échange et section de passage des fluides) ,ses caractéristiques thermo physique, les profils de température ensuite de injecter un autre fluide (nanofluide) et comparer les résultats.

IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL)

ANSYS est un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment à: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique…etc.

Les différentes étapes nécessaires à la simulation d'un problème physique

- Type de calcul (2 Dou 3D)
- Choix de maillage
- Equation de résolues
- Condition aux limites
- Conditions initiales
- Mise en place d'obstacles
- Méthodes et paramètres numériques (choix des schémas, résidus….)

IV.2 Identification

Dans cette partie on a refaire la même simulation avec les mêmes méthodes de la thèse présenté pour l'obtention du diplôme de Master au niveau de l'université Docteur Yahia Fares en chimie de spécialité normes et contrôle de qualité afin de comparer nos résultats avec ceux de la thèse précédemment.

IV.2.1 Démentions de l'échangeur à plaque simulé au programme ANSYS [02]

	Variation de X(m)		Variation de Y(m)	
Carrée N1	0	0.0315	0	1.2
Carrée N2	0.0045	0.027	0	1.2
Carrée N3	00135	0.018	0	1.2

Tableau (IV-01) : Géométrie de l'échangeur de chaleur à plaque.

e :Le diamètre de plaque=0.0045m.

d :Le diamètre hydraulique=diamètre entre les deux plaques=0.009m.

IV-2-2 Propriétés : [02]

	Lait	Eau	Al_2O_3	CuO	aluminium
Chaleur spécifique Cp	**3912**	**4037.24**	**765**	**385**	
Coductivité	**0.642**	**0.68**	**40**	**401**	**237**
Densité	**10001.34**	**983.34**	**3970**	**8933**	**2700**
Viscosité	**0.000604**	**0.00033**	**0.000891**	**-**	**-**
Température	**77.5**	**103**	**103**		
Pression	**0**	**0**	**0**		
vitesse	**0.52**	**0.52**			

Tableau(IV- 02) : Propriétés du fluide et matériau d'échangeur de chaleur.

IV.2.3 Etapes du travail sur ANSYS

1/- Géométrie :

a)-Créer les points :

Preprocessor/Modeling/Create/Keypoints/In active CS (tableau pour le numéro du chaque point avec sa position (x,y)).

b)-Créer les lignes entre les points

Keypoints/Lines/Lines/Straight line/TruKPt (tableau pour créer des lignes entre chaque deux point)

c)-Créer la surface entre les lignes

Keypoints/Area/Arbitrary/By lines (sélectionner les lignes pour créer la surface).

Create/Operate/Booleens/Overlap/Area/Glue.

Elément type/(Add/Edit/Delete)/(tableau)/Add/FLOTRAN CFD/2D FLOTRAN 141/ok/Option/(number of spicies(K1=2))/ok/close./Elément type/materialprops/materialmodels(tableau)/material/new/tableau(=2)/mat1=le fluide(créer ses propriétés(CFD/conduction par exemple/Iso(tableau pour créer la valeur) et la même chose pour mat2(le materiau(alimunium dans notre cas).

d)- Maillage

Modeling/Meshing/Meshtool (tableau à droite)/set global (tableau(=1))/Sélectionner la surface des deux fluides (ok(tableau à gauche(0,001)(ok)/set area/Mesh/reselectionner la surface/ok(maillage du surface de circulations des deux fluides)/Set global(tableau(=2))/sélectionner la surface des parois/(ok(tableau à gauche(0.001)ok/set area/Mesh/reselectionner la surface/ok(maillage de surface des parois.

Pour confirmer le maillage :Plot Ctrl/Numbering/tableau(selectionnerArea,Element devient materialsnumber et [NUM] devient Coloronly)/ok./plot/Area.

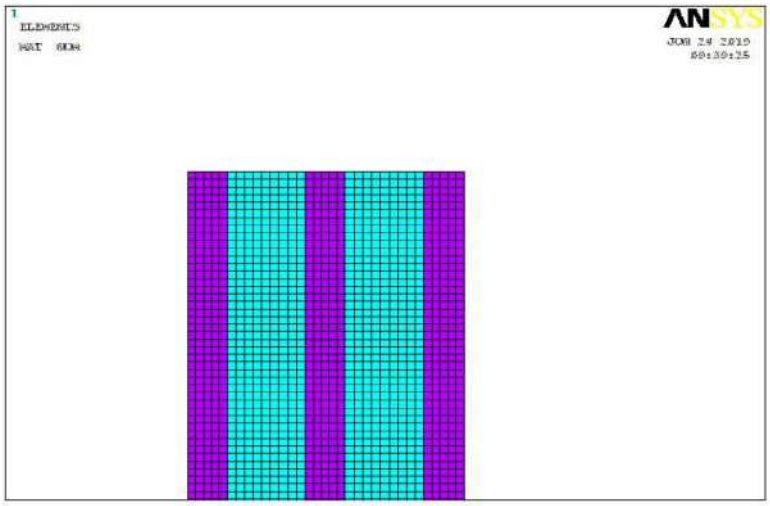


Fig VI. 1 maillage d'un échangeur à plaque

e)- Conditions aux limites

Loads/Defineloads/Apply/thermal/température/on lines/Sélectionner l'entré de Al_2O_3/ok(103°C)ok/température/on lines/sélectionner l'entrée de lait/ok(77.5°C)ok.

(Fluid/CFD)/Velocity/By lines/sélectionner l'entrée de l'eau(0.52m/s)ok/Velocity/By lines/Sélectionner l'entrée de lait (-0.52m/s car il circule au sens inverse)/ok.

Velocity/PressureDOF/On lines/sélectionner la sortie du Al_2O_3 et de lait/tableau (P=0 car c'est la pression atmosphérique).

Fluid CFD/species/on lines/tableau(ok)/selectioner l'entrée du Al_2O_3 (species1=1(100% eau) et species2=0(0% lait) et la même chose avec le lait mais l'inverse(1=0 et 2=1).

Flotrandet up/fluid prop/(tout=CMIX)/ok/ok.

Flotran set up/multi species/ok

On a : species1 :General/ok/ Al_2O_3/ok et species2 = lait.

Species1/propriétés/tableau/la même chose avec species2 (lait).

Flotran set up/solution option/(multispecies+thermal(selectionner) et laminaire devient turbulent)/ok.

Exécution ctrl/300 itérations/solution option/flotran set up/Run (patientez jusqu'à le programmes resoudre le max des équations)/Solution done/General post/plot results/readresults/last set/plot/contour plot/Nodal/DOF et choisir le profile (temperature, pression et vitesse).

IV.3 Résultats dans un milieu fluide

IV.3.1 Profil de température

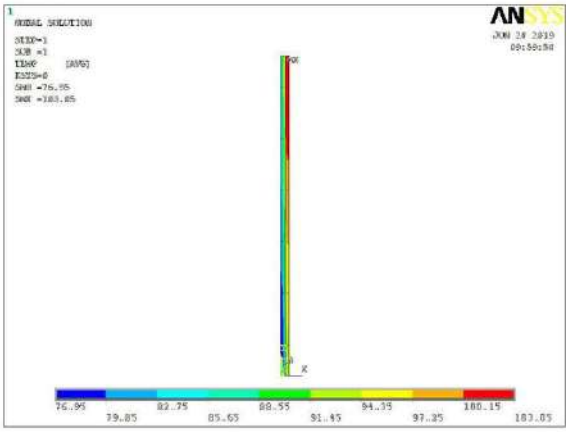


Fig.IV.2 Profil de température en les 4 positions (échangeur a plaques)

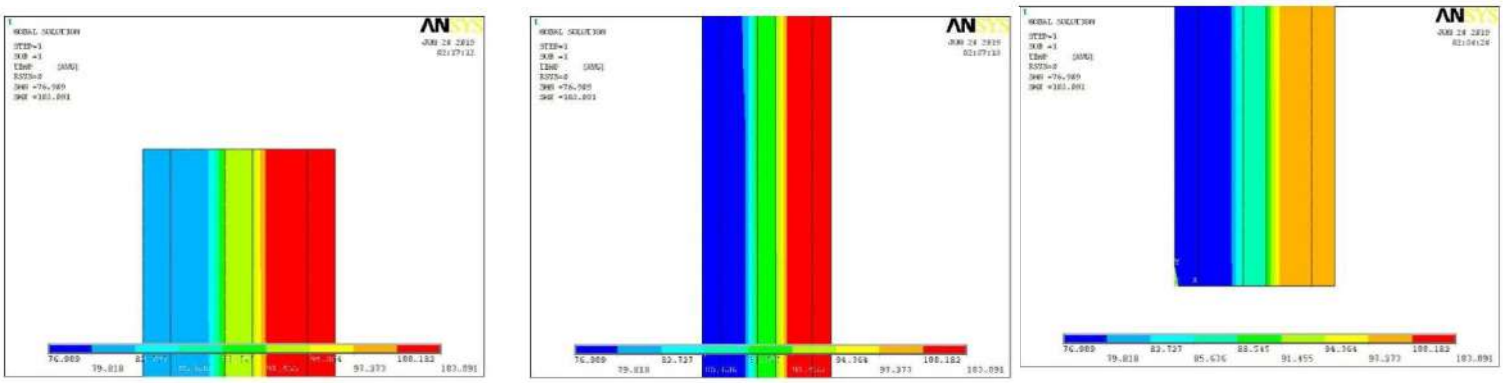


fig IV.3 Température avec fluide eau

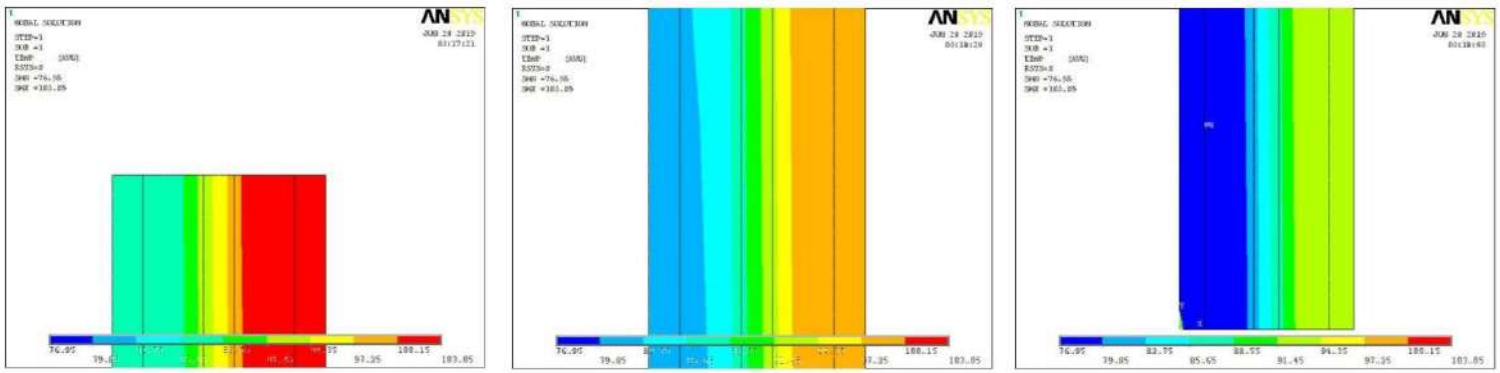


fig IV.4 Température avec le nano CuO

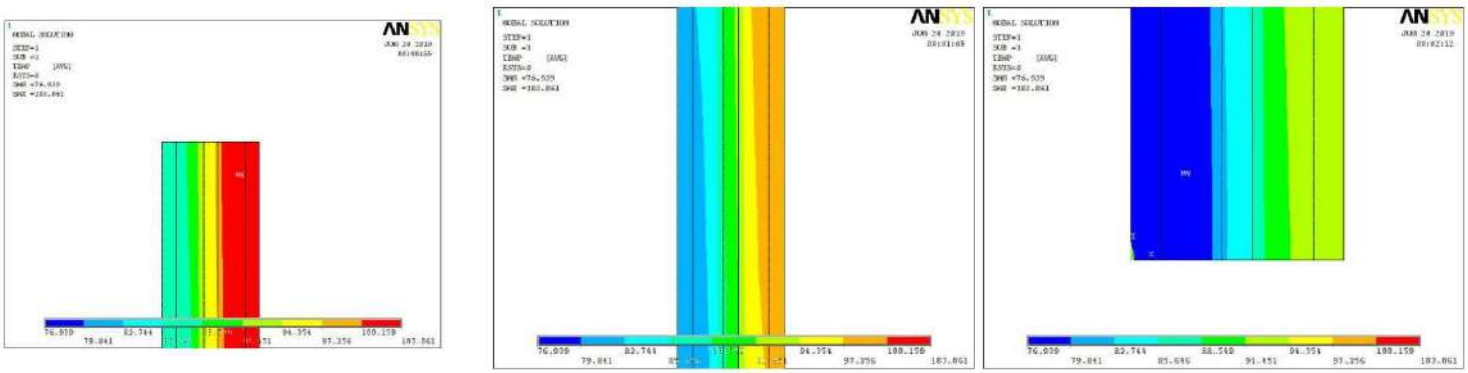


Fig IV.5 Température avec le fluide Al_2O_3

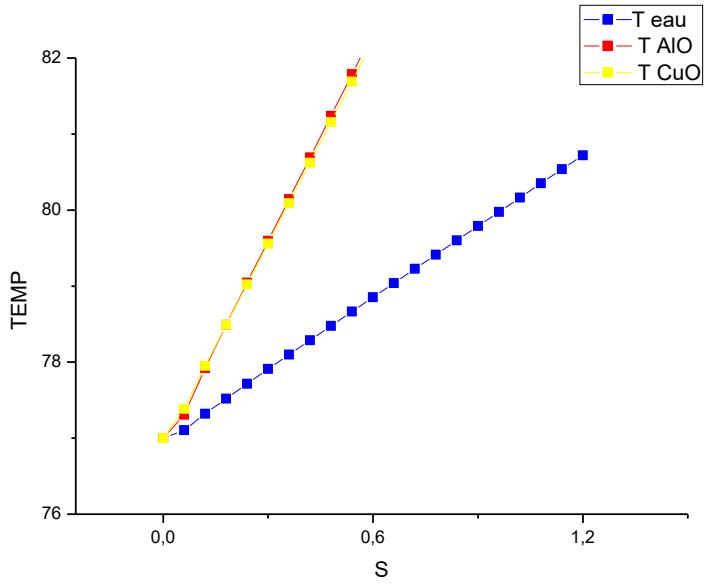


Fig IV.6 Représentation de température radial

La figure précedante représente la distribution de champ de température radiale entre les 3 fluide (eau, eau-aliminium, et eau-cuivre). On remarque que la distribution de température dans le cas de deux nanofluide est plus rapide par rapport a l'eau et la température de lait à la sortie de l'échangeur est plus grande par rapport a l'eau (elle atteindre environ 82°C)

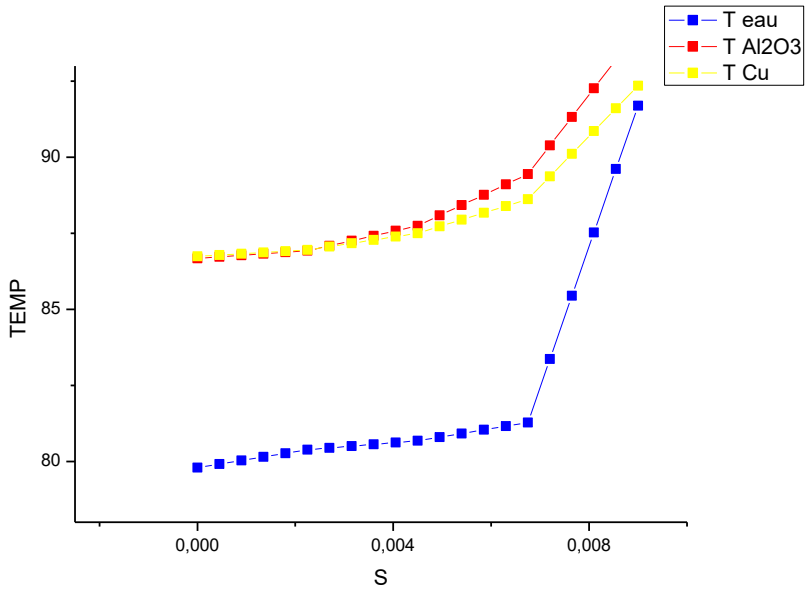


Fig IV.7 Présentation de température axiale

La figure précedante représente la distribution de champ de température axiale entre les 3 fluide (eau, eau-aliminium, et eau-cuivre). On remarque que la distribution du flux de chaleur dans le cas de deux fluide (eau-al, eau-cuivre) est plus rapide par rapport a l'eau.

IV.3.2 Profil de vitesse

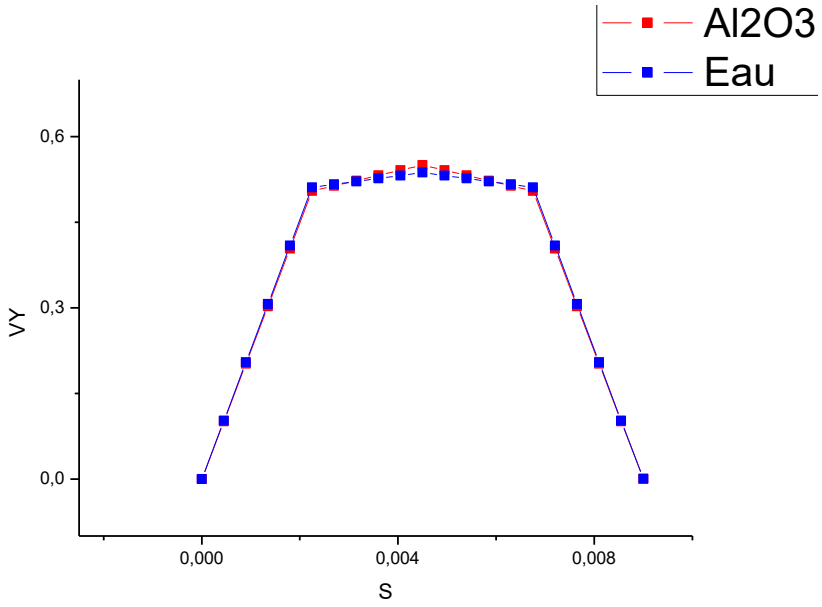


Fig IV.8 Présentation de profil de vitesse radial

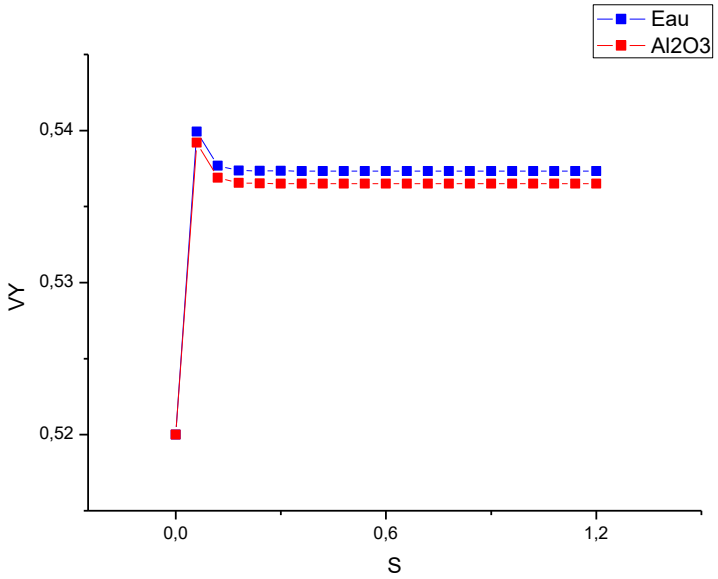


Fig IV.9 Présentation de profil de vitesse axiale

La figure précedante représente la distribution de champ de vitesse axiale et radiale entre les 2 fluide (eau, eau-aliminium). On remarque que la distribution de la vitesse dans le cas de deux fluide (eau-al, eau-cuivre) est négligeable.

Conclusion

D'après les résultats de simulation ont montré que le transfert thermique entre le fluide chaud (eau) et froid (lait) et très avantagé par l'effet de fluide mise en jeux dans l'échangeur. On a vue que les résultats avec le nanofluides sont plus performants qu'avec l'eau.

conclusion générale

Conclusion générale

Ce travail de mémoire a porté essentiellement sur l'étude des phénomènes touchant les domaines de calcul numérique dans les échangeurs de chaleurs avec objectif de contribuer à améliorer les connaissances des écoulements et des transferts de chaleur dans les échangeurs à plaque. Il explore en détail, le comportement d'écoulement et de transfert thermique conducto-convectif en fonction de plusieurs paramètres géométriques. Plusieurs études de recherches ont été effectuées sur fluides mis en jeux dans les échangeurs de chaleur afin de connaitre ces phénomènes physiques. La compréhension de ceux ci nous a permet d'avoir une idée pour améliorer les performances de ces types d'échangeurs de chaleur. Cette idée consiste à changer le fluide caloporteur pour améliorer la dissipation de la chaleur dans notre échangeur. Notre étude a été réalisée numériquement avec changement de fluide caloporteur. Les simulations numériques des phénomènes thermiques et dynamiques ont été effectuées en utilisant le logiciel Ansys.

Notre travail c'est concentré sur le comportement des échangeurs de chaleur à plaque par un modèle basé sur la simulation des écoulement permanant en utilisant la discrétisation par élément finis ,en jouant sur le changement de fluide, en régime laminaire avec une configuration contre courant

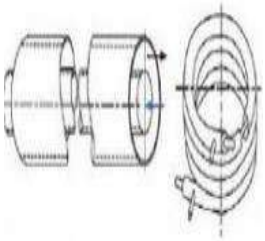
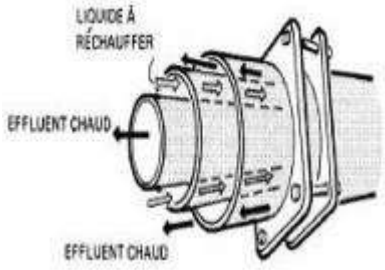
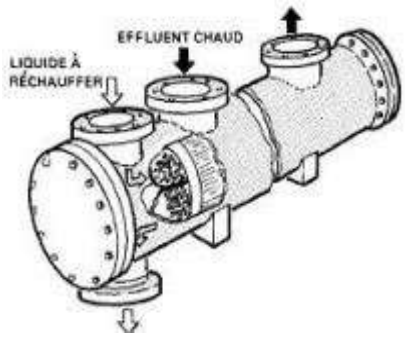
Les échangeurs à plaque avec l'utilisation de nanofluide représentent une application pratique pour l'amélioration de l'efficacité de l'échangeur d'une part la diffusion de la température radial et axial ; et d'autre part la température du lait à la sortie de l'échangeur et plus élevé comparant avec l'eau.

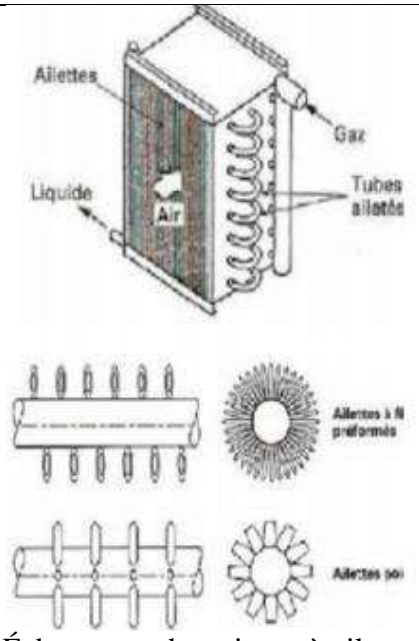
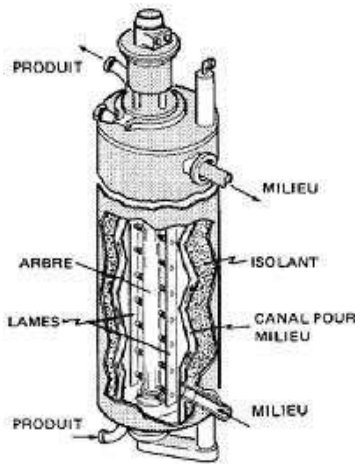
En perspective nous proposant et on met en évidence le pourcentage des nanoparticules dans le fluide principale pour une meilleure performance thermique et dynamique de l'échangeur à plaque.

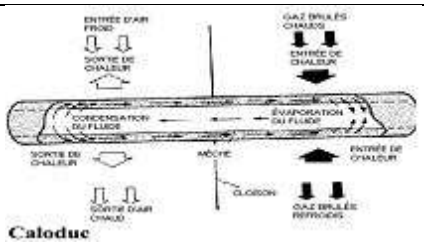
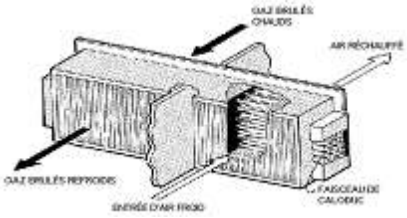
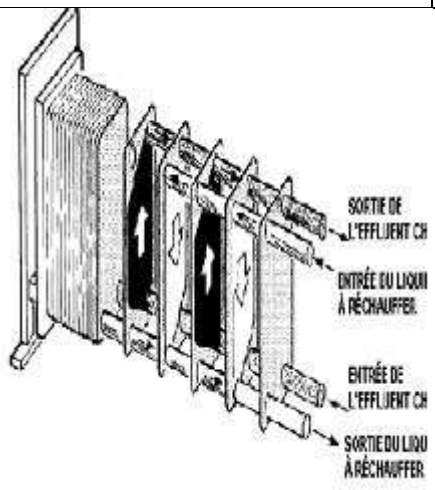
Annexe

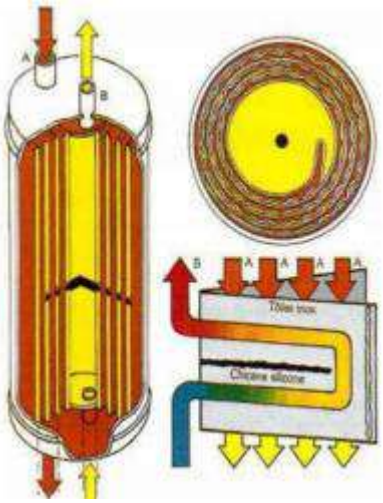
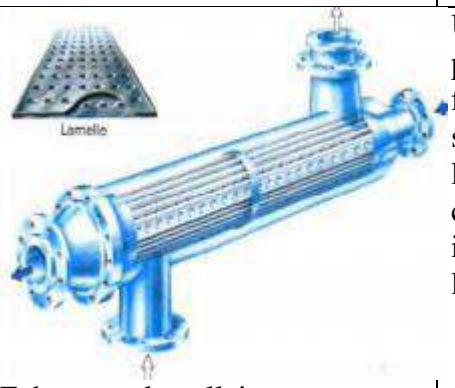
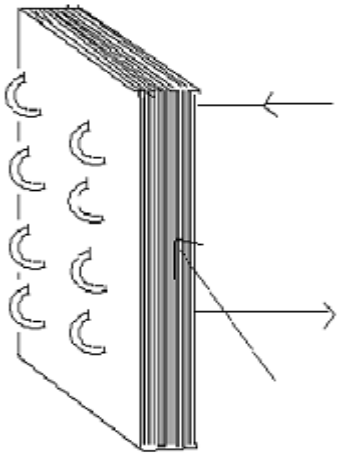
Annexe 01

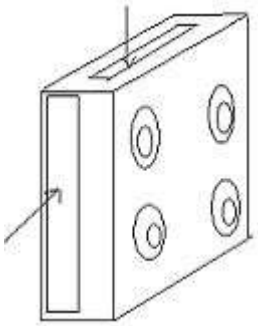
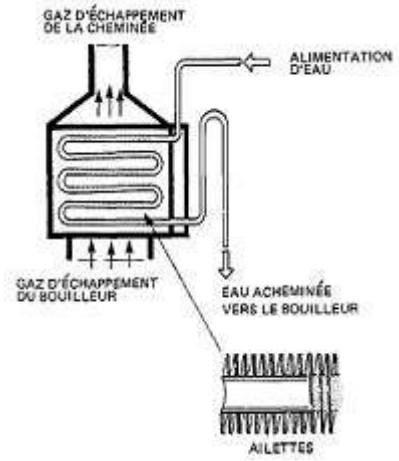
Voici une brève description des types d'échangeurs thermiques les plus communément utilisés :

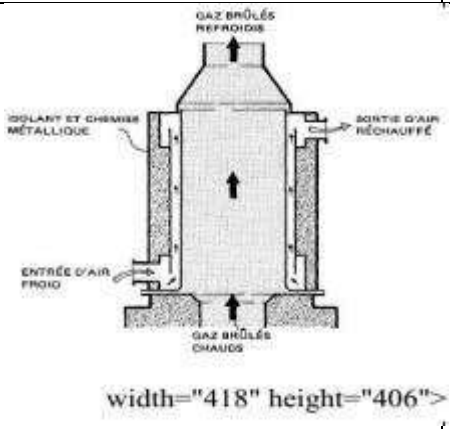
La catégorie	Le type	Les caractéristiques
Tubulaire → mono tubulaire. → bitube. →faisceaux de tubes.	 Echangeur mono tubulaire	échangeurs à tube unique ; il est placé à l'intérieur d'un réservoir, généralement, prend la forme d'un serpentin.
	 Echangeur bitube (tube coaxiaux ou double enveloppe, concentrique).	L'échangeur à deux tubes coaxiaux est le plus simple des échangeurs (à simple passe). Le premier fluide s'écoule dans le tube intérieur tandis que l'autre s'écoule dans l'espace annulaire compris entre les deux tubes. Ces appareils sont intéressants pour les facilités qu'ils offrent pour le démontage et l'entretien. Ils peuvent fonctionner en contre-courant pur, ce qui permet d'obtenir de bons rendements. Par contre, ils présentent les inconvénients suivants : risque de fuites aux raccords – flexion du tube intérieur si la longueur est importante - surface d'échange faible. Cet échangeur convient aux produits sales, pour des débits faibles, des températures et des pressions élevées pour les liquides visqueux
	 Echangeur a tube et calandre	Echangeur à multi passe, peut assimiler à une superposition de plusieurs échangeurs à double tube il comporte un faisceau de tubes enfermé dans une enveloppe cylindrique appelée « calandre ». Un des fluides coule à travers les tubes et l'autre à travers l'enveloppe au-dessus du faisceau de tubes. l'implantation des chicanes permet d'irriguer mieux tous les tubes. Le nettoyage de l'échangeur s'entrouve

		facilité, bien que les tubes eux-mêmes demeurent difficiles à nettoyer. Quelques-unes des applications possibles sont le chauffage de l'eau, les condenseurs, les rebouilleurs et les fours multitubulaires. Il sert le plus souvent dans des opérations ne s'appliquant pas directement à un produit alimentaire car l'enveloppe et les tubes peuvent être difficiles à inspecter.
	 Échangeurs thermiques à ailettes	C'est un échangeur à type échanges gaz liquide, il est constitué d'un faisceau de tubes dans lequel circule le liquide à réchauffer et au-dessus duquel s'écoulent des gaz d'échappement caloporteurs. Des ailettes fixées aux tubes augmentent la surface d'échange. Il sert à chauffer l'eau à toutes sortes de fins, (l'eau d'alimentation des chaudières ou l'eau de nettoyage).
	 Echangeur à lames râlantes	Cet échangeur est formé d'un arbre rotatif de lames montées concentriquement à l'intérieur d'un tube isolé et enveloppé. Le produit circule à travers le tube interne où, constamment, les lames l'agitent en même temps qu'elles raclent les parois du tube pour le nettoyer. Le fluide, caloporteur ou de refroidissement, circule dans l'espace annulaire entre le cylindre de transmission de chaleur et le tube externe qui est isolé. Les échangeurs à lames raclantes sont conçus pour les produits à haut degré d'encrassement et pour les opérations de cristallisation, leurs nettoyages est facile.

	 Caloduc  Echangeur à caloduc (liquide en équilibre avec sa phase gazeuse)	Il s'agit d'un échangeur à échanges gaz/gaz constitué d'un grand disque poreux fait d'un matériau à capacité d'absorption thermique élevée (grillage en acier inoxydable, céramique, etc.). Le disque tourne entre deux conduites d'air accolées, l'une où circule l'air froid et l'autre où circule l'air chaud. La circulation s'y fait à contre-courant. Quand la roue tourne, elle absorbe d'abord la chaleur provenant du courant d'air plus chaud et l'emmagasine temporairement. Elle vient ensuite en contact avec le courant d'air froid et lui communique sa chaleur. Les applications comprennent le préchauffage de l'air du système de ventilation ou de l'air des séchoirs et des fourneaux, au moyen de l'air d'évacuation.
à plaques →à plaques planes →à plaques munies d'ailettes →à tube munies d'ailettes	 Echangeur à plateaux ou à plateaux et cadre.	. Echangeur à deux fluides liquides ou à deux fluides gazeux, il est constitué de deux tirants auxquels sont fixées des plaques de métal à ondulations en nombre variable garnies de joints d'étanchéité à leur périphérie. l'échange de chaleur est intensifié par l'augmentation de la Turbulence favorisée par des ondulations. Il est le plus simple car il est facile à nettoyer et inspecter le produit alimentaire ou l'eau potable. Il est employé en pasteurisateurs (usage du lait et des œufs) aussi le préchauffage de l'eau des chaudières avec des effluents d'eau chaude, le préchauffage de l'eau d'un échaudoir, le chauffage de l'eau potable.

	 Echangeur à spirales.	Cet échangeur est formés par une paire de plaques enroulée selon une hélice délimitant deux espaces annulaires rectangulaires ou' les fluides circulent à contre-courant (ce type peut être très compact). Comparativement à ceux de l'échangeur calandre, il comprend compacité, exigences d'entretien moins grande accessibilité facilitant l'inspection et le nettoyage et tendance plus facile à l'encrassement. Il est fréquemment utilisé dans le traitement de l'eau de refroidissement usée et ils se révèlent également efficaces dans la récupération de la chaleur dégagée par des vapeurs à pression atmosphérique. Aussi il peut servir à condenser la vapeur à pression atmosphérique provenant de cuiseurs ouverts, pour chauffer l'eau de nettoyage de l'usine.
	 Echangeur lamellaire	Un échangeur à lamelles est à plaques soudées. Les plaques sont formées par des tôles embouties et soudées deux par deux, formant des lamelles à l'intérieur desquelles circule l'un des fluides. Le tout est inséré dans une calandre dans laquelle circule le deuxième fluide.
	 Echangeur batterie à ailettes.	L'échangeur à ailettes continues est appelé batterie à ailettes, il est utilisé dans le cas d'un échangeur liquide gaz tels que : radiateur de voiture, condenseur d'un climatiseur de fenêtre…etc. la faible valeur du coefficient convectif du gaz, qui est souvent de l'air, est soignée par la pose des ailettes continues de diverses fores sur la surface d'échange primaire couplé en général par l'utilisation d'un ventilateur. l'ailette est une plaque mince construite dans un métal très bon conducteur (cuivre, aluminium,…etc.) elle contient

<table>
<tr><td></td><td></td><td>plusieurs trous circulaires par lesquelles passent tous les tubes de la batterie. un faisceau de tubes contient plusieurs dizaines d’ailettes.</td></tr>
<tr><td></td><td>
Echangeur platulaires (plaques soudées)</td><td>C’est une chambre faite d’une tôle emboutie soudée par points sur une tôle plane.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Types particuliers d’échangeurs thermiques.
les échangeurs thermiques que l’on vient de décrire existent aussi sous des formes plus ou moins modifiées.</td><td>

Echangeur économiseur</td><td>L'économiseur est un échangeur à tubes à ailettes qui transfère la chaleur récupérée des gaz de combustion à l'eau d'alimentation des chaudières. Types particuliers d’échangeurs thermiques.</td></tr>
<tr><td>

width="418" height="406">
Pré chauffeur d'air de combustion</td><td>On a ici une variété d'échangeur thermique, à fluides gazeux, qui récupère la chaleur perdue provenant des gaz de combustion d'un générateur d'air chaud pour chauffer l'air d'admission destiné à la combustion.</td></tr>
</table>

Figure (I.5) Différent types des échangeurs [10].

BIBLIOGRAPHIE

[1] : Padet J., Echangeurs thermiques, Masson, 1993. (BIB'INSA)

[2] : A.mezmiz. Mini projet 1 ère post graduation " différent type d'échangeur" de l'université Mentouri Constantine 2006.

[3] : M. MOUSSA, J. MARIE PERRIERCORNET. Échangeur de Chaleur: échangeur tubulaire et [Échangeur à surface raclée, JEAN CASTAING LASVINOTTES 2002.

[4]:Incropera F.P., De Witt D.P., Fundamentals of heat and mass transfer, Wiley & Sons, 1990.

[5] :J.PADET. Échangeurs thermiques. Masson, paris Milan Barcelone 1994

[6] :J.F.SACCADURA. Initiation aux transferts thermiques, paris 4éme tirage 1993.

[7] :site web: la récupération de la chaleur dans l'industrie des aliments et boissons. Htm.

[8] :W. TECHNID. Raffinage et génie chimique Tomme 1, et 2 1965.

[9] : Alfa-Laval, Les cahiers Alfa-Laval, Spécial Thermique, N°17, 1987

[10] :mémoire de Benyada Nada. LeThème d'étude et optimisation des échangeurs de chaleur

[11] Choi; S.U.S Enhancing thermal conductivity of fluids with nanopartiles,Developments and Applications of Non-Newtonian Flow,FED –vol 2231/MD-vol 66(1995),pp:99-105.

[12] Maouassi Ammar,Intensification des echanges de chaleur par l'utilisation des nanofluides,Universite m'hamed Bougara Boumerdes 2012

[13] salma Halelfadl, Caractérisation des propriétés thermo-physiques et d'échanges de chaleur des nanofluides à base de nanotubes de carbone, Université européenne de Bretagne 2014

[14] REZAIGUIA Issam, Investigation des échanges convectifs dans diverses configurations, UNIVERSITE CONSTANTINE 1,2014

[15] LEBBIHI Saci, refroidissement par convection Naturelle d'une source de chaleur Loclisee au fond d'une enceinte Remplie de nanofluide, Université Mohamed Khider Biskra, 2014

[16].kanet J. A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, W. Yu, L. J. Thompson; Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles, Applied Physics Letters 78 (2001) 6.

[17] Y. Yang, Z. G. Zhang,A. E. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu;Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, International Journal of Heat and Mass Transfer 48 (2005) 1107-1116.
[18] Amin Behzadmehr Hassan Azarkish ;An Introduction to the nanofluid universty of Sistan and Baluchestan, 2000.
[19] RIBIERO João-Paulo, Dossier Technique de l'ingénieur, nm5115, Nanofluides pour les applications thermiques, 2009.
[20] : Anna Maria BIANCHI, Y ves FAUTRELLE et Jaquelin ETAY, Transfert thermique, premier édition presse polytechnique et universitaire ramandes ; 2004.
[21] : Y ves JANNOT ; transfert, *Ecole des Mines Nancy* 2008.
[22] :http://fr.wikipedia.org/l'équation de Navier-Stokes.
[23] : J-Réveillon, écoulement turbulent base et modélisation, université de Rouen.
[24] :ROLAND Sttiestel, les écoulements turbulent modélisation et simulation, deuxième édition HERMES1998
[25] :B. E. LAUNDER, D, B. SPALDING, the numerical computation of turbulent transportdv. Geophysics, vo118A, (1974).
[26] : ZEROUT AMAR, prévision numérique de jets turbulents tourbillonnants avec le modèle (k-ε), thèse de magistère, ST BLIDA 1997.
[27] :ONNC.POPA, Modélisation Numérique De Transfert Thermique, Universitaria Craiova, 2002.
[28] : Eric GINCALVES, résolution numérique, discrétisation des EDP et EDO, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIUE DE GRENOBLE-Septembre 2005
[29] :B. E. LAUNDER, D, B. SPALDING, the numerical computation of turbulent transportdv. Geophysics, vo118A, (1974).
[30]: Modèle D'Etalement Et Traitement Numérique, Discrétisation la forme.
[31] :Raymond QUERE, Amélioration de modèles électrothermiques de composants de puissance de type TBH ou PHEMT et application à la conception optimale de modules actifs pour les radars, Thèse de doctorat de L'UNIVERSITE de LIMOGUES, mai 2004.
[32] :Medjeber Mohamed et Yekrelf Hicham « écoulement d'air dans une cavité parallèlipédique chargée d'obstacle », diplôme d'ingénieur, Université de Yahia fers de Médea ,2008.