REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Electrique
Spécialité : Systèmes des Télécommunications

Etude des caractéristiques d'une antenne patch avec une couche supplémentaire

---

Présenté par :

M. NOUMARI ali

M. ALLOTI Houcine

Proposé et Dirigé par :

M. BOURAIOU Abdelouahab

Promotion 2020

الملخص :

نظرا للتطورات الكبيرة التي تشهدها ميادين التكنولوجيا بصفة عامة وميدان الإتصالات السلكية و اللاسلكية بصفة خاصة فإن هذا الأخير في تطور مستمر ومن ضمن أهم العناصر التي ساهمت في هذا التطور هي الهوائيات.
تنقسم الهوائيات إلى عدة أنواع من بينها الهوائي المطبوع الذي هوالعنوان الرئيسي لهذه الأطروحة ولأجل ذلك قمنا بدراسة هوائي مطبوع عنصره المشع مستطيل الشكل ذوطبقتين عازلتين وناقشنا تأثير وجود طبقتين عازلتين على خصائص الهوائي المهمة التي تحدد أداءه وفعاليته.
الكلمات المفتاحية: الهوائي المطبوع، طبقتين عازلتين.

Résume :

Compte tenu des grands développements dans les domaines de la technologie en général et du domaine des communications filaires et sans fil en particulier, ce dernier est en développement continu et parmi les facteurs les plus importants qui ont contribué l'évolution sont les antennes.
Les antennes sont divisées en plusieurs types, dont l'antenne imprimée, qui est le titre principal de ce mémoire, et pour cela nous avons étudié une antenne imprimée avec un élément rayonnant rectangulaire avec deux couches isolantes, et nous avons discuté l'effet de la présence de deux couches isolantes sur les caractéristiques importantes de l'antenne qui déterminent ses performances et son efficacité.
Mots clés : antenne imprimée, deux couches d'isolantes.

Abstract :

In view of the great developments in the fields of technology in general and the field of wired and wireless communications in particular, the latter is in continuous development and among the most important factors that have contributed to this evolution are the antennas.
Antennas are divided into several types, including the printed antenna, which is the main title of this thesis, and for this we studied a printed antenna with a rectangular radiating element with two insulating layers and we discussed the effect of the presence of two insulating layers on the important antenna characteristics that determine its performance and effectiveness.
Key words : printed antenna, two layers of insulation.

Remerciement

C'est avec un très grand honneur que nous réservons cette page en signe de gratitude et de reconnaissance à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à la réalisation de ce projet.
Nous voudrons adresser nos vifs remerciements à tous nos enseignants et personnel de l'Université yahia fares de medea qui ont contribué à notre formation.
Nous exprimons notre profonde gratitude à notre encadreur ***M.Abdelouahab BOURAIOU*** d'avoir dirigé ce travail.
Nous remerciement s'adressons également à monsieur le président de jury et les Membres du jury pour l'honneur qu'ils nous font d'avoir assister à notre soutenance.

Dédicace

Je dédie ce travail,
A Dieu, à qui je dois tout,
A mes chers parents, mes frères, mes soeurs,
Pour les soutiens et l'aide qu'ils m'ont apportés tout au long de ma vie.
A ma grande famille, qui m'a toujours soutenu, je leurs souhaite bonne santé et longue vie.
A tous mes amis, pour leur soutien moral de tous les instants, qui ont toujours été là pour moi,
A tous mes professeurs, pour leur apport à ma formation.

NOUMARI ALI

Dédicace

Aux êtres qui me sont les plus chers“ MES PARENTS ”
Pour leur amour, leur education et leurs sacrifices.
A mes frères et mes soeurs, pour qui je souhaite une bonne continuation dans leurs études et projets d'avenir.
A mes chers amis et frères,ali, hichem et abderrahmane.
A toute ma famille.
A tous mes amis.
A tous ceux qui m'ont aidé à faire ce travail.

ALLOTI HOUCINE

Table des matières

Table des figures **viii**

Liste des tableaux **x**

INTRODUCTION GENERALE **1**

1 Généralités sur les antennes imprimées **3**
1.1 INTRODUCTION 3
1.2 Notions de bases sur les antennes. 4
1.2.1 Définition d'une antenne 4
1.2.2 Caractéristiques des antennes 5
1.2.2.1 Diagramme de rayonnement 5
1.2.2.2 Directivité 6
1.2.2.3 L'impédance d'entrée 6
1.2.2.4 Le VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) . . 7
1.2.2.5 Le coefficient de réflexion 8
1.2.2.6 Le rendement 9
1.2.2.7 La polarisation 9
1.2.2.8 Le gain 9
1.2.2.9 La bande passante (BP) 10
1.2.3 Rôles des antennes 11
1.2.4 Types des antennes 11
1.2.4.1 L'antenne dipôle 11
1.2.4.2 L'antenne monopôle 13
1.2.4.3 Antenne de guide d'onde avec fentes 14
1.2.4.4 L'antenne log-périodique 15
1.2.4.5 Antennes cornées 16
1.2.4.6 Les antennes directives 16
1.2.4.7 L'antenne IFA 17
1.3 Les antennes imprimées 18
1.3.1 Historique des antennes imprimées 18

1.3.2 Structure d'une antenne patch 18
1.3.3 Mécanismes de rayonnement de l'antenne patch rectangulaire 19
1.3.4 Polarisation de l'antenne 20
1.3.5 Techniques d'alimentation des antennes imprimées . . . 20
1.3.5.1 Alimentation par ligne microruban 20
1.3.5.2 Alimentation par sonde coaxiale 21
1.3.5.3 Alimentation par couplage par fente 21
1.3.5.4 Alimentation par couplage de proximité . . . 22
1.3.5.5 Circuits équivalents des lignes d'alimentation 23
1.3.5.6 Comparaison entre les différentes méthodes d'alimentation 23
1.3.6 Avantages etinconvénients des antennes patches 24
1.3.7 Applications 24
1.4 Conclusion 25

2 Mise en équation du problème 26
2.1 INTRODUCTION 26
2.2 Formulation théorique du problème de la fonction de Green . . 27
2.3 Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée . 33
2.4 Application pour une antenne micro-ruban avec couche supplémentaire 38
2.4.1 présentation de la structure à étudier 38
2.4.2 Calcul du tenseur spectrale de Green 38
2.5 formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne . . . 42
2.5.1 L'équation intégrale du champ électrique 42
2.5.2 Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin 43
2.5.3 La fréquence et la bande passante 45
2.5.4 Choix des fonctions de base 45
2.5.4.1 Détermination de la transformée de fourrier issues du modèle de cavité 45
2.6 Conclusion 48

3 Résolution numérique 49
3.1 Introduction 49
3.2 Résultats numériques 49
3.2.1 L'effet de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance pour le mode TM01 50
3.2.2 L'effet de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance pour le mode TM01 51

3.2.3 L'effet de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10 52
3.2.4 L'effet de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10 53
3.2.5 Comparaison entre le mode TM01 et le mode TM10 . . 54
3.2.6 L'effet de l'épaisseur d_2 et d_1 sur la permittivité relative équivalente pour le mode TM01 et TM10 54
3.3 Conclusion 57

conclusion generale **58**

Bibliographie **60**

Annexe A **64**

Annexe B **67**

Annexe C **69**

Table des figures

1.1 Principe de transmission par onde électromagnétique. 4
1.2 diagramme de rayonnement d'une antenne directive. 6
1.3 circuit équivalent d'une antenne en émission. 8
1.4 mesure de la bande passante à partir du tracé de coefficient de réflexion. 10
1.5 Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/λ. 12
1.6 Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/λ. 12
1.7 Monopole quart d'onde et représentation de son image. 13
1.8 Exemples de produits mettant en oeuvre des monopoles. . . . 14
1.9 Exemple d'antenne a fentes. 15
1.10 Antenne log-périodique 15
1.11 Antenne cornet. 16
1.12 Antenne cornet. 16
1.13 Structure d'une antenne IFA. 17
1.14 Structure de base d'une antenne imprimée. 19
1.15 Diverses formes d'éléments rayonnants dans une antenne patch [1]. 19
1.16 Alimentation par ligne microruban [2]. 21
1.17 Alimentation par sonde coaxiale [2]. 21
1.18 Alimentation par couplage par fente [2]. 22
1.19 Alimentation par couplage par proximité [2]. 22
1.20 Les circuits équivalente de différentes méthodes d'excitation. . 23

2.1 Géométrie d'une antenne microbande rectangulaire 26
2.2 Représentation d'une couche j 31
2.3 Représentation simplifiée de la structure étudiée 34
2.4 structure d'une antenne micro-ruban avec une couche supplémentaire. 38

3.1 la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01. . 50
3.2 la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01. . 51
3.3 la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM10. . 52
3.4 la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM10. . 53
3.5 la permittivité relative équivalente d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01 et TM10. 55
3.6 la permittivité relative équivalente d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01 et TM10. 56

Liste des tableaux

1.1 Comparaison entre les différentes méthodes d'alimentation. . . 23
3.1 Comparaison les résultats. 49

INTRODUCTION GENERALE

Le domaine des télécommunications a connu un progrès technologique au cours des dernières années grâce à la forte demande de la population et de l'industrie. Parmi les préoccupations de ce domaine, on trouve les antennes. Ce sont des éléments indispensables pour assurer une opération d'émission ou de réception des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère terrestre ou dans l'espace. Elles sont présentes dans tous les systèmes de communication sans fil.

Afin de répondre aux besoins actuels du domaine de télécommunication les concepteurs ont développé un point important : celui d'être connecté en permanence à un réseau mobile d'où l'apparition d'un nouveau réseau sans fils pour la communication à distance "le réseau de téléphonie mobile". Et cela en élaborant des dispositifs à base des antennes planaires "imprimées". Ces antennes présentent des caractéristiques très avantageuses en ce qui concerne le poids, le volume, le cout, la simplicité de fabrication et surtout la possibilité de les implanter sur tout type de dispositif électronique.

Cependant ce type d'antenne présente des limites notamment la bande passante étroite, le faible gain, et la possibilité de résonner à une seule fréquence.

Aujourd'hui les antennes planaires connaissent un grand intérêt chez les chercheurs à cause de leurs nombreuses applications. En effet, les domaines d'utilisation privilégiés des antennes microbande sont les communications en hautes fréquences tels que les communications spatiales, les systèmes militaires et commerciaux, la navigation aérienne ou terrestre, les réseaux informatiques sans fil et la téléphoniemobile.

Pour une antenne, de nombreuses bandes opérationnelles sont à couvrir suite à l'évolution des standards de communication. Elle est présente dans tous les systèmes de communication sans fil. Face à la croissance de divers standards tels que le GSM, DCS les nouvelles antennes doivent être capable de couvrir le maximum des bandes de fréquences correspondant à

ces différents services en un minimum d'encombrement.

L'objectif de ce mémoire est d'étudier les caractéristiques des antennes imprimée " patch ", les effets de caractéristiques d'une antenne patch avec une couche supplémentaire sur la fréquence de résonance pour les deux modes fondamentaux TM01 et TM10 est discuté. Pour atteindre cet objectif, le présent travail est scindé en trois chapitres.

Chapitre 1 : Une vue générale sur les antennes est donnée, ainsi qu'une présentation de leurs caractéristiques et rôle.
Ce chapitre a également permis de présenter la description générale des antennes imprimées, leurs propriétés et leurs caractéristiques, un rappelle théorique sur l'antenne imprimée, une présentation des différentes techniques d'alimentation.

Chapitre 2 : Nous allons présenter une méthode pour la dérivation de la fonction tensorielle de Green d'une structure simple à patch rectangulaire. Ensuite on définit une formule reliant les grandeurs électromagnétiques d'une couche et celle de la couche précédente. Après on va appliquer ces résultats pour calculer le tenseur spectral de Green pour notre antenne. La procédure de Galerkin est utilisée pour discrétiser l'équation intégrale du champ électrique.

Chapitre 3 : On discutera les différentes étapes critiques rencontrées dans le processus de la résolution numérique de l'équation homogène. Ensuite nous présentons une étude concernant la convergence des résultats numériques. les effets de caractéristiques d'une antenne patch avec une couche supplémentaire sur la fréquence de résonance pour les deux modes fondamentaux TM01 et TM10 est discuté. Finalement, les résultats essentiels de notre travail seront résumés dans la conclusion générale.

Chapitre 1

Généralités sur les antennes imprimées

1.1 INTRODUCTION

Les premières antennes sont apparues à la fin du XIXe siècle, à une époque où les travaux sur l'électromagnétisme ont connu un développement considérable. Depuis, leur réalisation n'a cessé d'évoluer, d'abord, grâce aux progrès scientifiques de l'électromagnétisme, plus tard, sous la pression de nombreuses demandes technologiques dans des domaines d'application variés. L'essor actuel des communications impose des innovations importantes au niveau de la conception des systèmes et des antennes associées, dont les formes aujourd'hui très diverses varient beaucoup selon les utilisations : télécommunications mobiles, radars, satellites, télévision, radiodiffusion, identification, objets communicants, etc.

Actuellement, la course à l'innovation concernant les systèmes de communication entraîne des études poussées dans le domaine des antennes.

Il est important d'avoir une connaissance globale de leur fonctionnement lors du choix d'un dispositif rayonnant. La compréhension de ce fonctionnement aidera, d'une part à utiliser l'antenne au mieux de ses performances et d'autre part, à en réaliser une conception optimale.

Les antennes permettant un contrôle de ces caractéristiques pour les différentes bandes de fréquences et présentant une méthodologie de dimensionnement aisée sont trés appréciées. Les systémes micro-ondes à structure micro ruban ont été à l'origine du développement des antennes imprimées (antennes plaquées ou antennes patch) qui sont le plus souvent utilisées en réseaux afin d'améliorer leurs performances et de permettre la réalisation de fonctions trés particuliéres.

1.2 Notions de bases sur les antennes.

1.2.1 Définition d'une antenne

Une antenne est habituellement un dispositif métallique utilisé pour la transmission ou la réception des ondes hertziennes. C'est un transducteur entre la ligne de transmission connectée à un générateur et le milieu ou l'onde rayonne. Afin d'assurer la propagation dans l'air, il est nécessaire qu'un dispositif génère une onde rayonnée.

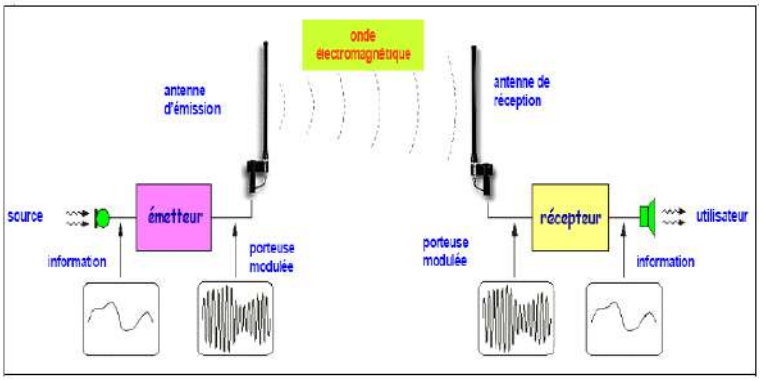


FIGURE 1.1 – Principe de transmission par onde électromagnétique.

Ainsi on peut définir une antenne en émission ou en réception selon son mode de fonctionnement.
Le rôle de l'antenne d'émission est de transformer la puissance électromagnétique guidée, issue d'un générateur en une puissance rayonnée. Dans ce sens c'est un transducteur [3].

De façon inverse, la puissance rayonnée peut être captée par une antenne de réception. Dans ce sens, l'antenne apparaît comme un capteur et un transformateur de puissance rayonnée en puissance électromagnétique guidée. Elle joue le même rôle qu'un télescope qui capte la lumière issue des étoiles et la transforme.

Dans la plupart des cas, une antenne peut être utilisée en réception ou en émission avec les mêmes propriétés rayonnantes. On dit que son fonctionnement est réciproque. Ceci est une conséquence du théorème de réciprocité. Dans quelques cas exceptionnels pour lesquels les antennes comportent des matériaux non linéaires ou bien anisotropes, elles ne sont pas réciproques [3]-[4].

Du fait de la réciprocité des antennes, il ne sera pratiquement jamais fait de différence entre le rayonnement en émission ou en réception.

Les qualités qui seront annoncées pour une antenne le seront dans les deux modes de fonctionnement, sans que cela soit précisé dans la plupart des cas [5], [6].

L'antenne a plusieurs rôles dont les principaux sont les suivants :

- Permettre une adaptation correcte entre l'équipement radioélectrique et le milieu de propagation.
- Assurer la transmission ou la réception de l'énergie dans des directions privilégiées.
- Transmettre le plus fidèlement possible une information.

1.2.2 Caractéristiques des antennes

Un grand nombre de paramètres permettent de classifier les antennes tels que la directivité, le diagramme de rayonnement, la bande passante, la polarisation, etc.

Alors la performance d'une antenne peut être évaluée à partir de ses paramètres qui sont présentées ci-dessous

1.2.2.1 Diagramme de rayonnement

La représentation graphique de la fonction caractéristique de l'antenne porte le nom de " diagramme de rayonnement ". C'est la représentation du rayonnement en 2D ou 3D de la puissance, du gain ou du champ électrique rayonné.

En général, le diagramme de rayonnement est relevé dans deux plans qui sont : le plan E (plan vertical) et le plan H (plan horizontal) ceux sont respectivement les plans pour lesquels les champs électriques et magnétiques atteignent leurs valeurs maximales [7]. C'est un diagramme qui représente les variations de la puissance que rayonne l'antenne par unité d'angle solide dans les différentes directions de l'espace. En réalité l'énergie rayonnée est répartie inégalement dans l'espace certaine directions sont privilégiées ce sont les lobes de rayonnement.

Un type plus pratique est l'antenne directionnelle qui rayonne plus de puissance dans certain directions et moins de puissance dans d'autres directions. Le diagramme de rayonnement de l'antenne directive est représenté dans la (FIGURE 1.2).

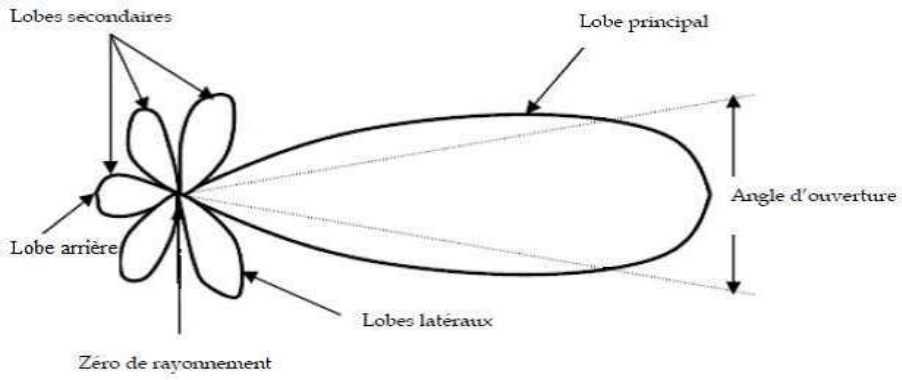


FIGURE 1.2 – diagramme de rayonnement d'une antenne directive.

- **Un lobe principal :** C'est le lobe de rayonnement contenant le maximum d'énergie et la direction du maximum de rayonnement.
- **Un angle d'ouverture :** C'est l'angle de direction pour lequel la puissance rayonnée est la moitié de la puissance rayonnée dans la direction la plus favorable. Plus cet angle est étroit plus l'antenne est directive.
- **Des lobes secondaires :** Ils représentent le rayonnement de l'antenne dans les directions indésirables.
- **Un lobe arrière :** C'est le lobe secondaire présent dans la direction opposé à 180^0 du lobe principal.

1.2.2.2 Directivité

La directivité d'une antenne caractérise la manière dont cette antenne concentre son rayonnement dans certaines directions de l'espace. La directivité est définie comme : le rapport de l'intensité de rayonnement dans une direction de l'antenne par rapport à l'intensité de puissance que rayonnerait la source isotrope. Elle est donnée par la relation suivante [8] :

$$D(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{(P_r/4\pi)} \tag{1.1}$$

P_r :est la puissance totale rayonnée.

Une antenne qui a un lobe principal étroit à une meilleure directivité que celui qui a un lobe principal large, donc elle est plus directive.

1.2.2.3 L'impédance d'entrée

Pour évaluer l'impédance d'une antenne, on considère une antenne à l'émission. L'antenne est équivalente à une charge à l'entrée de laquelle

existent un courant I_{in} et une tension V_{in} [9]. Le rapport de ces deux quantités fournie l'impédance Z_{in}.

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = R_{in} + jX_{in} \tag{1.2}$$

Avec :

X_{in} : La partie réactive (réactance) de l'antenne, elle représente la puissance stockée dans les régions proches du champ rayonné.

R_{in} : La partie active est reliée aux champs (puissance) rayonnés et a puissance perdue par effet de joules. Elle est constituée de deux composantes, une résistance de rayonnement R_r et une résistance de perte R_p ($R_{in} = R_p + R_r$)

La puissance associe à la résistance R_r est la responsable de rayonnement de l'antenne, tandis que la puissance dissipée par la résistance R_p est perdue en chaleur dans l'antenne [10], [11].

1.2.2.4 Le VSWR (Voltage Standing Wave Ratio)

Pour qu'une antenne fonctionne efficacement, le transfert maximum de puissance doit être entre l'émetteur et l'antenne. Ce transfert ne s'effectue pas s'il n'y a pas adaptation entre l'entrée de l'antenne et l'émetteur (FIGURE 1.3). La puissance peut être transférée si l'impédance de l'émetteur est le complexe conjugué de l'impédance de l'antenne :

$$Z_{in} = Z_s^* \tag{1.3}$$

Avec l'impédance de sortie de l'émetteur :

$$Z_s = R_s + jX_s \tag{1.4}$$

Si cette condition n'est pas satisfaite, et une partie de la puissance est réfléchie, cela conduit à la création d'ondes stationnaires, qui peut être caractérisé par un paramètre appelé le rapport d'ondes stationnaires (ROS) ou bien VSWR.

Le VSWR est donné par Markov par [12] :

$$VSWR = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} \tag{1.5}$$

Avec :

$$S_{11} = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_{in} - Z_s}{Z_{in} + Z_s} \tag{1.6}$$

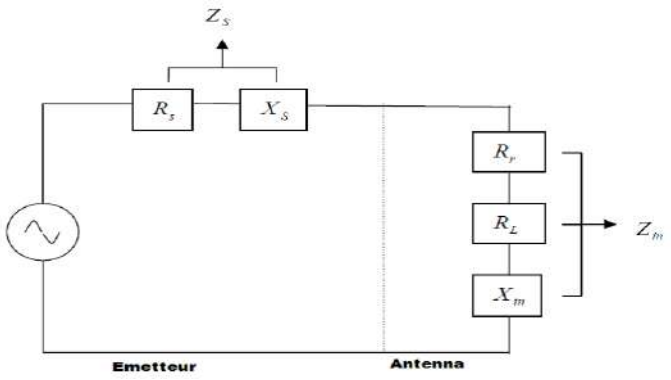


FIGURE 1.3 – circuit équivalent d'une antenne en émission.

Avec :

V_r : Amplitude de l'onde réfléchie.

V_i : Amplitude de l'onde incidente.

Le VSWR minimal correspondant à une bonne adaptation. Une bonne conception d'antenne doit avoir une impédance de 50 Ω à 70 Ω .[13], [14]

1.2.2.5 Le coefficient de réflexion

D'une manière générale, lorsqu'une onde incidente change de milieu de propagation ou rencontre une nouvelle interface, une partie de cette onde incidente est réfléchie et l'autre partie est transmise dans le nouveau milieu. Le coefficient de réflexion d'une antenne se définit comme étant le rapport des amplitudes des ondes incidentes sur les ondes réfléchies. Pour une antenne d'impédance Z, reliée à la source par une ligne d'impédance caractéristique Z_s (souvent égale à 50 Ω), le coefficient de réflexion peut être défini comme suit :

$$S_{11} = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_{in} - Z_s}{Z_{in} + Z_s} \tag{1.7}$$

Le module du coefficient de réflexion est souvent exprimé en décibel (dB) et est noté $|S_{11}|$et se définit comme suit :

$$|S_{11}|_{db} = 20log|S_{11}| \tag{1.8}$$

Le coefficient de réflexion permet de connaitre la qualité d'adaptation d'une antenne. En effet, plus son module tend vers l'infini, plus l'antenne est adaptée. Souvent, la fréquence de résonance d'une antenne est celle où le coefficient de réflexion est minimal.

1.2.2.6 Le rendement

Le rendement est le rapport entre l'énergie rayonnée par une antenne et celle qui lui fournit l'alimentation. Il est exprimé par [9]

$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_p} \tag{1.9}$$

Il est aussi exprimé par [7] : $\eta = \frac{P_r}{P_a}$

1.2.2.7 La polarisation

La polarisation d'une antenne indique la direction de son champ électrique E (la direction de l'onde qu'elle rayonne ou qu'elle reçoit), il existe trois types de polarisation :

- **Polarisation linéaire :**
  La direction du vecteur champ électrique reste constante au cours du temps,sa trajectoire est donc un segment de droite. Un dipôle génère classiquement une " OEM " polarisée linéairement. Lorsque la polarisation de l'antenne est linéaire, le diagramme de rayonnement est celui d'un dipôle magnétique.[15]
- **Polarisation circulaire :**
  La polarisation est dite circulaire lorsque le vecteur champ E décrit un cercle avec le temps. Ce champ E a deux composantes de même amplitude et déphasées de 90^0.
- **Polarisation elliptique :**
  La polarisation est dite elliptique lorsque le vecteur champ E décrit une ellipse dans le temps. Elle correspond au cas général d'un champ E comprenant deux composantes d'amplitudes différentes déphasées de $\pi/2$.

Certaines antennes ont une polarisation elliptique ou circulaire. Si la polarisation de l'antenne n'est pas adaptée à la polarisation de l'onde le signal subit un affaiblissement pouvant aller jusqu'à l'infini.

1.2.2.8 Le gain

Le gain d'une antenne dans une direction donnée est la quantité descriptive de la performance de l'antenne, c'est la quantité d'énergie rayonnée dans cette direction comparée à l'énergie qu'une antenne isotrope rayonnerait dans la même direction avec la même puissance d'entrée. Le rapport de gain est donné par :

$$G_{ain} = P(\theta, \phi)/(P_a/4\pi) \tag{1.10}$$

Le gain est lié à la directivité, il définit l'augmentation de la puissance émise ou reçue dans le lobe principal, il est dû au fait que l'énergie est focalisée dans une seule direction, il est exprimé en dBi (décibels par rapport à l'antenne isotrope) [16].

$$G_{ain} = \eta D \tag{1.11}$$

Pour avoir un gain important, l'antenne doit avoir un digramme de rayonnement directif et réciproquement.

1.2.2.9 La bande passante (BP)

La bande passante d'une antenne peut être définit comme étant la gamme des fréquences utile, en laquelle l'antenne possède des capacités optimales pour émettre ou recevoir l'énergie électromagnétique correspondante dans l'espace environnement.

La valeur des limites sur les critères de fonctionnement de l'antenne définit un domaine de fréquences situées entre une valeur minimale f_{min} et une valeur maximale f_{max} . La bande passante est donnée par [17], [18]

$$Bf(\%) = \frac{f_{min} - f_{max}}{fc} \cdot 100 \tag{1.12}$$

Avec f_c est la fréquence centrale ou de résonance.

Une méthode pour juger l'efficacité de l'antenne qui fonctionne sur toute la gamme de fréquence est la masure de VSWR. Un VSWR<2 (S_{11} < -9.5 dB) assure une bonne performance. Une méthode pour mesurer la bande passante d'une antenne est représentée sur (Figure 1.4).

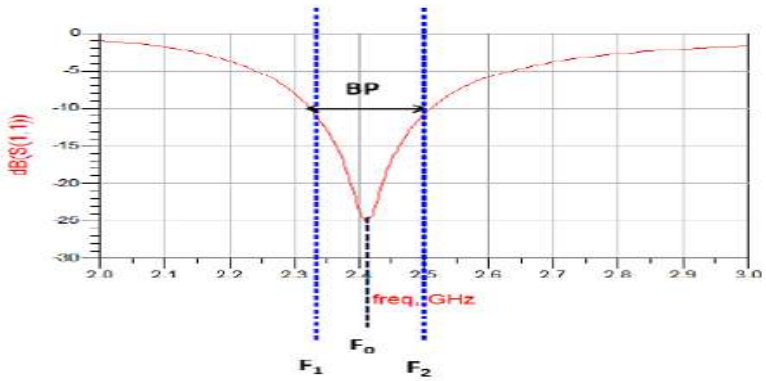


Figure 1.4 – mesure de la bande passante à partir du tracé de coefficient de réflexion.

1.2.3 Rôles des antennes

Le rôle d'une antenne est de convertir l'énergie électrique d'un signal en énergie électromagnétique transportée par une onde électromagnétique.
Le transport d'énergie par une onde électromagnétique va donc permettre le transfert d'information sans support physique à travers un canal ou une liaison radioélectrique, à condition que l'onde électromagnétique soit modulée par un signal informatif. Une liaison radioélectrique est un canal de transmission entre un émetteur et un récepteur, dont le support de transmission est assuré par des ondes électromagnétiques.
Comme tous les canaux de communication, il est soumis aux problémes posés par le bruit et les perturbations, qui vont limiter les performances du systéme de transmission .Ils sont aussi dépendants des propriétés de l'antenne qui va donner naissance à l'onde électromagnétique, et à l'environnement auteur de l'antenne qui va influer sur la propagation des ondes électromagnétiques.
La connaissance et la modélisation de la propagation et des antennes sont complexe mais nécessaires pour dimensionner un système de transmission sans fils [19].

1.2.4 Types des antennes

Une antenne peut émettre dans toutes les directions (antenne omnidirectionnelle) ou dans une seule direction définie (antenne directionnelle), et dans ces deux catégories les types d'antenne sont multiples et diversifiées mais peuvent être regroupées en famille comme suite :

1.2.4.1 L'antenne dipôle

L'antenne dipôle demi-onde ($\lambda/2$) ça partie rayonnante est le tube métallique de diamètre a, la longueur de tube est sensiblement égale à la moitié de la longueur d'onde du signal, en effet, si l'on considère la distribution de courant le long d'un dipôle de longueur d en fonction du rapport d/λ on constate que l'intensité maximale du courant se retrouve sur les points de l'excitation différentielle comme la montre la (Figure 1.5).

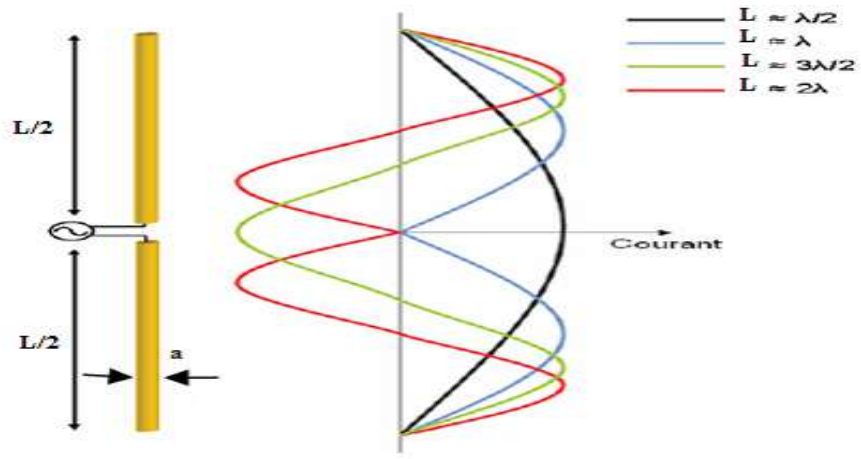
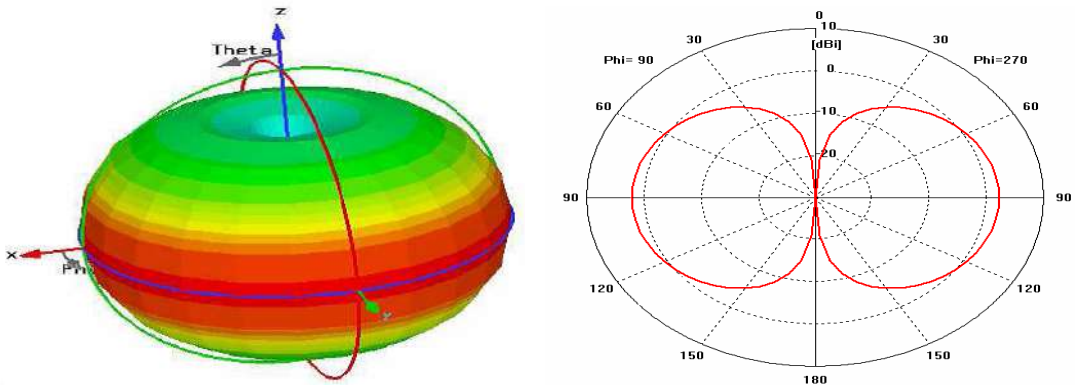


FIGURE 1.5 – Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/λ.

Le dipôle $\lambda/2$ est très simple a réalisée à partir de conducteur rigide et ses propriétés théoriques sont très bien définies. Il est parmi les antennes élémentaires et les plus anciennes ce qui fait que cette antenne peut servir comme référence pour la réalisation de quelque antenne.

Le diagramme de rayonnement de l'antenne dipôle $\lambda/2$ est omnidirectionnel de forme torique et une polarisation linéaire parallèle à la direction des conducteurs, la (FIGURE 1.6) représente le diagramme de rayonnement de cette antenne.



(a)Diagramme de rayonnement en 3D rayonnement en élévation

(b)Représentation polaire du diagramme

FIGURE 1.6 – Distribution du courant le long d'un dipôle en fonction du rapport d/λ.

1.2.4.2 L'antenne monopôle

L'antenne " monopôle " est une demi-antenne dipôle. Théoriquement elle est constituée d'un brin placé au-dessus d'un réflecteur de dimension infinie. En pratique, un fouet quart d'ondes placé au-dessus d'un plan métallique de grande dimension par rapport à la longueur d'onde 2 à 3λ au minimum.

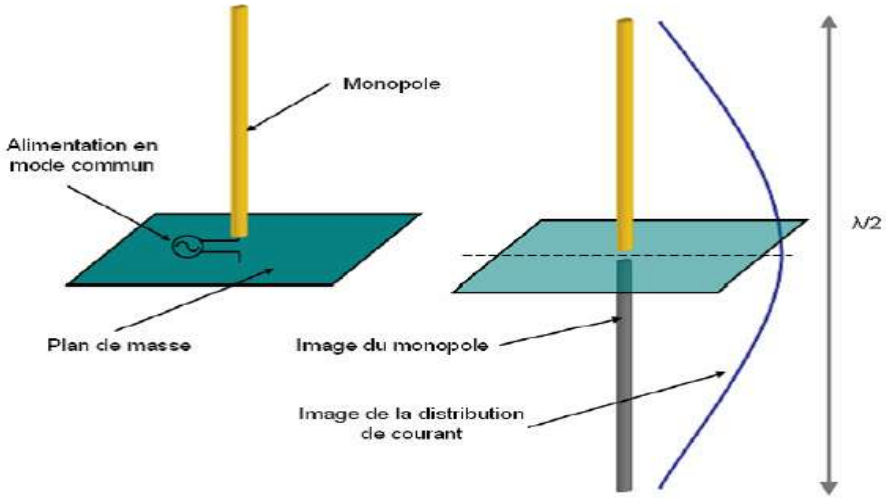


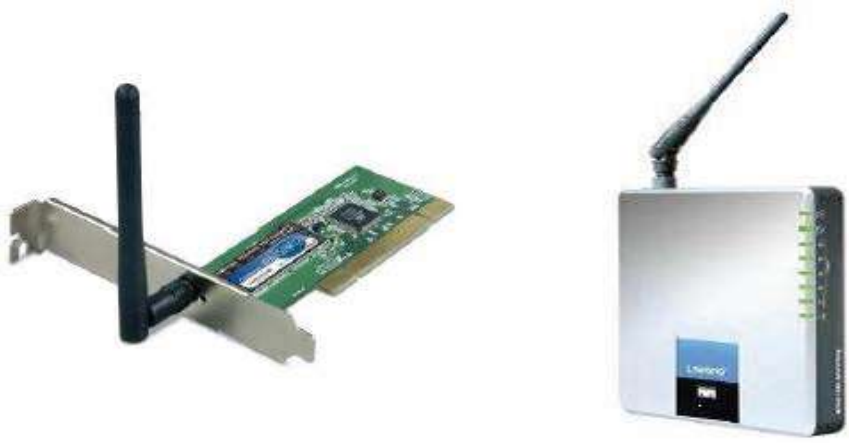
FIGURE 1.7 – Monopole quart d'onde et représentation de son image.

L'antenne monopôle fonctionne comme une antenne dipôle, l'image du monopôle reconstituant la part manquante du dipôle, c'est-à-dire que le plan de masse introduit un effet d'image qui fait que la longueur du monopole est perçue double et revient donc à un dipôle de longueur $\lambda/2$.

Ainsi pour une longueur de $\lambda/4$, le gain obtenu est comparable à celui d'un dipôle. Les gains sont théoriquement égaux entre ces deux antennes dans le cas où le plan de masse est infini.

Lorsque le plan de masse n'est pas infini, ce qui est le cas dans la pratique, le diagramme de rayonnement est modifié, mais reste omnidirectionnel. La (FIGURE 1.7) représente un monopole sur un plan de masse et expose l'image du monopole obtenue grâce au plan de masse.

Le monopole était utilisé comme antenne dans les premières générations de téléphone mobile, mais il a été remplacé par d'autres structures plus compactes et multibandes. Aujourd'hui ce type d'antenne reste employé notamment au niveau des routeurs ou des cartes réseau Wi-Fi où la contrainte d'encombrement est moins forte et où un rayonnement omnidirectionnel est souhaitable.



(a)Carte réseau Wi-Fi (b)Routeur Wi-Fi

FIGURE 1.8 – Exemples de produits mettant en oeuvre des monopoles.

1.2.4.3 Antenne de guide d'onde avec fentes

L'antenne à fentes se caractérise par son développement vertical ou horizontal en forme de cornière, ou de guide d'ondes, avec des fentes à dimensions et emplacement particuliers qui sont en fonctions de la fréquence. Elle est généralement utilisée pour des fréquences comprises entre 300 MHz et 24 GHz.

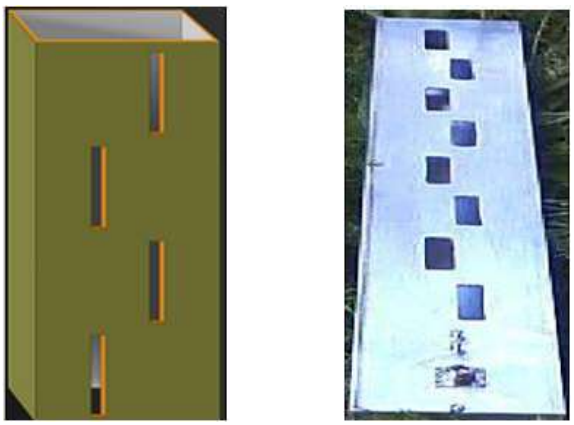
Une configuration typique d'une antenne à fentes est de découper les éléments radiants dans la paroi la plus large. Plusieurs fentes dans un guide d'ondes forment un groupe d'antenne et le guide sert de ligne de transmission de l'onde à émettre. Pour obtenir la phase correcte, toutes les fentes doivent être espacées de la distance d'une longueur d'onde à l'intérieur du guide d'onde. Cette longueur d'onde diffère avec celle en espace libre et elle est une fonction du côté le plus large de la section rectangulaire du guide d'onde. Elle est plus grande que dans l'espace libre. Habituellement, la longueur d'onde est calculée pour le mode TE10 avec :

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2a})^2}} \tag{1.13}$$

a : longueur de la paroi de la plus grande dimension du guide d'ondes.

λ_g : Longueur d'onde dans le guide d'ondes.

λ : longueur d'onde en espace libre.



(a)guide d'onde à fentes (b)Antenne de 8 fentes

FIGURE 1.9 – Exemple d'antenne a fentes.

L'antenne à fentes est utilisée pour réaliser des antennes sectorielles de télécommunication, c'est-à-dire possédant un gain significatif sur un angle d'ouverture assez grand. Ces antennes sont utilisées notamment pour le Wi-Fi, le radio amateurisme. Elle devient de plus en plus utilisée surtout dans le domaine des radars micro-onde utilisés pour la surveillance maritime et aéroportuaire.

1.2.4.4 L'antenne log-périodique

L'antenne log-périodique est très utilisée en télécommunication, pour son bon fonctionnement, bien que ses performances sont limitées en gain et ROS, cette antenne est très utile en réception pour mesurer et contrôler des émissions de 800 MHz a 3MHz.Elle a l'avantage d'être indépendante de la fréquence. Elle peut être vue comme un réseau de dipôles rayonnant à $\lambda/4$ dont l'agencement et la taille sont ordonnés selon une loi logarithmique.

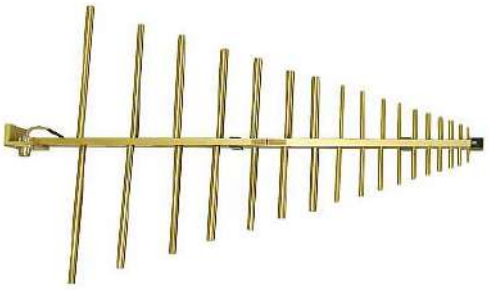
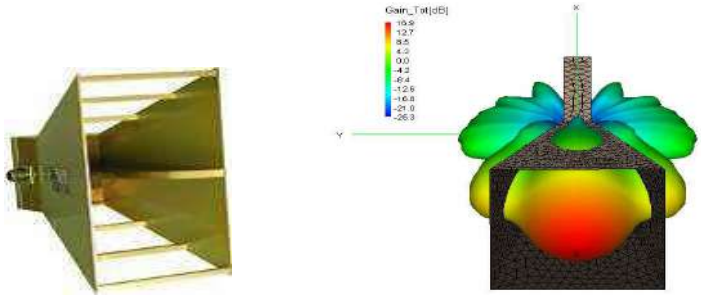


FIGURE 1.10 – Antenne log-périodique

1.2.4.5 Antennes cornées

Les antennes cornées sont très populaires en UHF (300MHz - 3GHz) et sur des fréquences plus élevées, ce sont des guides d'ondes dont la section augmente progressivement avant de se terminer par une ouverture rayonnante, la section d'une antenne cornet peut être rectangulaire, carrée ou circulaire suivant la forme du cornet.



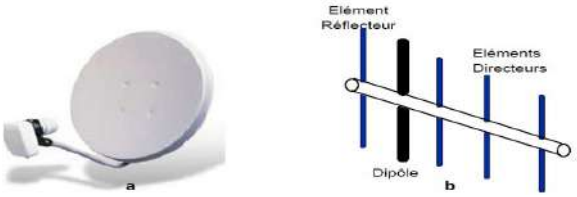
(a)Antenne cornet pyramidale (b)Diagramme de rayonnement de l'antenne cornet

FIGURE 1.11 – Antenne cornet.

Les antennes cornets ont souvent un diagramme de rayonnement directif avec un gain d'antenne élevé, pouvant aller jusqu'à 25 dB. Ce gain d'antennes à cornet augmente souvent lorsque la fréquence de fonctionnement est augmentée. C'est parce que la taille de l'ouverture de cornet est toujours mesurée en longueurs d'onde.

1.2.4.6 Les antennes directives

Les antennes directives sont généralement utilisées dans des réseaux point à point ou point à multipoint.Ces structures permettent de concentrer la puissance dans une direction déterminée afin de créer un lien radio privilégié.



(a)l'antenne parabolique (b)Antenne Yagi

FIGURE 1.12 – Antenne cornet.

Parmi les structures d'antennes directives, les plus connues du public sont certainement les antennes paraboliques largement utilisées dans les communications satellitaires.

L'antenne " Yagi " qui dérive de l'antenne dipôle, est une antenne dipôle associée à des brins réflecteurs et des brins directeurs placés sur le même axe et dans le même plan. Cette configuration lui confère une directivité unidirectionnelle et un gain important, c'est l'antenne de prédilection à la réception TV hertzienne.

1.2.4.7 L'antenne IFA

L'antenne (IFA) " Inverted F Antenna " se compose généralement d'un élément plan rectangulaire située au-dessus d'un plan de masse avec le plan de masse de l'antenne qui joue un rôle important dans son fonctionnement, une plaque de court-circuit ou une broche, et un mécanisme d'alimentation pour l'élément planaire (FIGURE 1.13).Cette antenne ressemble à un F inversé, ce qui explique le nom.

Le principe de fonctionnement de l'antenne IFA consiste à établir un mode de résonance quart d'onde sur une structure assimilable à un tronçon de ligne de transmission. Pour forcer l'établissement du mode, outre le choix d'une longueur adaptée à la fréquence à exciter, on impose une condition de circuit ouvert à l'une des extrémités de la ligne et une condition de court-circuit à l'autre extrémité. Il reste alors à exciter le mode en un point d'impédance adaptée à la source d'alimentation [20].

La (FIGURE 1.13) présente une antenne IFA, dont on a un brin rayonnant alimenté auquel on applique une condition de court-circuit.

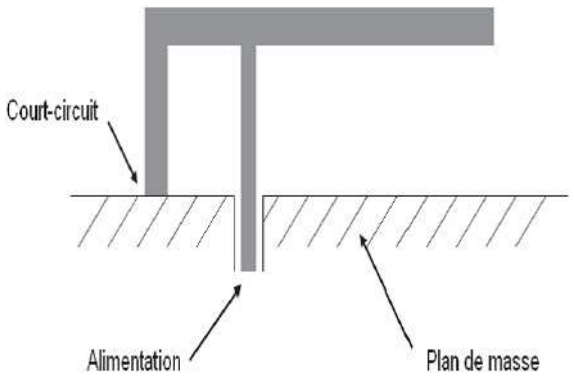


FIGURE 1.13 – Structure d'une antenne IFA.

1.3 Les antennes imprimées

Le développement des télécommunications spatiales, les contrôles et les commandes à distance, ont fait apparaître la nécessité croissante de réaliser des dispositifs micro-ondes peu coûteux et peu encombrants, faisant appel à une technologie simple et économique.

1.3.1 Historique des antennes imprimées

Le concept des antennes micro rubans fut initialement proposé en 1953 par Deschamps aux Etats Unis d'Amérique et en France par Guttan et Baissimot en 1955 [8]. Un peu plus tard le phénomène de rayonnement provenant des discontinuités dans les strip-lines fût observé et étudié par Lewin en 1960 [8]. Au début des années 70, Byron décrit une piste rayonnante conductrice gravée sur un substrat diélectrique ($\varepsilon_r < 10$) et repose sur un plan de masse [21].

Par la suite, les caractéristiques des patchs micro-ruban rectangulaires furent publiées par Howell. Weinschel, de son côté, développa plusieurs géométries de patchs micro-ruban pour l'usage en réseau cylindrique en fusée. Les travaux additionnels sur les éléments basiques du micro-ruban furent publiés en 1975. Le travail de Nunson dans le développement des antennes micro rubans a montré que celui-ci était un concept pratique s'étalant à d'autres problèmes relatifs à d'autres systèmes d'antennes [22].

Le modèle mathématique d'un micro-ruban basique fut initialement réalisé à travers l'application de l'analogie avec les lignes de transmission pour patchs rectangulaires simples. Le diagramme de rayonnement d'un patch circulaire fut analysé et le résultat publié par Corver. La première analyse mathématique d'une ample variété de patchs de micro-ruban fut publiée en 1977 par Lo et Al. A la fin des années 70, les antennes micro-ruban sont devenues plus connues et utilisées dans divers systèmes de communications. De nos jours elles sont très utilisées dans les appareils téléphoniques, les ordinateurs portables, les systèmes embarqués (missiles, fusées, satellites etc.)

1.3.2 Structure d'une antenne patch

L'antenne patch ou microbande, appelée aussi micro-ruban, est un élément transducteur. Elle effectue ainsi deux fonctions fondamentales qui définissent le principe d'antenne de manière générale, il s'agit bien du rayonnement (émission) et de la réception d'une onde électromagnétique évoluant avec une fréquence compatible à celle de l'antenne.

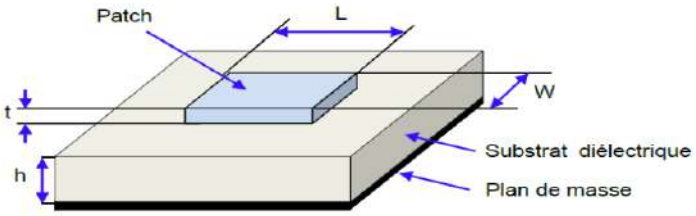


FIGURE 1.14 – Structure de base d'une antenne imprimée.

Sa configuration basique se compose d'un plan de masse conducteur et d'un diélectrique appelé substrat sur lequel est imprimée une forme conductrice (Cuivre, Or etc.) qui représente l'élément rayonnant ou le patch. Le substrat est défini comme étant un diélectrique caractérisé par sa permittivité relative ε_r (FIGURE 1.14).

Vu la complexité de l'analyse de ce type de structures (milieu non homogène et présence de plusieurs modes de propagation), l'élément conducteur peut être simplifié à des formes habituelles manipulables comme indiquée sur la (FIGURE 1.15).

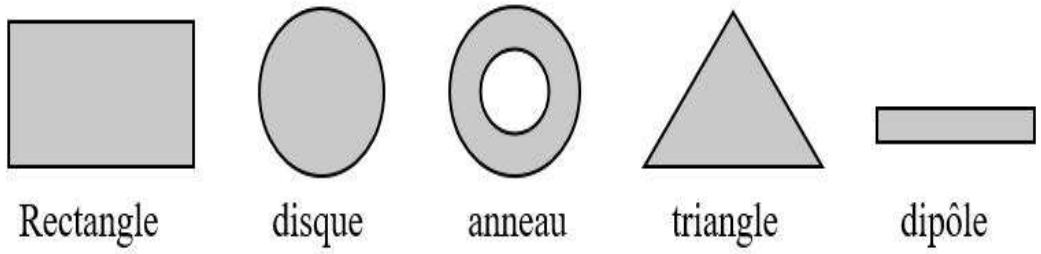


FIGURE 1.15 – Diverses formes d'éléments rayonnants dans une antenne patch [1].

Parmi toutes les formes des éléments rayonnants, le rectangle est le plus facile à appréhender pour la compréhension des mécanismes de rayonnement des antennes micro bandes.

1.3.3 Mécanismes de rayonnement de l'antenne patch rectangulaire

Le mécanisme de rayonnement d'une antenne patch rectangulaire s'effectue à partir de sa forme géométrique. Une fois, la ligne d'alimentation

excitée par une source RF, une onde électromagnétique se propage sur cette ligne, puis attaque l'élément rayonnant. Une distribution de charge va se mettre à l'interface substrat - plan de masse, sur et sous le composant rayonnant, ce qui va provoquer :

- Une inversion de phase des composantes verticales du champ électrique sur la longueur de l'antenne.
- Contrairement à précédemment, des rayonnements qui sont en phase dans le plan de l'antenne et dus aux composantes horizontales des lignes de champ qui entoure l'élément imprimé.
- Une modélisation de l'antenne patch rectangulaire par une cavité à 4 murs magnétiques (bords de la cavité) et 2 murs électriques (formés par les métallisations).

1.3.4 Polarisation de l'antenne

La polarisation d'une antenne est déterminée par celle de l'onde radiée dans une direction donnée, elle est identique à la direction du champ électrique, c'est à dire à celle des brins rayonnants de l'antenne. Le plan E (électrique) est parallèle au vecteur E de l'onde émise. On parle de polarisation verticale si le plan E est perpendiculaire au sol ; s'il est parallèle au sol, on parle de polarisation horizontale. Aussi le vecteur du champ électrique instantané trace dans le temps une figure. On réfère à ce phénomène simplement la polarisation du champ électrique. La figure est généralement une ellipse qui présente des cas particuliers. Si le chemin du vecteur de champ électrique suit une ligne, l'antenne est dite linéairement polarisée. Si le vecteur champ électrique tourne selon un cercle, elle est dite à polarisation circulaire [23].

1.3.5 Techniques d'alimentation des antennes imprimées

Il existe plusieurs techniques pour l'alimentation des antennes microruban, ces techniques peuvent être soit par contact direct soit par couplage, les plus communément utilisées sont l'alimentation par ligne microruban, par sonde coaxiale, par couplage de proximité ou par ouverture [2].

1.3.5.1 Alimentation par ligne microruban

Dans le premier cas, une ligne microruban est directement connectée à l'élément rayonnant comme le montre la (Figure 1.16) le point de jonction peut être sur l'axe de symétrie du patch ou complètement décalé pour permettre une meilleure adaptation d'impédance [2].
Ce type d'alimentation est facile à mettre en oeuvre et à modéliser, mais

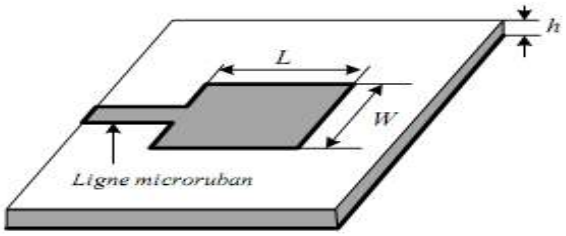


FIGURE 1.16 – Alimentation par ligne microruban [2].

peut engendrer un rayonnement parasite qui peut devenir considérable et une bande passante typiquement entre 2 et 5 % [2].

1.3.5.2 Alimentation par sonde coaxiale

L'alimentation par sonde coaxiale est réalisée par un contact direct de l'élément rayonnant au conducteur central d'une ligne coaxiale, tandis que son conducteur externe est relié au plan de masse (FIGURE 1.17). L'adaptation d'impédance est réalisable en déplaçant le point d'alimentation sur le patch. L'inconvénient de ce type d'alimentation réside dans la bande passante étroite et la difficulté de modélisation surtout pour des substrats électriquement épais [2].

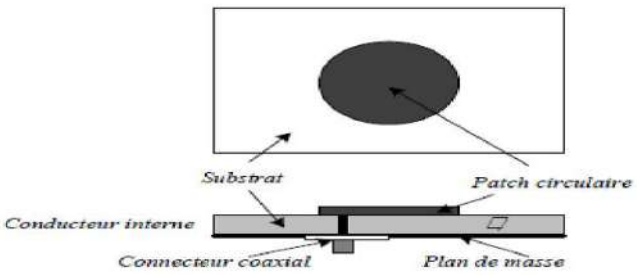


FIGURE 1.17 – Alimentation par sonde coaxiale [2].

1.3.5.3 Alimentation par couplage par fente

L'alimentation par ligne microruban ou par ligne coaxiale présentent une asymétrie qui génère des modes d'ordres supérieurs produisant un rayon-

nement de polarisation croisée, pour y remédier à cet état de fait l'alimentation par fente a été introduite.

Un couplage électromagnétique est introduit à travers une petite fente réalisée dans le plan de masse qui sépare deux substrats l'un portant l'élément rayonnant et l'autre la ligne microruban comme le montre la (FIGURE 1.18). Cette configuration permet une optimisation indépendante entre la ligne d'alimentation et le patch, facile à modéliser et présente un rayonnement parasite modéré. Cependant, elle est la plus difficile à mettre en oeuvre et présente une bande passante étroite [2].

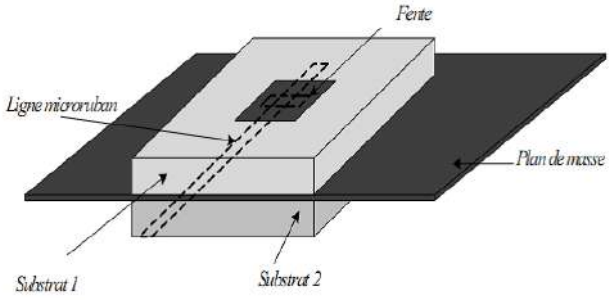


FIGURE 1.18 – Alimentation par couplage par fente [2].

1.3.5.4 Alimentation par couplage de proximité

La meilleure bande passante pouvant atteindre 13% est réalisable en utilisant l'alimentation par couplage de proximité illustrée par la (FIGURE 1.19). L'avantage de cette technique d'alimentation réside dans l'affaiblissement du rayonnement parasite et la facilité du couplage, ce dernier peut être optimisé par l'ajustement des dimensions de la ligne. Cependant elle est très difficile à mettre en oeuvre [2].

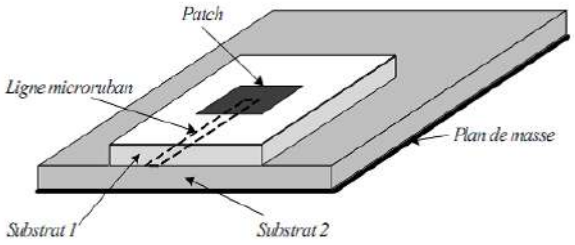


FIGURE 1.19 – Alimentation par couplage par proximité [2].

1.3.5.5 Circuits équivalents des lignes d'alimentation

La figure suivante donne des circuits équivalents RLC dont les équations différentielles peuvent être trouvées pour différentes types d'alimentations.

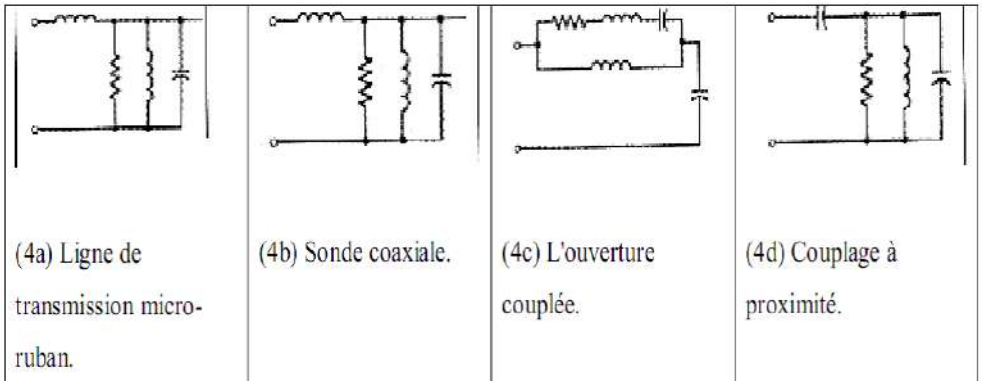


FIGURE 1.20 – Les circuits équivalente de différentes méthodes d'excitation.

1.3.5.6 Comparaison entre les différentes méthodes d'alimentation

Le tableau suivant fait la comparaison entre différentes techniques d'alimentation

TABLEAU 1.1 – Comparaison entre les différentes méthodes d'alimentation.

Caractéristiques	Alimentation par la ligne micro ruban	Alimentation coaxial	Alimentation couplée par ouverture	Alimentation couplée par proximité
Rayonnement parasite	Plus	Plus	Moins	Minimum
Fiabilité	Meilleur	Pauvre à cause de soudure	Bon	Bon
Facilite de fabrication	Facile	Soudure et forage requis	Alignement	Alignement requis
Adaptation d'impédance	Facile	Facile	Facile	Facile
Bande passante	2-5%	2-5%	2-5%	13%

1.3.6 Avantages etinconvénients des antennes patches

Compte tenu de la structure plane des antennes imprimées, nous bénéficions donc de tous les avantages de la technologie des circuits imprimés. Comparées aux antennes conventionnelles, les avantages qu'on peut leur attribués sont nombreux. Néanmoins, on se contentera de citer les plus attirants d'entre eux[24], [25], [26] :

- Faible poids
- Faible encombrement
- Faible épaisseur
- Simplicité de réalisation et reproduction
- Fort rendement d'ouverture
- Polarisation variable simplement avec la position d'alimentation
- Possibilité d'association à des éléments actifs ou passifs tels que : ampli cateurs, modulateurs, déphaseurs,etc...
- Possibilité de les conformer sur des surfaces non planes.

  Toutefois, comme rien n'est jamais parfais, ce type d'antenne a ses propres inconvénients :
- Bandes passante trés ètroite
- Gain faible du aux pertes
- Rendement faible (concentration des chams sur les parois métalliques)
- Effet de couplage parasite entre les éléments
- Pureté de polarisation diffcile à obtenir
- Puissance supportée limitée
- Rayonnement parasite de l'alimentation

1.3.7 Applications

Remplacer les antennes classiques par des antennes patchs avec des performances équivalentes est le souci principal des concepteurs des systèmes de télécommunications, vu le besoin et les exigences du marché industriel. Il existe différentes applications réussies démontrant la possibilité de cette transition [22]

- télécommunication satellitaires.
- commande et contrôle.
- télémétrie (télémesure) par missile.
- équipements portatifs.
- éléments d'alimentation dans les antennes complexes.
- antenne d'émission utilisée en médecine.
- récepteur satellite de navigation.

1.4 Conclusion

La technologie microbande a permis tout un développement d'une nouvelle technologie dans le domaine des antennes microbandes, grâce à la miniaturisation des circuits ainsi que l'accroissement de leur fréquence de fonctionnement, elle a donné aussi, naissance à de nombreuses structures planaires de transmission de l'information. De par leur encombrement réduit, leur poids et leur facilité de fabrication empruntée à la technologie classique des circuits basse fréquence, ces structures sont largement exploitées dans le milieu industriel.

Dans ce chapitre nous avons dressé un état de l'art sur les antennes : le rayonnement des antennes, les différents paramètres des antennes, en suite on a donné quelques types d'antennes qui sont couramment utilisées dans les objets communicants, et enfin le rôle des antennes.

Ce chapitre a également permis de présenter l'évolution technologique des antennes imprimées, on a donné une petite description, quelques techniques d'alimentations, ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

Chapitre 2

Mise en équation du problème

2.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous intéressons au calcul de la fréquence d'opération d'une antenne microbande de forme rectangulaire constituée d'un substrat monocouche avec l'élément rayonnant "patch" imprimé sur une surface, le plan de masse sur l'autre . Le problème de la fréquence de résonance complexe est formulé en terme d'une équation intégrale, cette dernière est calculé à l'aide de plusieurs formules et procédures, les transformées vectorielles de Fourier et la fonction de Green. La procédure de Galerkin est utilisée pour résoudre l'équation intégrale.
La (FIGURE 2.1) montre la géométrie d'un patch rectangulaire de longueur '**a**', de largeur '**b**' et hauteur '**R**' imprimée sur un substrat diélectrique d'épaisseur '**d**' caractérisé par la perméabilité du vide μ_0 et une permittivité ε_r.

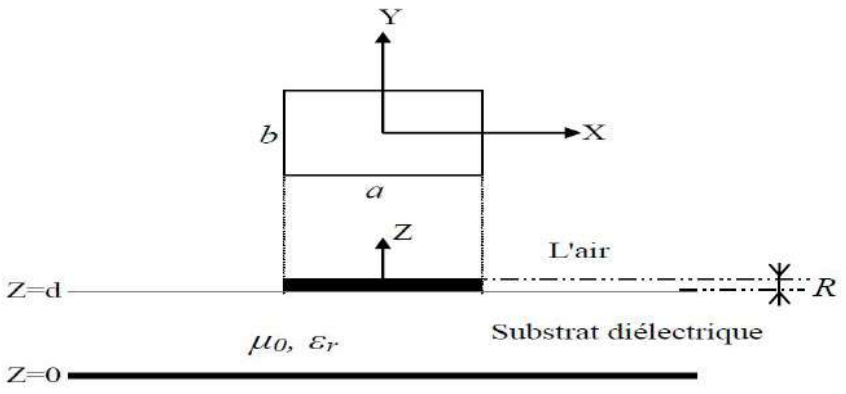


FIGURE 2.1 – Géométrie d'une antenne microbande rectangulaire

2.2 Formulation théorique du problème de la fonction de Green

Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ($\rho = 0, j = 0$), la dépendance temporelle est en e^{iwt}

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} = -iw\mu\overline{H} \tag{2.1}$$

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{H} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = iw\varepsilon\overline{E} \tag{2.2}$$

Transformées vectorielles de Fourier :

L'analyse dans le domaine de transformée de Fourier a été présentée la première fois par Yamashita et Mittra pour le calcul de l'impédance caractéristique et la vitesse de phase de la ligne de microruban basée sur une approximation de quasi-TEM. Une méthode efficace a été employée dans le domaine de transformer de Fourier pour calculer la capacité de la ligne pour assumée densité de charge. À mesure que la fréquence de fonctionnement est augmentée, les caractéristiques de dispersion du microruban deviennent importantes pour des conceptions précises. Cette condition a mené entièrement l'analyse de vague des lignes micro rubans, représentée par le travail de Denlinger, qui a résolu l'équation intégrale en utilisant une technique de transformée de Fourier. La solution par sa méthode, cependant, dépend fortement des distributions courantes assumées sur la bande en cours de solution. Pour éviter cette difficulté et permettre l'amélioration systémique de la solution pour les composants courants à un degré désiré d'exactitude, une nouvelle méthode a été présentée par Itoh et Mittra, généralement appelée maintenant l'approche spectrale (SDA) [27].

La raison principale que le SDA est numériquement efficace est qu'elle exige un prétraitement analytique significatif. Ce dispositif impose alternativement une certaine restriction à l'applicabilité de la méthode. Une des limitations est que SDA exige l'épaisseur infinitésimale pour le patch. Il est également difficile de traiter la structure avec un élément rayonnant ayant une conductivité finie. On ne permet aucune discontinuité dans le substrat dans la direction latérale. Cependant, malgré ces limitations, SDA est l'une des techniques numériques les plus populaires et les plus employées couramment.

Donc pour simplifier les calcules nous allons passer au domaine de transformer vectorielles, A noter que le formalisme des transformés vectoriel de Fourier est utilisé pour les géométries rectangulaires et triangulaires, a lors

que celui des transformés de Hankel est réservé aux formes circulaires et annulaires.
Les transformées vectorielles de Fourier sont définies par les relations suivantes [28], [27] :

$$\widetilde{\overline{A}}(k_x,k_y,z)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\overline{A}(x,y,z)e^{-i(k_xx+k_yy)}dxdy$$

$$\overline{A}(x,y,z)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\overline{A}}(k_x,k_y,z)e^{i(k_xx+k_yy)}dk_xdk_y$$

$$\overline{\nabla}\wedge\overline{E}=(\frac{\partial}{\partial y}E_z-\frac{\partial}{\partial z}E_y).\bar{i}-(\frac{\partial}{\partial x}E_z-\frac{\partial}{\partial z}E_x).\bar{j}+(\frac{\partial}{\partial x}E_y-\frac{\partial}{\partial y}E_x).\bar{k}$$

On note que la transformée vectorielle de Fourier la dérivé partielle d'une fonction est donnée par les deux propriétés suivantes :

$$\begin{cases}\widetilde{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)}=i.k_x.\widetilde{f}\\[2ex]\widetilde{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)}=i.k_y.\widetilde{f}\end{cases}$$

Par l'utilisation des équations précédentes donc on aura :

$$\begin{aligned}(\widetilde{\overline{\nabla}\wedge\overline{E}})&=(ik_y\widetilde{E_z}-\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_y}).\bar{i}-(ik_x\widetilde{E_z}-\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_x}).\bar{j}+(ik_x\widetilde{E_y}-ik_y\widetilde{E_x}).\bar{k}\\&=\begin{vmatrix}\bar{i}&\bar{j}&\bar{k}\\ik_x&ik_y&\frac{\partial}{\partial z}\\\widetilde{E_x}&\widetilde{E_y}&\widetilde{E_z}\end{vmatrix}=\widetilde{\overline{\nabla}}\wedge\widetilde{\overline{E}}\end{aligned}$$

Avec :

$$\widetilde{\overline{\nabla}}=ik_x.\bar{i}+ik_y.\bar{j}+\frac{\partial}{\partial z}\bar{k}\tag{2.3}$$

Les équations (2.1) et (2.2) s'écrivent dans le domaine spectral de Fourier par les formes suivantes :

$$\widetilde{\overline{\nabla}}\wedge\widetilde{\overline{E}}=-iw\mu\widetilde{\overline{H}}\tag{2.4}$$

$$\widetilde{\overline{\nabla}}\wedge\widetilde{\overline{H}}=iw\varepsilon\widetilde{\overline{E}}\tag{2.5}$$

On sait que :

$$\widetilde{\overline{\nabla}} \wedge \left(\widetilde{\overline{\nabla}} \wedge \widetilde{\overline{E}}\right) = \widetilde{\overline{\nabla}}.\left(\widetilde{\overline{\nabla}}.\widetilde{\overline{E}}\right) - \left(\widetilde{\overline{\nabla}}.\widetilde{\overline{\nabla}}\right).\widetilde{\overline{E}}$$

$$\widetilde{\overline{\nabla}}.\widetilde{\overline{E}} = 0 \Rightarrow \widetilde{\overline{\nabla}}^2\widetilde{\overline{E}} - iw\mu(\widetilde{\overline{\nabla}} \wedge \widetilde{\overline{H}}) = \bar{0}$$

$$\widetilde{\overline{\nabla}}^2.\widetilde{\overline{E}} + w^2\varepsilon\mu\widetilde{\overline{E}} = \bar{0}$$

D'après l'équation (2.3) nous avons :

$$\widetilde{\overline{\nabla}}^2 = -(k_x^2 + k_y^2) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

L'équation de propagation d'écrit donc sous la forme

$$\frac{\partial^2\widetilde{\overline{E}}}{\partial z^2} + k_z^2\widetilde{\overline{E}} = \bar{0} \tag{2.6}$$

Avec :

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2) \tag{2.7}$$

$$k^2 = w^2\varepsilon\mu$$

En considérant une variation temporelle en e^{iwt} et en partant des équations de Maxwell (2.1) et (2.2) présenté précédemment dans le domaine de Fourier, nous pouvons montrer que les champs transverses dans la j^{eme} couche diélectrique ($z_{j-1} < z < z_{j+1}$) peuvent s'écrire en termes des composantes longitudinales $\widetilde{E_z}$ et $\widetilde{H_z}$ [29]. (Voir Annexe A)

$$\widetilde{E_x} = i\frac{k_x}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_z} + \frac{w\mu k_y}{k_s^2}\widetilde{H_z} \quad (a)$$

$$\widetilde{E_y} = i\frac{k_y}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_z} - \frac{w\mu k_x}{k_s^2}\widetilde{H_z} \quad (b) \tag{2.8}$$

$$\widetilde{H_x} = i\frac{k_x}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{H_z} - \frac{w\varepsilon k_y}{k_s^2}\widetilde{E_z} \quad (a)$$

$$\widetilde{H_y} = i\frac{k_x}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{H_z} + \frac{w\varepsilon k_x}{k_s^2}\widetilde{E_z} \quad (b) \tag{2.9}$$

Avec :

$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \tag{2.10}$$

Après avoir effectuer quelques manipulations algébriques simples, nous pouvons mettre les équations (2.8 a) et (2.8 b) sous la forme :

$$\widetilde{\overline{E}} = \begin{bmatrix} \widetilde{E_x} \\ \widetilde{E_y} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s}\begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

De même à partir des équations (2.9 a) et (2.9 b) on peut écrire :

$$\widetilde{\overline{H}} = \begin{bmatrix} \widetilde{H_y} \\ -\widetilde{H_x} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Les exposants e et h dans les équations (2.11) et (2.12) dénotent les ondes TM et TE respectivement e^e,e^h,h^e et h^h sont définis par :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \widetilde{E_z}}{\partial z} \\ \\ \frac{w\mu}{k_s} \widetilde{H_z} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_s} \widetilde{E_z} \\ \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \widetilde{H_z}}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

D'apes l'équation de propagation (2.6) les formes générales de $\widetilde{E_z}$ et $\widetilde{H_z}$ sont données par les relations suivantes [29] :

$$\begin{aligned} &\widetilde{E_z} = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z} && (a) \\ &\widetilde{H_z} = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z} && (b) \end{aligned} \tag{2.15}$$

En remplaçant par les équations (2.15 a) et (2.15 b) dans les expressions de $\widetilde{E_z}$ et $\widetilde{H_z}$ données par (2.13) et (2.14) nous obtenons :

$$\bar{e}(k_s, z) = \overline{A} e^{-ik_z z} + \overline{B} e^{ik_z z} \tag{2.16}$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{\bar{g}}(k_s).[\overline{A} e^{-ik_z z} - \overline{B} e^{ik_z z}] \tag{2.17}$$

$$\bar{\bar{g}}(k_s) = diag[g^e(k_s), g^h(k_s)] = diag\left[\frac{w\varepsilon}{k_z}, \frac{k_z}{w\mu}\right] \tag{2.18}$$

(Voir Annexe B)

Considérant maintenant la région ou l'onde se propage est limitée entre les deux plans Z_{j-1} et Z_j

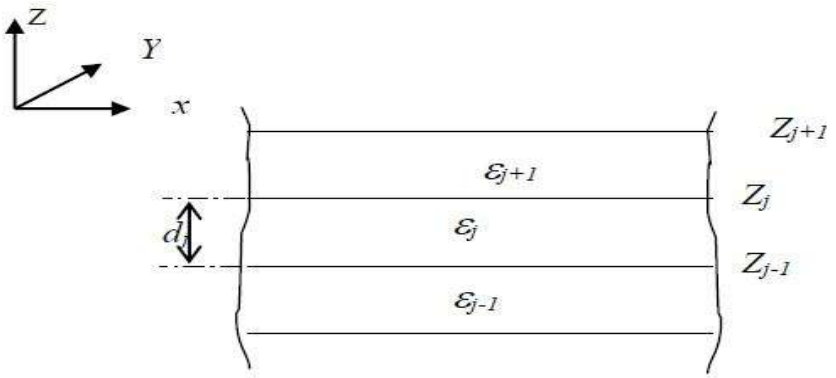


FIGURE 2.2 – Représentation d'une couche j

En écrivant les équations (2.16) et (2.17) dans le plan $Z = Z_{j-1}$ puis dans le plan $Z = Z_j$ et par élimination des inconnus $\overline{A}$ et $\overline{B}$, une relation relie les composantes $\bar{e}$ et $\bar{h}$ sur les deux interfaces de la couche est obtenue.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$\overline{\overline{T}}_j = \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_j^{11} & \overline{\overline{T}}_j^{12} \\ \overline{\overline{T}}_j^{21} & \overline{\overline{T}}_j^{22} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$\overline{\overline{T}}_j^{11} = \overline{\overline{T}}_j^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj}d_j) & 0 \\ 0 & \cos(k_{zj}d_j) \end{bmatrix} \tag{a}$$

$$\overline{\overline{T}}_j^{12} = -i.\sin(k_{zj}d_j)\bar{\bar{g}}_j^{-1} = \begin{bmatrix} -i\frac{k_{zj}}{w\varepsilon_j}\sin(k_{zj}d_j) & 0 \\ 0 & -i\frac{w\mu_j}{k_{zj}}\sin(k_{zj}d_j) \end{bmatrix} \tag{b}$$

$$\overline{\overline{T}}_j^{21} = -i.\sin(k_{zj}d_j)\bar{\bar{g}}_j = \begin{bmatrix} -i\frac{w\varepsilon_j}{k_{zj}}\sin(k_{zj}d_j) & 0 \\ 0 & -i\frac{k_{zj}}{w\mu_j}\sin(k_{zj}d_j) \end{bmatrix} \tag{c}$$

La forme matricielle montrée par (2.19) est similaire à celle adoptée dans la méthode de la limite équivalente présentée dans les études [30], [31] il suffit simplement de pondre $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_Z$, mais les champs électriques et magnétiques transverses présenté par l'équation (2.19) sont exprimés dans la représentation (TM, TE) au lieu des coordonnées cartésiennes utilisées dans [30], [31].
Si l'interface $Z = Z_j$ est dépourvue de courants électriques alors (2.14) s'écrit

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_j . \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Si par contre l'interface $z = z_j$ contient des courants électriques, nous avons

$$\begin{cases} \widetilde{H}_y(z_j^-) - \widetilde{H}_y(z_j^+) = \widetilde{J}_x(z_j) \\ \widetilde{H}_x(z_j^-) - \widetilde{H}_x(z_j^+) = -\widetilde{J}_y(z_j) \end{cases} \tag{2.22}$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_y(z_j^-) \\ -\widetilde{H}_x(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}_y(z_j^+) \\ -\widetilde{H}_x(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x(z_j) \\ \widetilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

En remplaçant par (2.12) dans (2.23) nous obtenons

$$\begin{gathered} \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x(z_j) \\ \widetilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x(z_j) \\ \widetilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^e(z_j) \\ J^h(z_j) \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{2.24}$$

Avec :

$$\overline{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$\widetilde{\overline{J}} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Donc on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J}(z_j) \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

A partir de (2.27) et (2.19) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J}(z_j) \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Si le milieu $z < z_{j-1}$ est un conducteur parfait (plan de masse) alors :

$$\bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) = \bar{0} \tag{2.29}$$

Si le milieu $z > z_j$ est l'air tenant compte de la condition de rayonnement on aura a partir de (2.16) et (2.17) :

$$\bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) = \bar{\bar{g}}_{j+1}(k_s).\bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \tag{2.30}$$

Les équations (2.21), (2.28), (2.29) et (2.30) formant les équations de base pour détermination du tenseur spectral de Green
Le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{G}}$ relie le champ électrique tangentiel avec le courant dans le plan du patch :

$$\widetilde{\overline{E}} = \overline{\overline{G}}.\widetilde{\overline{J}} \tag{2.31}$$

Avec :

$$\widetilde{\overline{E}} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_x \\ \widetilde{E}_y \end{bmatrix}; \widetilde{\overline{J}} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix}; \overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$$

Dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$ le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel $\bar{e}$ avec le courant $\overline{J}$ dans le plan du patch :

$$\bar{e} = \overline{\overline{Q}}.\overline{J} \tag{2.32}$$

Avec :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix}; \overline{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix}; \overline{\overline{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Il est facile de montrer la relation qui existe entre le tenseur diagonal $\overline{\overline{Q}}$ et le tenseur $\overline{\overline{G}}$:

$$\overline{\overline{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} . \overline{\overline{Q}} . \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

2.3 Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée

L'analyse dans le domaine spectral est largement utilisée dans les structures microbande. Dans cette approche la fonction tensorielle spectrale de Green qui relie le champ électronique tangentiel avec les courants dans les différents plans conducteurs doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour calculer le tenseur ; la structure de la (FIGURE 2.3) est

une antenne microbande rectangulaire avec un substrat diélectrique a une épaisseur d_1, une permittivité relative ε_1 et une perméabilité μ_0, le patch de largeur **a**, longueur **b**.

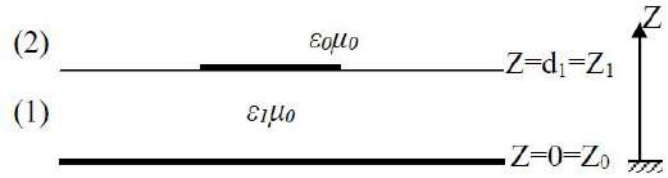


FIGURE 2.3 – Représentation simplifiée de la structure étudiée

Les équations de continuité de la structure de la (FIGURE 2.3) et l'équation déduite (2.28) nous permettent d'écrire :

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = \bar{0} \tag{2.34}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_1 . \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{J}(z_1) \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

$$\bar{h}_2(k_s, z_1^+) = \bar{\bar{g}}_2(k_s).\bar{e}_2(k_s, z_1^+) \tag{2.36}$$

On peut simplifier les équations (2.34), (2.35) et (2.36) par les équations suivantes :

$$\bar{e}_1 = \bar{0} \tag{2.37}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1^{11} & \overline{\overline{T}}_1^{12} \\ \\ \overline{\overline{T}}_1^{21} & \overline{\overline{T}}_1^{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J} \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

$$\bar{h}_2 = \bar{\bar{g}}_0.\bar{e}_2 \tag{2.39}$$

Dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$ le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel $\bar{e}_2$ avec le courant $\bar{j}$ dans le plan du patch.

$$\bar{e}_2 = \overline{\overline{Q}}.\overline{J} \tag{2.40}$$

En remplaçant (2.37) dans (2.38) nous obtenons :

$$\bar{e}_2 = \overline{\overline{T}}_1^{12}.\bar{h}_1 \tag{2.41}$$

$$\bar{h}_2 = \overline{\overline{T}}_1^{22}.\bar{h}_1 - \overline{J} \tag{2.42}$$

$$(3-45) \Rightarrow \bar{h}_1 = \left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1}.\bar{e}_2 \tag{2.43}$$

En remplaçant (2.39) et (2.43) dans (2.42) on aura :

$$\bar{\bar{g}}_0.\bar{e}_2 = \overline{\overline{T}}_1^{22}.\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1}.\bar{e}_2 - \overline{J}$$

$$\Rightarrow \left[\overline{\overline{T}}_1^{22}\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right].\bar{e}_2 = \overline{J}$$

$$\Rightarrow \bar{e}_2 = \left[\overline{\overline{T}}_1^{22}\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right]^{-1}.\overline{J}$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{Q}} = \left[\overline{\overline{T}}_1^{22}\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right]^{-1} \tag{2.44}$$

Avec :

$$\overline{\overline{T}}_1^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z1}.d_1) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z1}.d_1) \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i\frac{k_{z1}}{w\varepsilon_1}\sin(k_{z1}.d_1) & 0 \\ 0 & -i\frac{w\mu_0}{kz_1}\sin(k_{z1}.d_1) \end{bmatrix}$$

$$\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{iw\varepsilon_1}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z1}}{w\mu_0\sin(k_{z1}.d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{T}}_1^{22}\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{iw\varepsilon_1\cos(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{k_{z1}\cos(k_{z1}.d_1)}{w\mu_0\sin(k_{z1}.d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{g}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon_0}{k_{z0}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{z0}}{w\mu_0} \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{T}}_1^{22}\left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{iw\varepsilon_1\cos(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} - \frac{w\varepsilon_0}{k_{z0}} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_1)}{w\mu_0\sin(k_{z1}.d_1)} - \frac{k_{z0}}{w\mu_0} \end{bmatrix}$$

$$(Q^e)^{-1} = \frac{1}{Q^e} = \frac{iw\varepsilon_1 \cos(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} - \frac{w\varepsilon_0}{k_{z0}}$$

$avec : \varepsilon_1 = \varepsilon_0\varepsilon_{r1}$

$$(Q^e)^{-1} = iw\varepsilon_0 \left\{ \frac{\varepsilon_{r1}\cos(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} - i\frac{1}{k_{z0}} \right\} = iw\varepsilon_0 \left\{ \frac{\varepsilon_{r1}k_{z0}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)}{k_{z0}k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} \right\}$$

$$Q^e = \frac{i}{w\varepsilon_0} \mathsf{x} \frac{k_{z0}k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)}{\varepsilon_{r1}k_{z0}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} \tag{2.45}$$

$$(Q^h)^{-1} = \frac{1}{Q^h} = \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_1)}{w\mu_0\sin(k_{z1}.d_1)} - \frac{k_{z0}}{w\mu_0}$$

$$= \frac{i}{w\mu_0} \left\{ \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_1)}{\sin(k_{z1}.d_1)} + ik_{z0} \right\}$$

$$= \frac{i}{w\mu_0} \left\{ \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z0}\sin(k_{z1}.d_1)}{\sin(k_{z1}.d_1)} \right\}$$

$$\Rightarrow Q^h = \frac{-i}{w\varepsilon_0} \mathsf{x} \frac{k_{z0}^2\sin(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z0}\sin(k_{z1}.d_1)} \tag{2.46}$$

Les équations (2.45) et (2.46) donnent le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$:

$$Q^e = \frac{i}{w\varepsilon_0} \mathsf{x} \frac{k_{z0}k_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)}{\varepsilon_{r1}k_{z0}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)} \tag{2.47}$$

$$Q^h = \frac{-i}{w\varepsilon_0} \mathsf{x} \frac{k_{z0}^2\sin(k_{z1}.d_1)}{k_{z1}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z0}\sin(k_{z1}.d_1)} \tag{2.48}$$

Avec :

$$T_m = \varepsilon_{r1}k_{z0}\cos(k_{z1}.d_1).ik_{z1}\sin(k_{z1}.d_1)$$

$$T_e = k_{z1}\cos(k_{z1}.d_1) + ik_{z0}\sin(k_{z1}.d_1)$$

$$\overline{\overline{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Nous avons :

$$\overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\overline{\overline{G}} = \frac{1}{k_s}\begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}.\overline{\overline{Q}}.\frac{1}{k_s}\begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G_{xx} = \frac{1}{k_s^2}(k_x^2 Q^e + k_y^2 Q^h) & (a) \\ G_{xy} = G_{yx} = \frac{k_x k_y}{k_s^2}(Q^e - Q^h) & (b) \\ G_{yy} = \frac{1}{k_s^2}(k_y^2 Q^e + k_x^2 Q^h) & (c) \end{cases} \tag{2.49}$$

En remplaçant (2.45) et (2.46) dans (2.49 a), (2.49 b) et (2.49 c) nous obtenons :

$$G_{xx} = \frac{-i}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_x^2 k_{z0} k_{z1}\sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_e}\right] \quad (a)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{-i}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_x k_y k_{z0} k_{z1}\sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_e}\right] \quad (b) \tag{2.50}$$

$$G_{yy} = \frac{-i}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_y^2 k_{z0} k_{z1}\sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_{z1}d_1)}{k_s^2 T_e}\right] \quad (c)$$

Avec :

$$k_{z0}^2 = k_0^2 - k_s^2$$

$$k_0^2 = w^2\varepsilon_0\mu_0$$

$$k_{z1}^2 = k_1^2 - k_s^2$$

$$k_1^2 = w^2\varepsilon_1\mu_0 = \varepsilon_{r1}w^2\varepsilon_0\mu_0 = \varepsilon_{r1}k_0^2 \Rightarrow k_{z1}^2 = \varepsilon_{r1}k_0^2 - k_s^2$$

2.4 Application pour une antenne micro-ruban avec couche supplémentaire

2.4.1 présentation de la structure à étudier

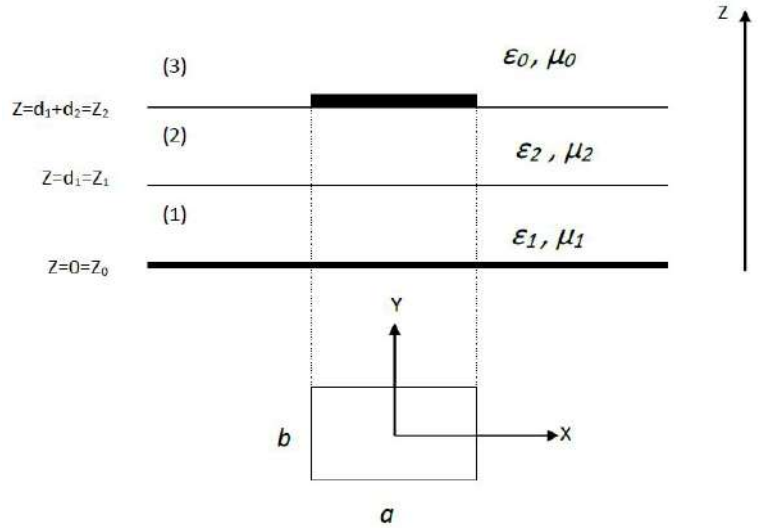


FIGURE 2.4 – structure d'une antenne micro-ruban avec une couche supplémentaire.

La structure de la (FIGURE 2.4) est une antenne micro-ruban avec deux couches diélectriques ,la première couche a une épaisseur d_1 et de permittivité relative ε_1 et perméabilité μ_1 .Ce substrat diélectrique est imprimé sur un plan de masse considéré infini et parfaitement conducteur.

La deuxième couche se trouve sur la première ,elle est d'épaisseur d_2 et de permittivité relative ε_2 et de perméabilité μ_2, la plaque rayonnante de l'antenne de longueur a et de largeur b se trouve gravée sur cette couche .

Au dessus de la plaque rayonnante se trouve le milieu 3 caractérisé par une permittivité absolue ε_0 et perméabilité relative μ_0 .ce milieu est l'air.

2.4.2 Calcul du tenseur spectrale de Green

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = 0 \tag{2.51}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_1 . \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3(k_s, z_2^+) \\ \bar{h}_3(k_s, z_2^+) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_2 . \begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J}(z_2) \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

$$\bar{h}_3(k_s, z_2^+) = \bar{\bar{g}}_3(k_s).\bar{e}_3(k_s, z_2^+) \tag{2.54}$$

On peut écrire les équation (2.51), (2.52), (2.53) et (2.54)de la maniére suivante :

$$\bar{e}_1 = \bar{0} \tag{2.55}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1^{11} & \overline{\overline{T}}_1^{12} \\ \\ \overline{\overline{T}}_1^{21} & \overline{\overline{T}}_1^{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3 \\ \bar{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_2^{11} & \overline{\overline{T}}_2^{12} \\ \\ \overline{\overline{T}}_2^{21} & \overline{\overline{T}}_2^{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J} \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

$$\bar{h}_3 = \bar{\bar{g}}_0.\bar{e}_3 \qquad avec : \bar{\bar{g}}_3 = \bar{\bar{g}}_0 \tag{2.58}$$

Dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$ le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel $\bar{e}_3$ avec le courant $\overline{J}$ dans le plan du patch :

$$\bar{e}_3 = \overline{\overline{Q}}.\overline{J} \tag{2.59}$$

En remplaçant (2.54) et (2.55) dans (2.56) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{e}_3 \\ \bar{h}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_2^{11} & \overline{\overline{T}}_2^{12} \\ \\ \overline{\overline{T}}_2^{21} & \overline{\overline{T}}_2^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_1^{11} & \overline{\overline{T}}_1^{12} \\ \\ \overline{\overline{T}}_1^{21} & \overline{\overline{T}}_1^{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \overline{\overline{\Gamma}}^{11} & \overline{\overline{\Gamma}}^{12} \\ \\ \overline{\overline{\Gamma}}^{21} & \overline{\overline{\Gamma}}^{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \overline{J} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.60}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\overline{\overline{\Gamma}}^{11} &= \overline{\overline{T}}_2^{11}\overline{\overline{T}}_1^{11} + \overline{\overline{T}}_2^{12}\overline{\overline{T}}_1^{21} && (a)\\
\overline{\overline{\Gamma}}^{12} &= \overline{\overline{T}}_2^{11}\overline{\overline{T}}_1^{12} + \overline{\overline{T}}_2^{12}\overline{\overline{T}}_1^{22} && (b)\\
\overline{\overline{\Gamma}}^{21} &= \overline{\overline{T}}_2^{21}\overline{\overline{T}}_1^{11} + \overline{\overline{T}}_2^{22}\overline{\overline{T}}_1^{21} && (c)\\
\overline{\overline{\Gamma}}^{22} &= \overline{\overline{T}}_2^{21}\overline{\overline{T}}_1^{12} + \overline{\overline{T}}_2^{22}\overline{\overline{T}}_1^{22} && (d)
\end{aligned} \tag{2.61}$$

$$(2.60) \Rightarrow \begin{cases} \bar{e}_3 = \overline{\overline{\Gamma}}^{12}\bar{h}_1 & (a)\\ \bar{h}_3 = \overline{\overline{\Gamma}}^{22}\bar{h}_1 - \overline{J} & (b) \end{cases} \tag{2.62}$$

$$(2.62)(a) \Rightarrow \bar{h}_1 = (\overline{\overline{\Gamma}}^{12})^{-1}\bar{e}_3 \tag{2.63}$$

En remplaçant par (2.58) et (2.63) dans (2.62 b) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
&\bar{\bar{g}}_0\bar{e}_3 = \overline{\overline{\Gamma}}^{22}(\overline{\overline{\Gamma}}^{12})^{-1}\bar{e}_3 - \overline{J}\\
\Rightarrow \overline{J} &= \left[\overline{\overline{\Gamma}}^{22}\left(\overline{\overline{\Gamma}}^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right]\bar{e}_3 \Rightarrow \bar{e}_3 = \left[\overline{\overline{\Gamma}}^{22}\left(\overline{\overline{\Gamma}}^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right]^{-1}\overline{J}
\end{aligned} \tag{2.64}$$

$$\overline{\overline{\Gamma}}^{22} = \begin{bmatrix} \alpha & 0\\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

avec :

$$\alpha = -\frac{k_{z1}\varepsilon_2}{k_{z2}\varepsilon_1}\sin(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2) + \cos(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2)$$

$$\beta = -\frac{k_{z2}}{k_{z1}}\sin(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2) + \cos(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2)$$

$$\left(\overline{\overline{\Gamma}}^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \kappa & 0\\ 0 & \eta \end{bmatrix}$$

avec :

$$\kappa = \frac{iw\varepsilon_1\varepsilon_2}{k_{z1}\varepsilon_2 \sin(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) + k_{z2}\varepsilon_1 \cos(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2)}$$

$$\eta = \frac{ik_{z1}k_{z2}}{w\mu_0 k_{z2} \sin(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) + w\mu_0 k_{z1} \cos(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2)}$$

on sait que :

$$\overline{\overline{Q}} = \left[\overline{\overline{\Gamma}}^{22}\left(\overline{\overline{\Gamma}}^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0\right]^{-1}$$

alors :

$$Q^e = -\frac{i}{w\varepsilon_0}.\frac{D_m}{T_m} \tag{2.65}$$

avec :

$$\begin{aligned} T_m = {} & \cos(k_{z2}d_2)\left[\varepsilon_{r1}k_{z0}\cos(k_{z1}d_1) + ik_{z1}\sin(k_{z1}d_1)\right] \\ & + i\sin(k_{z2}d_2)\left[\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}k_{z2}\cos(k_{z1}d_1) + i\varepsilon_{r2}\frac{k_{z0}k_{z1}}{k_{z2}}\sin(k_{z1}d_1)\right]. \end{aligned}$$

$$D_m = k_{z0}k_{z1}\sin(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}k_{z0}k_{z2}\cos(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2)$$

$$Q^h = -\frac{i}{w\varepsilon_0}k_0^2\frac{D_e}{T_e} \tag{2.66}$$

avec :

$$\begin{aligned} T_e = {} & \cos(k_{z2}d_2)\left[k_{z1}\cos(k_{z1}d_1) + ik_{z0}\sin(k_{z1}d_1)\right] \\ & + i\sin(k_{z2}d_2)\left[\frac{k_{z0}k_{z1}}{k_{z2}}\cos(k_{z1}d_1) + ik_{z2}\sin(k_{z1}d_1)\right]. \end{aligned}$$

$$D_e = \sin(k_{z1}d_1)\cos(k_{z2}d_2) + \frac{k_{z1}}{k_{z2}}\cos(k_{z1}d_1)\sin(k_{z2}d_2)$$

Les équations (2.65) et (2.66) donnent le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$.

En remplaçant par (2.65) et (2.66) dans (2.49 a), (2.49 b) et (2.49 c) nous obtenons :

$$G_{xx} = -i\frac{1}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_x^2 D_m}{k_s^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 D_e}{k_s^2 T_e}\right] \qquad (a)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = -i\frac{1}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_x k_y D_m}{k_s^2 T_m} - \frac{k_x k_y k_0^2 D_e}{k_s^2 T_e}\right] \qquad (b) \qquad (2.67)$$

$$G_{yy} = -i\frac{1}{w\varepsilon_0}\left[\frac{k_y^2 D_m}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 D_e}{k_s^2 T_e}\right] \qquad (c)$$

avec :

$k_{z0}^2 = k_0^2 - k_s^2$.
$k_0^2 = w^2\varepsilon_0\mu_0$.
$k_{z1}^2 = k_1^2 - k_s^2, k_1^2 = w^2\varepsilon_1\mu_0 = \varepsilon_{r1}w^2\varepsilon_0\mu_0 = \varepsilon_{r1}k_0^2 \Rightarrow k_{z1}^2 = \varepsilon_{r1}k_0^2 - k_s^2$
$k_{z2}^2 = k_2^2 - k_s^2, k_2^2 = w^2\varepsilon_2\mu_0 = \varepsilon_{r2}w^2\varepsilon_0\mu_0 = \varepsilon_{r2}k_0^2 \Rightarrow k_{z2}^2 = \varepsilon_{r2}k_0^2 - k_s^2$

2.5 formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne

2.5.1 L'équation intégrale du champ électrique

Après avoir calculé la fonction tensorielle spectrale de Green, nous allons à présent s'intéresser à formuler l'équation intégrale du champ électrique. A partir de (2.31) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_x \\ \widetilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} \qquad (2.68)$$

$$\begin{cases} \widetilde{E}_x(k_x, k_y, d) = G_{xx}.\widetilde{J}_x + G_{xy}.\widetilde{J}_y & (a) \\ \widetilde{E}_y(k_x, k_y, d) = G_{yx}.\widetilde{J}_x + G_{yy}.\widetilde{J}_y & (b) \end{cases} \qquad (2.69)$$

Le champ électrique rayonné dans l'espace est obtenu à partir de la transformée de Fourier inverse aux équations (2.69 a) et (2.69 b).

$$E_y(x,y) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[G_{xx}.\widetilde{J}_x + G_{xy}.\widetilde{E}_y\right]e^{-i(k_x x + k_y y)}dk_x dk_y \qquad (2.70)$$

$$E_y(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[G_{yx}.\widetilde{J}_x + G_{yy}.\widetilde{E}_y \right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \qquad (2.71)$$

2.5.2 Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin

La fonction de Green obtenue nous permet de formuler, par la méthode des moments (MOM), les solutions permettant de déterminer les caractéristiques de l'antenne en fonction des solutions obtenues.

La méthode des moments consiste en la transformation d'une équation intégrale en une équation algébrique matricielle qu'il est possible de résoudre par le biais des méthodes numériques. En effet, la méthode des moments est la plus utilisée dans le domaine de l'électromagnétique.

Par ailleurs, la méthode de Galerkin, un cas particulier de la méthode des moments, est adaptée au domaine de Fourier afin de réduire les systèmes d'équations intégrales en des équations matricielle.

Le courant surfacique $J(x,y)$ sur le **patch** est développé en une série finie de fonctions de base connues Jx , Jy avec les coefficients de développement modal a_n et b_m [28], [27], [32].

Nous savons que E_x et E_y des équations (2.70) et (2.71) sont nuls sur le patch métallique :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \widetilde{J}_x e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_y e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.72)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_x e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \widetilde{J}_y e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (2.73)$$

la distribution du courant sur le patch en série de fonctions de base :

$$\begin{aligned} J_x(x,y) &= \sum_{n=1}^{N} a_n j_{xn}(x,y) \qquad (a) \\ J_y(y,x) &= \sum_{m=1}^{M} b_m j_{xm}(x,y) \qquad (b) \end{aligned} \qquad (2.74)$$

En substituant la transformée de Fourier de (2.74 a) et (2.74 b) dans (2.72) et (2.73) nous aurons :

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y = 0 \quad (2.75)$$

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y = 0 \quad (2.76)$$

En multipliant (2.75) par $J_{xk}(x,y)$ $k = \overline{1,N}$ et en intégrant sur le domaine du patch on trouve (2.77).

En multipliant (2.76) par $J_{xl}(x,y)$ $l = \overline{1,M}$ et en intégrant sur le domaine du patch on trouve (2.78).

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{xk}(-k_x,-k_y)G_{xx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{xk}(-k_x,-k_y)G_{xy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y = 0 \quad (2.77)$$

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_x,-k_y)G_{yx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_x,-k_y)G_{yy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y = 0 \quad (2.78)$$

Les équations (2.77) et (2.78) peuvent être écrites sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} (Z^1_{kn})_{N\times N} & (Z^2_{km})_{N\times M} \\ (Z^3_{ln})_{M\times N} & (Z^4_{lm})_{M\times M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_n)_{N\times 1} \\ (b_m)_{M\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Donc on abouti à un système d'équations homogène et pour évité sa solution triviale, il faut que le déterminant de la matrice $\overline{Z}$ devient nul.
Avec :

$$Z_{kn}^{1} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{xk}(-k_x,-k_y)G_{xx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y$$

$$Z_{km}^{2} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{xk}(-k_x,-k_y)G_{xy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y$$

$$Z_{ln}^{3} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_x,-k_y)G_{yx}.\widetilde{J}_{xn}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y$$

$$Z_{lm}^{4} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_x,-k_y)G_{yy}.\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y$$

$k, n = 1, ...N$ et $l, m = 1.....M$.

2.5.3 La fréquence et la bande passante

On sait que la déterminant de la matrice $[Z]$ est une fonction de la fréquence, et les solutions qui annulent le déterminant sont des fréquences complexes $f = \frac{w}{2\pi}$ qui est la fréquence de résonance de l'antenne.
La fréquence de résonance, le facteur de qualité et la bande passante sont données par :

$$f = f_r + if_i$$

$$Q = \frac{f_r}{2.f_i} \quad et \quad BW = \frac{1}{Q}$$

Où :
f_i : est la partie imaginaire de la fréquence de résonance.
f_r : est la partie réelle de la fréquence de résonance.

2.5.4 Choix des fonctions de base

2.5.4.1 Détermination de la transformée de fourrier issues du modèle de cavité

Dans notre étude nous allons utiliser des fonctions de base qu'est formés par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux

magnétiques, ces modes sont données par :

$$\begin{aligned} J_{xk}(x,y) &= \sin\left[\ \tfrac{k_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \tfrac{k_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right] \qquad (a) \\ J_{ym}(x,y) &= \sin\left[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \tfrac{m_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right] \qquad (b) \end{aligned} \tag{2.80}$$

La transformée de Fourier des les équations (2.80 a) (2.80 b) issues du modèle de la cavité peut être écrite sous la forme [33]

$$\widetilde{J}_{xk}(k_x,k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\ \tfrac{k_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \tfrac{k_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right] e^{-i(k_x x+k_y y)}dk_x dk_y \tag{2.81}$$

$$\widetilde{J}_{xk}(k_x,k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\ \tfrac{k_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right] e^{-ik_x x}dx \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\ \tfrac{k_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right] e^{-ik_y y}dy$$

$$\widetilde{J}_{xk} = F(x).F(y)$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\ \tfrac{k_1\pi}{a}\big(x+\tfrac{a}{2}\big)\ \right] e^{-ik_x x}dx \\ &= \frac{1}{2i}\int_{-a/2}^{+a/2} e^{i\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\ \right]} - e^{-i\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\ \right]} e^{-k_x x}d_x \end{aligned}$$

$$F(x) = \frac{1}{i\left[\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right]}.e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)\frac{a}{2}\right] - \frac{1}{i\left[\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right]}.e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right)\frac{a}{2}\right]$$

$$F(x) = i\frac{a}{2}\left[e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right)\frac{a}{2}\right] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)\frac{a}{2}\right]\right] \tag{2.82}$$

De la même manière de calcul F(x) en trouve :

$$F(y) = \frac{b}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\left[\left(\frac{k_2\pi}{b}+k_y\right)\frac{b}{2}\right] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\left[\left(\frac{k_2\pi}{b}-k_y\right)\frac{b}{2}\right]\right] \tag{2.83}$$

Pour calculer la transformer de Fourier de $J_{ym}(x,y)$ on suivra la même démarche que pour $\widetilde{J}_{xn}$

$$\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \tfrac{m_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right]e^{-i(k_xx+k_yy)}dxdy \tag{2.84}$$

$$\widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \right]e^{-ik_yy}dy\times\int_{-\infty}^{+\infty}\cos\left[\ \tfrac{m_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \right]e^{-ik_xx}dx$$

$$\widetilde{J}_{xk}(k_x,k_y)=F(y).F(x)$$

$$F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\big(y+\tfrac{b}{2}\big)\ \right]e^{-ik_xx}dx$$

$$=\frac{1}{2i}\int_{-a/2}^{+a/2}e^{i\left[\ \frac{m_2\pi}{b}\big(y+\frac{b}{2}\big)\ \right]}-e^{-i\left[\ \frac{m_2\pi}{b}\big(y+\frac{b}{2}\big)\ \right]}e^{-k_xx}d_x$$

$$F(x)=\frac{1}{i\big(\frac{m_2\pi}{b}-k_x\big)}.e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\big[\big(\frac{m_2\pi}{a}-k_x\big)\frac{a}{2}\big]-\frac{1}{i\big(\frac{m_2\pi}{a}+k_x\big)}.e^{-i\frac{m_2\pi}{2}}\sin\big[\big(\frac{m_2\pi}{a}+k_x\big)\frac{a}{2}\big]$$

$$F(x)=i\frac{b}{2}\left[e^{i\frac{m_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{a}+k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]-e^{i\frac{m_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{b}-k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]\right] \tag{2.85}$$

De la même manière de calcul F(x) en trouve :

$$F(y)=\frac{a}{2}\left[e^{i\frac{m_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]-e^{-i\frac{m_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{a}-k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]\right] \tag{2.86}$$

Après ces opérations mathématiques, nous obtenons les expressions suivantes pour les transformées scalaire de Fourier J_{xk} et J_{ym} :

$$\begin{cases}\widetilde{J}_{xn}=\widetilde{I}_{xx} & \times \quad \widetilde{I}_{xy}\\ \widetilde{J}_{ym}=\widetilde{I}_{yx} & \times \quad \widetilde{I}_{yy}\end{cases} \tag{2.87}$$

Avec :

$$\widetilde{I}_{xx} = i\frac{a}{2}\left[e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\Big] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]\right]$$

$$\widetilde{I}_{xy} = \frac{b}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{k_2\pi}{b}+k_y\Big)\frac{b}{2}\Big] - e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{k_2\pi}{b}-k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]\right]$$

$$\widetilde{I}_{yx} = \frac{a}{2}\left[e^{i\frac{m_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\Big] - e^{-i\frac{m_1\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{b}-k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]\right]$$

$$\widetilde{I}_{yy} = i\frac{b}{2}\left[e^{-i\frac{m_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{b}+k_y\Big)\frac{b}{2}\Big] - e^{i\frac{m_2\pi}{2}}\mathrm{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{b}-k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]\right]$$

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait appel à la transformée vectorielle de Fourier ceci a pour but de réduire le problème tridimensionnelle en un autre bidimensionnel pour simplifier les calcules en suite une méthode efficace pour dérivation de la fonction tensorielle spectral de Green a été développée et présentée. Ce tenseur a été montré qu'elle est diagonal pour les représentations (TM, TE) ce qui réduit la complexité des calcules. On a établi l'équation intégrale du champ électrique en utilisant la méthode des moments.

La procédure de Galerkin nous a permis par la suite de discrétiser cette équation pour donner lieu à un système d'équation homogène, ce système est résolu numériquement dans la section qui suit.

Chapitre 3

Résolution numérique

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédant nous avons calculé la fréquence de résonnance complexe par une méthode intégrale. La résolution de l'équation intégrale est faite par la méthode des moments pour obtenir la fréquence d'opération de l'antenne. On a préféré travailler avec notre programme que d'utiliser les logiciels commercial afin de valider notre méthode rigoureuse et qui prendre en considération toutes les conditions au limite ainsi que les courants de surfaces, et qui nous donne une très grande souplesse concernant le choix des dimensions de l'antenne ainsi que les substrats diélectriques. Dans ce qui suit, nous allons voir l'effet et l'influence de la couche diélectrique supplémentaire sur la fréquence d'opération de notre antenne, et on va faire aussi une comparaison entre les deux modes fondamentaux TM01 et TM10.

3.2 Résultats numériques

Afin de valider nos résultats de simulation, on va tout d'abord procéder à une comparaison avec les résultats disponibles dans la littérature [34], l'antenne considérée est caractérisée par :

$a = 60mm, b = 40mm, d_1 = 0.8mm, d_2 = 0mm, \varepsilon_{r1} = 4.34$ et $f_r = 1.199GHZ$.

TABLEAU 3.1 – Comparaison les résultats.

$d_1(mm)$	Notre résultat : f_r(GHZ)	Résultat littérature [34] : f_r (GHZ)
0.8	1.2	1.199

on remarque que notre résultat est presque la même que celle de la littérature [34]. On peut dans ce cas valider notre programme et procéder à notre étude de notre antenne avec une couche diélectrique supplémentaire.

3.2.1 L'effet de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance pour le mode TM01

Dans cette partie on discute l'influence de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance. La (FIGURE 3.1) montre la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $a = 6cm$ et $b = 4cm$ en fonction de l'épaisseur d_2 pour $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 2.32$, $\varepsilon_{r1} = 2.32$ $\varepsilon_{r2} = 3.22$ et $\varepsilon_{r1} = 2.8$ $\varepsilon_{r2} = 2$. On a fixé $d_1 = 0.17cm$, et on a fait changer d_2 (inférieur à d_1, égale à d_1 et supérieur à d_1).

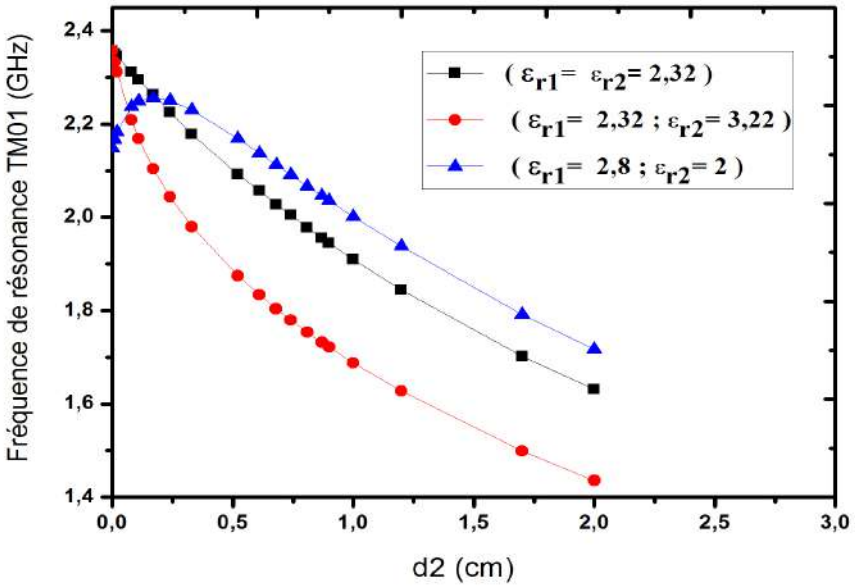


FIGURE 3.1 – la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $(a \times b) = (6 \times 4)cm^2$ en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01.

a partir de la (FIGURE 3.1) on conclu que :
– la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur d_2 de la couche 2, pour les deux cas ε_{r1} égale à ε_{r2} et ε_{r1} inférieur à ε_{r2}.

– la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que celle-ci atteigne une fréquence d'opération maximale égale à 2.25GHZ quand d_2 égale à 0.24cm. Ensuite l'augmentation de l'épaisseur d_2 ($d_2 > 0.24cm$) diminuera lentement la fréquence de résonance pour le cas ε_{r1} supérieur à ε_{r2} ce comportement de la fréquence est attendu parce qu'on a une augmentation de la permittivité relative et l'épaisseur de la couche supplémentaire.

3.2.2 L'effet de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance pour le mode TM01

Maintenant on va étudier l'influence de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance. La (FIGURE 3.2) montre la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $a = 6cm$ et $b = 4cm$ en fonction de l'épaisseur d_1 pour $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 2.32$, $\varepsilon_{r1} = 2.32$ $\varepsilon_{r2} = 3.22$ et $\varepsilon_{r1} = 2.8$ $\varepsilon_{r2} = 2$. On a fixé $d_2 = 0.15cm$, et on a fait changer d_1 (inférieur à d_2, égale à d_2 et supérieur à d_2).

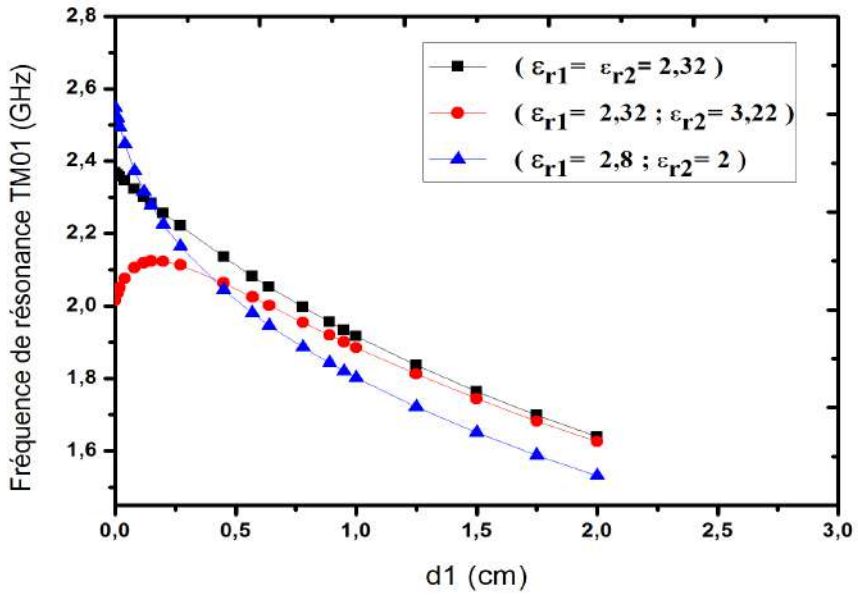


FIGURE 3.2 – la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $(a\text{x}b) = (6\text{x}4)cm^2$ en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01.

a partir de la (FIGURE 3.2) on conclu que :
- la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur d_1 de la couche 1, pour les deux cas ε_{r1} égale à ε_{r2} et ε_{r1} supérieur à ε_{r2}.
- la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que celle-ci atteigne une fréquence d'opération maximale égale à 2.12GHZ quand d_1 égale à 0.20cm. Ensuite l'augmentation de l'épaisseur d_1 diminuera lentement la fréquence de résonance pour le cas ε_{r1} inférieur à ε_{r2}.

3.2.3 L'effet de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10

On discute maintenant l'influence de l'épaisseur d_2 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10. La (FIGURE 3.3) montre la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $a = 6cm$ et $b = 4cm$ en fonction de l'épaisseur d_2 pour $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 2.32$, $\varepsilon_{r1} = 2.32$ $\varepsilon_{r2} = 3.22$ et $\varepsilon_{r1} = 2.8$ $\varepsilon_{r2} = 2$. On a fixé $d_1 = 0.17cm$, et on a fait changer d_2 (inférieur à d_1, égale à d_1 et supérieur à d_1).

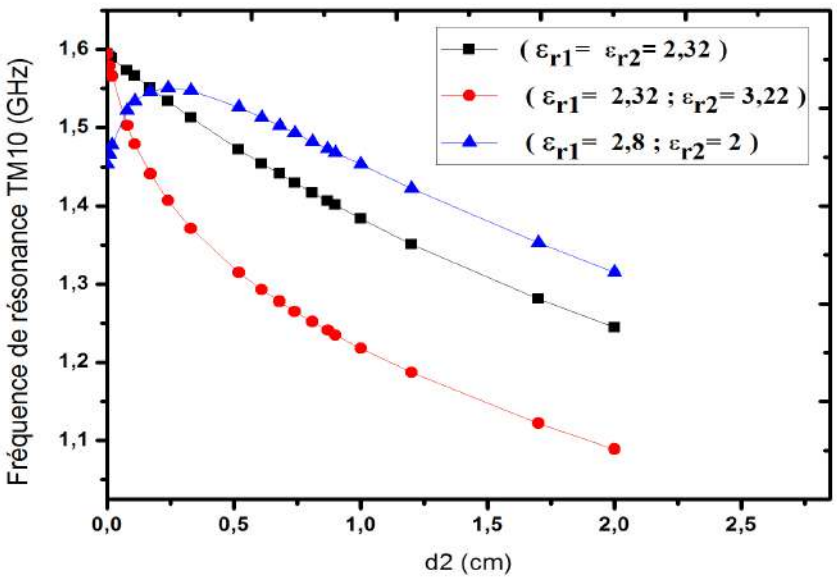


FIGURE 3.3 – la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $(a \times b) = (6 \times 4)cm^2$ en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM10.

a partir de la (FIGURE 3.3) on conclu que :
- la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur d_2 de la couche 2, pour les deux cas ε_{r1} égale à ε_{r2} et ε_{r1} inférieur à ε_{r2}.
- la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que celle-ci atteigne une fréquence d'opération maximale égale à 1.55GHZ quand d_2 égale à 0.24cm. après la valeur maximale de la fréquence, l'augmentation de l'épaisseur d_2 diminuera lentement la fréquence de résonance pour le cas ε_{r1} supérieur à ε_{r2} Ce sont les même remarques pour le cas de TM01, sauf que les valeurs des fréquences ne sont pas les mêmes. pour le mode TM10 le fréquence de résonance sont inférieur à celles du mode TM01.

3.2.4 L'effet de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10

On discute l'influence de l'épaisseur d_1 sur la fréquence de résonance pour le mode TM10. La (FIGURE 3.4) montre la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $a = 6cm$ et $b = 4cm$ en fonction de l'épaisseur d_1 pour $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 2.32$, $\varepsilon_{r1} = 2.32$ $\varepsilon_{r2} = 3.22$ et $\varepsilon_{r1} = 2.8$ $\varepsilon_{r2} = 2$. On a fixé $d_2 = 0.15cm$, et on a fait changer d_1 (inférieur à d_2, égale à d_2 et supérieur à d_2).

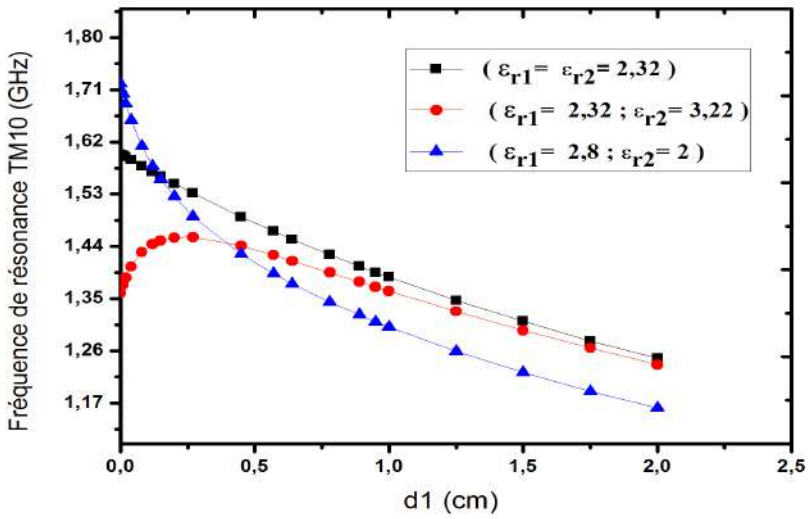


FIGURE 3.4 – la fréquence de résonance d'une antenne patch rectangulaire de dimension $(a \times b) = (6 \times 4)cm^2$ en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM10.

a partir de la (FIGURE 3.4) on conclu que :
- la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur d_1 de la couche 1, pour les deux cas ε_{r1} égale à ε_{r2} et ε_{r1} supérieur à ε_{r2}.
- la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que celle-ci atteigne une fréquence d'opération maximale égale à 1.45GHZ quand d_1 égale à 0.20cm après la valeur maximale de la fréquence, l'augmentation de l'épaisseur d_1 diminuera lentement la fréquence de résonance pour le cas ε_{r1} inférieur à ε_{r2}. Ce sont les même remarques pour le cas de TM01, sauf que les valeurs des fréquences ne sont pas les mêmes. pour le mode TM10 le fréquence de résonance sont inférieur à celles du mode TM01.

3.2.5 Comparaison entre le mode TM01 et le mode TM10

En faisant une comparaison entre le mode TM01 et le mode TM10 nous concluons ce qui suit :

- Les résultats obtenus lors du changement des valeurs de d_2 en mode TM01 et en mode TM10 montrent le même comportement de diminution de la fréquence avec l'augmentation de d_2, sauf que les valeurs de cette fréquence pour le mode TM10 sont toujours inférieures à celle du mode TM01.

- Les résultats obtenus lors du changement des valeurs de d_1 en mode TM01 et en mode TM10 montrent le même comportement de diminution de la fréquence avec l'augmentation de d_1, sauf que les valeurs de cette fréquence pour le mode TM10 sont toujours inférieures à celle du mode TM01.

3.2.6 L'effet de l'épaisseur d_2 et d_1 sur la permittivité relative équivalente pour le mode TM01 et TM10

La (FIGURE 3.5) et (FIGURE 3.6) montre la permittivité relative équivalente calculée à partir de (3.1) en fonction de l'épaisseur d_2 de la couche 2 et l'épaisseur d_1 de la couche 1, respectivement.

a partir de la (FIGURE 3.5) on conclu que :

- **Premier cas :** (ε_{r1}=ε_{r2}=2.32)
  dans ce cas la permittivité relative équivalente est stable, néanmoins la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de d_2 .

- **Deuxième cas :** (ε_{r1}=2.32 ε_{r2}=3.22)
  lorsque ($\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$) la permittivité relative équivalente augmente rapidement avec l'augmentation de l'épaisseur d_2, et entraîne la diminution de la fréquence de résonance.
- **Troisième cas :** (ε_{r1}=2.8 ε_{r2}=2)
  lorsque ($\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$) la permittivité relative équivalente diminue rapidement avec l'augmentation de l'épaisseur d_2.

a partir de la (FIGURE 3.6) on conclu que :

- **Premier cas :** (ε_{r1}=ε_{r2}=2.32)
  dans ce cas la permittivité relative équivalente est stable, niomoins la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de d_1.
- **Deuxième cas :** (ε_{r1}=2.32 ε_{r2}=3.22)
  lorsque ($\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$) et contrairement ou premier cas, la permittivité relative équivalente diminue cette fois avec l'augmentation de l'épaisseur d_1.
- **Troisième cas :** (ε_{r1}=2.8 ε_{r2}=2)
  lorsque ($\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$) la permittivité relative équivalente augmente cette fois avec l'augmentation de l'épaisseur d_1.

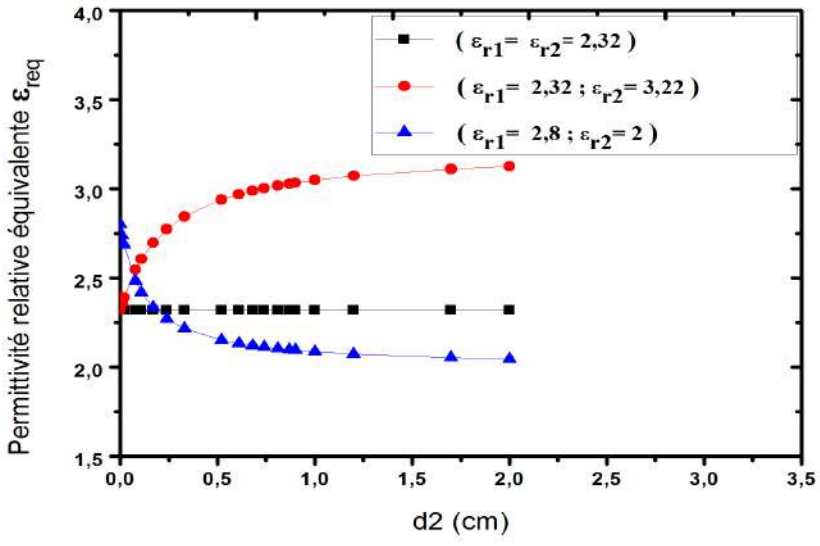


FIGURE 3.5 – la permittivité relative équivalente d'une antenne patch rectangulaire de dimension (axb) = (6x4)cm^2 en fonction de l'épaisseur d_2 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01 et TM10.

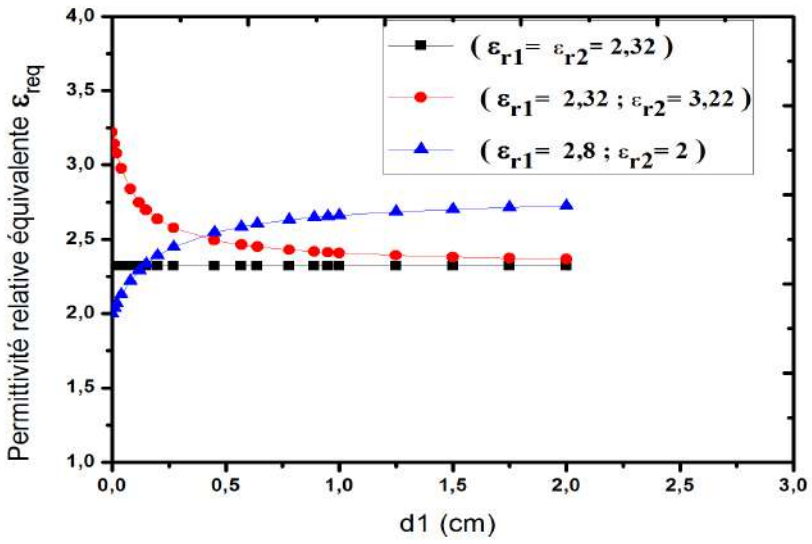


FIGURE 3.6 – la permittivité relative équivalente d'une antenne patch rectangulaire de dimension $(a \times b) = (6 \times 4)cm^2$ en fonction de l'épaisseur d_1 pour différentes constantes diélectriques dans le mode TM01 et TM10.

Notons que la permittivité relative équivalente de la structure composée de deux couches est donnée par [32], [35].

$$\varepsilon_{req} = \frac{\varepsilon_{r1} \cdot \varepsilon_{r2}(d_1 + d_2)}{(\varepsilon_{r2} d_1 + \varepsilon_{r1} d_2)} \tag{3.1}$$

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, des résultats concernant la fréquence de résonance d'une antenne patch avec une couche supplémentaire ont été présente. Des études de convergence ont été réalisées montrant une convergence rapide par l'utilisation d'une seule fonction de base. Nous avons validé la méthode, par la comparaison de nos résultats numérique avec ceux de la littérature. Ensuite, Nous avons montré que l'épaisseur du substrat isolant dans la première et la deuxième couche a le même effet sur la fréquence en mode TM01 et mode TM10. On a aussi étudié l'effet de l'épaisseur d_2 et d_1 sur Permittivité relative équivalente pour le mode TM01 et TM10 où on a remarqué un comportement inversé pour la permittivité relative équivalente dans les cas où les deux permittivité relative des deux substrats ne sont pas égaux ; et quand d_2 augmente et d_1 fixe ou l'inverse.

Conclusion générale

Le but principale de ce manuscrit est de faire une étude sur une antenne micro-ruban de forme rectangulaire avec deux couches diélectriques superposées “couche supplémentaire”. L'analyse de l'antenne est basée sur la méthode intégrale qui est elle-même basée sur une étude des grandeurs électromagnétiques aux frontières de la structure considérée.

Pour déterminer le tenseur spectral de Green, on a étudié la discontinuité du champ magnétique H à l'interface du patch.

Au début on a calculé le tenseur diagonal Q qui relie le courant électrique avec le champ dans une représentation des champs s'appelle TM(h) , TE(e) ensuite le tenseur G dans le plan (x,y) est aisément obtenu.

Pour résoudre l'équation intégrale nous avons utilisé la méthode des moments comme outil de résolution, les fonctions de base choisies doivent assurer une convergence correcte et rapide des résultats, pour cela nous adoptons les fonctions issues du modèle de la cavité comme fonction de base.

Les résultats principaux de ce manuscrit sont :

- Le calcul du tenseur spectral de Green par la méthode utilisé dans notre travail est plus efficace que la méthode classique.
- La fréquence de résonance est liée directement avec les paramètres physiques de la couche supplémentaire.
- Pour une couche supplémentaire ayant un constant diélectrique supérieur ou égal à celle de la première couche, l'augmentation de l'épaisseur de la couche supplémentaire faire diminue la fréquence de résonance pour les deux modes TM01 et TM10.
- Pour une couche supplémentaire ayant un constant diélectrique inférieur à celle de la première couche, l'augmentation de l'épaisseur de la couche supplémentaire va faire augmenter la fréquence de résonance au début, puis elle sera diminuée pour les deux modes TM01 et TM10.
- On a remarqué un comportement inversé pour la permittivité relative équivalente dans le cas où les deux permittivités relative des deux sub-

strats ne sont pas égaux ; et quand d_2 augmente et d_1 fixe ou l'inverse, et c'est pour les deux modes TM01 et TM10.

Malgré que les antennes micro-ruban présentent de très grands avantages par rapport aux antennes classiques, leur problème majeur reste toujours la bande passante étroite. Une des solutions pour élargir cette bande est de travailler à double fréquence, et cela est possible en utilisant une antenne à deux couches diélectriques et à deux patchs. On peut envisager comme étude complémentaire à ce travail, l'étude d'une antenne à couche supplémentaire avec deux patchs, le premier sera gravé sur la première couche diélectrique et le deuxième patch sera gravé sur la couche diélectrique supplémentaire.

Bibliographie

[1] C. A. Balanis, *Antenna theory : analysis and design.* John wiley & sons INC Publication, Third Edition. Hoboken, New Jersey 2005.

[2] D. Walid, "Etude et conception d'une antenne patch ultra large bande ulb à bande rejetée," Ph.D. dissertation, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF-M'SILA, 2017.

[3] O. Picon, L. Cirio, C. Ripoll, G. Baudoin, J.-F. Bercher, and M. Villegas, *Les antennes : Théorie, conception et applications.* Dunod, 2009.

[4] C. Balanis, "'antenna theory analysis and design "2nd edition, john willey & sons inc," *New York*, 1997.

[5] F. FERRERO, "Reconfiguration dynamique d'antennes imprimées en directivité et polarisation," Thèse de Doctorat de l'université de Nice-Sophia Antipolis, Spécialité : Electronique, 2007.

[6] X. Wang, L. Yao, F. Xu, D. Zhou, and Y. Qiu, "Design and characterization of conformal microstrip antennas integrated into 3d orthogonal woven fabrics," *Journal of Engineered Fibers and Fabrics*, vol. 7, no. 2, p. 155892501200700211, 2012.

[7] F. Ulaby, "Fundamentals of applied electromagnetics [cd]/fawwaz t. ulaby." 1999.

[8] K. Carver and J. Mink, "Microstrip antenna technology," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 29, no. 1, pp. 2–24, 1981.

[9] D. Stalling, M. Zockler, and H.-C. Hege, "Fast display of illuminated field lines," *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, vol. 3, no. 2, pp. 118–128, 1997.

[10] A. Kazemipour, "Contribution à l'étude du couplage entre antennes, application à la compatibilité électromagnétique et à la conception d'antennes et de réseaux d'antennes," Ph.D. dissertation, Paris, ENST, 2003.

[11] Y.-M. Lee, S. T. Wang, H.-C. Teng, and S. Cherng, "A functional microstrip circuit module for annular slot antenna," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 136, pp. 255–267, 2013.

[12] S. N. Makarov, *Antenna and EM Modeling with MATLAB*, 2002.

[13] D. Wang, L. Song, H. Zhou, and Z. Zhang, "A compact annular ring microstrip antenna for wsn applications," *Sensors*, vol. 12, no. 7, pp. 8663–8674, 2012.

[14] V. Patrick, "Les antennes imprimées," *Master Recherche Télécommunication Hautes Fréquences et Optiques, IRCOM-Université de Limoges*, 2004.

[15] S. web, http// :www.Wikipédia.org.

[16] N. S. Punit, "Design of a compact microstrip patch antenna for use in wireless/cellular devices," Ph.D. dissertation, Master thesis, Florida State University, 2004.

[17] M. Gujral, J. L.-W. Li, T. Yuan, and C.-W. Qiu, "Bandwidth improvement of microstrip antenna array using dummy ebg pattern on feedline," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 127, pp. 79–92, 2012.

[18] M. M. Ahamed, K. Bhowmik, M. Shahidulla, M. S. Islam, and M. A. Rahman, "Rectangular micro strip patch antenna at 2ghz on different dielectric constant for pervasive wireless communication," *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 2, no. 3, p. 417, 2012.

[19] R. Garg, P. Bhartia, I. J. Bahl, and A. Ittipiboon, *Microstrip antenna design handbook*. Artech house, 2001.

[20] *"PIFA–Planar Inverted F Antenna"http ://www. qsl. net/va3iul.*

[21] I. J. Bahl and P. E. Bhartia, *Microstrip antenna*. Dedham, MA :Artech house, 1980.

[22] A. Behèoul, "Contribution à l'étude des antennes microstrip supraconducteur de forme triangulaire," 2010.

[23] H. J. Visser, *Array and phased array antenna basics*. Wiley Online Library, 2005.

[24] P. Troughton, "High q factor resonators in microstrip," *Electronics Letters*, vol. 4, no. 24, pp. 520–522, 1968.

[25] A. Bhattacharyya and R. Garg, "Input impedance of annular ring microstrip antenna using circuit theory approach," *IEEE Transactions on antennas and propagation*, vol. 33, no. 4, pp. 369–374, 1985.

[26] Y. Coulibali, "Étude et réalisation d'antenne hybride á base de résonateur diélectrique pour les systémes de communications sans fils," thése de doctorat. INRS, 2009.

[27] T. Itoh, *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. Wiley-Interscience, 1989.

[28] T. Itoh and W. Menzel, "A full-wave analysis method for open microstrip structures," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 29, no. 1, pp. 63–68, 1981.

[29] D. Pozar and S. Voda, "A rigorous analysis of a microstripline fed patch antenna," *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 35, no. 12, pp. 1343–1350, 1987.

[30] F. L. Mesa, R. Marques, and M. Horno, "A general algorithm for computing the bidimensional spectral green's dyad in multilayered complex bianisotropic media : The equivalent boundary method," *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, vol. 39, no. 9, pp. 1640–1649, 1991.

[31] R. R. Boix, N. G. Alexopóulos, and M. Horno, "Efficient numerical computation of the spectral transverse dyadic green's function in stratified anisotropic media," *Journal of Electromagnetic Waves and applications*, vol. 10, no. 8, pp. 1047–1083, 1996.

[32] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," 2004.

[33] J.-S. Row and K.-L. Wong, "Resonance in a superstrate-loaded rectangular microstrip structure," *IEEE Transactions on Microwave Theory and techniques*, vol. 41, no. 8, pp. 1349–1355, 1993.

[34] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, "Rayonnement d'une antenne microruban de forme arbitraire," in *Annales des télécommunications*, vol. 40, no. 3-4. Springer, 1985, pp. 181–189.

[35] S. Bedra and T. Fortaki, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patch antenna on suspended and composite substrates," *Wireless personal communications*, vol. 78, no. 2, pp. 1455–1463, 2014.

Annexe A

Déterminer les composantes transversales Ex et Ey en fonction des composantes Ez et Hz

Maintenant nous allons déterminer les composantes transversales Ex et Ey en fonction des composantes Ez et Hz :

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} = -iw\mu\overline{H} \tag{A.1}$$

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{H} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = iw\varepsilon\overline{E} \tag{A.2}$$

$$(A.1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y}E_z - \frac{\partial}{\partial z}E_y = -iw\mu H_x & (A.3.a) \\ \frac{\partial}{\partial z}E_x - \frac{\partial}{\partial x}E_z = -iw\mu H_y & (A.3.b) \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}E_x = -iw\mu H_z & (A.3.c) \end{cases}$$

$$(A.2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y}E_z - \frac{\partial}{\partial z}H_y = iw\varepsilon E_x & (A.4.a) \\ \frac{\partial}{\partial z}H_x - \frac{\partial}{\partial x}H_z = iw\varepsilon E_y & (A.4.b) \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}H_x = iw\varepsilon E_z & (A.4.c) \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathsf{x}(A.3.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2}E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}E_z = -iw\mu\frac{\partial}{\partial z}H_y$$
$$(A.4.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2}E_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z}E_z = -iw\mu\Big\{\frac{\partial}{\partial y}H_z - iw\varepsilon E_x\Big\}$$

$$\Big(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\Big)E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}E_z - iw\mu\frac{\partial}{\partial y}H_z \qquad (A.5.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathsf{x}(A.3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2}E_y = -iw\mu\frac{\partial}{\partial z}H_x$$
$$(A.5.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2}E_y = -iw\mu\Big\{\frac{\partial}{\partial x}H_z - iw\varepsilon E_y\Big\}$$

$$\Big(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\Big)E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}E_z + iw\mu\frac{\partial}{\partial x}H_z \qquad (A.5.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathsf{x}(A.4.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2}H_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}H_z = iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}E_y$$
$$(A.3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2}H_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z}H_z = iw\varepsilon\Big\{\frac{\partial}{\partial y}E_z + iw\mu H_x\Big\}$$

$$\Big(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\Big)H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}H_z + iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}E_z \qquad (A.6.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathsf{x}(A.4.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2}H_y = iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}E_x$$
$$(A.3.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2}H_y = iw\varepsilon\Big\{\frac{\partial}{\partial x}E_z - iw\mu H_x\Big\}$$

$$\Big(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\Big)H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}H_z - iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}E_z \qquad (A.6.b)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\right)E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}E_z - iw\mu\frac{\partial}{\partial y}H_z & (A.5.a) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\right)E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}E_z + iw\mu\frac{\partial}{\partial x}H_z & (A.5.b) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\right)H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x}H_z + iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial y}E_z & (A.6.a) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\right)H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y}H_z - iw\varepsilon\frac{\partial}{\partial x}E_z & (A.6.b) \end{cases}$$

On pose$\left(k_z^2 = \frac{-\partial^2}{\partial z^2}\right)$; les composantes transversales du champ peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} \widetilde{E_x} = i\frac{k_x}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_z} + \frac{w\mu k_y}{k_s^2}\widetilde{H_z} & (A.7.a) \\ \widetilde{E_y} = i\frac{k_y}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E_z} - \frac{w\mu k_x}{k_s^2}\widetilde{H_z} & (A.7.b) \\ \widetilde{H_x} = i\frac{k_x}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{H_z} - \frac{w\varepsilon k_y}{k_s^2}\widetilde{E_z} & (A.8.a) \\ \widetilde{H_y} = i\frac{k_y}{k_s^2}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{H_z} + \frac{w\varepsilon k_x}{k_s^2}\widetilde{E_z} & (A.8.b) \end{cases}$$

Avec : $k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$ $(A.9)$

Annexe B

Démonstration de $\overline{A}, \overline{B}$ et $\bar{\bar{g}}$:

$$\bar{e}(k_s, z) = \overline{A} e^{-ik_z z} + \overline{B} e^{ik_z z} \tag{B.1}$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{\bar{g}}(k_s).[\overline{A} e^{-ik_z z} - \overline{B} e^{ik_z z}] \tag{B.2}$$

$$\widetilde{E}_z = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z} \tag{B.3.a}$$

$$\widetilde{H}_z = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z} \tag{B.3.b}$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \widetilde{E}_z}{\partial z} \\ \\ \frac{w\mu}{k_s} \widetilde{H}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s}(-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{-ik_z z}) \\ \\ \frac{w\mu}{k_s}(A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} . e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} . e^{ik_z z} \tag{B.4}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_s} \widetilde{E}_z \\ \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \widetilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_s}(A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z}) \\ \\ \frac{i}{k_s}(-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{-ik_z z}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon A_1}{k_s} \\ \\ \frac{k_z A_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon B_1}{k_s} \\ \\ \frac{-k_z B_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{ik_z z} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_s} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{k_z}{\mu w} \frac{\mu w A_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_z} \frac{(-k_z B_1)}{k_s} \\ \\ \frac{k_z}{\mu w} \frac{\mu w B_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{ik_z z}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_z} & 0 \\ \\ 0 & \frac{k_z}{w\mu} \end{bmatrix} . \left(\begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} .e^{ik_z z} \right) \qquad \text{(B.5)}$$

D'après (b.1) et (b.2) on constate que :

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu A_2}{k_s} \end{bmatrix}, \overline{B} = \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \\ \frac{w\mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} et \quad \bar{\bar{g}} = \begin{bmatrix} \frac{w\varepsilon}{k_z} & 0 \\ \\ 0 & \frac{k_z}{w\mu} \end{bmatrix}$$

Annexe C

Détermination de la transformer de Fourier des fonctions de base issues du modèle de la cavité :

$$J_{xk}(x,y) = \sin\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\Big(x+\frac{a}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \frac{k_2\pi}{b}\Big(y+\frac{b}{2}\Big)\ \right]$$
$$J_{ym}(x,y) = \sin\left[\ \frac{m_2\pi}{b}\Big(y+\frac{b}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \frac{m_1\pi}{a}\Big(x+\frac{a}{2}\Big)\ \right]$$

$$\widetilde{J}_{xk}(k_x,k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\Big(x+\frac{a}{2}\Big)\ \right]\cos\left[\ \frac{k_2\pi}{b}\Big(y+\frac{b}{2}\Big)\ \right]e^{-i(k_x x+k_y y)}d_x d_y$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\Big(x+\frac{a}{2}\Big)\ \right]e^{-ik_x x}dx \times \int_{-\infty}^{+\infty}\cos\left[\ \frac{k_2\pi}{b}\Big(y+\frac{b}{2}\Big)\ \right]e^{-ik_y y}dy$$

$$= F(x).F(y)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\big(x+\frac{a}{2}\big)\ \right]e^{-ik_x x}dx$$
$$= \frac{1}{2i}\int_{-a/2}^{+a/2} e^{i\left[\ \frac{k_1\pi}{a}\big(x+\frac{a}{2}\big)\ \right]} - e^{-i\left[\ \frac{k_2\pi}{a}\big(x+\frac{a}{2}\big)\ \right]}e^{-k_x x}d_x$$

$$F(x) = \frac{1}{i\Big(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\Big)}.e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\Big(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\Big)\frac{a}{2}\right] - \frac{1}{i\Big(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\Big)}.e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\Big(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\right]$$

$$F(x) = i\frac{a}{2}\left[e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\Big] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]\right]$$

$$\begin{aligned} F(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\Big[\ \tfrac{k_2\pi}{b}\big(y+\tfrac{b}{2}\big)\ \Big]\, e^{-ik_y y}dy \\ &= \frac{1}{2}\int_{-b/2}^{+b/2} e^{i\Big[\ \frac{k_2\pi}{b}\big(y+\frac{b}{2}\big)\ \Big]} + e^{i\Big[\ \frac{k_2\pi}{b}\big(y+\frac{b}{2}\big)\ \Big]} e^{-k_y y}d_y \end{aligned}$$

$$F(y) = \frac{1}{2}e^{i\frac{k_2\pi}{2}}\int_{-b/2}^{+b/2} e^{i\left(\frac{k_2\pi}{b}-k_y\right)\frac{b}{2}}dy + \frac{1}{2}e^{i\frac{k_2\pi}{2}}\int_{-b/2}^{+b/2} e^{i\left(\frac{k_2\pi}{b}-k_y\right)\frac{b}{2}}dy$$

$$F(y) = \frac{b}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{k_2\pi}{b}+k_y\Big)\frac{b}{2}\Big] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{k_2\pi}{b}-k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]\right]$$

Pour calculer la transformer de Fourier de $J_{ym}(x,y)$ on suivra la même démarche que pour $\widetilde{J}_{xn}$

$$\begin{aligned} \widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \sin\Big[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \Big]\cos\Big[\ \tfrac{m_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \Big]\, e^{-i(k_x x+k_y y)}dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\Big[\ \tfrac{m_2\pi}{b}\Big(y+\tfrac{b}{2}\Big)\ \Big]\, e^{-ik_y y}dy \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\Big[\ \tfrac{m_1\pi}{a}\Big(x+\tfrac{a}{2}\Big)\ \Big]\, e^{-ik_x x}dx \\ &= F(y).F(x) \end{aligned}$$

$$F(x) = i\frac{b}{2}\left[e^{i\frac{m_2\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{a}+k_y\Big)\frac{b}{2}\Big] - e^{i\frac{m_2\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{m_2\pi}{b}-k_y\Big)\frac{b}{2}\Big]\right]$$

$$F(y) = \frac{a}{2}\left[e^{i\frac{m_1\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{a}+k_x\Big)\frac{a}{2}\Big] - e^{-i\frac{m_1\pi}{2}}\text{sinc}\Big[\Big(\frac{m_1\pi}{a}-k_x\Big)\frac{a}{2}\Big]\right]$$

Après ces opérations mathématiques, nous obtenons les expressions suivantes pour les transformées scalaire de Fourier J_{xk} et J_{ym} :

$$\begin{cases} \widetilde{J}_{xn} = \widetilde{I}_{xx} & \times \quad \widetilde{I}_{xy} \\ \widetilde{J}_{ym} = \widetilde{I}_{yx} & \times \quad \widetilde{I}_{yy} \end{cases}$$

Avec :

$$\widetilde{I}_{xx} = i\frac{a}{2}\Big[\exp(-ik_1\pi/2)\mathrm{sinc}(k_x a/2 + k_1\pi/2) - \exp(ik_1\pi/2)\mathrm{sinc}(k_x a/2 - k_1\pi/2)\Big]$$

$$\widetilde{I}_{xy} = \frac{b}{2}\Big[\exp(-ik_2\pi/2)\mathrm{sinc}(k_y b/2 + k_2\pi/2) + \exp(ik_2\pi/2)\mathrm{sinc}(k_y b/2 - k_2\pi/2)\Big]$$

$$\widetilde{I}_{yx} = \frac{a}{2}\Big[\exp(-im_1\pi/2)\mathrm{sinc}(k_x a/2 + m_1\pi/2) + \exp(im_1\pi/2)\mathrm{sinc}(k_x a/2 - m_1\pi/2)\Big]$$

$$\widetilde{I}_{yy} = i\frac{b}{2}\Big[\exp(-im_2\pi/2)\mathrm{sinc}(k_y b/2 + m_2\pi/2) - \exp(im_2\pi/2)\mathrm{sinc}(k_y b/2 - m_2\pi/2)\Big]$$