RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIQUE

UNIVERSITÉ YAHIA FARÈS DE MÉDÉA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE DES POCÉDÉS ET ENVIRONNEMNT

Cette thèse intitulée:

Étude de la Convection Thermosolutale dans un Milieu Confiné Saturé par un Polluant de Type Non-Newtonien

EST PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE DOCTORAT EN 3éme CYCLE

Filière : Science et Génie de l'Environnement

Spécialité : Génie des Procèdes et Environnement

PAR

LOUNIS Selma

Soutenue le 13/10/2023

DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

Directeur de thèse	M. REBHI Redha	MCA	U. Médéa
Co-Directeur de thèse	M. HADIDI Noureddine	Professeur	U. Médéa
Président	M. KEZRANE Mohamed	Professeur	U. Médéa
Examinateur 1	M. KERCHICH Yacine	Professeur	ENP, Alger
Examinateur 2	M. RAHAL Soufiane	MCA	U. Médéa

Remerciements

(وما اوتيتم من العلم الا قليلا) صدق الله العظيم

Premièrement et avant tout, louange à dieu Allah le tout puissant, qui m'a accordé la force, l'énergie, le courage, l'endurance et la volonté pour l'accomplissement de ce travail.

Mes remerciements les plus chaleureux vont plus particulièrement à mon directeur de recherche, Monsieur ***REBHI REDHA****, Maître de conférences A à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour ses efforts, ses orientations ainsi que la qualité du travail qu'il m'a inculqué, pour m'avoir suivi avec patience et intérêt dans mon projet, et pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ce travail. Sans oublier son temps précieux ainsi que sa disponibilité permanente, sa contribution primordiale et ses idées originales qui ont servi à enrichir le contenu de cette thèse.*

Je tiens également à remercier mon co-directeur, Monsieur ***HADIDI NOURDINNE****, Professeur à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour sa disponibilité et ses précieux conseils, ses encouragements et son assistance scientifique qui ont contribué à l'avancement de ce travail, malgré leur multiple occupation.*

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur ***KEZRANE MOHAMED****, Professeur à l'Université de YAHIA FARES - MEDEA pour avoir accepté de présider le jury d'examen de cette thèse. Je remercie également Monsieur le professeur Monsieur* ***KERCHICH YACINE****, Professeur à l'école Nationale Polytechnique - Alger, et Monsieur* ***RAHAL SOUFIANE****, Maître de conférence A à l'Université de YAHIA FARES - MEDEA, pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de cette thèse.*

Un remerciement est adressé également à Monsieur le ***Pr. KREA MOHAMED****, Présidente du Conseil Scientifique de la faculté de Génie des procèdes de l'environnement, et mon ancienne enseignante*

J'adresse mes vifs remerciements, au département de Génie des procédés et l'environnement de l'université, YAHIA FARES de MEDEA, à leurs personnels, et à toute personne ayant contribué au bon déroulement de ce travail.

Je tiens à remercier tous les membres du Laboratoire des matériaux et environnement (LME) qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de mon travail. Toute ma

reconnaissance à tous mes amis et mes collègues sans avoir oublié tous mes anciens maitres et professeurs de tous les niveaux.

Dédicace

Avec l'expression de ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je n'arriverais jamais à leur exprimer mon amour sincère.

A l'homme, mon précieux offre du dieu, qui doit ma vie, ma réussite et tout mon respect : mon cher père ***OUAHID****.*

À la femme qui a souffert sans me laisser souffrir, qui n'a jamais dit non à mes demandes et qui n'a pas ménagé ses efforts pour me faire...

Heureuse: mon adorable mère ***AICHA****.*

A mes très chers sœurs ***BACHIRA****,* ***YASMINE, HIBA****, et* ***SABRINE****, qui n'ont pas cessée de me conseiller, encourager et soutenir tout au long de mes études. Que Dieu les protège et leurs offre la chance et le bonheur.*

A ma charmante nièce ***RAHAF*** *qui apporte toujours de la joie et du bonheur à toute la famille.*

A mes grands-mères, Qui je souhaite une bonne santé.

A mes oncles et mes tantes. Que Dieu leur donne une longue et joyeuse vie.

A mes chères ami (e)s

Pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.

A toute ma famille,

A tous mes autres ami(e)s,

A tous ceux que j'aime et ceux qui m'aiment.

"جزاكم الله خيرا"

Résume

La présente thèse concerne l'étude numérique de la convection thermo-solutale dans une cavité carrée remplie d'un fluide non-Newtonien avec des propriétés thermodynamiques constantes à l'exception de la densité qui varie linéairement avec la température et la concentration selon l'approximation de Boussinesq. L'enceinte, qui peut être inclinée d'un angle γ par rapport à l'horizontale, est soumise à des conditions aux limites de Dirichlet (température et concentration uniformes constantes) imposées aux parois actives de la cavité, tandis que les autres parois sont maintenues adiabatiques et imperméables. La convection double-diffusive et la convection induite par l'effet Soret sont étudiées.

L'écoulement du fluide est décrit par le modèle de Carreau-Yasuda pour un régime laminaire et instationnaire.

L'investigation numérique a été réalisée sur la base des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration qui sont résolues au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des différences finies.

Nous nous intéressons également à l'influence sur l'échange de chaleur et de masse de divers effets et propriétés représentés pour une large gamme de valeurs choisies, comme les paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda $(n, E, s\ et\ a)$, le nombre de Rayleigh Ra_T , nombre de Lewiss Le, nombre de Prandtl Pr, rapport de flottabilité N, nombre de Soret S_r, nombre de Dufour D_f, et l'angle d'inclinaison γ.

Les résultats numériques sont analysés en termes de contours de fonction de courant, d'isothermes, d'iso-concentration, de viscosité apparente. Profils de température et de concentration au milieu de la cavité. Nous avons également montré dans ce travail, une analyse de la stabilité linéaire de l'écoulement unicellulaire obtenu a été étudiée numériquement.

Le mouvement convectif et le taux de transfert de chaleur et de masse se sont avérés être améliorés lorsque en diminuant les paramètres de Carreau-Yasuda n, s et a, et pour l'augmentation de la constante de temps, E. Le taux de transfert thermique et solutale augmente avec le rapport de poussée, N. Ceci est dû au fait que pour un rapport de poussée positif, les forces de poussée thermique et solutale sont ajoutées et donc l'intensité du flux augmente. l'augmentation de l'intensité d'écoulement améliore le transfert de chaleur et de masse.

Mots clé

Convection thermo-solutale, Convection Rayleigh Bénard, fluide Non-Newtonien, modèle de Carreau-Yasuda, Méthode des différences finis, Effet de Soret et Dufour.

Abstract

The present thesis concerns the numerical study of thermo-solutal convection in a square cavity filled with a non-Newtonian fluid with constant thermodynamic properties except for the density which varies linearly with temperature and concentration according to the Boussinesq approximation. The enclosure, which can be inclined at an angle to the horizontal, is subject to Dirichlet boundary conditions (constant uniform temperature and concentration) imposed on the active walls of the cavity, the other walls are kept adiabatic and impermeable. Double diffusion convection and Soret effect convection are studied.

The flow is described by the Carreau-Yasuda model for a laminar and unsteady regime. The numerical study was carried out on the basis of the continuity, quanlity of motion, energy and concentration equations which are solved using a computational code based on the finite difference method.

We are also interested in the influence on heat and mass exchange of various effects and properties represented for a wide range of selected values, such as the rheological parameters of Carreau-Yasuda $(n, E, s\ et\ a)$, the Rayleigh number, Ra_T, the Lewis number Le, Prandtl number Pr, buoyancy ratio N, Soret number S_r, Dufour number D_f, and the angle of inclination γ.

Results are presented in terms of current function contours, isotherms, iso-concentration, and apparent viscosity. Temperature and concentration profiles in the middle of the cavity. We have also shown in this work, an analysis of the linear stability of the single-cell flow obtained was studied numerically.

The convective motion and the heat and mass transfer rate were improved by decreasing the Carreau-Yasuda parameters n, s and a, and increasing the time constant, E. The heat and solute transfer rate increases with the thrust ratio, N. This is because for a positive thrust ratio, the thermal and solutal thrust forces are added and thus the flow intensity increases. Increasing the flow intensity improves the heat and mass transfer.

Keywords

Thermo-solutal Convection, Rayleigh Bénard Convection, Non-Newtonian fluid, Carreau-Yasuda Model, finite difference Method, Soret and Dufour effects.

ملخص

تتعلق هذه الاطروحة بالدراسة الرقمية للحمل الحراري المادي في تجويف مربع مليء بمائع غير نيوتوني ذو خواص ديناميكية حرارية ثابتة باستثناء الكثافة التي تتباين خطيا مع درجة الحرارة و التركيز لتقريب بوسزينسكي. فالحاوية التي يمكن امالتها بالنسبة للمستوى الافقي بزاوية. تخضع الحاوية لظروف حدود ديريكليه (درجة حرارة وتركيز موحدان ثابتان) مفروضة على الجدران النشطة للتجويف، بينما الجدران الأخرى تبقى ثابتة الحرارة وغير منفذة. تمت دراسة الحمل الحراري المزدوج الانتشار وتأثير سوريه.

يتم وصف تدفق السوائل بواسطة نموذج كارو-ياسودا لنظام رقائقي وغير مستقر.

قد اجري التحقيق الرقمي على أساس معادلات الاستمرارية , كمية الحركة ,الطاقة والتركيز التي تم حلها عن طريق استخدام رمز حاسوبي بناءا على طريقة الفروق المحدودة.

نحن مهتمون أيضا بالتأثير على تبادل الحرارة و الكتلة الشامل للتأثيرات و الخصائص المختلفة الممثلة لمجموعة واسعة من القيم المختارة مثل المعلمات الريولوجية كارو-ياسودا، رقم رايلي، رقم لويس، رقم براندتل، رقم سوريه , رقم دوفور , و زاوية الميل .

يتم تحليل النتائج من حيث ملامح الوظيفة الحالية، متساوي الحرارة ,متساوي التركيز , اللزوجة الظاهرة ملامح درجة الحرارة ,التركيز في وسط التجويف. لقد أوضحنا أيضًا في هذا العمل، أن تحليل الثبات الخطي لتدفق الخلية المفردة الذي تم الحصول عليه تمت دراسته عدديا.

تم تحسين الحركة الحملية ومعدل نقل الحرارة والكتلة عن طريق تقليل معاملات a و s و Carreau-Yasuda n هذا لأنه بالنسبة لنسبة الدفع الإيجابية ، تتم N.يزداد معدل نقل الحرارة والمذاب مع نسبة الدفع ، E.وزيادة ثابت الوقت ، إضافة قوى الدفع الحرارية والمذابة وبالتالي تزداد كثافة التدفق. تؤدي زيادة كثافة التدفق إلى تحسين نقل الحرارة والكتلة.

الكلمات المفتاحية

الحمل الحراري المادي ، الحمل الحراري رايلي بينارد ,سائل غير نيوتوني ,نموذج كارو-ياسوده ,طريقة الفروق المحدودة ,تاثير سوريه و ديفور.

Liste des figures

Liste des Tableaux

Nomenclature

Table des Matières

Résume

Abstract

ملخص

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction Général……..…..1

Chapitre I: Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A : Généralité sur les transferts de chaleurs 6

1. Transfert thermique par convection : 6

1.1. La convection forcée 7

1.2. La convection mixte 7

1.3. La convection naturelle 7

2. Généralité sur la convection naturelle thermo-solutale 8

3. Convection dans les Enceintes 9

4. Expression des nombres sans dimension 9

4.1. Nombre Rayleigh 9

4.2. Nombre Lewis 10

4.3. Nombre Prandtl 10

4.4. Nombre Nusselt 11

4.5. Nombre Sherwood 12

5. Approximation de Boussinesq 12

6. Historique de la convection Rayleigh Bénard 15

6.1. La convection de Rayleigh-Bénard 16

6.2. Instabilité Rayleigh-Bénard 18

7. Généralités sur la convection influencée par l'effet Soret 19
8. Généralités sur l'effet Soret 19
8.1. Intérêt pratique de l'effet Soret 21
Partie B : Généralité sur la pollution des eaux……..…..23
1. Introduction 23
2. Différentes sources de pollutions des eaux 23
3. Modes de pollution 24
4. Les différents types de pollution 25
5. Effets de la pollution de l'eau sur l'environnement 26
Partie C : Rhéologie et comportements des fluides 28
1. Comportement rhéologique des fluides newtonien et Non-Newtonien 28
2. L'objectif de la rhéologie 28
3. Grandeurs caractéristique de la rhéologie 29
3.1. Contrainte de cisaillement 29
3.2. Déformation de cisaillement 29
3.3.Gradient de vitesse 30
3.4.Vitesse de cisaillement 30
3.5.Viscosité 31
4. Classification des fluides suivantes leurs comportements 33
4.1. Fluides Newtonien 33
4.2. Fluides non-Newtonien 35
4.2.1 Fluides à comportement indépendantes du temps 36
1. Fluides pseudo-plastique ou Rhéo-fluidifiants (n<1) 37
2 .Fluides dilatants ou Rhéo-épaississant (n>1) 38
3. Fluides viscoplastique ou à seuil 38
3.1. Modèle de Bingham 38
3.2. Modèle de Herschel-Bulkley 39
4.2.2. Fluides à comportement dépendantes du temps 40
1. Fluide thixotropes 41
2. Fluides anti-thixotropes 41
3. Fluides Rhéopexie 41
4.3. Fluides à comportement viscoélastique (Rhé-plastique) 42
5. Modes Rhéologique pour les fluides Rhé fluidifiant 42
5.1. Modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance 43
5.2. Modèle de Cross 44

5.3. Modèle d'Ellis 45
5.4. Modèle de Sisko 45
5.5. Modèle Carreau-Yassuda 45
5.6. Modèle de Carreau-Bird 46
Synthèse bibliographique 48

Chapitre II: Modèle Physique et Formulation Mathématique

2.1. Description et modélisation mathématique du problème 57
2.1.1. Domain physique 57
2.1.2 Hypothèse simplificatrices 58
2.2. Mise en équations 59
2.3. Formulation mathématique 61
2.3.1. Equation de continuité 61
2.3.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement 62
2.3.3. Equation de l'énergie 62
2.3.4. Equation de concentration 62
2.4. Conditions aux limites 63
2.5. Adimensionnelle des équations 63
2.6. Équation de transports adimensionnels en formulation 65
2.7. La vorticité sur les frontières 66
2.8. Transfert thermique et massique 68
Conclusion 69

Chapitre III: Solution Numérique

3.1. Méthodes numériques 70
3.1.1.Méthode des volumes finis 70
3.1.2. Méthode des éléments finis 71
3.1.3. Méthode des différences finies 72
3.2. Discrétisation des équations en différences finies 74
3.2.1. Discrétisation des équations de conservation 74
3.2.2. Discrétisation des conditions aux frontières thermiques 75
3.2.3. Discrétisation de l'équation d'énergie 75

3.2.4. Discrétisation de l'équation de concentration 78
3.2.5. Discrétisation de l'équation du mouvement 80
3.3.Résolution de l'équation de la fonction de courant 83
3.4. Discrétisation des champs de vitesse 85
3.5. Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses 85
3.6. Discrétisation des conditions aux limites 85
3.7. Algorithme du code de calcul 86
3.8. Effet de temps sur la stabilité 89
3.9. Choix de maillage 92
3.9.1. Effet de la sensibilité du maillage 92
3.9.2. Validation du code numérique 93
Conclusion 93

Chapitre IV: Résultats et Discussions

4.1. Effet des paramètres Rhéologique sur les structures d'écoulement 94
4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n, ... 94
4.1.2. Effet de constante de temps, E, ... 95
4.1.3. Effet de paramètre, s, ... 96
4.1.4. Effet de paramètre, a, ... 97
4.2. Effet de nombre de Soret, Sr, sur la structure d'écoulement 98
4.3. Effet de nombre de Dufour, Df, sur la structure d'écoulement 99
4.4. Effet des paramètres Rhéologique sur les profils de viscosité 100
4.5. Effet des paramètres rhéologiques sur les profils de la fonction courant, la composante horizontale de la vitesse, la température et la concentration 101
4.5.1. Effet du paramètre rhéologique de loi de puissance, n, ... 102
4.5.2. Effet de la constante de temps sans dimension, E, ... 103
4.5.3. Effet du paramètre, s, ... 104
4.5.4. Effet du paramètre, a, ... 105
4.6. Effet des paramètres Rhéologique, n, E, s, et, a, sur le taux de cisaillement 106
4.7. Effet des paramètres Rhéologique, n, E, s, et, a, et le nombre de Rayleigh sur l'apparition de la convection 108
4.7.1. Effet des paramètres, n, et , Ra, sur l'apparition de la convection 108
4.7.2. Effet des paramètres, a, sur l'apparition de la convection 109

4.7.3. Effet des paramètres, E, sur l'apparition de la convection 110
4.7.4. Effet des paramètres, s, sur l'apparition de la convection 112
4.8. Effet de nombre de Soret , Sr, sur l'apparition de la convection 113
4.9. Effet de nombre de Dufour, Df, sur l'apparition de la convection 114
4.10. Effet de nombre de Lewis, Le, sur l'apparition de la convection 116
4.11. Effet de rapport des Foreces , N, sur l'apparition de la convection 117
4.12. Effet de l'angle d'inclination, γ, sur l'apparition de la convection 119
4.13. Effet de nombre de Prandtl, Pr sur l'apparition de la convection 120
4.14. Effet du nombre nombre de Rayleigh, RaT,sur la convection de Bi-stabilité 121
4.15. Effet de rapport de forme sur la convection de bi-stabilité pour les conditions de Neumann et Dirichlet 122
4.16. Effet de l'indice de la loi de puissance, *n* sur la bi-stabilité 125
Conclusion générale 129
Références 134

Liste des figures

Figure 1.1 : Schéma du transfert de chaleur par convection……..……6
Figure 1.2 : Visualisation expérimentale des cellules de Bénard réalisée par Koschmieder et al……....16
Figure 1.3 : Dispositif de Rayleigh-Bénard……...……...17
Figure 1.4 : Représentation simplifiée de structures convectives bidimensionnelles entre deux plaques horizontales. …….……...18
Figure 1.5 : Présentation des rouleaux thermo-convectifs. ……..…...19
Figure 1.6 : Schéma représentatif de l'effet LUDWING-SORET. ……...20
Figure 1.7 : Déformation de cisaillement. ……29
Figure 1.8 : Profile de la vitesse de cisaillement. ……..30
Figure 1.9 : Classification des comportements rhéologiques. ……..33
Figure 1.10 : Représentation schématique d'un écoulement à cisaillement simple……..34
Figure 1.11 : Rhéo-gramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien……...35
Figure 1.12 : Allure générale d'une courbe d'écoulement……36
Figure 1.13 : Rhéo-grammes types pour différents fluides indépendants du temps. ……37
Figure 1.14 : Fluide rhéo-fluidifiant. ……...……37
Figure 1.15 : Fluide rhéo-épaississant. ……...……..38
Figure 1.16 : Rhéo-gramme d'un fluide plastique idéal (fluide de Bingham). de rhéo-épaississant……39
Figure 1.17 : Rhéo-gramme d'un fluide plastique fluidifiant. ……..40
Figure 1.18 : Représentation schématique de la courbe pour le comportement dépendant du temps……41
Figure 1.19 : Evolution de la vitesse déformation au sein d'un fluide viscoélastique lors d'un test de fluage……..42
Figure 1.20 : Modèle de Carreau-Yasuda pour trois solutions de polymères exprimant la viscosité apparente (axe vertical) en fonction du taux de cisaillement (axe horizontal). …….46
Figure 2.1 : Géométrie du modèle physique. ……58
Figure 3.1 : Présentation du maillage du domaine de calcul. …….…...73
Figure 3.2 : Organigramme général de résolution. ……...88

Figure 3.3 : Les lignes courant, isothermes, iso-concentrations et la viscosité apparente instantanés pour $R_T = 6000$, n=0.6, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $S_r = D_f = 0$ et $\gamma = 90$……91

Figure 3.4 : Évolution dans le temps : (a) de l'intensité de l'écoulement, Ψ, (b) des nombres de Nusselt, Nu et de Sherwood, Sh, et (c) la viscosité apparente, μ, pour $R_T = 6000$, n=0.6, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $S_r = D_f = 0$, Pr =10 et $\gamma = 90°$……91

Figure 4.1 : Présentation respective des lignes de courant, des isothermes, de la iso-concentration et de la viscosité apparente pour $Ra_T = 10^4$,$Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et différentes valeurs de l'indice de faible puissance, n. ……..95

Figure 4.2 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et différentes paramètre de constante de temps, E……96

Figure 4.3 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 2$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et différentes valeurs du rapport entre les viscosités à vitesse de cisaillement infinie et nulle, s……...97

Figure 4.4 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et différent paramètre, a. ……98

Figure 4.5: Présenter l'effet du paramètre Soret sur les lignes de courant, ψ, des isothermes, T, l'iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 0$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et $D_f = 0$. ……..99

Figure 4.6 : Présenter les effet du paramètre Dufour, D_f , lignes de courant, ψ, des isothermes, T, l'iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 0$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ and $S_r = 0$. ……100

Figure 4.7 : Présenter la viscosité apparente à y=0 : (a) influence de n ; (b) influence du paramètre de la constante de temps, E ; (c) influence de s ; et (d) influence du paramètre, a, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, γ=0°, Pr =10 et $S_r = D_f = 0$. ……101

Figure 4.8 : Effet de l'indice de puissance, n, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $E = 0.1$, $s = 0.01$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10 ..……..103

Figure 4.9 : Effet de différents paramètres de constante de temps, E, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration,

S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $n = 0.6, s = 0.01$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10……..104

Figure 4.10 : Effet du rapport entre la viscosité infinie et la viscosité nulle, s, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10……..105

Figure 4.11 : Effet du paramètre, a, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) la vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $n = 0.6$, $s = 0.01$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10. ……..106

Figure 4.12 : Viscosité apparente, μ, en fonction du taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, Pr =10 et $S_r = D_f = 0$; impact de : (a) l'indice de comportement d'écoulement, n ; (b) le paramètre de constante de temps, E ; (c) le paramètre, s, le paramètre, a…….……...……...…107

Figure 4.13 : Effet du nombre de Rayleigh, Ra_T, et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10……..…109

Figure 4.14 : Effet du paramètre, a, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10……..……110

Figure 4.15 : Effet du paramètre de constante de temps, E, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10. ……..……..…112

Figure 4.16 : Impact de s et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $a = 2$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10 ……...……..113

Figure 4.17 : Effet du nombre de Soret, Sr, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $D_f = 0$ et Pr =10.....……114

Figure 4.18 : Impact de D_f et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4, Le = 10, N = -0.5, \gamma = 0°, S_r = 0$ et Pr =10. ……..115

Figure 4.19: Effet de, Le, et de n sur: (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4, N = -0.5, \gamma = 0°, S_r = D_f = 0$ et Pr =10 ……...117

Figure 4.20 : Effet du taux de bouée, N, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour $Ra_T = 10^4, Le = 10, \gamma = 0°, S_r = D_f = 0$ et Pr =10 ……..118

Figure 4.21 : Effet de l'ange incliné, γ, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour $Ra_T = 10^4, Le = 10, S_r = D_f = 0$ et Pr =10 ……..120

Figure 4.22 : Effet de nombre de Prandtl, Pr, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour: $Ra_T = 10^4, Le = 10$ et $S_r = D_f = 0$. ……121

Figure 4.23 : Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0, viscosité apparente, μ , le nombre de Nusselt et de Sherwood, Nu , Sh, de versus nombre de Ra_T pour : $A=10$, $Le=6$, $N=0.05$, $E=0.1$, $a=2$, $s=10^{-2}$ et $n=0.2$……122

Figure 4.24 : Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0 , de viscosité apparent, μ , de température, T , et de concentration , C , pour , en fonction de Ra_T / R^{sup} et A pour $Le=10, n=0.2, E=0.1$, $a=2$ et $s=10^{-2}$: Conditions aux limites de Neuman ……..124

Figure 4.25 : Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0 , de viscosité apparent, μ , de température, T , et de concentration , C , en fonction de Ra_T / R^{sup} et A pour $Le=10, n=0.2$, $E=0.1$, $a=2$ et $s=10^{-2}$:conditions limites de Dirichlet. ……..124

Figure 4.26 : Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0, la viscosité apparente, Nu_m et Sh_m en fonction de Ra_T et n pour $A=1$, $Le=10, \varphi=0.05, E=0.1, a=2$ et $s=10^{-2}$: (*a-d*) pour différentes valeurs de $n=1$ à 0.4. (*e*) Contours de la ligne d'écoulement, température et concentration et viscosité apparente pour : $Ra_T=1300, n=0.4$: $\psi_0=1.545, Nu_m=1.293$, $Sh_m=3.631$, $\mu_{CY}=0.400$ (solution supérieure). (f) Contours des lignes de courant, température et concentration et viscosité apparente pour : $Ra_T=1300$, $n=0.4$: $\psi_0=0.311, Nu_m=1.013$, $Sh_m=1.760$, $\mu_{CY}=0.830$ (solution inférieure). (Conditions limites de Neumann)…..……127

Figure 4.27 : Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 Nu_m et Sh_m en fonction de Ra_T et n pour $A=1$, $Le=10$, $N=0.5$, $E=0.1$, $a=2$ et $s=10^{-2}$: (*a*-*d*) pour différentes valeurs de $n=0.4$ à 0.8. (*e*) Contours de la ligne d'écoulement, température, concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1750$, $n=0.4$: $\psi_0=4.552$, $Nu_m=1.838$, $Sh_m=4.136$, $\mu_{CY}=0.213$ (solution supérieure). (f) Contours des lignes de courant, température et concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1750$, $n=0.4$: $\psi_0=0.249$, $Nu_m=1.005$, $Sh_m=1.382$, $\mu_{CY}=0.866$ (solution inférieure). (Conditions limites de Dirichlet). ……128

Liste des Tableaux

Tableau 1.1 : les valeurs typique du nombre de Prandtl……..……11

Tableau 1.2 : Les propriétés des fluides pour l'eau et l'air…….…...15

Tableau 1.3 : Couplages flux-forces entre chaleur et matière……...20

Tableau 1.4 : Principaux types de pollution des eaux continentales, nature de produits polluants et leurs origines**.** ……..……..26

Tableau 1.5 : Quelques valeurs de la viscosité des fluides (à 20°C et à la pression atmosphérique normale) ……..…….32

Tableau 1.6 : Paramètres rhéologiques de l'équation rhéologique d'état…….….40

Tableau 1.7: Valeurs typiques des constantes du modèle de la loi en puissance pour quelques substances……...……...44

Tableau 3.1 : Étude de sensibilité de la grille pour Ra_T=104, Pr=10, Le=10, e=10, N=−0.5, n=0.6, E=0.1, s=10−2, a=2 et $S_r = D_f$=0. ……..92

Tableau 3.2 : Comparaison du nombre de Rayleigh pour un nombre de Prandtl élevé…….93

NOMENCLATURE

A : Rapport de forme de la cavité, $A = H^{'} / L^{'}$.

C : Concentration adimensionnelle.

C_T : Gradient de concentration sans dimension dans la direction $_y$.

C_H : Gradient de concentration sans dimension dans la direction $_x$.

C_P : Chaleur spécifique à pression constante, $J / Kg.K$.

g : Accélération de la pesanteur, m / s^2.

$H^{'}$: Hauteur de la cavité, $_m$.

j' : Flux de constant de soluté par unité de surface, $Kgm^{.2} / s$.

k : Conductivité thermique.

L' : Largeur de la cavité, $_m$.

N : Le rapport des Forces.

n : Indice de la loi en puissance, paramètre réel.

Nu : Nombre de Nusselt local.

Nu_m : Nombre de Nusselt moyen.

P : Pression sans dimension.

$q^{'}$: Flux de chaleur constant par unité de surface, W / m^2.

Ra_T^{sous} : Nombre de Rayleigh sous-critique.

Ra_T^{sup} : Nombre de Rayleigh supercritique.

Ra_{TC} : Nombre de Rayleigh critique.

s : Le rapport entre les viscosités à taux de cisaillement infini et nul.

$Sh(x)$: Nombre de Sherwood local.

Sh_m : Nombre de Sherwood moyen.

λ : Conductivité thermique du fluide, W/mK .

T : Température adimensionnelle.

t : Temps adimensionnel.

T_H : Gradient de Température dans la direction x .

T_C : Gradient de Température dans la direction y .

$\Delta T'$: Différence de température.

ΔC : Différence de concentration.

u : Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x .

v : Composante de la vitesse adimensionnelle, direction y .

x , y : Coordonnées cartésiennes à partir du centre de la cavité.

Lettres Grecques :

α : Diffusivité thermique du fluide, m^2/s.

β : Coefficient d'expansion thermique, K^{-1}

$\dot{\gamma}$:Taux de cisaillement sans dimension.

ψ : Fonction du courant adimensionnelle.

ρ : Masse volumique du fluide, Kg/m^3.

Ω : Verticité adimensionnelle.

η : Viscosité apparente adimensionnelle.

μ : Viscosité dynamique du fluide, $Pa\ s$.

υ : Viscosité cinématique du fluide, m^2/s .

τ : Tenseur des contraintes.

φ : Variable dépendante générale.

σ : Conductivité électrique, S/cm.

Exposants :

$*$: Valeur estimées.

$'$: Valeur corrigées.

$_0$: Indices de références.

max : Maximal.

min : Minimal.

Nombre adimensionnels :

D_f : Nombre de Dufour : $D_f = \frac{D_m k_T DC^*}{C_s C_p u DT^*}$.

N : Rapport de flottabilité : $N = \frac{\beta_s DC^*}{\beta_T DT^*}$.

Le : Nombre de Lewis : $Le = \frac{\alpha}{D}$.

Pr : Nombre de Prandtl ; $Pr = \frac{\mu_0}{\rho_0 \alpha}$.

Ra_T : Nombre de Rayleigh thermique ; $Ra_T = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T' H'^3}{\mu_0 \alpha}$.

S_r : Nombre de Soret : $S_r = \frac{D_m k_T DT^*}{u T_m DC^*}$

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert convectif de chaleur et de masse est un processus important dans l'industrie et la technologie. Il est présent dans de nombreux processus scientifiques industriels en raison de ses applications dans plusieurs secteurs industriels tels que : chimie, pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, production d'énergie, énergie renouvelable la croissance des cristaux, la convection solaire, la pollution et la géologie des sols, le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, ainsi que dans les radiateurs et les échangeurs de chaleur. Etc.[1] [2]

Le phénomène dit de convection naturelle, est observé lorsqu'on applique un champ de gradient thermique sur un fluide. La différence de masse volumique engendrée, provoque dans certains cas, des mouvements naturels de la matière qui a tendance à monter grâce à la poussée d'Archimède lorsqu'elle est chaude, et à redescendre une fois refroidie, créant ainsi des mouvements circulaires pour assurer les échanges thermiques, entre les milieux chauds et les milieux froids. Ce type de transport convectif dans les milieux fluides ou poreux attire l'attention des chercheurs depuis plusieurs décennies en raison de ses applications dans un large éventail de domaines.

Non seulement le gradient de température peut créer des mouvements convectifs naturels des particules de fluide en raison du changement de densité, mais il crée également des gradients de concentration. Ce phénomène, qui combine les forces de la poussée thermique (due au gradient thermique) et de la poussée solutale (due au gradient de concentration), Cette situation appartient à une famille plus large connue sous le nom de double diffusion (convection thermo-solutale) et donne lieu à un comportement dynamique intéressant.

Lorsque les gradients de chaleur et de concentration sont tous deux imposés, on parle de convection thermo-solutale. Le cas où le gradient de concentration est induit par le gradient thermique est appelé effet Soret (1880).

Le transfert de masse/chaleur provoqué par le gradient de température/concentration est appelé effet Soret/Dufour. Des études récentes ont montré que la prise en compte du phénomène (c'est-à-dire les effets Soret et/ou Dufour) dans les problèmes de convection complique la nature du couplage la nature du couplage, et conduit souvent à des comportements très spécifiques (écoulements oscillatoires comportements spécifiques, phénomènes de bifurcation, comportements d'hystérésis, gradients de concentration inversés, etc.).

La résolution d'un problème types de convection thermo-solutale, sa ramène à prédire les champs de température, de concentration et de vitesse ainsi que l'intensité d'écoulement en fonction de divers paramètres de problème. Il est également de prédire les taux de transferts thermique (nombre de Nusselt) et massique (nombre de Sherwood) au niveau de la paroi active traduits.

Les fluides non-newtoniens sont présents dans presque toutes les industries chimiques et de transformation. En raison de l'importance des applications de ce type de fluide en biologie, en technologie et dans l'industrie, des efforts considérables ont été consacrés à l'analyse et à la compréhension de leur physique. Les facteurs qui déterminent les caractéristiques rhéologiques de ce type de fluides sont très complexes et leur compréhension nécessite des connaissances dans plusieurs disciplines (mathématique, physique et chimie). Parmi ceux-ci, un modèle largement utilisé et fréquemment rencontré dans les procédures de génie chimique ; il s'agit du modèle de la loi de puissance.

En particulier, les fluides Rhéo-fluidiques présentent une viscosité décroissante lorsque le taux de cisaillement augmente. En d'autres termes, ils deviennent plus "minces" lorsque la contrainte appliquée augmente. Des exemples de fluides Rhéo-fluidiques sont les concentrés de fruits tels que le jus d'orange concentré ou la compote de pommes.

L'objectif de thèse

L'objectif de notre étude est consacré à l'analyse numérique de la convection naturelle d'origine thermo-solutale instationnaire d'un écoulement laminaire dans une cavité carrée remplie d'un fluide non-Newtonien tel que les fluides rhé-fluidifiant modélisés par le modèle Carreau-Yasuda, supposé incompressible. Dans la configuration Rayleigh-Bénard, est soumis à des conditions aux limites de type Dirichlet en température et en concentration constantes, imposées sur les parois actives de la cavité, ainsi que sur les autres parois, est supposé adiabatique et imperméable.

Nous souhaitons concentrer nos efforts sur l'étude des effets des paramètres de contrôle (paramètres de Carreau-Yasuda, nombre de Rayleigh, nombre de Lewis, nombre de Prandtl, rapport des forces de volume et rapport d'aspect de la cavité) sur les nombres de Nusselt et de Sherwood ainsi que sur la structure de l'écoulement. Ainsi que l'étude des effets Soret et Dufour dans un milieu fluide non-Newtonien qui apporte une valeur ajoutée importante dans notre étude.

Le comportement rhéologique de ce fluide suit de modèle Carreau-Yasuda. Pour réaliser cette étude, un code de calcul numérique, basé sur la méthode des différences finies, a été développé pour intégrer le système d'équations différentielles aux dérivées partielles non-linéaires de ce modèle.

Aussi, la stabilité du régime d'écoulement convective a été étudiée numériquement afin de prédire le nombre de Rayleigh critique de la bifurcation, à partir duquel la convection instationnaire devient stable ou instable.

Notre investigation porte essentiellement sur l'effet du comportement rhéologique du fluide et des paramètres de contrôle du problème sur l'apparition de la convection sous-critique et supercritique, la structure de l'écoulement sur le transfert de chaleur et de masse.

Contenu de la thèse

Concernant l'organisation du présent manuscrit, il est constitué de quatre chapitres plus une introduction générale et une conclusion générale

- Le premier chapitre de ce manuscrit propose dans un premier temps de rappeler des définitions et les concepts fondamentaux liés aux la convection thermique, la convection de Rayleigh Bénard, portant sur la convection naturelle et thermo-solutale dans les milieux fluides. Il sera suivi dans la seconde partie une généralité sur la pollution d'eau. Dans la troisième partie nous allons aborder au rappel des notions importantes concernant la rhéologie et les propriétés des fluides Newtonien et non-Newtonien, ainsi que les modèles rhéologiques utilisés dans cette étude. une synthèse bibliographique portant sur les travaux de recherche antérieurs dans ce domaine est présentée afin d'en tenir compte pour orienter notre recherche vers des aspects non encore abordés par la littérature.
- Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique en présentant le problème physique de la convection dans lequel nous présentons les équations générales de conservation qui régissent ce type d'écoulement instationnaire dans un milieu fluide sur la géométrie proposée, à savoir, l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration ainsi que les conditions aux limites imposées sont présentées en détail. De même que les hypothèses adoptées Les différentes méthodes et approches numériques, qui permettent de résoudre le

phénomène de transfert de chaleur dans les fluides non-Newtoniens sont illustrés dans le troisième chapitre. A la fin nous avons présenté l'algorithme de résolution.

- Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des différences finies, à sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème, au choix du maillage adéquat, ainsi qu'à la validation des résultats obtenus par comparaison avec les résultats numériques.
- Dans le quatrième chapitre, nous rassemblons les principaux résultats obtenus par la solution numérique bidimensionnelle seront présentés pour le cas Non-Newtonien dans cette étude, qui sont présentés et décrits sous forme de graphiques et de tableaux, ainsi que leur interprétation. L'étude de la convection bi-stabile. L'analyse et l'interprétation des résultats concluront ce chapitre.
- En fin, une conclusion générale des résultats qui met en évidence les points majeurs de ce travail, ainsi que les perspectives envisagées à long terme qui peuvent faire l’objet de recherches complémentaires.

Chapitre I : Généralité et Recherche Bibliographique

Ce chapitre est divisé en trois sections, A, B et C. Tout d'abord, nous présenterons une généralisation sur la convection Rayleigh-Bénard, la double diffusion ou convection thermo-solutale et la convection induite par l'effet Soret aussi appelée diffusion thermo-gravitationnelle, suivie d'une généralisation sur la pollution de l'eau qui est présentée dans la section B.

Enfin, Nous donnerons les différents types de fluides non-newtoniens en fonction de leur comportement rhéologique, puis quelques modèles utilisés pour calculer leurs propriétés.

Une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques relatifs à la convection thermique et/ou solutale sur les axes mentionnés ci-dessus sera présentée dans ce chapitre.

Partie A : Généralité sur les transferts de chaleurs

1. Transfert thermique par convection :

Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid. Il y a échangé thermique ou encore transfert thermique entre ces deux systèmes. Cette situation se rencontre dans de nombreuses situations industrielles (moteurs thermiques ou même électriques, centrales électriques au fuel au gaz, etc..., électronique ou domestique (chauffage de l'habitat)). Un transfert d'énergie donne lieu à un flux de chaleur qui correspond à un déplacement de l'énergie du plus chaud vers le plus froid. Comme on le verra par la suite, le flux de chaleur dont la densité locale est notée φ est une grandeur vectorielle, ce qui signifie qu'un flux de chaleur est caractérise non seulement par son intensité mais aussi par sa direction. Il est défini en chaque point de l'espace et à l'unité d'une densité surfacique de puissance (W/m2). Il existe trois principaux modes de transfert de chaleur : la conduction, le rayonnement et la convection. Dans notre étude, nous nous concentrerons sur la convection

Dans ce cas, le phénomène thermique est compliqué par le mouvement de la matière et le transfert de chaleur se superpose au transfert de masse. Le transfert de chaleur par convection se produit entre deux phases, dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement en présence d'un gradient de température. Du fait de l'existence d'un transfert de chaleur d'une phase à l'autre, il existe des fractions du fluide dans la phase en mouvement avec des températures différentes. Lorsqu'un fluide est en écoulement, une partie du transfert de chaleur dans le fluide se fait également par conduction.

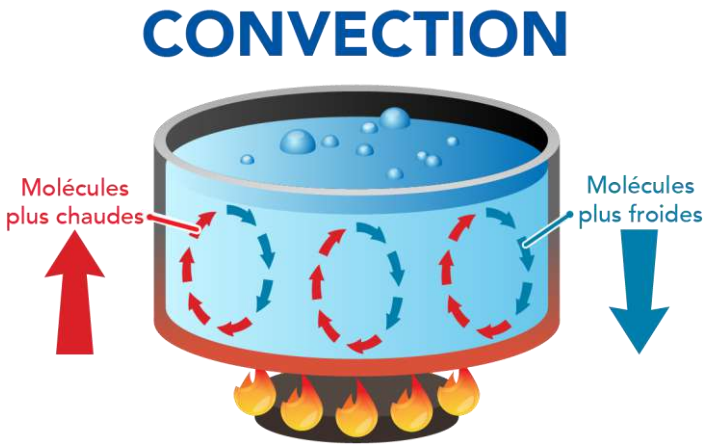


Figure 1.1 : Schéma du transfert de chaleur par convection [3]

En convection on caractérise le flux de chaleur qui est extrait par le fluide de température T_f d'une paroi de surface S à la température T_c par. [3] :

$$\varphi = hS(T_C - T_f) \quad (1.1)$$

Avec :

φ : Flux de chaleur transmis par convection (W) ;

h : Le coefficient de transfert de chaleur par convection (W.m^{-2}.K^{-1}) ;

T_C : Température de surface de solide (paroi) (K) ;

T_f : Température de fluide (loin de la surface de solide) (k) ;

S : Aire de la surface de contacte solide/ fluide (m^2).

Le transfert de chaleur par convection est classifié selon la nature de l'écoulement; On distingue trois types de convection : convection forcée, convection mixte et convection naturelle

1.1. La convection forcée

La convection forcée dans laquelle le mouvement est provoqué par un processus mécanique indépendant des phénomènes thermiques, par exemple (compresseur, pompe, ventilateur, etc...) qui lui confère des vitesses de mouvement assez élevées. Est négligeable par rapport aux forces utilisées pour mettre le fluide en mouvement. Le transfert est plus rapide que dans le cas de la convection naturelle. Par conséquent, l'intensité du transfert de chaleur par convection forcée sera en relation directe avec le régime de mouvement du fluide.

L'étude du transfert de chaleur par convection est étroitement liée à l'étude de l'écoulement des fluides.

1.2. La convection mixte

La convection mixte est un phénomène de couplage entre deux convections à savoir la convection naturelle et forcée qu'on peut qualifier de cas général de la convection (naturelle et forcée) lorsque les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convection sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.[4]

1.3. La convection naturelle

Convection naturelle ou libre, si le mouvement des particules de fluide est dû à des variations de densité généralement dues à des gradients de température dans un fluide soumis

au champ de gravité (d'un champ de forces extérieures), Donc, la mise en mouvement du fluide n'est pas due à une cause extérieure, mais à la distribution de la température à l'intérieur même du fluide.

Les mouvements de convection naturelle dus au gradient de température peuvent être classés en deux catégories, suivant que les configurations (géométrie, températures, pression ...) au sein desquelles ils se développent, autorisent ou non l'équilibre hydrostatique.[5]

2. Généralité sur la convection naturelle thermo-solutale

II s'agit principalement de l'étude des mouvements convectifs (écoulements naturels) induits par un gradient de température et un gradient de concentration dans des espaces confinés ou semi-confinés, Le domaine considère peut être un milieu fluide de type non-newtonien. Ces gradients donnent naissance à une distribution non uniforme de la densité du mélange qui provoque à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravite. Ces deux gradients peuvent agir, selon le cas, ensemble ou en opposition, donnant ainsi naissance à des comportements dynamiques intéressants et compliques. Plusieurs variantes sont possibles : pour la convection thermo-solutale, les gradients de chaleur et de concentration sont tous les deux imposes, tandis que dans le problème de Soret, le gradient de concentration et induit par le gradient thermique.

Ces phénomènes interviennent dans plusieurs procèdes thermochimiques et électrochimiques, par exemple, lors des mécanismes de changement de phases des métaux ou la convection affecte directement la structure micrographique et les propriétés mécaniques et thermo-physiques des alliages.

L'intérêt considérable qui a été porte, ces dernières années, à La convection thermo-solutale (l'existence d'un gradient thermique et solutale) est considéré par les industriels et les scientifiques comme un domaine très important et très vif à cause de la multitude d'applications telles que : les précèdes de séparation en industries chimiques et pétrolières, le stockage des déchets nucléaires, la dispersion des contaminants chimiques dans les couches d'eau souterraine, lors des procédés de séchage de différents produits industriels et domestiques, au cours de divers procédés thermochimiques et électrochimiques, lors du stockage des gaz liquides, dans les pompes à chaleur à absorption ou à adsorption, dans les réacteurs chimiques, dans les procédés d'oxydation ou de traitement des surfaces métalliques et lors de la migration de l'humidité dans les fibres destinées à l'isolation thermique. Cela a motivé les chercheurs et

industriels à mener des recherches dans ce cadre dont l'objectif principal est de comprendre les différents mécanismes résultants des mouvements convectifs engendrés.

La convection dans les couches horizontales chauffées et salées par le bas est généralement connue sous le nom de problème de Rayleigh-Bénard. Ce problème est largement étudie a cause, d'une part, de ses applications nombreuses en génie et en sciences, d'autre part, de la simplicité inhérente à sa géométrie pour étudier le comportement de systèmes non-linéaires.

3. Convection dans les Enceintes

Le phénomène de la convection naturelle est particulièrement important à étudier en raison du grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux. L'intérêt de ces études réside dans son impact dans de nombreuses applications industrielles ou environnementales où ils sont présents dans les liquides, comme la fonte des icebergs, ou dans le cas de la convection naturelle d'origine thermique.

La convection naturelle dans des enceintes fermées de formes diverses occupe une grande partie de la littérature sur le transfert de chaleur et de masse. Disons que le carré, le rectangle, le triangle, le cylindrique, elliptique, avec deux parois maintenues à des températures et des concentrations différentes, tandis que les autres parois sont imperméables et adiabatiques. Le siège d'écoulement qui a fait l'objet de nombreuses études tant expérimentales que numériques.

On distingue principalement deux configurations; la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température on parle alors de (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal.

4. Expression des nombres sans dimension

La mécanique des fluides utilise souvent des nombres sans dimension pour décrire les systèmes étudiés. En effet, nous présentons maintenant les principaux nombres adimensionnels utilisés dans ce manuscrit.

4.1. Nombre Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides et caractérisant l'importance des phénomènes de convection au sein du fluide. Si le nombre de Ra est inférieur à une valeur critique Ra_c, le transfert d'énergie thermique se produit

essentiellement par conduction ; alors qu'au-delà de cette valeur, c'est la convection naturelle qui devient importante.

Le nombre de Rayleigh combine les nombres de Prandtl et de Grashof, et est donné par l'expression suivent :

$$Ra = Gr.\Pr = \frac{g\beta L^2 (T_p - T_{ext})}{\nu.a} \tag{1.2}$$

Sa valeur nous indique si on est en laminaire ou turbulent pour un système en convection naturelle.

avec :

Gr : Nombre de Grashof ;

$\Pr$: Nombre de Prandtl ;

g : Constante gravitationnelle ;

β : Coefficient de dilatation thermique volumétrique K^{-1} ;

L : Longueur caractéristique m ;

T_p : Température de la paroi K ;

T_{ext} : Température du fluide loin de la paroi K ;

ν : viscosité cinématique m^2/s ;

a : Diffusivité thermique m^2/s .

4.2. Nombre Lewis

Le nombre de Lewis est un rapport entre la diffusivité thermique de la conduction et de diffusivité du matériau**.**

On le définit de la manière suivante :

$$Le = \frac{\alpha}{D} \tag{1.3}$$

avec :

α : Diffusivité thermique ;

D : Diffusivité de masse.

4.3. Nombre Prandtl

Le nombre de Prandtl est un nombre sans dimension, qui a également identifié la couche limite. Il représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique.

Le nombre de Prandtl peut aussi être écrit comme :

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{\lambda} \tag{1.4}$$

avec :

ν : La viscosité cinématique m^2/s^{-1} ;

α : La diffusivité thermique m^2/s^{-1} ;

μ : La viscosité dynamique $N.s.m^{-2}$;

C_p : La chaleur massique $j.Kg^{-1}.K^{-1}$;

λ : La conductivité thermique $W.m^{-1}.K^{-1}$.

Tableaux 1.1 : les valeurs typique du nombre de Prandtl [6]

Quelque fluide	Pr
l'air et la plupart des gaz	environ 0.7
d'huiles à moteur	entre 100 et 4000
mercure	environ 0.0.15
(à 18° C) l'eau	environ 7.56
l'eau de mer (à 0°C et 20°C respectivement)	13.4 et 7.2
les polymères fondus	environ 10 000

4.4. Nombre Nusselt

Est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser le type de transfert thermique entre un fluide et une paroi. Il représente le rapport entre le transfert thermique total et le transfert par conduction. Si la conduction est seule responsable du transfert de chaleur.

Le nombre de Nusselt est défini comme :

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \tag{1.5}$$

avec :

h : Coefficient de transfert thermique ;

L_c : Longueur caractéristique ;

k : Conductivité thermique du fluide.

4.5. Nombre Sherwood

Le nombre de Sherwood (*Sh*) est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert de masse. Il représente le rapport entre le transfert total de masse et le transfert par diffusion. Si la diffusion est seule responsable du transfert de matière, alors le nombre de Sherwood vaudra 1.

Le nombre de Sherwood est donne´ par :

$$Sh = \frac{K_c L_c}{D} \tag{1.6}$$

avec :

K_c : Coefficient de transfert de masse ;

L_c : Longueur caractéristique ;

D : Coefficient de diffusion.

5. Approximation de Boussinesq

L'approximation de Boussinesq est la base pour la plupart de ce qui est connu à propos de la convection naturelle. L'application de cette approximation aux problèmes technologiques et environnementaux n'a de sens que si les conditions dans lesquelles les équations de Boussinesq sont valides sont explicitement connues. L'approximation que nous allons reprendre attribuée à Boussinesq (1903), a en fait été également proposée par Oberbeck (1879) pour la premier fois en 1879 [7].

Cette approximation commence avec les formes habituelles des équations: la continuité, le mouvement et l'énergie, pour le fluide newtonien à des propriétés variables et zéro seconde viscosité, Batchelor (1967) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1.7}$$

$$\rho \frac{DV_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho g k_i + \frac{\mu \partial \Gamma_{ij}}{\partial x_j} + \Gamma_{ij} \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \tag{1.8}$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \frac{K \partial^2 T}{\partial x_j^2} + \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \alpha T \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi \tag{1.9}$$

où : $\Gamma_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$ et $\Phi = \frac{1}{2} \Gamma_{ij} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$

Afin de compléter la description du problème, il faut aussi connaitre des relations pour la détermination des propriétés des fluides. Étant donné que le seul mode réversible de travail pour

un fluide newtonien est la compression. Ses propriétés sont des fonctions de deux variables thermodynamiques. Par conséquent, les équations nécessaires peuvent être écrites comme :

$$\begin{gathered}\rho=\rho\left(T,\ P\right),\quad C_P=C_p\left(T,\ P\right),\quad \mu=\mu\left(T,\ P\right)\\ \beta=\beta\left(T,\ P\right),\quad k=k\left(T,\ P\right)\end{gathered} \tag{1.10}$$

Habituellement, ces fonctions sont imparfaitement connues et doivent être déduites des données tabulaires. Finalement, nous allons exiger que la plupart de ces propriétés soient estimées de manière adéquate par des valeurs constantes. Il n'y a généralement pas de difficulté à assumer des développements de Taylor linéarisés, mais le cas particulier de l'eau à $4°C$ doit toujours être gardé à l'esprit. Il convient également de noter que l'approche générale de cette dérivation ne repose pas sur l'utilisation des variations des propriétés linéarisées.

Les approximations linéarisées aux équations (1.23) sont:

$$\left.\begin{aligned}\rho &= \rho_0\left[1-\beta_T\left(T-T_0\right)+\beta_P\left(P-P_0\right)\right]\\ C_P &= C_{P0}\left[1-a_0\left(T-T_0\right)+b_0\left(P-P_0\right)\right]\\ \mu &= \mu_0\left[1-a_1\left(T-T_0\right)+b_1\left(P-P_0\right)\right]\\ \alpha &= \alpha_0\left[1-a_2\left(T-T_0\right)+b_2\left(P-P_0\right)\right]\\ k &= k\left[1-a_3\left(T-T_0\right)+b_3\left(P-P_0\right)\right]\end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

où :

$$\begin{gathered}\beta_T=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial T},\quad \beta_P=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial P},\quad a_0=\frac{1}{C_p}\frac{\partial C_p}{\partial T},\quad b_0=\frac{1}{C_p}\frac{\partial C_p}{\partial P},\quad a_1=\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial T}\\ b_1=-\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial P},\quad a_2=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial T},\quad b_2=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial P},\quad a_3=\frac{1}{k}\frac{\partial k}{\partial T},\quad b_3=\frac{1}{k}\frac{\partial k}{\partial P}\end{gathered} \tag{1.12}$$

Et où l'indice 0 indique l'état de référence $\left(T_0,\ P_0\right)$.

Comme exemples concrets de la méthode qu'on vient de présenter, cette dernière examine les cas de l'eau et de l'air à T_0 =15°C et P_0=1atm. Tableau 1.1 présente les constantes requises, obtenues à partir de Batchelor (1967), sauf indication contraire. Pour l'eau, les conditions la plus exigeante sont exprimées par :

$$\left.\begin{aligned}&\theta\le 1.25°\,\mathrm{C}\\ &L\le 2.4\times10^5\ \mathrm{cm}\\ &L/\theta=9.9\times10^4\ \mathrm{cm/^\circ C}\end{aligned}\right\} \tag{1.13}$$

Dans le cas de l'air, on obtient des résultats similaires. Les conditions la plus exigeante sont exprimées par :

$$\left.\begin{array}{l}\theta \le 28.6\,^{o}\mathrm{C} \\ L \le 8.3\times 10^{4}\,\mathrm{cm} \\ L/\theta < 1020\,\mathrm{cm}/\,^{o}\mathrm{C}\end{array}\right\} \qquad (1.14)$$

Dans l'étude du phénomène de la convection naturelle thermo-solutale, c'est la variation de la densité sous l'effet du gradient de température et de concentration qui engendre les mouvements convectifs au sein de l'enceinte. Par conséquent, la densité volumique doit être fonction de la température et de la concentration et une équation d'état est nécessaire pour compléter les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement et l'équation d'énergie. Ces variations de la densité sont alors approximées par un développement de Taylor au premier ordre.

$$\rho(T,C) = \rho_0\left[1-\beta_T(T-T_0)-\sum\nolimits_k \beta_k (C-C_{0k})\right] \qquad (1.15)$$

où :

ρ_0 : représentent la densité à la température de référence et les fractions de masse ;

T_0 et C_{0k} : sont des valeurs de référence (valeurs initiale ou moyenne) ;

k : variant de 1 à N correspondant au nombre d'espèces présentes ;

β_T : est le coefficient de dilatation thermique du fluide ou du mélange de fluides :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{P.C} \qquad (1.16)$$

β_k : est le coefficient d'expansion massique de l'espèce k :

$$\beta_k = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial C}\right)_{P.T} \qquad (1.17)$$

En général, pour la plupart des fluides, une augmentation de la température entraîne une diminution de la densité du fluide. Ceci est dû au fait que le coefficient de dilatation thermique β_T est normalement positif pour tous les fluides, à l'exception de l'eau entre *0°C* et *4°C*. Cependant, β_k peut être négatif ou positif selon le soluté considéré.

Le fluide est parfois appelé incompressible car le champ de vitesse est sans divergence, bien que la compressibilité se manifeste dans les variations de flottabilité.

Tableau 1.2 : Les propriétés des fluides pour l'eau et l'air à T_0=15°C, P_0=1atm.[8]

Propriétés	Eau	Air
$\rho_0 \left[g / cm^3 \right]$	1.00	1.2×10^{3}
$C_{P0} \left[ergs / gm\ C \right]$	4.2×10^{7}	10^{7}
$\upsilon_0 \left[cm^2 / s \right]$	1.1×10^{-2}	0.145
Pr	8.1	0.72
$\beta_T \left[C^{-1} \right]$	1.5×10^{-4}	3.5×10^{-3}
$\beta_P \left[cm^2 / dyn \right]$	4.9×10^{-11}	10^{-6}
$a_0 \left[C^{-1} \right]$	-2.4×10^{-4}	4.5×10^{-5}
$b_0 \left[cm^2 / dyn \right]$	-2.5×10^{-10}	1.9×10^{-9}
$a_1 \left[C^{-1} \right]$	-2.7×10^{-2}	2.8×10^{-3}
$b_1 \left[cm^2 / dyn \right]$	-2.7×10^{-11}	0.0
$a_2 \left[C^{-1} \right]$	8.0×10^{-2}	-3.6×10^{-3}
$b_2 \left[cm^2 / dyn \right]$	0.0	0.0
$a_3 \left[C^{-1} \right]$	1.7×10^{-3}	2.4×10^{-3}
$b_3 \left[cm^2 / dyn \right]$	4.3×10^{-10}	0.0

6. Historique de la convection Rayleigh Bénard

Lord Rayleigh et Henri Bénard sont les deux physiciens responsables de la découverte et de l'analyse des cellules de convection.

Les premières études sur le comportement dynamique d'une couche de fluide chauffée par le bas datent du début de $XX^{éme}$ siècle. Pour la première fois, en 1900, le physicien Henri Bénard expérimente l'instabilité d'une fine couche de fluide (Blanc de Baleine liquide, 1mm) chauffée par le bas, la surface supérieure du liquide étant libre. Il observe l'établissement d'une série de rouleaux stables de spermaceti fondu. Ces cellules, qui seront connues plus tard sous le nom de "rouleaux de Bénard", étaient principalement de forme hexagonale. Ce modèle de convection, dont les effets sont dus uniquement à un gradient de température, a été réalisé théoriquement avec succès pour la première fois en 1916 par Lord Rayleigh. Rayleigh a supposé des conditions aux limites dans lesquelles la composante verticale de la vitesse et la perturbation

de la température disparaissent aux frontières supérieure et inférieure (condition thermique parfaite). Peu après que Lord Rayleigh se soit intéressé à la convection, sa tentative d'expliquer le phénomène que nous appelons aujourd'hui (convection Rayleigh-Bénard) fait référence aux effets de température, tandis que la "convection Bénard-Marangoni" fait spécifiquement référence aux effets de tension superficielle. [9] Davis et Koschmieder suggèrent que la convection devrait être correctement appelée "convection Pearson-Benard" [10].

La convection Rayleigh-Bénard est aussi parfois appelée « convection Bénard-Rayleigh », « convection Bénard » ou « convection Rayleigh »

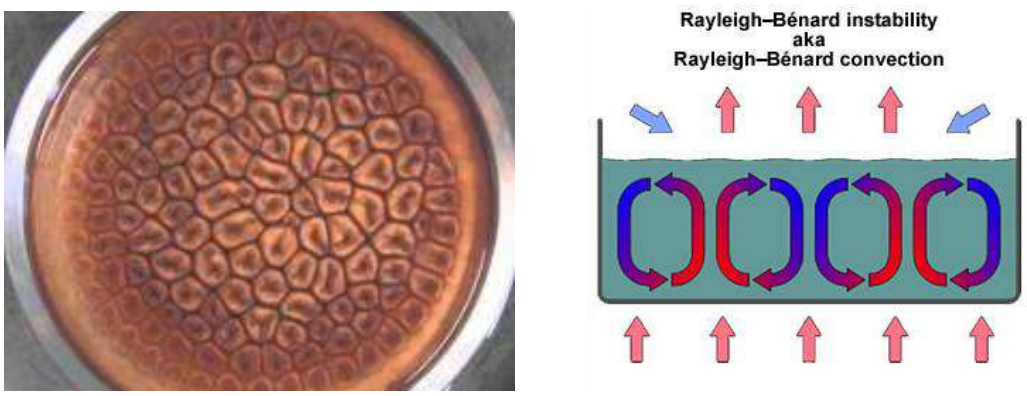


Figure 1.2 : visualisation expérimentale des cellules de Bénard réalisée par Koschmieder et al [11]

6.1. La convection de Rayleigh-Bénard

Décrite en 1916 par Rayleigh, la convection Rayleigh-Bénard (également appelée instabilité Rayleigh-Bénard) est un phénomène physique qui a attiré l'attention de nombreux scientifiques dans le monde entier et a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux, théoriques et numériques.

La convection naturelle est l'un des problèmes les plus importants de la convection thermique. Elle est générée par le développement d'une instabilité dans un milieu initialement stable, à laquelle se superpose une petite perturbation à un instant donné. La nature de la perturbation n'est pas unique, mais conduit à différents types de convection, vitesse angulaire de rotation (instabilité de Taylor-Couette), densité, température. Dans les deux derniers cas, la force motrice de la convection est la flottabilité.

La convection dite de Rayleigh-Bénard correspond au cas, simple en principe, la convection de Rayleigh-Bénard se produit dans une fine couche de fluide maintenue entre deux plaques horizontales chauffées à des températures différentes, la température de la plaque inférieure étant supérieure à celle de la plaque supérieure, et lorsque $T = T_1 - T_0$ dépasse un

certain seuil, un mouvement de matière se développe. Cette dernière configuration est appelée convection Rayleigh-Bénard. Lorsque la plaque inférieure est chauffée, la densité des particules de fluide près de la plaque inférieure diminue et les particules s'élèvent vers la plaque supérieure en raison de la Poussée d'Archimède. Lorsque la différence de température entre les deux plaques dépasse une valeur critique, l'énergie ne peut plus être évacuée par simple conduction. Par conséquent, le système devient instable et génère des rouleaux thermo-convectifs, appelés cellules RB (figure 1.5). [12]

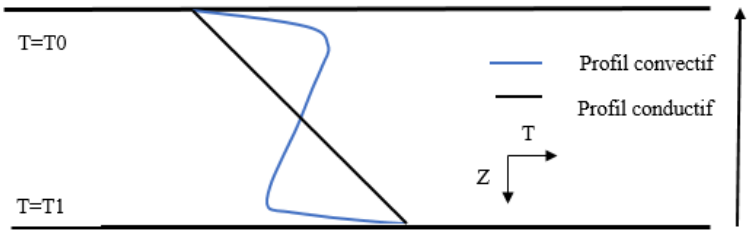


Figure 1.3 : Dispositif de Rayleigh-Bénard. [13]

Dans son mouvement, chaque particule de fluide transporte une certaine quantité de chaleur. La convection est donc une alternative au transfert de chaleur par conduction lorsque la diffusivité thermique du fluide est trop faible. Le passage d'un transfert de chaleur purement convectif à un transfert de chaleur purement conductif a lieu dans une zone mince (par rapport aux dimensions de la cellule), la couche limite thermique.

Une couche limite thermique se développe lorsque l'interface entre deux milieux (eux-mêmes thermiquement homogènes) est caractérisée par une forte discontinuité de température. Ainsi, même si les gradients thermiques peuvent rester élevés, la couche limite thermique permet une transition thermique plus douce. Les couches limites contrôlent le flux de chaleur (entrant ou sortant), et le développement d'instabilités, et il est donc important d'en avoir une bonne description.

Les résultats théoriques obtenus par Rayleigh concordent avec les résultats expérimentaux et le phénomène est appelé écoulement Rayleigh-Bénard. En (1940) Pellew et Southwell déterminent la longueur d'onde et la différence de température critique des rouleaux au seuil d'instabilité, pour un fluide confiné entre deux parois horizontales avec une condition de parois, reflétant ainsi la situation la plus proche des expériences réalisées jusqu'à présent jusqu'à présent. [14]

6.2. Instabilité Rayleigh-Bénard

Comme il existe un gradient de densité entre les plaques supérieure et inférieure, la gravité agit pour tirer le fluide plus froid et plus dense du haut vers le bas. Ce phénomène est contrôlé par un nombre sans dimension, le nombre de Rayleigh, qui compare les effets de la gravité (flottabilité) aux effets de la dissipation (dissipation thermique et viscosité).

Le nombre de Rayleigh, caractéristique de ce phénomène d'instabilité, est définit par la relation :

$$Ra = \frac{poussée\ d'Archiméde}{force\ visquese \times dissipation\ thermique}$$

soit :

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta T h^3}{\nu\alpha} \tag{1.18}$$

où :

g : La constante de gravité (g =9.81 m/s^2) ;

β : Le coefficient de dilatation thermique ($\beta = 3.10^{-3} K^{-1}$) ;

ΔT : La différence de température entre les deux plaques ;

h : La distance entre les plaques ($h = 1cm$) ;

ν : La viscosité cinématique ($\nu = 1.54.10^{-5} m^2/s$) ;

α : La diffusivité thermique ($\alpha = 2.22.10^{-5} m^2/s$).

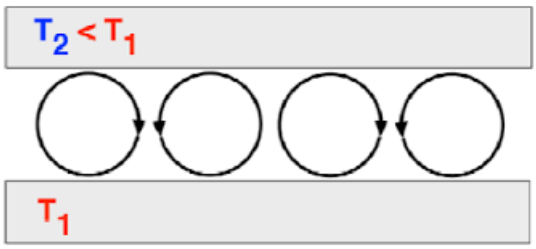


Figure 1.4 : Représentation simplifiée de structures convectives bidimensionnelles entre deux plaques horizontales [15].

C'est le paramètre qui va déterminer la stabilité du système. En effet, la stabilité du problème est déterminée par ce nombre. Plus la température de la plaque inférieure est élevée plus le nombre de Rayleigh sera élevé. Pour des valeurs suffisamment petites de Rayleigh, le système est stable et nous trouvons la solution de conduction. Par contre, pour un nombre de Rayleigh suffisamment grand, le système devient instable et nous observons la formation de cellules de Bénard. Les cellules de convection sont stables, et leur sens de rotation est opposé

pour deux cellules contiguës dans la direction horizontale. Dans une cellule, le liquide tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre dans la cellule suivante.

Il existe de nombreux ouvrages sur ce sujet dans le cas des fluides newtoniens ; beaucoup moins dans le cas des fluides non-newtoniens.

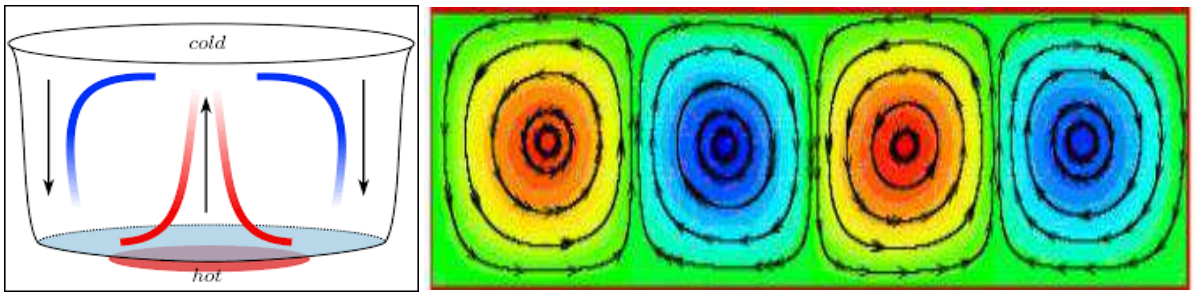


Figure 1.5 : présentation des rouleaux thermo-convectifs

7. Généralités sur la convection influencée par l'effet Soret

Dans une solution initialement homogène constituée d'au moins deux espèces, un gradient thermique génère, par simple diffusion, des transferts de au sein du mélange. Il en résulte la formation d'un gradient de concentration (effet Soret). La poussée d'Archimède thermo-compositionnelle qui en résulte donne lieu à un flux convectif au sein de la solution. Si la solution est confinée dans une enceinte appropriée, le couplage de la convection et de la thermo-diffusion, appelé thermo-gravitation, peut conduire à une séparation des composants du mélange. Ce principe simple de la nature est utilisé avec une grande efficacité dans la recherche et les applications industrielles. [16]

8. Généralités sur l'effet Soret

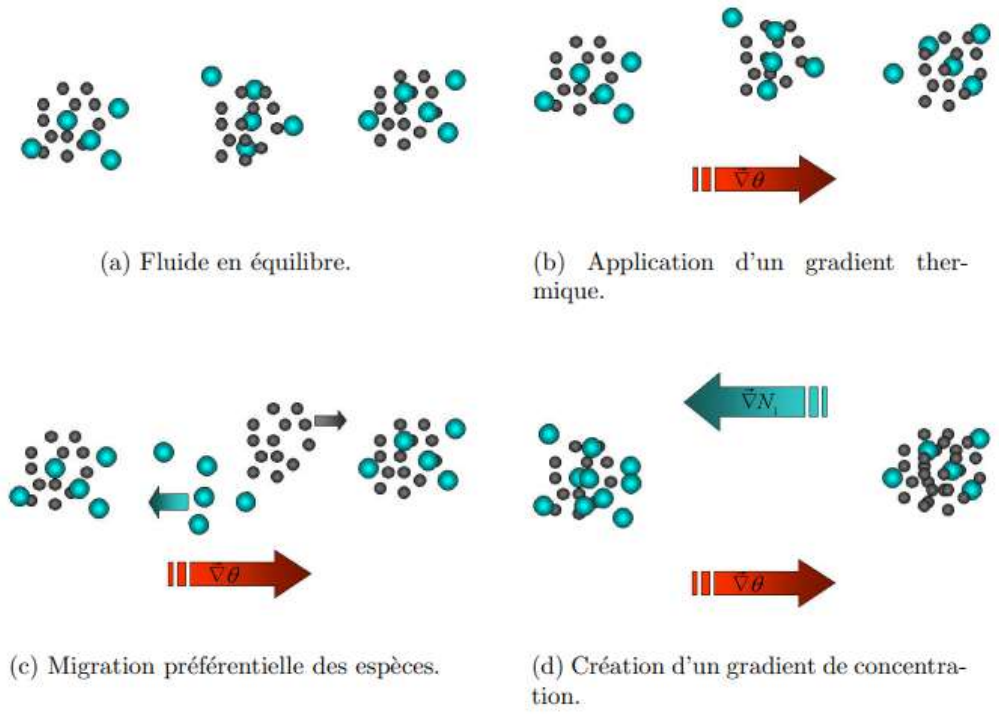
Dans un fluide soumis à un gradient de température, un gradient de concentration apparaît du fait du transfert de chaleur, c'est l'effet Soret ou encore appelé effet Ludwig (plus généralement, le nom de thermo-diffusion désigne cet effet dans les milieux gazeux, tandis que l'expression effet Soret ou effet Lodwig sera plus utilisée dans les liquides). Cet effet a été découvert simultanément par Ludwig en (1856) et (mieux exploité) par Soret en (1879), d'où le nom donné au phénomène. Dans le champ de gravité, la convection dans un fluide pur est due à des changements locaux de densité qui dépendent non seulement de la température, mais aussi de sa composition. D'une manière générale, les phénomènes de convection et de thermo-diffusion ne peuvent être dissociés. Ce couplage est appelé diffusion thermo-gravitationnelle. Il est important de noter les travaux de DUFOUR qui, en 1872, avait déjà montré l'effet inverse

qui porte son nom, à savoir l'apparition d'un gradient de température induit par un gradient de concentration. Cependant, Cet effet est négligeable dans les solutions, et n'est pris en compte que dans les mélanges de gaz. L'effet Soret est un phénomène particulier puisqu'il appartient à la famille des phénomènes thermodynamiques "croisés", c'est-à-dire le flux créé par une force qui ne lui est pas conjuguée (ici, un gradient de concentration est induit par la présence d'un gradient thermique), contrairement à la diffusion moléculaire qui est un phénomène dit "diagonal". Nous visualisons dans le tableau suivant la classification des effets du couplage flux-force entre chaleur et matière :

Force / Flux	∇T	∇C
Chaleur	Conduction Loi de Fourier	L'effet de Dufour
Masse	L'effet de Soret	Diffusion Loi de Fick

Tableau 1.3 : Couplages flux-forces entre chaleur et matière [17]

Les éléments diagonaux du tableau 1.3 correspondent aux phénomènes de transport primaires. Les effets Dufour et Soret sont d'un ordre de grandeur inférieur aux effets décrits par les lois de Fourier et de Fick et ont donc été négligés dans de nombreuses études.



(a) Fluide en équilibre.

(b) Application d'un gradient thermique.

(c) Migration préférentielle des espèces.

(d) Création d'un gradient de concentration.

Figure 1.6 : Schéma représentatif de l'effet LUDWING-SORET

8.1. Intérêt pratique de l'effet Soret

Un des intérêts majeurs dans l'étude de ce phénomène est lié à la séparation des bruts pétroliers soumis au gradient de température et à la convection dans les champs géologiques. Cet effet, connu depuis près de 150 ans, n'a été étudié que récemment dans les fluides denses [18] [19] [20]. Le fait qu'elle ne puisse ne pas être adaptée aux fluides denses la rend plus compliquée. De nouveaux champs se sont ouverts très récemment dans le domaine des mélanges de polymères, des colloïdes [21] [22] et des fluides magnétiques [23]. Les mesures des facteurs de thermo-diffusion ont elles-mêmes été considérablement améliorées par la mise en œuvre de méthodes optiques, en microgravité, dans des colonnes thermo-gravitationnelles, par exemple. Le développement conjoint des méthodes analytiques [23], les progrès théoriques dans le domaine [24] et l'efficacité des simulations numériques [25] nous permettent aujourd'hui de tenter de comprendre par plusieurs moyens les bases physiques d'un tel comportement.

Les combustibles sont traités sous forme liquide ou solide pour moteurs à combustion interne ou moteurs de fusée. Il est également possible de séparer les isotopes d'un même élément. De plus, en couplant la convection naturelle au phénomène de thermo-diffusion, il est possible d'augmenter significativement le degré de séparation

Afin d'optimiser les coûts de production lorsque les producteurs de pétrole extraient des fluides des gisements (extraction à des profondeurs toujours plus grandes et nécessitantes donc des moyens technologiques plus avancés), il est important de connaître précisément la répartition des différentes espèces au sein d'un gisement. Cette distribution a été établie sur de longues périodes de formation de dépôts et a été principalement influencée par la gravité et la distribution des pressions dans le réservoir. Des ressources importantes ont été mises en place pour obtenir des modèles thermodynamiques fiables afin de rétablir correctement la répartition des espèces dans le réservoir. La grande étendue verticale d'un gisement ne pouvant être ignorée, il est très probable que cette distribution soit influencée par la convection naturelle (la gravité est l'un des premiers composants inclus dans les modèles), mais aussi par le gradient géothermique (gradient naturel de température de la terre). Ce gradient pourrait être la cause de la migration des espèces par l'effet Soret. Ceci consiste à établir un gradient de concentration d'un composant chimique par la présence d'un gradient thermique, c'est-à-dire que l'existence d'un gradient thermique est provoquée par une migration différenciée d'espèces. Le gradient de température induit un effet de déplacement du matériau, outre la loi de Fick.

Dans un mélange de fluide binaire la diffusion des espèces a lieu en raison de la diffusion massique, de la diffusion Baro-tropique et de la thermo-diffusion. La vectrice densité de flux de diffusion massique *J* est donnée par Landau et Lifshitz [26] :

$$J_x = -\rho D \frac{\partial S}{\partial x} - \rho D_T S\,(1-S)\frac{\partial T}{\partial x} \tag{1.19}$$

où *S* est la fraction massique du composant de référence, D le coefficient de diffusion de Fick ou le coefficient de diffusion isotherme et D_T le coefficient de diffusion thermique, ce coefficient d'Onsager quantifie l'effet du gradient de température sur la composition locale. En particulier, il peut être positif ou négatif. Une fois l'état stationnaire atteint, le flux de masse s'annule, $J_x = 0$, ce qui implique :

$$\nabla S = -\frac{D_T}{D} S(1-S)\nabla T$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = -\frac{D_T}{D} S\,(1-S)\frac{\partial T}{\partial x} \tag{1.20}$$

Le rapport D_T/D est appelé coefficient Soret (S_T). Si $S_T > 0$, alors ∇C est de signe opposé à ∇T. En d'autres termes, *C* augmente en s'approchant de la paroi froide de la cavité. La valeur absolue de S_T reste assez faible et ne dépasse généralement pas $10^{-2}\left[K^{-1}\right]$. Par conséquent, le gradient de fraction massique induit par l'effet Soret reste faible.

A l'état stationnaire, le flux de matière est nul en moyenne et nous pouvons définir le coefficient de Soret dans un mélange binaire (notée S_T) comme suit :

$$S_T = \frac{D_T}{D} = -\frac{1}{S\,(1-S)}\frac{\nabla S}{\nabla T} \tag{1.21}$$

Ceci définit le coefficient de Soret, homogène à l'inverse d'une température. Pour adimensionné le système, il peut être utile d'introduire le facteur de diffusion thermique comme :

$$\alpha_T = TS_T \tag{1.22}$$

où *T* désignant la valeur moyenne de la température.

Partie B : Généralité sur la pollution des eaux

1. Introduction

L'eau est un élément essentiel de la vie et de l'activité humaine. Elle est un composant majeur du monde minéral et organique. Dans le monde d'aujourd'hui, l'eau est impliquée dans toutes les activités quotidiennes, notamment domestiques, industrielles et agricoles, ce qui la rend exposée à toutes sortes de pollutions.

Les activités humaines produisent beaucoup de déchets qui sont systématiquement traités par des technologies en constante évolution. Le traitement des eaux usées urbaines (ERU) est effectué dans des stations d'épuration des eaux usées (STEP) où leurs différents polluants sont séparés ou dégradés par des procédés physiques, chimiques ou biologiques.

Ce terme de pollution qualifie généralement une multitude d'actions qui, d'une manière ou d'une autre dégradent le milieu naturel. La définition retenue dans sa conception actuelle pourrait être énoncée comme suit : " La pollution est toute modification anthropique d'un écosystème entraînant une modification de la concentration des constituants chimiques naturels ou la diffusion directe ou indirecte de substances chimiques artificielles, une perturbation du flux énergétique, de l'intensité du rayonnement, du flux de matière ou l'introduction d'espèces exotiques dans un milieu naturel".

L'eau est renouvelable, elle est restituée au milieu extérieur après toute utilisation, plus ou moins polluée. Cette pollution la rend impropre à un autre usage et constitue un danger pour la santé, l'hygiène et l'environnement... Les polluants les plus médiatisés aujourd'hui sont les métaux lourds, comme le plomb.et le mercure, ainsi que les hydrocarbures.

2. Différentes sources de pollutions des eaux

La pollution de l'eau est toute modification des caractéristiques de l'eau qui est gênante ou nuisible aux usages humains, la faune ou la flore. Au cours de son utilisation, l'eau s'appauvrit ou s'enrichit en substances de toutes sortes, ou change de température. La pollution qui en résulte se retrouve dans le milieu naturel (cours d'eau, mer). La pollution de l'eau se produit lorsque des matières sont déversées dans l'eau, dégradant sa qualité. La pollution de l'eau comprend toutes les matières inutiles qui ne peuvent pas être détruites naturellement par l'eau.

On distingue généralement 4 grandes "sources" de pollution de pollution : domestique, industrielle, agricole.

- ✓ **La pollution domestique**

En cas d'assainissement collectif ou individuel défectueux, les substances indésirables contenues dans les eaux-vannes et les eaux ménagères peuvent être transférées vers la nappe phréatique (matières organiques, détergents, etc.).

Le cas se présente avec des puits perdus, des assainissements individuels avec infiltration dans le sol mal conçus ou mal dimensionné, stations d'épuration urbaines surchargées, etc. Les déchets ménagers accumulés dans des décharges non autorisées ou non normalisées (centres d'enfouissement technique) dégagent également jus riches en polluants [27].

- ✓ **La pollution industrielle**

Les industries produisent beaucoup de déchets contenant des produits chimiques toxiques et des polluants. Une énorme quantité de ces déchets industriels est drainée dans l'eau douce, qui se déverse ensuite dans les canaux, les rivières et finalement dans la mer. Une autre source de pollution de l'eau est la combustion de combustibles fossiles, qui provoque une pollution de l'air, telle que les pluies acides, qui se déverse ensuite dans les cours d'eau, les lacs et autres plans d'eau.

Malgré les réglementations imposant le traitement de leurs eaux usées, certaines substances restent difficiles à éliminer et se retrouvent dans l'environnement. Les activités agroalimentaires (conserveries, coopératives, etc.) traitent d'importants volumes de matières organiques.

- ✓ **la pollution agricole**

L'agriculture a un impact sur la pollution de l'eau en raison de l'utilisation de produits chimiques tels que les engrais, les pesticides, les fongicides, les herbicides ou les insecticides qui sont rejetés dans l'eau, ainsi que les excréments du bétail, le fumier et le méthane (effet de serre). Dans l'aquaculture, la pollution se fait directement dans l'eau, car l'excès de nourriture et d'engrais provoque une dystrophisation.

3. Modes de pollution

Selon l'origine et la manière dont les polluants sont transportés vers les milieux aquatiques, Il existe deux types de pollution en fonction de la répartition géographique :

- ✓ **La pollution ponctuelle**

C'est une source fixe et généralement d'émissions polluantes importantes (le point de rejet d'un effluent ou d'une zone contaminée). La pollution provenant de sources ponctuelles est souvent plus facile à traiter (en installant un filtre au niveau de la canalisation par laquelle les produits polluants sont dans le milieu naturel)

- ✓ **La pollution diffuse**

En raison de l'application de pesticides et d'engrais sur les terres agricoles, elle concerne l'ensemble du bassin versant et met plus de temps à atteindre les milieux aquatiques milieux aquatiques, et ne peut être traitée qu'à la source en réduisant l'utilisation de substances responsables.

4. Les différents types de pollution

Sans surprise, l'homme est la principale cause de pollution de l'eau, même si de rares phénomènes naturels (glissements de terrain, inondations, etc.) peuvent également conduire à un arrêté préfectoral interdisant la consommation de l'eau du robinet.

Il existe trois types de pollution :

- ✓ **Pollution Physique**

La pollution physique désigne la pollution thermique due à la température élevée qui entraîne une diminution de la teneur en oxygène dissous et une réduction de la solubilité des gaz et la pollution mécanique, qui correspond à la présence dans l'eau de particules de tailles et de matières diverses dans l'eau, ce qui lui confère un caractère trouble.

- ✓ **Pollution biologique**

Un grand nombre de micro-organismes peut multiplier dans le milieu (sol, air et l'eau) qui sert l'habitat naturel ou comme une simple moyenne de transport pour ces microorganismes. Les principaux organismes pathogènes qui se multiplient dans l'eau son : les bactéries, les virus, les parasites et les champignons, on parle ainsi de la pollution bactérienne, viral où parasitaire.

- ✓ **La pollution chimique :**

La pollution chimique des eaux résulte du rejet de certaines substances minérales toxiques dans les cours d'eau, par exemple : nitrates, phosphates, ammoniac et autres sels, ainsi que sels, ainsi que des ions métalliques. Ces substances ont un effet toxique sur les matières organiques et les rendent plus et les rendent plus dangereuses.

On regroupe les polluants chimiques en cinq principaux types. Quel que soit le type de polluant chimique, la consommation quotidienne d'eau polluée par des traces de ces substances peut avoir des effets néfastes sur la santé humaine.

Tableau 1.4 : Principaux types de pollution des eaux continentales, nature de produits polluants et leurs origines

Type de pollution	Nature	Source ou agent causal
Pollution thermique	Rejets d'eau chaude	Centrales thermiques
Pollution radioactive	Radio-isotopes	Installations nucléaires.
Pollution mécanique	Matières en suspension	Eaux résiduaires Industrielles.
Fertilisants	Nitrates, phosphates	Agriculture, lessives
Métaux et métalloïdes	Mercure, cadmium, plomb Aluminium, arsenic	Industries, agriculture, pluies acides, combustion
Pesticides	Insecticides, herbicides, fongicides.	Agriculture, industries
Organochlorés	PCB, solvants	Industries
Composés organiques de Synthèse	Nombreuses molécules	Industries
Hydrocarbures	Pétrole et dérivés	Industrie pétrolière, transports
Matières fermentescibles	Glucides, lipides, protéines Ammoniac, nitrates	Elevages et piscicultures
Pollution microbiologique	Bactéries, virus, champignons	Effluents urbains et d'élevages
Espèces invasives	Espèces végétales, espèces animales, OGM	Jardins botaniques, laboratoires de recherche

5. Effets de la pollution de l'eau sur l'environnement

La pollution de l'eau nuit réellement à la biodiversité et aux écosystèmes aquatiques. Les produits chimiques toxiques peuvent modifier la couleur de l'eau et augmenter la quantité de minéraux - également appelée eutrophisation - ce qui a un impact négatif sur la vie dans l'eau. La pollution thermique, définie comme l'augmentation de la température des masses

d'eau, contribue au réchauffement de la planète et constitue une menace sérieuse pour les organismes aquatiques.

Partie C : Rhéologie et comportements des fluides

1. Comportement rhéologique des fluides Newtonien et non-Newtonien

La rhéologie, mot forgé par Bingham en 1929 à partir du verbe grec « rhéo » signifiant couler et de « logos » étude, qui est une discipline qui traite de l'étude de la déformation et de l'écoulement de la matière. Face à l'impuissance de la théorie de l'élasticité et de la mécanique des fluides (théories développées au 19ème siècle) à écrire et expliquer les propriétés de matériaux aux comportements mal définis intermédiaires entre celui du solide parfaitement élastique. Et celui du fluide newtonien (ou les contraintes de cisaillement sont proportionnelles au gradient de vitesse), Il était nécessaire de développer cette nouvelle discipline. Le site études expérimentales se concentre sur la mesure des propriétés d'écoulement des matériaux, tandis que les approches théoriques recherchent les équations constitutives reliant les contraintes et les déformations.

Cette discipline a été créée pour répondre aux questions sur les comportements complexes, car les différentes branches de la mécanique développées ne sont basées que sur des modèles simples de comportement. La rhéologie traite de tous les aspects de la matière, qu'elle soit liquide ou solide, elle est d'un intérêt particulier pour sa capacité à analyser les problèmes liés aux substances dont l'aspect présente un état intermédiaire entre un solide parfaitement élastique et un liquide complètement visqueux. La rhéologie, en tant que discipline, s'intéresse à un large éventail de corps : métaux plastiques, produits pétroliers, verre, bois, liquides biologiques, produits alimentaires et pharmaceutiques produits pharmaceutiques...etc.

Dans le contexte de la mécanique des milieux continus, la distribution des contraintes et les déformations sont présentées comme des tenseurs. Les relations entre ces champs sont appelées lois comportementales.

2. L’objectif de la rhéologie

Il s'agit de déterminer l'équation d'état rhéologique du fluide en effectuant des mesures relatives de forces et de déplacements et en exploitant ces résultats avec les équations du mouvement. Les fluides peuvent également être classés en deux familles en fonction de leur viscosité, une de leurs caractéristiques chimiques. La famille des fluides "Newtoniens" (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) et celle des fluides "Non-newtoniens" (presque tous les autres... sang, gels, boues, pâtes.....).

3. Grandeurs caractéristique de la rhéologie

3.1. Contrainte de cisaillement

La contrainte de cisaillement, souvent appelée τ (grec: tau), est une contrainte appliquée de manière parallèle ou tangentielle à une face d'un matériel, par opposition aux contraintes normales qui sont appliquées de manière perpendiculaire. C'est une force divisée par une surface, et a donc la dimension d'une pression, en pascal.

La formule pour calculer la contrainte de cisaillement moyenne est la force par unité de surface :

$$\tau = \frac{F}{S} \tag{1.23}$$

Contrainte de cisaillement = Force imposée parallèlement à l'aire / l'aire de la section transversale.

3.2. Déformation de cisaillement

Considérons un petit élément de surface d'une feuille du fluide dS situé à la dimension z. A l'instant *t* après le début de l'expérience, il a parcouru une distance x qui dépend de z (et de t).

à : z + dz, il aurait parcouru x + dx

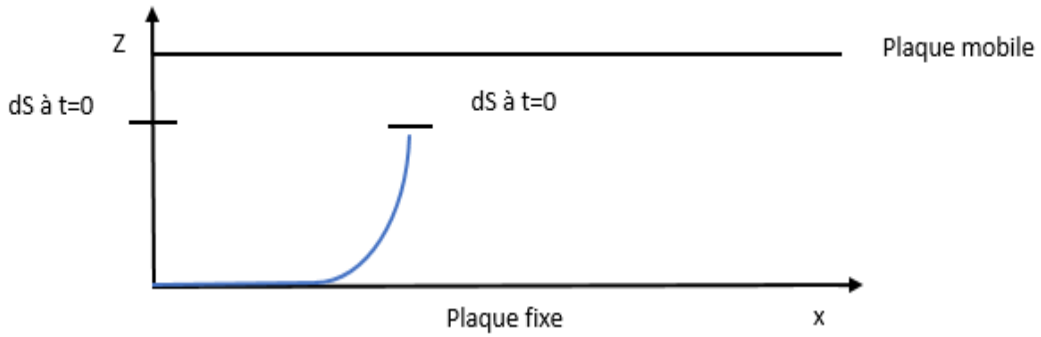


Figure 1.7 : Déformation de caissaillement

La déformation de cisaillement traduit la variation de la distance parcourue par dS en fonction de sa distance par rapport à la plaque d'appui fixe.

$$\gamma = \frac{dx}{dz} \tag{1.24}$$

la déformation est la variation de déplacement lorsqu'on passe d'une couche à une couche infiniment proche, cette variation caractérise un mouvement de cisaillement pour lequel les différentes couches ont des déplacements les unes par rapport aux autres. [28]

3.3. Gradient de vitesse

Si V_0 n'est pas trop grande, les molécules de miel en contact avec l'aluminium sont à la vitesse V_0, en une fine couche.

Les forces de Van Der Waals permettent de transférer une partie de l'énergie cinétique de cette couche aux molécules situées en dessous qui sont entraînées mais à une vitesse moindre : plus ces ces forces d'interaction sont fortes, plus le fluide est visqueux et plus la vitesse diminue rapidement lorsqu'on s'éloigne de la couche supérieure.

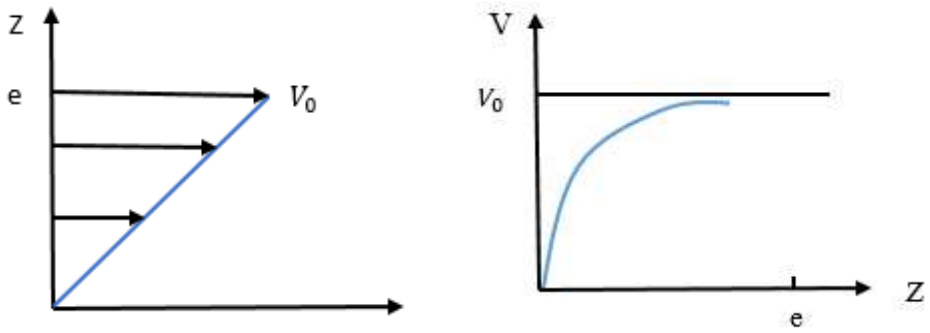


Figure 1.8 :Profile de la vitesse de cisiallement

$$\dot{\gamma} = \frac{dV}{dz} \tag{1.25}$$

Le mouvement se propage en s'atténuant à l'intérieur du liquide : il est nul au contact de la plaque de support qui est fixe.

Cette grandeur dépend de la contrainte de cisaillement appliquée et de la nature du fluide.

3.4. Vitesse de cisaillement

La vitesse de cisaillement ou "taux de cisaillement , symboles (gamma point), mesure le cisaillement appliqué dans un fluide. Il reflète la variation de la déformation au cours du temps.

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{d}{dy}\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{du}{dy}\left[1/s\right] \tag{1.26}$$

Cette grandeurs est donc identique au gradient de vitesse (au moins dans le cas simple traité ici d'un mouvement laminaire plan).

3.5. Viscosité

La viscosité d'un fluide est une mesure de sa résistance à la déformation graduelle causée par une contrainte de cisaillement ou de traction tangentielle. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. Cette résistance s'explique par les forces d'attraction entre les molécules du fluide. En conséquence, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement plus que les fluides à faible viscosité qui s'écoulent plus facilement. Par exemple, le miel a une viscosité beaucoup plus élevée que l'eau.

On cite généralement deux types de viscosité : dynamique et cinématique.

Viscosité dynamique :

La viscosité dynamique est une propriété physique caractéristique de tous les fluides. Elle est définie comme la relation entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse de déformation :

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} \tag{1.27}$$

Dans le système international, la viscosité dynamique est exprimée en poiseuilles où : $1poise = 0.1\ \left[Pa.s\right] = 0.1\ \left[kg.m^{-1}s^{-1}\right]$.

Plus la viscosité est élevée, plus le fluide est épais (moins fluide) ; plus la viscosité est faible, plus il est fluide.

La viscosité dynamique μ dépend du matériau et de sa température. Elle est exprimée en pascal-secondes.

- La viscosité dynamique μ augmente fortement pour les liquides avec l'augmentation de la température ;
- La viscosité dynamique μ augmente également pour les gaz avec l'augmentation de la température ;

En relation avec les faits expérimentaux, nous sommes amenés à considérer deux types de fluides :

- D'une part, les fluides newtoniens qui satisfont à la loi de Newton. Ces fluides ont un coefficient de viscosité indépendant du gradient de vitesse. C'est le cas des gaz, vapeurs, liquides purs de faible masse molaire, ...
- D'autre part, les fluides non-newtoniens. Ce sont les solutions de polymères, les boues, les gels, les bouillies, le sang, la plupart des boues, le sang, la plupart des peintures, les fluides chargés, les aliments, etc. .... L'étude de ces fluides relève de la rhéologie : fluides pseudoplastiques, rhéoplastiques, thixotropes, rhéopectiques. Leurs lois de comportement sont complexes et sont liées à la non-linéarité et au type d'écoulement étudié.

Viscosité cinématique :

La viscosité cinématique est le rapport entre la viscosité dynamique μ , et la masse volumique du fluide ρ . Elle est généralement désignée par la lettre grecque ν .

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.28}$$

L'unité de la viscosité cinématique est m^2/s .

La principale différence entre la viscosité dynamique et la viscosité cinématique est que la viscosité dynamique est une mesure de la difficulté d'écoulement d'un fluide tandis que la viscosité cinématique est la viscosité dynamique d'un fluide divisée par sa densité.

Tableau 1.5 : Quelques valeurs de la viscosité des fluides (à 20°C et à la pression atmosphérique normale)

Fluide (liquide/ gaz)	Viscosité dynamique μ ou η (Pa.S)	Viscosité cinématique m^2/s (x10^{-6})
Eau	1.005. 10^{-3}	1.007.
Huile d'olive	84. 10^{-3}	91.5
Éthanol	1.20. 10^{-3}	1.51
Méthano	0.587	0.742
Mercure	1.55. 10^{-3}	0.116
Miel (liq apres agitation)	6	4280
Vernis/pentures	10 à 1000	
Air	18.2. 10^{-6}	15.1
Glycérine	0.625. 10^{-3}	11180
Benzène	1.20. 10^{-3}	0.741
Dioxyde de carbone	14.87. 10^{-6}	8.03
Hydrogene	8.52. 10^{-6}	105

4. Classification des fluides suivantes leurs comportements

En général, la classification des fluides est basée sur leur comportement rhéologique, on peut les classer en deux catégories :

- fluides Newtoniens ;
- fluides non-Newtoniens.

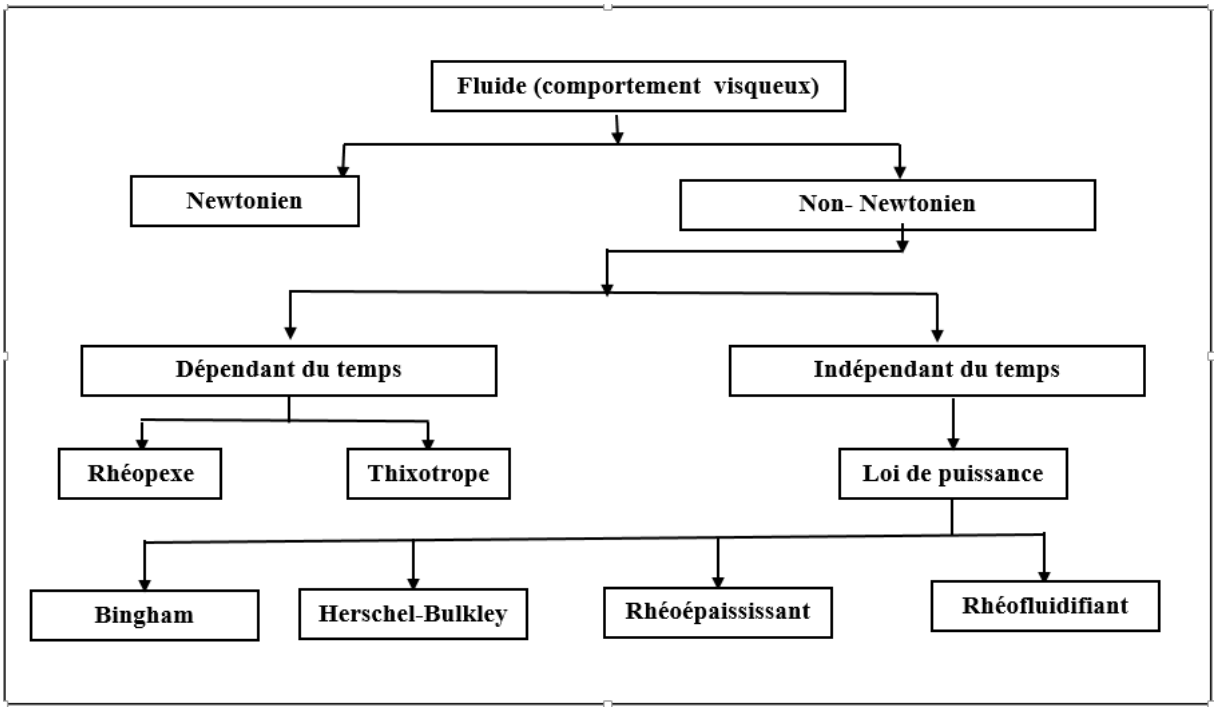


Figure 1.9 : Classification des comportements rhéologiques.

On distingue les fluides newtoniens, les fluides non newtoniens qui sont indépendants ou dépendants du temps.

4.1. Fluides Newtonien

Considérons une couche mince d'un fluide contenue entre deux plans parallèles distants de *h*, comme le montre la figure 1.10. Si, en régime permanent, le fluide est soumis à un cisaillement par l'application d'une force *F*, comme indiqué, celle-ci sera équilibrée par une force de frottement interne égale et opposée dans le fluide.

Pour un fluide newtonien incompressible en écoulement laminaire, la contrainte de cisaillement résultante est égale au produit de la force de cisaillement et de la force de frottement est égale au produit du taux de cisaillement et de la viscosité du milieu fluide. Dans ce cas simple, le taux de cisaillement peut être exprimé comme le gradient de vitesse dans la direction perpendiculaire à celle de la force de cisaillement, c'est-à-dire :

$$\frac{F}{S} = \tau_{yx} = \mu\left(-\frac{dV_x}{dY}\right) = \mu\dot{\gamma}_{yx} \tag{1.29}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{dV_x}{dy} \tag{1.30}$$

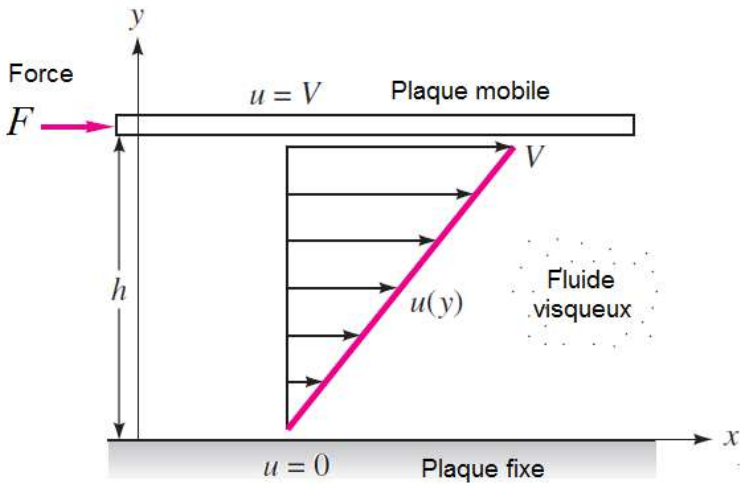


Figure 1.10 : Représentation schématique d'un écoulement à cisaillement simple

L'expression ainsi obtenue relie la contrainte de cisaillement F/A, au gradient de vitesse, $\frac{dV_x}{dy}$, également appelé taux de cisaillement, et à la viscosité de cisaillement, ou viscosité dynamique (le plus souvent appelée simplement viscosité). La relation (1.29) n'est valable que si l'écoulement est laminaire, c'est-à-dire si les couches de fluide glissent effectivement les unes sur les autres, sans mouvement désordonné affectant de grandes quantités de matière.

Les courbes de la Figure 1.11 représentant la contrainte en fonction du taux de cisaillement sont communément appelée courbe d'écoulement. Dans le cas d'un fluide Newtonien, la courbe est donc une ligne droite de pente μ et passant par l'origine.

La viscosité caractérise complètement le comportement de l'écoulement d'un fluide Newtonien à température et pression constantes. Très souvent, un grand nombre de fluides couramment utilisés ont un comportement en écoulement beaucoup plus complexe.

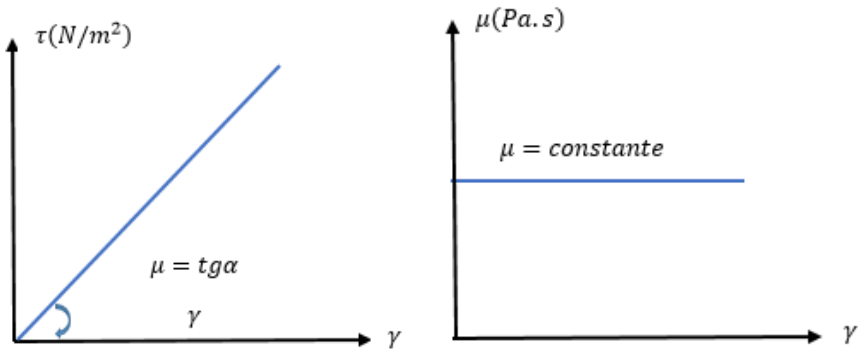


Figure 1.11 : Rhéo-gramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien. [29].

4.2. Fluides non-Newtonien

Un fluide est dit non newtonien lorsque sa courbe d'écoulement n'est pas linéaire ou ne passe pas par l'origine, c'est-à-dire que la viscosité n'est pas constante à une température et une pression données mais dépend des conditions d'écoulement, comme le taux de cisaillement et de gradient de vitesse, parfois même de l'histoire de l'élément fluide, ou, plus généralement, de l'histoire cinématique antérieure du fluide (figure 1.12). La caractérisation rhéologique d'un fluide consiste à établir la relation qui existe entre sa déformation et la contrainte qui lui est appliquée. On peut citer à titre d'exemple de fluides non newtoniens: les solutions de polymères, les polymères fondus, les suspensions, les pattes, les émulsions et les fluides biologiques.

Les fluides non-Newtoniens peuvent être regroupés en trois catégories générales, selon les critères suivants :

- les fluides à comportement indépendantes du temps (ou fluides aux viscosités indépendant du temps) ;
- les fluides à comportement dépendantes du temps (ou fluides aux viscosités dépendant du temps) ;
- les fluides à comportement viscoélastique (ou rhéo-plastique).

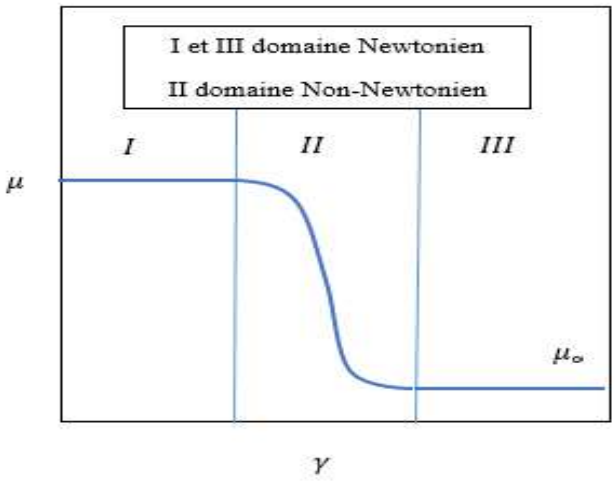


Figure 1.12 : Allure générale d'une courbe d'écoulement. [29]

4.2.1 Fluides à comportement indépendantes du temps

Lorsqu'un fluide Non newtonien typique subit un écoulement cisaillé, la viscosité semble être newtonienne à de faibles taux de cisaillement. Après ce plateau initial newtonien, la viscosité varie avec l'augmentation du taux de cisaillement. Le fluide est décrit comme s'amincissant par cisaillement ou pseudo-plastique si la viscosité diminue, et comme s'épaississant par cisaillement ou se dilatant si la viscosité augmente avec le taux de cisaillement. Après ce régime dépendant du cisaillement, la viscosité atteint une valeur constante limite à un taux de cisaillement élevé. Cette région est décrite comme le plateau newtonien supérieur. Si le fluide résiste à la contrainte initiale sans couler, il est appelé fluide à contrainte de cisaillement.

Les fluides purement visqueux sont des fluides dont la vitesse de déformation ne dépend que de la contrainte de cisaillement, la relation du comportement rhéologique peut être donnée par l'équation suivante :

$$\tau_{xy} = f\left(\dot{\gamma}_{xy}\right) \tag{1.31}$$

τ : La contrainte de cisaillement ;

$f(\dot{\gamma})$: La viscosité dynamique apparente.

Le comportement rhéologique peut être décrit par plusieurs modèles mathématiques de complexité variable.

La figure 1.13 ci-dessous montre schématiquement que les rhéo-grammes de fluides Non-newtoniens dépendant du temps sont divisés en trois catégories de comportement fluide, en représentant la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse.

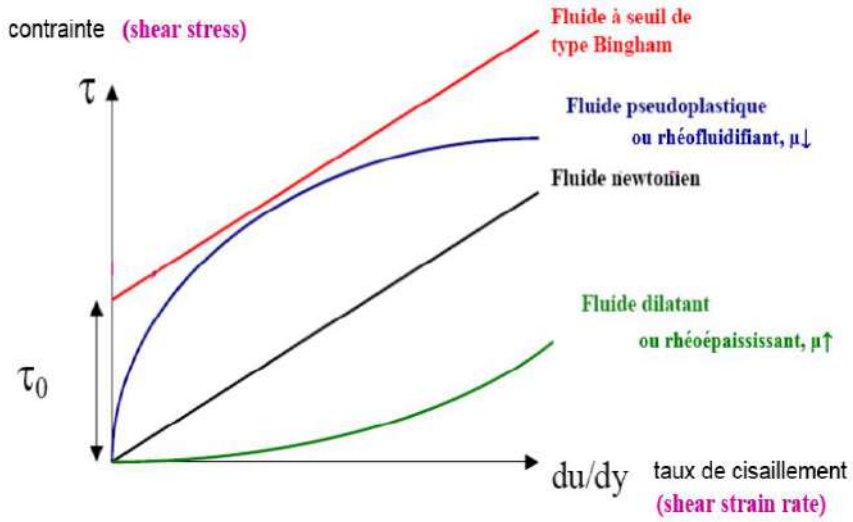


Figure 1.13 : Rhéo-grammes types pour différents fluides indépendants du temps.

Il existe plusieurs types classiques de fluides non-Newtoniens. Ils ne sont pas exclusifs les uns des autres, un fluide peut avoir plusieurs des propriétés énumérées ci-dessous [11].

1. Fluides pseudo-plastique ou Rhéo-fluidifiants (n<1)

Ils sont également appelés fluides pseudo-plastiques. Ils sont caractérisés par une diminution de leur viscosité apparente lorsque le taux de cisaillement augmente, et donc le fluide devient moins visqueux (fig. 1.14). Ce comportement est très réactif et on peut citer comme exemples : les colles, purée de fruit, shampooing, suspensions de particules solides, solutions de polymères de masse moléculaire élevée, etc.

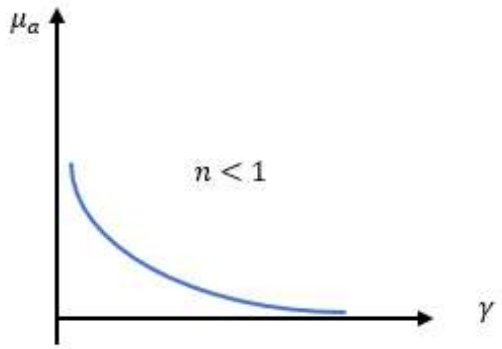


Figure 1.14 : fluide rhéo-fluidifiant

Il y a un certain nombre de modèles qui peuvent être employée pour modéliser ces fluides, tels que la loi de puissance et le modèle de Carreau.

2 .Fluides dilatants ou Rhéo-épaississant (n>1)

Les fluides dilatants ou rhéo-épaississants, sont caractérisés par une viscosité apparente qui augmente avec le taux de cisaillement (voir figure 2) ; le fluide devient donc plus visqueux et donc plus épais, mais leur indice de structure est supérieur à l'unité ($n > 1$). Ce comportement est beaucoup moins rare que celui des fluides pseudo-plastiques. Ce type de comportement est particulièrement observé dans les suspensions de particules argileuses micrométriques, de craie, de quartz, ou de sang de cellules sanguines dans de plasma, de l'amidon de maïs.

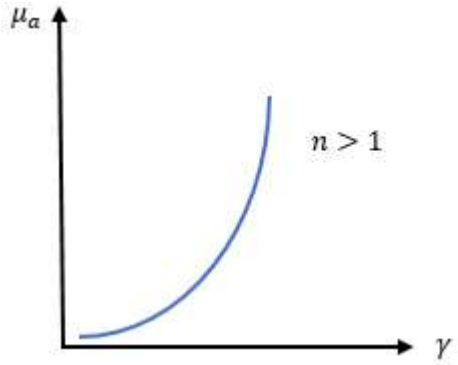


Figure 1.15 : fluide rhéo-épaississant.

3. Fluides viscoplastique ou à seuil

Les fluides viscoplastiques ont une rhéologie particulière, il n'y a pas d'écoulement jusqu'à ce que la contrainte appliquée dépasse une valeur critique, appelée "contrainte seuil", la structure rigide est détruite et le fluide s'écoule ou se déformer. Ces types de fluides peuvent avoir un comportement linéaire ou non linéaire figure (1.16) (1.17).

Parmi les fluides à seuil, les applications pratiques sont importantes, par exemple : Le dentifrice, la mousse à raser, le ciment frais, les peintures, les boues de forage…

Deux catégories sont fréquemment utilisées pour décrire des comportements à seuil contrainte : le modèle de Bingham et le modèle de Herschell-Bulkley.

3.1. Modèle de Bingham

Pour les liquides binghamiens, c'est-à-dire les liquides plastiques idéaux, la contrainte de cisaillement varie linéairement avec le taux de cisaillement mais, à la différence des fluides Newtoniens, il est nécessaire d'appliquer une force minimale pour mettre le fluide en mouvement. Exemples de fluides présentant une contrainte de seuil tels que les boues, les

fluides alimentaires comme la ‘mayonnaise et le ketchup’, le dentifrice, le sulfate de zinc ou de baryum en suspension, la pâte à pain, les graisses...etc

L’équation qui régissent le comportement d'un fluide de Bingham est caractérisée par deux constantes (τ_0 , μ_B) :

$$\tau = \tau_0 + \mu_B \dot{\gamma} \quad \text{pour} \quad |\tau| > |\tau_0| \tag{1.32}$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{pour} \quad |\tau| < |\tau_0|$$

où :

τ : La contrainte de cisaillement ;

τ_0 : La contrainte seuil ;

μ_B : Viscosité plastique (de Bingham) ;

$\dot{\gamma}$: La vitesse de cisaillement.

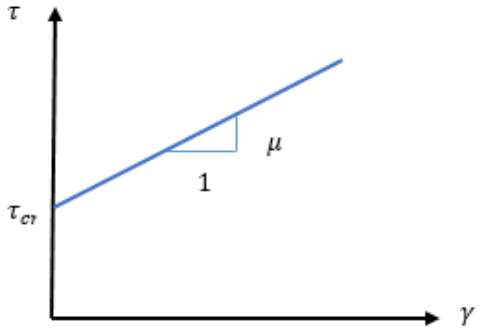


Figure 1.16 : Rhéo-gramme d’un fluide plastique idéal (fluide de Bingham). [29]

3.2. Modèle de Herschel-Bulkley

Le modèle de Herschel-Bulkley est un modèle rhéologique simple à trois paramètres. Malgré sa simplicité, il peut décrire les fluides Newtoniens et toutes les principales classes de fluides non-Newtoniens indépendamment du temps. Ce modèle est exprimé mathématiquement comme suit :

$$\tau_{yx} = \tau_0 + k\dot{\gamma}^P \quad \text{Pour} \quad \tau_{xy} > \tau_0 \tag{1.33}$$

$$|\dot{\gamma}| = 0 \quad \text{Pour} \quad \tau_{xy} < \tau_0$$

où τ_{xy} est la contrainte de cisaillement, τ_0 est la contrainte de rendement au-dessus de laquelle la substance commence à s'écouler, *k* est le facteur de consistance, $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement

et *n* est l'indice de comportement d'écoulement. Le modèle de Herschel-Bulkley se réduit à la loi de puissance lorsque $\tau_0 = 0$, au plastique de Bingham lorsque *n* = 1 et à la loi de Newton pour les fluides visqueux lorsque ces deux conditions sont remplies. Ces deux conditions sont satisfaites.

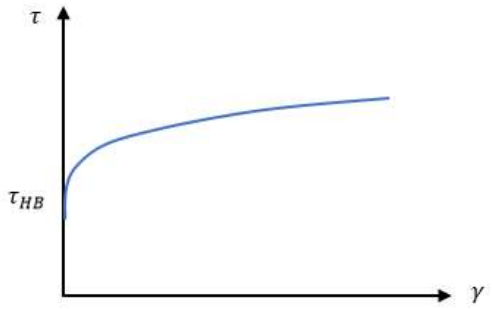


Figure 1.17 : Rhéo-gramme d'un fluide plastique fluidifiant. [23]

Ce modèle fluide non-Newtonien a été introduit par Winslow Herschel et Ronald Bulkley en 1926. [30]

Tableau 1.6 : Paramètres rhéologiques de l'équation rhéologique d'état [32]

Types	*n*	τ_0	Exemples
Newtonien	1	0	Eau, jus de fruit, lait, huile
Rhéo-fluidifiant	0 < n < 1	0	Compote de pomme, purée de banane, jus d'orange concentré
Rhéo-épaississant	1 < n < ∞	0	Miel (certains types), solution à 40% d'amidon natif
Plastique de Bingham	1	> 0	Dentifrice, purée de tomates
Herchel-Bulkley	0 < n < ∞	> 0	Pate de poisson, mouts de raisin

4.2.2. Fluides à comportement dépendantes du temps

Fluides dont le taux de cisaillement dépend de la durée de la contrainte de cisaillement et qui se déposent parfois après un certain temps de réponse ; ces fluides sont appelés fluides de Boltzmann ; on distingue les fluides thixotropes et anti-thixotropes ; le plus souvent, le comportement temporel du fluide est fluidification rhéologique ; il s'agit très rarement d'un épaississement rhéologique.

1. Fluide thixotropes

Les fluides thixotropes ont une viscosité qui diminue avec le temps lorsqu'une contrainte constante est appliquée. Comme le montre la figure 1.18. Après suppression de cette contrainte, la viscosité initiale n'est rétablie qu'après un certain temps. Il s'agit d'un phénomène réversible. Tous les fluides sont plus ou moins thixotropes. Car la caractéristique du fluide dépend de son histoire. Ce comportement complique considérablement les mesures rhéologiques car on peut voir les effets de l'hystérésis. Parmi ces fluides, on peut citer la moutarde, ketchup, yaourt, peintures, boues de forage, pâte de gypse, certains polymères.

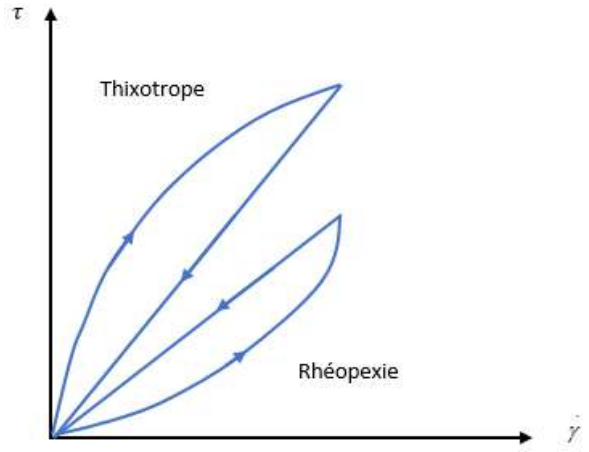


Figure 1.18 : Représentation schématique de la courbe $\tau = f(\dot{\gamma})$ pour le comportement dépendant du temps. [31]

2. Fluides anti-thixotropes

L'inti-thixotropie est l'inverse de la thixotropie, le comportement inverse de la thixotropie se retrouve également dans certains cas rares, en ce sens que la viscosité augmente avec le temps lorsqu'elle est soumise à un gradient de vitesse constant (ou à une contrainte de cisaillement), le fluide revient à son état initial après un temps de repos variable.

3. Fluides Rhéopexie

Les fluides relativement peu nombreux pour lesquels la viscosité apparente (ou la contrainte de cisaillement correspondante) augmente avec le temps de cisaillement sont dits présenter une rhéopexie ou une thixotropie négative.

4.3. Fluides à comportement viscoélastique (Rhé-plastique)

Un autre Co-comportement non-Newtonien dépendant du temps est le caractère dit viscoélastique qui manifeste, sous contrainte, un comportement qui dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et de l'intensité du mouvement (temps).

Ces fluides ont des propriétés à la fois visqueuses et élastiques. Comme ils sont soumis à un test de fluage (contrainte de cisaillement constante) figure 1.19, ces fluides sont déformés en trois étapes successives :

- déformation instantanée résultant de l'élasticité du fluide ;
- déformation élastique amortie par la viscosité ;
- déformation linéaire purement visqueuse.

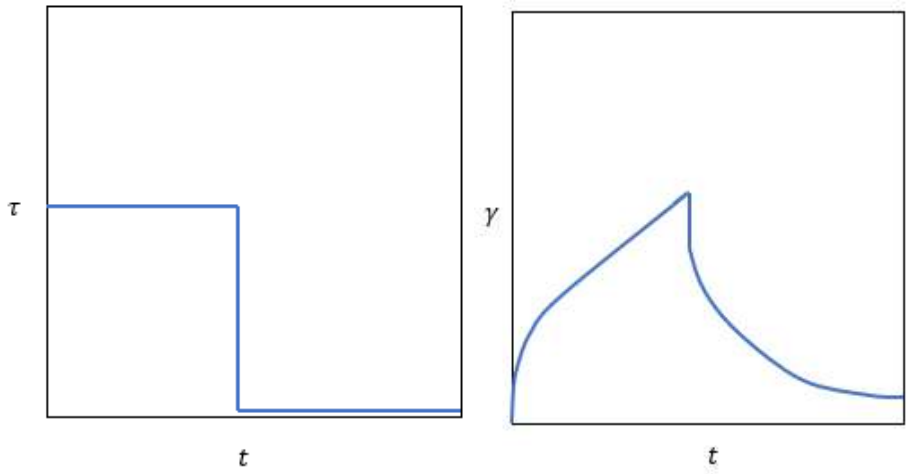


Figure 1.19 : Evolution de la vitesse déformation au sein d'un fluide viscoélastique lors d'un test de fluage. [29]

5. Modes Rhéologique pour les fluides Rhé-fluidifiant

Il s'agit du type le plus courant de comportement de fluide non-Newtonien indépendant du temps. Il est caractérisé par une viscosité qui diminue avec le taux de cisaillement. A la fois à des taux de cisaillement très bas et très hauts, nous nous sommes limités à citer les modèles rhéologiques les plus utilisés :

- le modèle d'Oswald –de-Weale ou de la loi de puissance ;
- le modèle de Sisko ;
- le modèle de Cross ;
- le modèle d'Ellis ;
- le modèle de Carreau-Bird ;
- le modèle de Carreau-Yassuda.

5.1. Modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance

La relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement (tracée sur des coordonnées logarithmiques doubles) pour un fluide à faible cisaillement peut souvent être approximée par une ligne droite sur une plage limitée de taux de cisaillement (ou de contrainte). Pour cette partie de la courbe d'écoulement, une expression de la forme suivante est applicable :

$$\tau_{yx} = K(\dot{\gamma}_{yx})^n \tag{1.34}$$

Donc la viscosité apparente pour le fluide dit de puissance (ou Ostwald de Waele) est donc donnée par :

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} \tag{1.35}$$

où :

μ : La viscosité apparente ;

K : L'indice de la consistance ;

$\dot{\gamma}$: Le taux de déformation par cisaillement ;

n : L'indice de comportement de l'écoulement.

- Sur la base de l'indice de comportement du flux, *n* :
  - $0 < n < 1$, Le fluide présente un comportement pseudo-plastique ou d'amincissement par cisaillement. Ici, une plus petite valeur de *n* signifie un plus grand degré d'amincissement par cisaillement ;
  - $n = 1$, Le fluide à un comportement Newtonien ;
  - $n > 1$, Le fluide présente un comportement d'expansion ou d'épaississement par cisaillement, une valeur plus élevée de *n* entraînant un épaississement plus important.

Il est important de souligner l'existence, pour cette classe de fluides, d'un comportement Newtonien (viscosité constante à faible taux de cisaillement). Se traduisant par un premier plateau dans la courbe de viscosité-taux de cisaillement. Un deuxième plateau apparaît à des taux de cisaillement élevés (figure 1.12). Le modèle d'Ostwald de Waelene ne prend pas en compte ces deux comportements.

La loi en puissance est le modèle le plus largement utilisé dans la littérature traitant des applications d'ingénierie. Le tableau 1.7 fournit une compilation des constantes (*k* et *n*) pour diverses substances.

Tableau 1.7: Valeurs typiques des constantes du modèle de la loi en puissance pour quelques substances. [28]

Substance	Température (K)	n (−)	K ($Pa\ s^n$)
Purée de banane	293–315	0.33–0.5	4–10
Chocolat	303	0.5	0.7
Sang humain	300	0.9	0.004
Mayonnaise	298	0.6	5-100
Yaourt	293	0.5-0.6	25
Polystyrène	463–498	0.25	$1.5 - 4.5 \times 10^4$
Nylon	493–508	0.65	$1.8–2.6\times10^3$
Dentifrice	298	0.28	120
Lotions de protection solaire	298	0.28	75

5.2. Modèle de Cross

Il s'agit d'un modèle qui représente les fluides non-Newtoniens indépendamment du temps et sans contraintes critiques, il a quatre paramètres ($\mu_0, \beta, \mu_\infty, n$), elle a été proposé par Cross en 19651. [32]. La formulation du modèle est donnée comme suit :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{1 + k(\dot{\gamma}_{yx})^n} \tag{1.36}$$

où :

k : Le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

n : Il sera égale à 2/3 et ce pour tous les polymères qui s'approchent du modèle pseudo plastique ;

μ_0 : La viscosité du palier newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_∞ : Un deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé ;

$\dot{\gamma}$: Le taux de déformation par cisaillement.

Ce modèle se réduit au modèle Newtonien lorsque k → 0. De même, lorsque $\mu \ll \mu_0$ et $\mu \gg \mu_\infty$, il se réduit au modèle de loi en puissance, équation (1.36).

5.3. Modèle d'Ellis

Ce modèle décrit les fluides dépendants du temps qui exprime la viscosité en fonction de taux de cisaillement, La viscosité apparente d'un modèle de fluide Ellis a 3 paramètres $(\mu_0, \tau_{1/2}, \alpha - 1)$ et s'énonce comme suit :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\tau_{yx} / \tau_{1/2})^{\alpha - 1}} \tag{1.37}$$

μ_0 : Viscosité à cisaillement nul ;

$\alpha - 1, \tau_{1/2}$: Paramètres ajustables.

Le comportement d'un fluide Newtonien est retrouvé dans la limite de $\tau_{1/2} \to \infty$.

5.4. Modèle de Sisko

Ce modèle décrit des fluides indépendants du temps sans contraintes critiques (Midoux, 1993). [34], et il s'énonce comme suit (Brodkey et Hershey, 1988). [35]:

$$\tau = -\gamma(\mu_\infty + K_s |\tau|^{z-1}) \tag{1.38}$$

Ce modèle comporte 3 paramètres (μ_∞, K_s, z), et il est bien adapté pour les hauts taux de cisaillements (par exemple il décrit convenablement le comportement des graisses).

5.5. Modèle Carreau-Yasuda

Le modèle de loi de puissance s'applique sur une plage limitée de la courbe de viscosité, cette loi décrivant bien le plateau Newtonien aux faibles taux de cisaillement, c'est-à-dire que la viscosité est indépendante du taux de cisaillement. Il est nécessaire d'utiliser un modèle qui prenne en compte les valeurs limites des viscosités μ_0 et μ_∞ à un taux de cisaillement nul et infini. Ce modèle comporte 5 paramètres ($\eta_0, \eta_\infty, \lambda, n, \alpha$) et présenté de la manière suivante (en cisaillement simple). [36]:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + (E\gamma)^\alpha\right]^{\left(\frac{n-1}{\alpha}\right)} \tag{1.39}$$

où :

μ_0 : Viscosité à taux de cisaillement nul ;

μ_∞ : Viscosité à taux de cisaillement infini ;

E : Une constante de temps ;

n : L'indice de la loi en puissance ;

a : L'indice d'écoulement compris entre 0 et 1.

En général, dans le modèle *CY*, les fluides rhéo-fluidifiants ont un indice de puissance *n* (0,1< *n*<1) et une constante de temps *E'* (0,1< *E'*<100 s). Lorsque la valeur de la constante de temps E' est très grande, le modèle *CY* tend vers le modèle la loi de puissance. De même, si *n*=1, *s* =1 ou *E*=0, on retrouve le cas des fluides newtoniens.

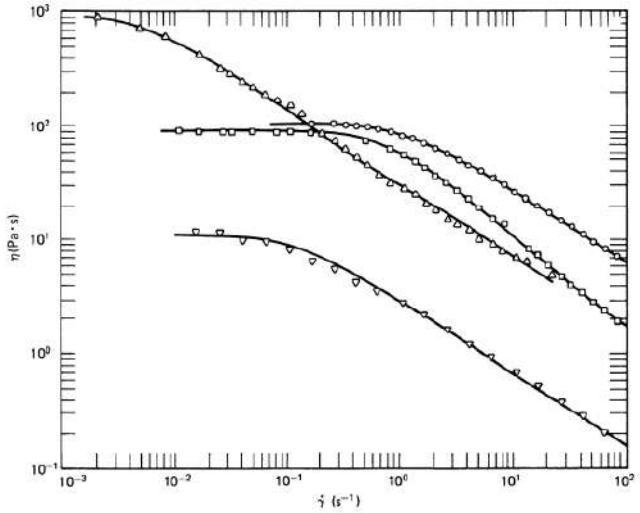


Figure 1.20 : Modèle de Carreau-Yasuda pour trois solutions de polymères exprimant la viscosité apparente (axe vertical) en fonction du taux de cisaillement (axe horizontal). [37]

5.6. Modèle de Carreau-Bird

Il s'agit d'un modèle à quatre paramètres qui est valable sur toute la gamme des taux de cisaillement. Pour les cas où il existe des variations significatives par rapport au modèle de loi de puissance, c'est-à-dire à des taux de cisaillement très élevés et très faibles, il devient essentiel d'incorporer les valeurs de la viscosité à cisaillement nul, μ_0, et à cisaillement infini, μ_∞, dans l'expression.

Pour ce modèle, la viscosité, μ , est liée au taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, par l'équation suivante :

$$\mu = \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\left[1 + (E\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a}} \qquad (1.40)$$

où (n < 1) et E sont deux paramètres d'ajustement de la courbe. Ce modèle peut décrire le comportement de cisaillement sur de larges plages de taux de cisaillement, mais seulement au prix de la complexité supplémentaire de quatre paramètres. Ce modèle prédit un comportement de fluide Newtonien $\mu = \mu_0$ lorsque n = 1 ou E = 0.

où :

a : a une valeur par défaut de 2. Elle correspond à la transition entre un comportement linéaire et une loi de puissance ;

μ_0 : Viscosité à taux de cisaillement nul ;

μ_∞ : Viscosité à taux de cisaillement infini ;

E : Le temps de relaxation en secondes ;

n : L'indice de la loi en puissance.

Il ressort de l'équation 2 qu'à faible taux de cisaillement, le fluide de Carreau se comporte comme un fluide newtonien et à fort taux de cisaillement comme un fluide à loi de puissance. Le modèle Bird-Carreau est principalement utilisé pour les applications dans le domaine de l'alimentation, des boissons et des flux sanguins.

Certains des paramètres des modèles précédents ont une signification physique. Le paramètre n est l'indice de loi de puissance. Lorsqu'il est inférieur à un, le fluide est rhéo-fluidisant et dilatant lorsqu'il est supérieur à un. Pour n égal à un, on obtient le modèle Newtonien. Dans le modèle de Carreau et ses variantes, le paramètre, E, est lié à la transition entre le plateau de viscosité constante à faible cisaillement et la partie loi de puissance.

Synthèse bibliographique

L'étude de la convection naturelle thermo-solutale à travers une enceinte remplie de fluides non-Newtoniens a fait l'objet de recherches intensives en raison de son importance dans de nombreux problèmes naturels et industriels. Nombreuses applications techniques ou environnementales telles que l'astrophysique, l'océanographie, le génie chimique, le transport des boues et le traitement des aliments, la géophysique, la croissance des cristaux, le forage pétrolier, l'hydrologie, la pétrochimie, la conception des réacteurs chimiques, l'ingénierie des polymères, les systèmes géophysiques, certains processus de séparation, le stockage des gaz, l'extraction du pétrole, le génie thermique et divers processus industriels, etc. [38-41].

À cette fin, de nombreux chercheurs ont étudié en profondeur le phénomène de la convection doublement diffusive, principalement dans les systèmes de fluides newtoniens, mais en mettant moins l'accent sur la convection thermo-solutale dans les fluides non newtoniens. Le phénomène naturel de la double convection diffusive a été bien documenté et bien compris dans la littérature [42-44].

En examinant la littérature à ce jour, plusieurs études sur la convection doublement diffusive ont révélé des résultats intéressants et utiles au cours des dernières années, qui ont permis de bien comprendre ces phénomènes dans différents systèmes fluides. Dans les cavités carrées et rectangulaires chauffées par le bas et remplies de fluides non newtoniens, on peut citer les travaux de Ohta et al [45] sur une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle de fluides pseudo-plastiques. Kim et al [46] ont également étudié numériquement la convection flottante transitoire d'un fluide non-newtonien dans une cavité carrée, chauffée de façon différentielle par les côtés verticaux. Pericleous [47] a étudié numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur de fluides de type Ostwald-de-Waele dans une cavité carrée chauffée iso-thermiquement par les parois latérales verticales. Le nombre de Nusselt a été obtenu pour une gamme de valeurs de l'indice de loi de puissance pour les régimes pseudo-plastique et dilatant. Toutefois, l'auteur a supposé que les fluides non newtoniens ont la propriété physique de l'air, de sorte que les résultats ne sont pas nécessairement réalistes. Le même problème a été reconsidéré par Turan et al [48], qui ont traité numériquement la convection bidimensionnelle en régime permanent de fluides de type Ostwald-de-Waele dans une cavité carrée confinée dont les parois latérales sont chauffées de manière différentielle et soumises à des températures constantes. Alavyoon [49] a reconsidéré

la configuration précédemment étudiée par Trevisan et Bejan [50]. Il a proposé des solutions analytiques et numériques pour le cas où les forces thermique et volumique du soluté coopèrent. Une analyse d'échelle a également été appliquée au problème en considérant les écoulements en couche limite. La solution analytique développée et basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle s'est avérée en bon accord avec les calculs numériques lorsque le rapport d'aspect devient suffisamment élevé.

Chi-Chang et al [51] ont étudié la convection mixte d'un fluide non newtonien le long d'une plaque ondulée verticale. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Prandtl et du rapport des forces volumiques dérivées de la masse et de la chaleur entraîne une croissance de l'influence de l'état de surface sur le nombre de Nusselt. Khan et al [52] ont discuté théoriquement du comportement d'écoulement des nanomatériaux dans un fluide non-newtonien (Prandtl-Eyring) avec génération d'entropie.

Lamsaadi et al [53] ont étudié la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale remplie d'un fluide non-newtonien de type power-law, et chauffée par les côtés par des flux de chaleur constants. Une analyse de mise à l'échelle a été effectuée et a donné lieu à un bon accord avec les résultats numériques; une corrélation du nombre de Nusselt en régime permanent a été établie. Teamah [54] a réalisé une étude numérique d'un écoulement convectif double-diffusif dans une enceinte rectangulaire. Les parois verticales de l'enceinte étaient soumises à des températures et des concentrations constantes et à un champ magnétique horizontal uniforme, tandis que les surfaces supérieure et inférieure étaient isolées et imperméables. Les résultats ont montré que les taux de transfert de chaleur et de masse et les caractéristiques de l'écoulement dans l'enceinte dépendaient fortement de l'intensité du champ magnétique et des effets de génération ou d'absorption de chaleur. En outre, la présence d'une source ou d'un puits de chaleur réduit légèrement le nombre de Sherwood moyen.

Dans l'étude de Balmforth [55], la théorie de la stabilité linéaire conduit à, ce qui signifie que le système est inconditionnellement stable. Ces résultats sont le fruit de l'inadéquation du modèle rhéologique pour l'écoulement convectif à très faible cisaillement. Les bifurcations de l'écoulement convectif à partir de l'état de quiescence se produisent à une convection d'amplitude nulle, donc à un taux de cisaillement nul. Ainsi, tout type de bifurcation qui se produit à un taux de cisaillement nul ne sera pas détecté par un modèle de type loi de puissance conçu pour un taux de cisaillement élevé. Cependant, les résultats du modèle non linéaire ont indiqué l'existence d'un seuil pour l'amplitude finie, et il a été prédit numériquement en fonction

des paramètres directeurs. Le seuil de la convection sous-critique pourrait être physique car l'écoulement au début de la convection est de type à amplitude finie.

Albaalbaki et Khayat [56] ont entrepris une étude numérique et analytique du problème de l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans une couche fluide de cisaillement mince et peu profonde. Le modèle de Carreau-Bird [36] de la viscosité du fluide a été considéré. En utilisant une analyse de stabilité, les auteurs ont constaté que les valeurs critiques du gradient de température et du nombre d'onde correspondant au début de la convection restaient inchangées pour les fluides à cisaillement mince par rapport aux fluides newtoniens, et que la super stabilité était absente au début de la conduction. Une fois le mouvement établi, trois types de configurations d'écoulement ont été déterminés : rouleaux, cellules carrées et hexagonales. Récemment, Jenny et al [57-58-59] se sont concentrés sur l'étude numérique de rouleaux de convection Rayleigh-Bénard fortement sous-critiques dans des fluides à cisaillement réduit.

Benouared et al [60] ont étudié la convection sous-critique non-newtonienne dans une configuration Rayleigh-Bénard chauffée par le bas avec un flux thermique constant ou en appliquant des températures constantes, le modèle de Carreau-Yasuda a été utilisé pour décrire le comportement rhéologique du fluide non-newtonien. De plus, une solution semi-analytique a été dérivée dans cette étude en supposant un comportement d'écoulement parallèle, un bon accord a été trouvé entre les prédictions de l'approximation d'écoulement parallèle et les résultats numériques obtenus en résolvant les équations gouvernantes complètes. Une étude similaire a été présentée par Alloui et Vasseur [61] considérant la convection naturelle de fluides non-newtoniens de type Carreau-Yasuda dans une cavité verticale chauffée par les côtés. Les résultats ont montré un fort effet des paramètres rhéologiques du modèle Carreau-Yasuda sur les distributions de vitesse, de température et de viscosité apparente à l'intérieur de la cavité. En considérant le même problème, une comparaison entre les modèles de loi de puissance et de Carreau-Yasuda a également été discutée.

La bifurcation convective était supercritique pour les effets modérés d'amincissement par cisaillement et devenait sous-critique. Une analyse de stabilité linéaire et faiblement non linéaire de la convection Rayleigh-Bénard dans des fluides non newtoniens de type Tile entre deux plaques horizontales de conductivités finies a été considérée par Bouteraa et Nouar [62]. Plus récemment, l'influence des effets d'amincissement par cisaillement sur la convection Rayleigh-Benard dans le fluide Carreau avec une viscosité dépendant de la température a été étudiée par Vare et al. [63]

Ouiriemi et al. [64] ont également étudié le cas d'une couche horizontale d'un fluide binaire soumis à des gradients thermiques et solutaux horizontaux. Les conditions aux limites de type Neumann ont été appliquées aux parois verticales de l'enceinte. Ils ont considéré deux cas, celui de la convection doublement diffusive (a = 0) et celui de la convection induite par l'effet Soret (a = 1). Une solution analytique basée sur le concept d'écoulement parallèle a été dérivée pour le cas d'une cavité peu profonde A>>1.

Les instabilités tridimensionnelles de Rayleigh-Bénard dans les fluides binaires avec effet Soret ont été étudiées par Jun Hu et al. [65]. par le biais d'une stabilité linéaire bi-global. Le fluide était confiné dans un conduit avec la possibilité d'appliquer ou non un flux traversant. Il a été montré que dans les deux cas différents modes transversaux et longitudinaux avec des nombres d'onde finis peuvent exister, et les résultats ont montré l'existence de régions d'instabilité de ces modes. Dans variant le facteur de forme de la cavité et le nombre de Reynolds, les nombres de Rayleigh critiques correspondant aux modes ont été déterminés.

L'analyse des effets Soret et Dufour dans une cavité horizontale a été réalisée par Wang et al [66]. Omowaye et al [67] ont analysé l'écoulement convectif d'un fluide avec les effets Soret et Dufour. Kefayati et al [68] ont simulé la convection naturelle doublement diffusive de fluides non newtoniens de type power-law dans une cavité poreuse inclinée en présence des paramètres de Soret et de Dufour. La méthode de Lattice Boltzmann à différences finies (FDLBM) a été utilisée pour simuler le problème. Dans certains cas, les auteurs ont montré que l'augmentation des paramètres de Soret et de Dufour modifie le comportement de transfert de chaleur et de masse par rapport à la modification de l'indice de puissance. L'effet des paramètres rhéologiques sur la convection thermique naturelle dans une couche poreuse peu profonde remplie d'un fluide non-newtonien a été étudié par Khechiba et al [69]. Le fluide d'amincissement par cisaillement a été modélisé selon le modèle de Carreau-Yasuda. . Les paramètres rhéologiques ont eu un impact significatif sur le transfert de chaleur par convection et le comportement de l'écoulement convectif. De plus, il a été démontré qu'un effet significatif a été observé pour les paramètres rhéologiques du fluide sur le seuil d'apparition de l'écoulement convectif sous-critique et de la bifurcation de Hopf, présentant des effets stabilisants ou déstabilisants. En raison de la l'interaction entre la traînée de forme et la diffusion de Soret dans un système binaire vertical par Rebhi et al. [70]. comme effets combinés de la traînée de forme et de la double diffusion dans l'enceinte peu profonde

Krishna et Reddy [71] ont étudié numériquement l'écoulement convectif forcé magnétohydrodynamique à travers un milieu poreux perméable (sables bitumineux, sable) en utilisant la méthode de Lattice Boltzmann, pour des fluides qui s'amincissent et s'épaississent

par cisaillement, en faisant varier l'indice de puissance de 0,5 à 1,5 dans le modèle de Carreau-Yasuda. . Un modèle de fluide simple de type power-law avec un indice de power-law et un coefficient de consistance a également été adopté par les auteurs pour caractériser le fluide non-newtonien. Une analyse de mise à l'échelle a été effectuée pour définir les caractéristiques du fluide de type loi de puissance et s'est avérée en bon accord qualitatif avec les résultats numériques. Une corrélation du nombre de Nusselt en régime permanent est proposée. Wu et al [72] ont proposé une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte cylindrique refroidie par le fond et chauffée sur le reste de la paroi. L'effet des paramètres physiques et rhéologiques sur le transfert de chaleur a été discuté. Maatki et al [73] ont réalisé une étude numérique de la convection doublement diffusive dans une chambre cubique remplie d'un mélange binaire soumis à un champ magnétique. Les résultats ont été présentés en termes de structures d'écoulement, de distributions de température et de concentration, et de nombres moyens de Nusselt et de Sherwood. Les résultats de cette étude indiquent que l'augmentation de l'intensité du champ magnétique conduit à une réduction monotone des intensités des écoulements transversaux principaux tridimensionnels lorsque l'écoulement est dominé par la chaleur, mais qu'il y a une intensification significative de l'écoulement tridimensionnel avec une structure multi-cellulaire de l'écoulement secondaire lorsque l'écoulement est dominé par la chaleur

Khellaf et Lauriat [74] ont étudié l'écoulement et le transfert de chaleur dans un anneau vertical court avec un cylindre intérieur chauffé et en rotation. . La chambre a été remplie d'un fluide de cisaillement non newtonien, dont la viscosité a été modélisée par l'équation constitutive de Carreau. L'effet de la viscosité apparente du fluide sur l'apparition d'écoulements oscillatoires est analysé. Raisi [75] a examiné l'effet de l'existence d'une paire de déflecteurs sur le transfert de chaleur par convection naturelle d'un fluide non newtonien dans une cavité carrée et a montré que la réduction de l'indice d'écoulement réduit la viscosité apparente du fluide et améliore la convection naturelle dans la cavité. Shahmardan et Norouzi [76] ont traité un écoulement de fluide non-Newtonien dans un canal avec une enceinte. Le 1modèle non-Newtonien de Carreau-Yasuda a été utilisé pour décrire la dépendance de la contrainte à la vitesse de déformation. Les résultats numériques ont montré qu'avec la diminution de l'indice de loi de puissance, la longueur du développement complet augmente. Guha et Pradhan [77] ont étudié la convection naturelle de fluides non-newtoniens sur une plaque horizontale. Les résultats présentés indiquent que les fluides non newtoniens à épaississement par cisaillement ont un meilleur transfert de chaleur que les fluides newtoniens et à épaississement par cisaillement. Kefayati [78] a examiné le transfert de chaleur d'un polymère fondu non-

newtonien en utilisant la méthode du réseau de Boltzmann dans une cavité carrée. Les résultats ont montré que la méthode de Boltzmann en treillis était une méthode appropriée pour résoudre ce problème. Vinogradov et al [79] ont étudié le transfert de chaleur de fluides épaississant par cisaillement dans des enceintes carrées et rectangulaires en utilisant le modèle de loi de puissance. . Leurs résultats indiquent que malgré la différence apparente de taux de transfert de chaleur pour les fluides newtoniens et non newtoniens, le même comportement hydrodynamique est observé pour ces fluides. Pour les fluides non-newtoniens, le début de la convection double-diffusive dans une cavité poreuse rectangulaire remplie d'un fluide binaire et soumise à un gradient vertical de chaleur et de soluté a été étudié analytiquement et numériquement par Ben Khalifa et al [80]. Le comportement rhéologique de la solution binaire obéit au modèle de la loi de puissance. En convection thermique pure et pour un fluide dilatant, les auteurs ont montré que le début de la convection stationnaire se produit à un nombre de Rayleigh critique de zéro. Cependant, pour un fluide pseudo-plastique, le nombre de Rayleigh critique tend vers l'infini. Ces résultats ne semblaient pas être physiques car le modèle de loi de puissance de la viscosité n'était valable que pour une forte déformation de cisaillement. On a constaté que les flux convectifs d'amplitude finie restaient en dessous du seuil de la convection thermique newtonienne, qui dépend des paramètres de rhéologie du fluide. Kefayati et Tang [81] ont étudié numériquement la convection thermo-solutale et la génération d'entropie dans une cavité cubique remplie d'un fluide non newtonien de type Carreau-Yasuda, en utilisant la méthode de Lattice Boltzmann pour résoudre les équations de base. Il a été observé que l'augmentation de l'indice de loi de puissance conduit à une diminution progressive du transfert de chaleur et de masse. Cependant, l'effet de l'indice de loi de puissance sur le transfert de chaleur et de masse augmente régulièrement lorsque le nombre de Rayleigh augmente. L'augmentation du nombre de tuiles diminue le transfert de chaleur et de masse, mais l'augmentation du paramètre Tile-Yasuda augmente significativement le transfert de chaleur et de masse. .

Bihiche et al [82] ont discuté analytiquement et numériquement l'effet du rapport de flottabilité sur la convection naturelle et sur le transfert de chaleur et de masse dans une enceinte rectangulaire horizontale. Les parois verticales ont été soumises à un flux thermique et solutale horizontal, tandis que les parois horizontales ont été supposées adiabatiques et imperméables, remplies d'un fluide non newtonien de type loi de puissance pour différents paramètres directeurs. Les résultats ont été présentés et analysés en termes de lignes d'écoulement, d'isothermes, d'iso-concentrations, de fonction centrale d'écoulement et de nombres moyens de Nusselt et de Sherwood pour différentes valeurs des paramètres directeurs. L'apparition et le

développement de la convection double-diffusive, pour les écoulements coopératifs et opposés, ont également été étudiés. De plus, l'existence de solutions multiples en régime permanent a été démontrée dans le cas d'un écoulement double-diffusif opposé.

Tizakast et al [83]. Ont étudié La convection mixte doublement diffusive dans une cavité rectangulaire remplie d'un fluide non newtonien à loi de puissance a été étudiée numériquement et analytiquement. Il a été signalé que l'effet du nombre de Rayliegh et du nombre de Peclet thermique, du nombre de Lewis, du rapport de bouée et de l'indice de loi de puissance. Les résultats indiquent un bon accord avec le code numérique et la solution analytique, de plus, l'augmentation du nombre de Peclet thermique ou du nombre de Rayleigh augmente l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur et de masse. L'augmentation du rapport de flottabilité améliore le transfert de chaleur et de masse comme un résultat bénéfique de la force de flottabilité de masse dominante, qui améliore la contribution de la convection naturelle. Alors que la diminution de N conduit à un régime forcé plus dominant en raison de la faible contribution de la force de flottabilité de masse, ce qui est plus évident pour les fluides qui s'épaississent par cisaillement. De même, sur la base de la théorie de la stabilité linéaire, la stabilité des petites perturbations de l'état de repos a été étudiée numériquement par Joly et al. [84,85] Pour le cas de la convection induite par Soret. Il a été constaté que la dépendance du nombre de Rayleigh supercritique par rapport au nombre de Lewis est différente de celle du problème de la double diffusion. Le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection sous-critique a également été obtenu analytiquement. Pour la convection d'amplitude finie, des expressions explicites ont été dérivées pour prédire l'influence des paramètres directeurs sur les nombres de Nusselt et de Sherwood. Balmforth et Rust [86]. ont considéré un système limite sans contrainte et ont utilisé une analyse faiblement non linéaire pour étudier la convection viscoélastique dans la configuration Rayleigh-Benard. Les auteurs ont montré que pour un écoulement à fort cisaillement (c'est-à-dire une viscosité finie), la bifurcation était sous-critique et le seuil de stabilité neutre de la convection correspondait au cas de la convection newtonienne.

De plus, Alloui et al. [87] ont étudié la convection naturelle et Marangoni combinée dans un fluide moteur confiné dans une cavité rectangulaire peu profonde chauffée par le bas avec un flux de chaleur uniforme. La surface supérieure libre du système a été supposée plate et indéformable. Le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection supercritique et sous-critique a été obtenu pour les fluides qui s'amincissent et s'épaississent par cisaillement. Les auteurs ont constaté que, pour un fluide en expansion ($n>1$), le début du mouvement

supercritique se produit pour toute valeur de $Ra_{TC}^{sup} > 0$. Plus récemment, Tizakast et al [88] ont étudié la convection mixte double-diffusive dans une cavité rectangulaire remplie d'un fluide non-newtonien de type power-law et soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes le long de ses petits côtés verticaux ; une étude numérique et analytique a été présentée. Un paramètre de convection mixte a été introduit pour séparer les zones où les régimes de convection naturelle, mixte et forcée dominent la convection, permettant ainsi d'examiner les effets des paramètres directeurs pour chaque régime distinct. On a constaté que le rapport $Ra_T / Pe^{2.6}$, $Ra_T / Pe^{3.0}$, et $Ra_T / Pe^{3.4}$ pour esquisser la frontière entre les régions de prédominance des trois régimes de convection pour $n = 0.6$, 1 et 1.4, respectivement. La diminution de l'indice de loi de puissance, n , améliore les caractéristiques de l'écoulement dans le régime naturel, la convection forcée affecte fortement le comportement rhéologique des fluides non newtoniens car elle annule l'effet de n sur les caractéristiques de l'écoulement. L'effet du comportement rhéologique des fluides non-newtoniens sur la convection thermo-solutale Rayleigh Bénard dans une enceinte horizontale a été étudié analytiquement et numériquement par Rebhi et al. [89]. Le modèle de Carreau-Yasuda a été utilisé pour représenter le comportement rhéologique des fluides non newtoniens. Il a été rapporté que, pour l'addition de forces de flottabilité thermique et solutale, les formes des courbes de bifurcation pouvaient être significativement modifiées par les paramètres rhéologiques du modèle de Carreau-Yasuda et conduisaient à l'apparition d'une convection bistable soutenue, caractérisée par l'existence de deux solutions distinctes d'amplitude finie dans les mêmes conditions d'écoulement et de limites. Lamsaadi et al [90] ont étudié numériquement la convection naturelle double-diffusive pour des fluides non-newtoniens se diluant par cisaillement dans une cavité carrée. Les parois verticales de la cavité sont maintenues à des températures et des concentrations constantes. Une analyse d'échelle pour prédire les transferts de chaleur et de soluté a également été démontrée. Le modèle de Carreau-Yasuda a été utilisé pour représenter le comportement rhéologique des fluides non-Newtoniens. Les auteurs ont montré que pour un nombre de Rayleigh très élevé, les modèles de Carreau et de puissance donnent presque les mêmes résultats.

Conclusion

Dans ce contexte, nous nous intéressons à l'étude des transferts de chaleur et de masse induits par la convection naturelle thermo-solutale dans les milieux fluides. Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence, de faire une définition des fluides et de comprendre les fluides

newtoniens et non newtoniens ou ces derniers sont composés de plusieurs paramètres tels que les fluides pseudo-plastiques, rhéoépaissant et les fluides à seuil qui comprennent les fluides à Bingham et Herschel-Bulkley. A la fin de ce chapitre, nous noterons l'étude numérique de l'influence de l'effet Soret sur la convection thermo-solutale à l'intérieur d'une couche fluide.

Après la recherche bibliographique et la définition des axes de cette étude, on aborde le choix du modèle mathématique ainsi que les conditions aux limites, qui lui sont associés, dans le chapitre suivant.

Chapitre II : Modèle Physique et Formulation Mathématique

Dans ce chapitre, nous présenterons les modèles mathématiques utilisés pour décrire le problème physique de la convection thermo-solutale contenant un milieu fluide non-Newtonien, en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Nous devons définir le champ d'étude et les hypothèses de travail afin d'aborder correctement la formulation mathématique, le dimensionnement des équations gouvernantes et les conditions limites sont donnés comme des nombres de Nusselt et des nombres de Sherwood.

2. 1. Description et modélisation mathématique du problème

2.1.1. Domain physique

Dans cette thèse, Nous étudierons le phénomène de convection thermo- solutale dans un milieu confiné saturé par un polluant de type non-Newtonien occupant la cavité (Pr = 10). La configuration géométrique du problème étudié est illustrée dans le schéma (Fig. 2.1). Est constitué d'une cavité carrée. Si la cavité est inclinée d'un angle par rapport au plan horizontal, les deux parois actives sont soumises à des gradients de températures et de concentrations constantes (imposées au système sont positives par rapport à l'axe x). De plus, les deux parois de gauche et de droite sont supposées adiabatiques et imperméables. Les effets croisés de Soret et Dufour sur la diffusion de la chaleur et de la masse ne sont pas négligés. L'écoulement étudié dans ce travail est considéré comme laminaire.

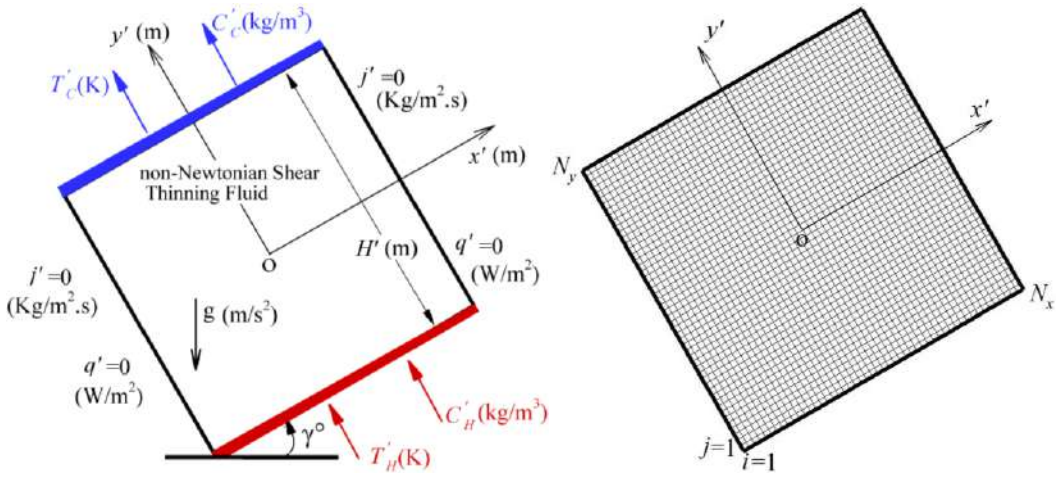


Figure 2.1 : Géométrie du modèle physique.

2.1.2. Hypothèse simplificatrices

L'étude de ces comportements est abordée en adoptant les hypothèses simplificatrices des phénomènes de convection thermo-solutale sont les suivantes :

- L'écoulement du fluide dans la conduite de cavité est laminaire, instationnaire, et transitoire ;
- Le domaine de travail est bidimensionnel ;
- Le fluide considéré est un fluide non-Newtonien, incompressible et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq ;
- Les interactions entre le transfert de chaleur et le transfert de masse, connus respectivement comme les effets Soret et Dufour, ne sont pas négligeables;
- Le transfert d'énergie par rayonnement est négligeable ;
- Les propriétés physiques sont d'abord considérées comme constantes, puis elles varient avec la température et la concentration ;
- Il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur ou de masse au sein de la cavité ;
- Nous négligeons le travail induit par les forces visqueuses et de pression ;
- Concernant la variation de la masse volumique de fluide, L'approximation de Boussinesq est adoptée ;
- Pour tenir compte des effets de la flottabilité, l'approximation la plus simple est l'approximation de Boussinesq. Cette approximation est basée sur l'hypothèse que la densité est constante à l'exception pour la masse volumique dans le du terme de flottabilité. [75] ; elle varie en fonction de la température et de la concentration. soit : $\rho = \rho_0\left[1-\beta_T(T'-T'_0)-\beta_C(C'-C'_0)\right]$. Il s'agit

d'un modèle largement utilisé, confirmé par une abondante littérature et montrant un excellent accord entre les calculs et les expériences ;

- le modèle Carreau-Yasuda a été adopté pour la modélisation des fluides non-Newtoniens dans le présent travail.

2.2. Mise en équations

La configuration géométrique étudie, Les équations de conservation, couplées décrivant le mouvement et le transfert de chaleur et de masse mis sous forme tensorielle, sont formulées comme suit :

✓ **Équation de conservation de continuité**:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{V}') = 0 \qquad (2.1)$$

Cette équation est l'équation de bilan massique local, appelée équation de continuité, qui traduit l'équation rétention de la masse dans le temps dans le volume témoin en l'absence de source ou des puits de matière.

Considérons un fluide incompressible non-Newtonien $(\rho = cste)$, l'équation (2.1) est simplifiée pour donner : $\vec{\nabla}.\vec{V}' = 0$ (2.2)

Les variables u' et v' sont les composantes du champ de vitesse $\vec{V}(x', y')$ dans les directions x' et y' respectivement.

✓ **Équation de conservation de la quantité de mouvement**

Selon la théorie de l'écoulement des fluides homogènes en présence du champ gravitationnel terrestre, la forme générale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour la convection thermique et de massique est donnée par :

$$\rho \frac{D\vec{V}'}{Dt} = \rho \vec{g}\left[\beta_T (T' - T_0') + \beta_C (C' - C_0')\right] + \vec{\nabla}\,\overline{\overline{\Sigma}} \qquad (2.3)$$

où :

$\vec{\nabla}'$: Le champ vitesse $(\vec{V}' = u'\vec{i} + v'\vec{j})$;

$\vec{g}$: Le vecteur de l'accélération de la pesanteur selon l'axe y' ;

$\overline{\overline{\Sigma}}$: Le tenseur des contraintes, qui se décompose en deux termes :

- $\overline{\overline{\tau'}}$: tenseur des extra-contraintes (ou tenseur déviateur des contraintes), qui se rapporte aux contraintes tendant à déformer le fluide ;
- P' : la pression hydrostatique ; $\overline{\overline{\sum}} = \overline{\overline{\tau'}} - P'\bar{\bar{I}}$ (2.4)

avec : $\bar{\bar{I}}$: la tenseur identité.

L'équation de quantité de mouvement est donnée par la relation suivante :

$$\rho(\vec{V}'.\nabla\vec{V}') = -\nabla P' + \mu\nabla^2\vec{V}' - \rho\vec{g}\left[\beta_T(T'-T_0') + \beta_C(C'-C_0')\right] \quad (2.5)$$

avec :

P' : La pression qui contient la contribution de la pesanteur ;

$\overline{\overline{\tau'}}$: Le tenseur déviateur des contraintes définit par :

$$\overline{\overline{\tau'}} = 2\mu(\dot{\gamma})\overline{\overline{\dot{\gamma}'}} \quad (2.6)$$

Ou encore en termes de convention d'Einstein:

$$\tau'_{\ddot{g}} = 2\mu(\dot{\gamma}')\dot{\gamma}'_{\ddot{g}} \quad (2.7)$$

$\overline{\overline{\dot{\gamma}'}}$: représente le tenseur du taux de déformation défini comme la partie symétrique du tenseur du gradient de vitesse:

$$\overline{\overline{\dot{\gamma}'}} = \frac{1}{2}(\overline{\overline{\nabla}}\,\overline{V'} + (\overline{\overline{\nabla}}\,\overline{V'})^T) \quad (2.8)$$

où :

$\overline{\overline{\nabla}}\,\overline{V'}$: représente le gradient de vitesse dont ses composantes sont données par :

$$\dot{\gamma}' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_i'}{\partial x_j'} + \frac{\partial V_j'}{\partial x_i'}\right) \quad (2.9)$$

Et μ : Représente la viscosité apparente du fluide, exprimée en fonction du taux de cisaillement et définit par la formule suivante:

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{2}\overline{\overline{\dot{\gamma}'}}\cdot\overline{\overline{\dot{\gamma}'}}} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{\ddot{g}}\dot{\gamma}'^2_{\ddot{g}}} \quad (2.10)$$

✓ **Équation de conservation de l'énergie**

L'équation de conservation d'énergie d'un fluide incompressible en général est donné par :

$$(\rho C_p)_f \frac{DT'}{Dt'} = (\rho C_p)_f \left[\frac{\partial T'}{\partial t'} + (\vec{V}'.\vec{\nabla})T'\right] = k_{eff}\nabla^2 T \quad (2.11)$$

✓ **Équation de conservation de masse**

L'équation de conservation de masse est donnée par la relation suivante:

$$\frac{DC'}{Dt'} = \left[\frac{\partial C'}{\partial t'} + (\vec{V}'.\nabla)C' \right] = D_{eff} \nabla^2 C \qquad (2.12)$$

où :

ρ : La masse volumique du fluide considéré ;

k : La conductivité thermique ;

C_P : La chaleur calorifique à pression constante ;

f : représente le fluide ;

D_{eff} : La diffusivité massique ;

eff : représente les variables effectives ;

Et $(\overline{\overline{\tau}}' : \vec{\nabla}\vec{V}')$: représente la dissipation visqueuse de l'énergie.

2.3. Formulation mathématique

Compte tenu des hypothèses simplificatrices précédentes, les systèmes d'équations qui régissent l'écoulement et les conditions aux limites dans nos cas de cavités.

L'écoulement d'un fluide est représenté par un ensemble d'équations différentielles partielles, à savoir l'équation de continuité, les équations de conservation de mouvements, l'équation d'énergie et l'équation de concentration. Pour un écoulement laminaire, instable et bidimensionnel d'un fluide incompressible, ces équations de conservation sont écrites sous une forme dimensionnelle générale :

2.3.1. Equation de continuité

L'équation de continuité est simplement une expression mathématique du principe de conservation de la masse au sein d'un écoulement.

Pour un fluide incompressible, la densité est constant dans le temps et l'espace, ce qui nous immédiatement :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \qquad (2.13)$$

Les composantes de la vitesse u' et v' peuvent s'exprimer comme suite :

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y} \qquad \text{Et} \qquad v' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'} \tag{2.14}$$

Ou ψ' représente la fonction de courant.

2.3.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement ou Navier-Stocks, est écrit pour chacun de u ' et v ' comme suit :

- **Suivant la direction x**

$$\rho_0\left[\frac{\partial u'}{\partial t'} + u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v\frac{\partial u'}{\partial y'}\right] = -\frac{\partial P'}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{xx}}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial y'} - \rho_0 g\left[\beta_T(T'-T'_0) + \beta_C(C'-C'_0)\right]\cos\gamma \tag{2.15}$$

- **suivant la direction y**

$$\rho_0\left[\frac{\partial v'}{\partial t'} + u'\frac{\partial v'}{\partial x'} + v'\frac{\partial v'}{\partial y'}\right] = -\frac{\partial P'}{\partial y'} + \frac{\partial \tau'_{xy}}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'_{yy}}{\partial y'} - \rho_0 g\left[\beta_T(T'-T'_0) + \beta_C(C'-C'_0)\right]\sin\gamma \tag{2.16}$$

où : $$\tau'_{xx} = 2\mu\frac{\partial u'}{\partial x'},\ \tau'_{yy} = 2\mu\frac{\partial v'}{\partial y'} \text{ and } \tau'_{xy} = \tau'_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial x'}\right) \tag{2.17}$$

2.3.3. Equation de l'énergie

$$\rho C_p\left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'}\right) = \alpha\left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}\right) + D_{TS}\left(\frac{\partial^2 C'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 C'}{\partial y'^2}\right) \tag{2.18}$$

2.3.4. Equation de concentration

$$\frac{\partial C'}{\partial t'} + u'\frac{\partial C'}{\partial x'} + v'\frac{\partial C'}{\partial y'} = D\left(\frac{\partial^2 C'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 C'}{\partial y'^2}\right) + D_{ST}\left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}\right) \tag{2.19}$$

où u' et v' sont les composantes de la vitesse, ρ la masse volumique du fluides, les grandeurs P, T et C sont respectivement les grandeurs moyenne de la pression, de la température et de la concentration, μ est la viscosity du fluids, τ_{ij} est le tenseur des contraintes de déviation, g est l'accélération gravitationnelle, α et D sont les diffusivités thermique et solutale, respectivement. Les propriétés D_{TS} et D_{ST} sont respectivement les coefficients de diffusive de Dufour et de Soret.

2.4. Conditions aux limites

Le problème reste incomplet sans l'introduction des conditions aux limites que nous allons spécifier ci-dessous. Les conditions aux limites peuvent être regroupées en trois catégories, Les conditions aux limites hydrodynamiques, les conditions aux limites thermiques et massiques :

- ✓ Les conditions aux limites hydrodynamiques sur toutes les parois de la cavité sont données par :

$$u = v = 0, \quad \psi = 0 \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2}, \quad \text{et} \quad y = \pm\frac{1}{2} \tag{2.20}$$

- ✓ Tandis que les conditions aux limites thermiques et solutales :

Sur les frontières verticales de la cavité, les parois sont adiabatiques et imperméables :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2}, \tag{2.21}$$

Par ailleurs, les conditions aux limites sur les parois horizontales actives, sont données par :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = T = \pm\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial C}{\partial y} = C = \pm\frac{1}{2} \quad \text{à} \quad y = \pm\frac{1}{2} \tag{2.22}$$

2.5. Adimensionnelle des équations

Les équations ci-dessus ont été réduites à une forme sans dimension en utilisant les variables réduites suivantes, respectivement pour le Temps, la verticité, fonction de flux, la pression, la température et la concentration, et la viscosité, on obtient :

$$(x, y) = \frac{(x', y')}{H'}, \quad (u, v) = \frac{(u', v')H'}{\alpha}, \quad t = \frac{t'\alpha}{H'^2}, \; \psi = \frac{\psi'}{\alpha}, \; \Omega = \frac{\Omega' H'^2}{\alpha}, \; P = \frac{P'}{P^*},$$

$$T = \frac{(T' - T_0')}{\Delta T^*}, \; C = \frac{(C' - C_0')}{\Delta C^*}, \; \mu = \frac{\mu_{CY}}{\mu_0} \tag{2.23}$$

Désignent respectivement la diffusivité thermique du fluide, et les différences caractéristiques de concentration et de température. Ces paramètres sont donnés par :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p}, \; \Delta T^* = T_H' - T_C', \quad \Delta C^* = C_H' - C_C', \tag{2.24}$$

Ou : α : représente le diffusivité thermique.

Comme indiqué, la taille de la couche de fluide a été utilisée comme une taille typique de la convection Rayleigh-Bénard.

En introduisant ces grandeurs sans dimensions dans les équations (2.13)-(2.19) nous obtenons le système d'équations suivant:

✓ **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.25}$$

✓ **Équation de conservation de la quantité de mouvement suivant X**

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mathrm{Pr}\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+Ra_T(T+C)\cos\gamma\right] \tag{2.26}$$

✓ **Équation de conservation de la quantité de mouvement suivant Y**

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mathrm{Pr}\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+Ra_T(T+C)\sin\gamma\right] \tag{2.27}$$

avec :

$$\tau_{xx}=2\eta\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \text{et} \qquad \tau_{yy}=2\eta\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\tau_{xy}=\tau_{yx}=\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{2.28}$$

✓ **Équation de l'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2 T+\nabla^2 C \tag{2.29}$$

✓ **Équation de concentration**

$$\frac{\partial C}{\partial t}+u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=Le^{-2}(\nabla^2 C+\nabla^2 T) \tag{2.30}$$

Dans la présente étude, le comportement du fluide non-Newtonien est décrit par le modèle constitutif phénoménologique de Carreau-Yasuda, la viscosité apparente, μ , à savoir :

$$\mu(\dot{\gamma})=s+(1-s)\left[1+(E\dot{\gamma})^a\right]^{(n-1)/a} \tag{2.31}$$

où : μ est la viscosité sans dimension dépendant du cisaillement, $s=\mu_\infty/\mu_0$ est le rapport entre les viscosités à taux de cisaillement infini et nul , a et un paramètre sans dimension décrivant la région de transition entre la région à taux de cisaillement nul et la région de loi de

puissance, L'indice de loi de puissance,n, caractérise le comportement du fluide et $E = E'\alpha / H'^2$ est un temps caractéristique sans dimension du fluide.

En fonction de la valeur de l'indice de puissance, on peut distinguer trois types de fluides :

- Si $n < 1$, fluides pseudo-plastique;
- Si $n = 1$, fluides Newtonien ;
- Si $n > 1$, fluides dilatants .

$\dot{\gamma}$, Est le taux de déformation sans dimension est exprimé comme suit :

$$\dot{\gamma} = \left[4\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{2.32}$$

Les paramètres du modèle de viscosité pour certaines solutions typiques de mélanges de fluides, qui sont le mieux représentés par le modèle de Carreau-Yasuda, sont énumérés dans [48].

2.6. Équation de transports adimensionnels en formulation vorticité-fonction de courant

Les équations gouvernantes sans dimension qui renseignent sur l'efficacité de la méthode sont exprimées en coût de vorticité, Ω, de température,T, de concentration, C, s'écrivent respectivement:

✓ **l'équation de mouvement :**

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Omega)}{\partial y} = \Pr\left[\mu \nabla^2 \Omega + 2\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) \right] + \Upsilon_\Omega \tag{2.33}$$

Le terme source, Υ_Ω dans l'équation (3.13), est donné par :

$$\Upsilon_\Omega = \Pr\left[\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y} \right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + Ra_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \varphi \frac{\partial C}{\partial x} \right)\cos\gamma + \left(\frac{\partial T}{\partial y} + \varphi \frac{\partial C}{\partial y} \right)\sin\gamma \right] \tag{2.34}$$

En substituant les composantes du tenseur de déformation par ses valeurs respectives, et après manipulation algébrique, l'équation de mouvement (3.13) s'écrit comme :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Omega)}{\partial y} = \Pr\left[\mu \nabla^2 \Omega + 2\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) \right] +$$

$$\Pr\left[\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\mu}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2\mu}{\partial x\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)+Ra_T\left(\frac{\partial T}{\partial x}+\varphi\frac{\partial C}{\partial x}\right)\cos\gamma+\left(\frac{\partial T}{\partial y}+\varphi\frac{\partial C}{\partial y}\right)\sin\gamma\right] \quad (2.35)$$

où : Ω : est caractérisée de la manière suivante :

$$\nabla^2\psi=-\Omega \quad (2.36)$$

où: $u=\partial\psi/\partial y$, et $v=-\partial\psi/\partial x$,avec, ψ étant la fonction d'écoulement sans dimension.

✓ **L'équation de l'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2T+D_f\nabla^2C \quad (2.37)$$

✓ **L'équation de concentration :**

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y}=Le^{-1}(\nabla^2C+S_r\nabla^2T) \quad (2.38)$$

✓ **La fonction de courant :**

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\Omega \quad (2.39)$$

Dans les équations sans dimension (2.37)-(2.38), nous remarquons la présence de nombres caractéristiques du problème. qui sont exprimés comme suit ; tels que les paramètres de Dufour, D_f, et de Soret,S_r.

2.7. La vorticité sur les frontières

L'approximation de la vorticité sur les frontières du domaine est donnée par la formule de Woods [91], laquelle est fréquemment utilisée pour sa précision:

$$\Omega_w=\frac{1}{2}\Omega_{w+1}-\frac{3(\psi_{w+1}-\psi_w)}{\Delta r} \quad (2.40)$$

Où : L'indice w désigne la paroi.et Δr l'espacement normal à la paroi.

Dans les équations ci-dessus, on note la présence de six paramètres caractéristiques du problème, à savoir :

le nombre de Rayleigh thermique,Ra_T, Le nombre de Rayleigh regroupe les nombres de Prandtl et Grashof et est donné par :

$$Ra_T = Gr.\Pr = \frac{g\beta_T \Delta T^* H^{'3}}{\alpha\nu} \quad (2.41)$$

Le nombre de Rayleigh thermique Ra_T, caractérise le transfert de chaleur au sein du fluide, il exprime le rapport des forces d'inerties (poussée d'Archimède) sur les forces visqueuses.

Sa valeur nous indique si on est en laminaire ou turbulent pour un système en convection naturelle.

le nombre de Lewis, *Le*, Le nombre de Lewis *Le* rapporte le taux de conduction thermique au taux de diffusion de masse. II quantifie la similitude entre les transports de matière et d'énergie thermique.

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad (2.42)$$

le rapport de flottabilité, N , Le rapport des forces de volume solutal et thermique N.

$$N = \frac{\beta_S \Delta C^*}{\beta_T \Delta T^*} \quad (2.43)$$

Ce paramètre peut être positif ou négatif selon le signe du coefficientβ_S , Deux situations peuvent se présenter, celle de la convection coopérant, lorsque le coefficient $\beta_s > 0, N > 0$, les effets thermiques et solutaux dans ce cas coopèrent. La deuxième situation concerne la convection dite opposée, correspondante à $\beta_s < 0, N < 0$, et où les effets thermiques et solutaux s'opposent.

le nombre de Prandtl, *Pr*, Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Plus il est élevé, plus le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse.est défini comme :

$$\Pr = \frac{\nu}{\alpha},$$

où α est la diffusivité thermique [m^2/s]. Le nombre de Prandtl est donc le rapport entre l'épaisseur de la couche limite et l'épaisseur de la couche limite thermique. Vu la définition de la diffusivité thermique α, le nombre de Prantl peut aussi être écrit comme :

$$\Pr = \frac{\mu_0}{\rho_0 \alpha} \quad (2.44)$$

Plus le nombre de Prandtl est élevé, plus la diffusion de masse domine devant la diffusion de chaleur.

Paramètre de Dufour, D_f , Le nombre de Dufour est défini comme suite :

$$D_f = \frac{D_m k_T DC^*}{C_s C_p u DT^*} \tag{2.45}$$

Parametre de Soret, S_r Le nombre de Soret est donnée :

$$S_r = \frac{D_m k_T DT^*}{u T_m DC^*} \tag{2.46}$$

D_m : Diffusivité massique ;

k_T : Taux de diffusion thermique ;

C_s : Concentration de la susceptibilité

C_p : Chaleur spécifique à pression de constante ;

T_m : Température moyenne.

2.8. Transfert thermique et massique

Dans la présente étude, On s'interesse au calcul des taux de transfert de chaleur et de masse sur les parois actives à travers le système en termes de nombres adimensionnée de Nusselt et de Sherwood locaux (Nu) et (Sh), respectivement. peuvent être calculés à partir des expressions suivantes :

$$Nu = -\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} - D_f \left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \tag{2.47}$$

$$Sh = -\left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} - S_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \tag{2.48}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et Sherwood le long de ces parois sont calculées par les intégrales suivantes (Nu_m, Sh_m) :

$$Nu_m = \int_{-1/2}^{1/2} Nu\,dx \tag{2.49}$$

$$Sh_m = \int_{-1/2}^{1/2} Sh\,dx \tag{2.50}$$

Plus le nombre de Nusselt est important plus le transfert par convection domine devant le transfert par conduction.

Les transferts de chaleur et de masse jouent un rôle important dans le domaine de l'énergie.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons avoire le phénomène physique considéré ainsi que les équations mathématiques qui régissent le phénomène de la convection thermo-solutale, en régime écoulement laminaire dans une cavité carrée inclinée confinée par un fluide non-Newtonien incompressible, ainsi que les conditions aux limites associées, donnée sous forme adimensionnelle. Il est impossible de résoudre ces équations de manière, nous avons donc choisi la méthode numérique pour les résoudre. Cette méthode est abordée dans le chapitre suivant.

Chapitre III : Solution Numérique

L'objectif de ce chapitre est une étude numérique de la convection thermo-solutale, et d'effectuer une transformation des équations différentielles du modèle mathématique en un système d'équations algébriques non linéaires, qui ne peuvent être résolues qu'avec des techniques numériques. Nous terminerons le chapitre, par une validation du code numérique développé, en comparant nos résultats à ceux de la littérature.

3.1. Méthodes numériques

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations aux dérivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- **Méthode des volumes finis**
- **Méthode des éléments finis**
- **Méthode des différences finies**

3.1.1. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis a été décrite en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [92] pour sa simplicité de lise en œuvre. Est utilisé pour résoudre numériquement des équations différentielles partielles Comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis.

Avec cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaire appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Elle fournit donc naturellement des approximations discrètes conservatrices et est donc particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides (équation de conservation de la masse, équations de conservation de la quantité de mouvement et de conservation de l'énergie). La méthode des volumes finis est utilisée par la majorité des codes de calcul : FLUENT, STAR-CD, CFX, FINE-TURBO, PHONEICS.

➢ **Avantages et Inconvénients**

Avantages	Inconvénients
• Permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque ; • Moins couteux que E.F ; • Détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann ; • Mise en œuvre relativement facile ; • Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande) ; • Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle ; • (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage.	• Peu de résultats théoriques de convergence ; • Moins précis que les méthodes spectrales.

3.1.2 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis avec points d'intégration Lagrangiens (MEFPIL) a été proposée par Moresi et Solomatov [92] La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Le principe fondamental de la méthode des éléments finis réside dans la division du domaine d'étude en domaines élémentaires de dimension finie. Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème où, grâce à la formulation variationelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème initial et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée.

❖ **Avantages et Inconvénients**

Avantages	Inconvénients
• Traitements possible de géométrie complexes ; • Nombreux résultats théorique sur la convergence ; • Existence d'une solution faible ; • Maillage robuste et souple.	• Cout de calcul très important ; • EDP non-linéaire mal gérée ; • Formalisme mathématique plus compliqué et plus difficile à mettre en œuvre ; • Caractère conservatif des équations non forcément assuré.

3.1.3. Méthode des différences finies

La méthode de différences finies a été introduite au 18e siècle par Euler [94]. C'est la méthode la plus ancienne. Cette méthode utilise comme point de départ, l'équation de conservation dans sa forme différentielle.

Dans le cadre de notre étude, nous avons opté pour la méthode des différences finies qui s'avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple .Elle consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou des combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou de nœuds du maillage prédéfini (voir figure 3.1). En calculant chaque dérivée partielle à l'aide de séries de Taylor tronquées, on obtient des équations linéaires reliant la valeur des inconnues à un nœud aux valeurs de ces mêmes inconnues aux nœuds voisins. La température, la vorticité, la concentration et la fonction de courant aux nœuds sont les inconnues du problème, tandis que la vitesse est déduite de la valeur de la fonction de courant.

❖ **Avantages et Inconvénients**

Avantages	Inconvénients
• grand simplicité d'écriture et faible coute de calcule ; • rapidité et performance des algorithmes ; • facilité de montre en ordre • grand nombre d'EDP approchable ; • analyse local (simple) de la précision et de la convergence ; • les autres méthodes (E.F et V.F) peuvent souvent s'interpréter comme des schémas différence finies dans le cas de maillage régulier.	• Cout Forte régularité des solutions nécessaires ; • peu de souplesse de maillage ; • Limitation à des géométries simples, difficulté de pris en compte des conditions aux limites de types Neumann ; • le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation • l'apparition d'instabilité numérique ; • difficulté pour traiter les géométries plus complexes.

Par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes de différences finies à l'aide du logiciel (code) Fortran, décrit dans ce chapitre, Dans un cadre cartésien, les coins de ce carrée sont désignés par des nœuds, chaque nœud est identifié par la paire d'indices (i, j) qui désignent les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisin sont implicite définie en augmentant ou on abaissant l'un des indices par un incrément unitaire. Les équations de l'énergie et de concentration sont discrétisées à l'aide d'un schéma central de différences finies du deuxième ordre dans le temps et l'espace sur une grille uniforme (fig. 3.1).

Les équations différentielles régissant le problème seront approximées par un système d'équations algébriques dans lequel les valeurs des variables aux nœuds (température, concentration, verticité et fonction de courant) sont les inconnues du problème. Par itérations successives nous déterminons ces valeurs tout en respectant les conditions aux limites qui contrôlent le système.

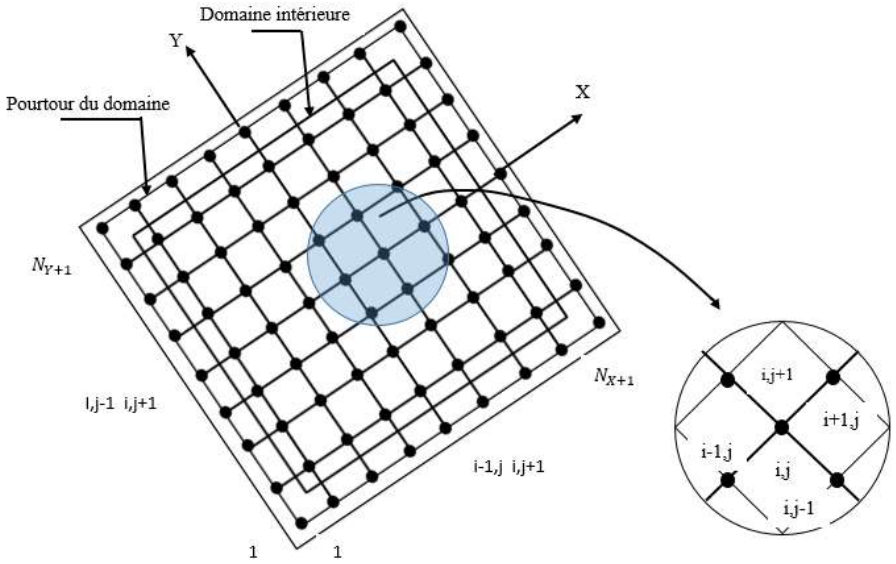


Figure 3.1 : Présentation du maillage du domaine de calcul.

Ainsi, toute la géométrie considérée est une cavité carrée inclinée soumise à des gradients croisés de température et de concentration. Le phénomène physique de la convection thermo-solutale est régi par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration, qui doivent être résolues pour connaître les caractéristiques du champ thermique, massique et de l'écoulement.

Les équations de base sont résolues numériquement. L'équation d'énergie et de la concentration sont résolues itérativement dans un mode précis dans le temps en utilisant la méthode implicite de direction alternée (A.D.I). Un algorithme de matrice tri-diagonale ligne par ligne avec relaxation est utilisé en conjonction avec des itérations pour résoudre les équations discrétisées non-linéaires, l'un résultant de la discrétisation implicite en *x* et l'autre de la discrétisation implicite en *y*. La technique de (A.D.I) consiste à deviser chaque pas de temps en deux demis pas de temps, dans la première moitié du pas de temps le système est implicitement en *x* mais explicitement en *y* et dans la seconde moitié du pas de temps le système est implicitement en *y* et explicitement en *x*. Pour chaque étape de temps, la solution est obtenue

en balayant le domaine de calcul dans la direction des *x* puis dans celle des *y*. Notons que cette methode est inconditionnellement stable.

Connaissant les champs de la température et de la concentration à l'instant $(n+1)\Delta t$, l'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (2.23), une fois discrétisée avec un schéma centré classique, et résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (SOR) par points proposée par Frankel (1950) [80],qui est une méthode explicite donnant directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$, au nœud considéré, moyennant un nombre suffisant d'itérations pour que le critère de convergence souhaité soit satisfait.

3.2. Discrétisation des équations en différences finies

3.2.1. Discrétisation des équations de conservation

Dans le domaine discrétisé, les dérivées partielles spatiales de premier et second ordre sont approchées selon un schéma de différences finies. Au niveau d'un nœud (*i, j*), les dérivées par rapport à *x* et *y* sont données par :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (3.1), \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (3.3), \qquad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (3.4)$$

En effectuant une combinaison linéaire des quatre équations précédentes ((3.1) + (3.2)-(3.3)-(3.4)), nous on obtient une approximation de la dérivée croisée à l'ordre 1 :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4(\Delta x)(\Delta y)} \quad (3.5)$$

où :

i et j sont les indices du point courant où l'on évalue la dérivée, (Δx) et (Δy) : représentent l'espacement entre deux nœuds voisins respectivement.

f : représente soit la température *T*, la concentration *C*, soit la fonction de courant ψ, ou soit la viscosité apparente μ.

Les termes convectifs

Les termes convectifs des équations de vorticité et d'énergie sont approximés comme suit :

$$\left(\frac{\partial uf}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} f_{i+1,j} - u_{i-1,j} f_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \tag{3.6}$$

Les termes temporels

La dérivée temporelle est approximée par une discrétisation implicite du premier ordre, c'est-à-dire :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.7}$$

3.2.2. Discrétisation des conditions aux frontières thermiques

Les conditions aux frontières thermiques (2.29) et (2.30) sont discrétisées selon un schéma de différences finies décentré à droite et à gauche selon les parois adiabatiques et imperméables:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \tag{3.8}$$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3} \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2} \tag{3.9}$$

$$T_{Nx+1,j} = \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{Nx+1,j} = \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3} \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2} \tag{3.10}$$

3.2.3. Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite des directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Étant donné l'équation d'énergie (2.37), cette dernière est réécrite comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T + D_f \nabla^2 C \tag{3.11}$$

où: $u = \partial\psi/\partial y$, et $v = -\partial\psi/\partial x$, avec, ψ étant la fonction d'écoulement sans dimension.

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + D_f \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \tag{3.12}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

Nous utilisons une discrétisation implicite dans la direction *x*, en optant pour des différences centrées au temps $n+\frac{1}{2}$ pour les dérives en *x* et au temps *n* pour les dérives en *y*, chaque terme de l'équation d'énergie est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \text{et} \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \tag{3.13}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}, \qquad \text{et} \qquad \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \tag{3.14}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.15}$$

En remplaçant les expressions (3.13)-(3.15) dans l'équation d'énergie (3.12), on obtient la forme discrétisée implicite en *x* sous la forme matricielle suivante :

$$A_i T_{i+1,j}^{n+1/2} + B_i T_{i,j}^{n+1/2} + C_i T_{i-1,j}^{n+1/2} = D_i \tag{3.16}$$

où A_i, B_i, C_i sont des matrices et D_i un vecteur.

Pour l'équation d'énergie, les coefficients précédents prennent les valeurs suivantes :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right], \qquad B_i = 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right], \qquad C_i = \left[-\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right],$$

$$D_i = \left[\frac{v_{i,j-1,}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j-1}^{n} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j}^{n} + \left[-\frac{v_{i,j+1,}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j+1}^{n}$$

$$+ D_f\left[\frac{1}{\Delta x^2}(C_{i+1,j}^{n} + C_{i-1,j}^{n}) + \frac{1}{\Delta y^2}(C_{i,j+1}^{n} + C_{i,j-1}^{n}) + \frac{2(\Delta y^2 - \Delta x^2)}{\Delta x^2 \Delta y^2} C_{i,j}^{n}\right]$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i+1,j}^{n+1/2} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\Delta x^2}\right] T_{i,j}^{n+1/2} + \left[-\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i-1,j}^{n+1/2} =$$

$$\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{1}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j-1}^{n}+2\left[\frac{1}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j}^{n}+\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j+1}^{n}+$$

$$D_f\left[\frac{1}{\Delta x^{2}}(C_{i+1,j}^{n}+C_{i-1,j}^{n})+\frac{1}{\Delta y^{2}}(C_{i,j+1}^{n}+C_{i,j-1}^{n})-\frac{2(\Delta y^{2}-\Delta x^{2})}{\Delta x^{2}\Delta y^{2}}C_{i,j}^{n}\right] \qquad (3.17)$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

Il s'agit d'un schéma de différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en *x* et au temps $(n+1)$ pour les dérivées en *y*. La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}}\right|_{i,j}=\frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^{2}},\qquad \text{et}\qquad \left.\frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}}\right|_{i,j}=\frac{T_{i,j+1}^{n+1}-2T_{i,j}^{n+1}+T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^{2}} \qquad (3.18)$$

$$\left.\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}-u_{i-1,j}^{n}T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x},\ \text{et}\qquad \left.\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}T_{i,j+1}^{n+1}-v_{i,j-1}^{n}T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad (3.19)$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j}=2\frac{T_{i,j}^{n+1}-T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \qquad (3.20)$$

En substituant les équations (3.18)-(3.20) dans l'équation (3.12), on obtient un système de la forme :

$$A_i^{'}T_{i,j+1}^{n+1}+B_i^{'}T_{i,j}^{n+1}+C_i^{'}T_{i,j-1}^{n+1}=D_i^{'}$$

avec

$$A_i^{'}=\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{1}{\Delta y^{2}}\right],\qquad B_i^{'}=2\left[\frac{1}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta y^{2}}\right],\qquad C_i^{'}=\left[-\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{1}{\Delta y^{2}}\right],$$

$$D_i=\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i+1,j}^{n+1/2}+2\left[\frac{1}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i,j}^{n+1/2}+\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i-1,j}^{n+1/2}+$$

$$D_f\left[-\frac{1}{\Delta x^{2}}(C_{i+1,j}^{n+1/2}+C_{i-1,j}^{n+1/2})+\frac{1}{\Delta y^{2}}(C_{i,j+1}^{n+1/2}+C_{i,j-1}^{n+1/2})-\frac{2(\Delta y^{2}-\Delta x^{2})}{\Delta x^{2}\Delta y^{2}}C_{i,j}^{n+1/2}\right]$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j+1}^{n+1}+\left[\frac{2}{\Delta t}+\frac{2}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j}^{n+1}+\left[-\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^{2}}\right]T_{i,j-1}^{n+1}=$$

$$\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i+1,j}^{n+1/2}+2\left[\frac{1}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i,j}^{n+1/2}+\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^{2}}\right]T_{i-1,j}^{n+1/2}+$$

$$D_{f}\left[-\frac{1}{\Delta x^{2}}(C_{i+1,j}^{n+1/2}+C_{i-1,j}^{n+1/2})+\frac{1}{\Delta y^{2}}(C_{i,j+1}^{n+1/2}+C_{i,j-1}^{n+1/2})-\frac{2(\Delta y^{2}-\Delta x^{2})}{\Delta x^{2}\Delta y^{2}}C_{i,j}^{n+1/2}\right] \qquad (3.21)$$

3.2.4. Discrétisation de l'équation de concentration

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite des directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Étant donné l'équation d'énergie (2.38), cette dernière est réécrite comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y}=Le^{-1}(\nabla^{2}C+S_{r}\nabla^{2}T)\,,$$

où u=(∂)⁄∂y, et v=(-∂)⁄(∂x),avec, étant la fonction d'écoulement sans dimension

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial (uC)}{\partial x}+\frac{\partial (vC)}{\partial y}=Le^{-1}(\frac{\partial^{2}C}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}C}{\partial y^{2}}+Sr(\frac{\partial^{2}T}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}})) \qquad (3.22)$$

<u>Schéma implicite en *x* et explicite en *y*</u>

Nous utilisons une discrétisation implicite dans la direction *x*, en optant pour des différences centrées au temps $n+\frac{1}{2}$ pour les dérives en *x* et au temps *n* pour les dérives en *y*, chaque terme de l'équation de concentration est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^{2}C}{\partial x^{2}}\right|_{i,j}=\frac{C_{i+1,j}^{n+1/2}-2C_{i,j}^{n+1/2}+C_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}} \quad \text{et} \quad \left.\frac{\partial^{2}C}{\partial y^{2}}\right|_{i,j}=\frac{C_{i,j+1}^{n}-2C_{i,j}^{n}+C_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^{2}} \qquad (3.23)$$

$$\left.\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}C_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n}C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \quad \text{et} \quad \left.\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}C_{i,j+1}^{n}-v_{i,j-1}^{n}C_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad (3.24)$$

$$\left.\frac{\partial C}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{C_{i,j}^{n+1/2} - C_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.25}$$

En remplaçant les expressions (3.23)-(3.25) dans l'équation de concentration (3.22), on obtient la forme discrétisée implicite en x sous la forme matricielle suivante :

$$A_i C_{i+1,j}^{n+1/2} + B_i C_{i,j}^{n+1/2} + C_i C_{i-1,j}^{n+1/2} = D_i$$

Pour l'équation de concentration, les coefficients précédents prennent les valeurs suivantes

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \quad B_i = 2\left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \quad C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right],$$

$$D_i = -\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j+1}^{n} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j}^{n} + \left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j-1}^{n} - SrLe^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}(T_{i+1,j}^{n} + T_{i-1,j}^{n}) + \frac{1}{\Delta y^2}(T_{i,j+1}^{n} + T_{i,j-1}^{n}) - \frac{2(\Delta y^2 - \Delta x^{2})}{\Delta x^2 \Delta y^2}T_{i,j}^{n}\right]$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]C_{i+1,j}^{n+1/2} + \left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta x^2 Le}\right]C_{i,j}^{n+1/2} + \left[-\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]C_{i-1,j}^{n+1/2} =$$

$$\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j+1}^{n} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j}^{n} + \left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]C_{i,j-1}^{n} - SrLe^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}(T_{i+1,j}^{n} + T_{i-1,j}^{n}) + \frac{1}{\Delta y^2}(T_{1,j+1}^{n} + T_{i,j-1}^{n}) - \frac{2(\Delta y^2 - \Delta x^{2})}{\Delta x^2 \Delta y^2}T_{i,j}^{n}\right]$$

(3.26)

<u>Schéma implicite en *y* et explicite en *x*</u>

C'est un schéma aux différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en *x* et au temps $(n+1)$ pour les dérivées en *y*. La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{C_{i+1,j}^{n+1/2} - 2C_{i,j}^{n+1/2} + C_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} \quad \text{et} \quad \left.\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - 2C_{i,j}^{n+1} + C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{3.27}$$

$$\left.\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} C_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \quad \text{et} \quad \left.\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{u_{i,j+1}^{n} C_{i,j+1}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n} C_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{3.28}$$

$$\left.\frac{\partial C}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t} \tag{3.29}$$

En substituant les équations (3.27)-(3.29) dans l'équation (3.22), on obtient un système de la forme :

$$A'_i\, C_{i,j+1}^{n+1} + B'_i\, C_{i,j}^{n+1} + C'_i\, C_{i,j-1}^{n+1} = D'_i$$

avec

$$A'_i = \left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right], \qquad B'_i = 2\left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right], \qquad C'_i = -\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right],$$

$$D'_i = -\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]C_{i+1,j}^{n+1/2} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right]C_{i,j}^{n+1/2} + \left[\frac{v_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right]C_{i-1,j}^{n+1/2} -$$

$$SrLe^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}(T_{i+1,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) + \frac{1}{\Delta y^2}(T_{i,j+1}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}) - \frac{2(\Delta y^2 - \Delta x^{2)})}{\Delta x^2 \Delta y^2} T_{i,j}^{n+1/2}\right]$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]C_{i,j+1}^{n+1} + ,\left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta y^2 Le}\right]C_{i,j}^{n+1} + \left[-\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]C_{i,j-1}^{n+1} =$$

$$\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]C_{i+1,j}^{n+1/2} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right]C_{i,j}^{n+1/2} + \left[\frac{v_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right]C_{i-1,j}^{n+1/2} -$$

$$SrLe^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}(T_{i+1,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}) + \frac{1}{\Delta y^2}(T_{i,j+1}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}) - \frac{2(\Delta y^2 - \Delta x^{2)})}{\Delta x^2 \Delta y^2} T_{i,j}^{n+1/2}\right] \tag{3.30}$$

3.2.5. Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation de mouvement peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Omega)}{\partial y} = \Pr\left[\mu \nabla^2 \Omega + 2\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\frac{\partial \Omega}{\partial y}\right)\right] + \Upsilon_\Omega \tag{3.31}$$

Avec le terme source, Υ_Ω dans l'équation (2.34), est donné par

$$Y_{\Omega} = \Pr\left[\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\mu}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2\mu}{\partial x\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + Ra_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \varphi\frac{\partial C}{\partial x}\right)\cos\gamma + \left(\frac{\partial T}{\partial y} + \varphi\frac{\partial C}{\partial y}\right)\sin\gamma\right] \quad (3.32)$$

L'équation de mouvement pour le cas général sera réécrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Omega)}{\partial y} = \Pr\left[\mu\nabla^2\Omega + 2\left(\frac{\partial\mu}{\partial x}\frac{\partial\Omega}{\partial x} + \frac{\partial\mu}{\partial y}\frac{\partial\Omega}{\partial y}\right)\right] +$$

$$\Pr\left[\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\mu}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - \frac{2\partial^2\mu}{\partial xy}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + Ra_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \varphi\frac{\partial C}{\partial x}\right)\cos\gamma + \left(\frac{\partial T}{\partial y} + \varphi\frac{\partial C}{\partial y}\right)\sin\gamma\right]$$

(3.33)

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

La discrétisation de l'équation de mouvement (2.35) suivant un schéma implicite en *x* et explicite en *y* s'écrit comme suit :

$$A_i = \left[\frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta x^2} - \frac{\Pr(\mu^n_{i+1,j} - \mu^n_{i-1,j})}{2\Delta x^2}\right],\ C_i = \left[-\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} - \frac{\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta x^2} - \frac{\Pr(\mu^n_{i+1,j} - \mu^n_{i-1,j})}{2\Delta x^2}\right],$$

$$B_i = \left[-\frac{2}{\Delta x} - \frac{2\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta x^2}\right],$$

$$\mathrm{D_i} = \left[-\frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y} + \frac{\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta y^2} + \frac{\Pr(\mu^n_{i,j+1} - \mu^n_{i,j-1})}{2\Delta y^2}\right]\Omega^n_{i,j+1} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta y^2}\right]\Omega^n_{i,j} +$$

$$\left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta y^2} - \frac{\Pr(\mu^n_{i,j+1} - \mu^n_{i,j-1})}{2\Delta y^2}\right]\Omega^n_{i,j-1} + \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{\Pr\mu^n_{i,j}}{\Delta y^2} - \frac{\Pr(\mu^n_{i,j+1} - \mu^n_{i,j-1})}{2\Delta y^2}\right]\Omega^n_{i,j-1} +$$

$$\Pr\left[\frac{\mu^n_{i+1,j} - 2\mu^n_{i,j} + \mu^n_{i-1,j}}{\Delta x^2} - \frac{\mu^n_{i,j+1} - 2\mu^n_{i,j} + \mu^n_{i,j-1}}{\Delta y^2}\right]\left[\frac{u^n_{i,j+1} - u^n_{i+1,j}}{2\Delta y} + \frac{v^n_{i+1,j} - v^n_{i-1,j}}{2\Delta x}\right]$$

$$-2\Pr\left[\frac{\mu^n_{i+1,j+1} - \mu^n_{i+1,j-1} - \mu^n_{i-1,j+1} + \mu^n_{i-1,j-1}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right]\left[\frac{u^n_{i+1,j} - u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} - \frac{v^n_{i,j+1} - v^n_{i,j-1}}{2\Delta y}\right]$$

$$\Pr\left[Ra_T\cos\gamma\left(\frac{T^n_{i+1,j} - T^n_{i-1,j}}{2\Delta x} + \varphi\frac{C^n_{i+1,j} - C^n_{i-1,j}}{2\Delta x}\right) + \sin\gamma\left(\frac{T^n_{i+1,j} - T^n_{i-1,j}}{2\Delta y} + \varphi\frac{C^n_{i+1,j} - C^n_{i-1,j}}{2\Delta y}\right)\right]$$

L'équation (3.33) peut être écrite sous la forme généralisée suivante :

$$A_i\Omega^{n+1/2}_{i-1,j} + B_i\Omega^{n+1/2}_{i,j} + C_i\Omega^{n+1/2}_{i+1,j} = D_i$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta x^{2}}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i+1,j}^{n+1/2}+\left[-\frac{2}{\Delta t}+\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i,j}^{n+1/2}+$$

$$\left[-\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta x^{2}}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i-1,j}^{n+1/2}=\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}+\frac{\Pr(\mu_{i,j+1}^{n}-\mu_{i,j-1}^{n})}{2\Delta y^{2}}\right]\Omega_{i,j+1}^{n}+$$

$$\left[\frac{2}{\Delta t}-\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}\right]\Omega_{i,j}^{n}+\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}-\frac{\Pr(\mu_{i,j+1}^{n}-\mu_{i,j-1}^{n})}{2\Delta y^{2}}\right]\Omega_{i,j-1}^{n}+$$

$$\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j}^{n}-2\mu_{i,j}^{n}+\mu_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^{2}}-\frac{\mu_{i,j+1}^{n}-2\mu_{i,j}^{n}+\mu_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^{2}}\right]\left[\frac{u_{i,j+1}^{n}-u_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{v_{i+1,j}^{n}-v_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}\right]$$

$$-2\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j+1}^{n}-\mu_{i+1,j-1}^{n}-\mu_{i-1,j+1}^{n}+\mu_{i-1,j-1}^{n}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right]\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}-u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{v_{i,j+1}^{n}-v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}\right]$$

$$\Pr\left[Ra_{T}\cos\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n}-T_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n}-C_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}\right)+\sin\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n}-T_{i-1,j}^{n}}{2\Delta y}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n}-C_{i-1,j}^{n}}{2\Delta y}\right)\right] \quad (3.34)$$

<u>Schéma implicite en *y* et explicite en *x*</u>

La discrétisation de l'équation mouvement (2.35) suivant un schéma implicite en *y* et explicite en *x* est écrite comme suit :

$$A_{j}^{'}=\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta y^{2}}\right],\quad B_{i}^{'}=(\frac{2}{\Delta t}+\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}),$$

$$C_{j}^{'}=\left[-\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^{2}}+\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta y^{2}}\right],$$

$$\mathrm{D}_{\mathrm{i}}^{'}=\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}}+\frac{\Pr(\mu_{i+,j}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j}^{n+1/2})}{2\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i+1,j}^{n+1/2}+\left[\frac{2}{\Delta t}-\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i,j}^{n+1/2}+$$

$$\left[\frac{u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j}^{n+1/2})}{2\Delta x^{2}}\right]\Omega_{i-1,j}^{n+1/2}+$$

$$\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j}^{n+1/2}-2\mu_{i,j}^{n+1/2}+\mu_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^{2}}-\frac{\mu_{i,j+1}^{n}-2\mu_{i,j}^{n}+\mu_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^{2}}\right]\left[\frac{u_{i,j+1}^{n+1/2}-u_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y}+\frac{v_{i+1,j}^{n+1/2}-v_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}\right]$$

$$-2\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j+1}^{n+1/2}-\mu_{i+1,j-1}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j+1}^{n+1/2}+\mu_{i-1,j-1}^{n+1/2}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right]\left[\frac{u_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}-\frac{v_{i,j+1}^{n+1/2}-v_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y}\right]$$

$$\Pr\left[Ra_T\cos\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n+1/2}-C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}\right)+\sin\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta y}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n+1/2}-C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta y}\right)\right]$$

L'équation (3.30) peut être écrite sous la forme généralisée suivante :

$$A_j^{'}\Omega_{i,j+1}^{n+1}+B_j^{'}\Omega_{i,j}^{n+1}+C_j^{'}\Omega_{i,j+1}^{n+1}=D_j^{'}$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^2}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta y^2}\right]\Omega_{i,j+1}^{n+1}+(\frac{2}{\Delta t}+\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^2})\Omega_{i,j}^{n+1}+$$

$$\left[-\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n}}{\Delta y^2}+\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n}-\mu_{i-1,j}^{n})}{2\Delta y^2}\right]\Omega_{i,j-1}^{n+1}=\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}+\frac{\Pr(\mu_{i+,j}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x^2}\right]\Omega_{i+1,j}^{n+1/2}$$

$$+\left[\frac{2}{\Delta t}-\frac{2\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}\right]\Omega_{i,j}^{n+1/2}+\left[\frac{u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\frac{\Pr\mu_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}-\frac{\Pr(\mu_{i+1,j}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x^2}\right]\Omega_{i-1,j}^{n+1/2}+$$

$$\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j}^{n+1/2}-2\mu_{i,j}^{n+1/2}+\mu_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}-\frac{\mu_{i,j+1}^{n}-2\mu_{i,j}^{n}+\mu_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2}\right]\left[\frac{u_{i,j+1}^{n+1/2}-u_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y}+\frac{v_{i+1,j}^{n+1/2}-v_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}\right]$$

$$-2\Pr\left[\frac{\mu_{i+1,j+1}^{n+1/2}-\mu_{i+1,j-1}^{n+1/2}-\mu_{i-1,j+1}^{n+1/2}+\mu_{i-1,j-1}^{n+1/2}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right]\left[\frac{u_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}-\frac{v_{i,j+1}^{n+1/2}-v_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y}\right]$$

$$\Pr\left[Ra_T\cos\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n+1/2}-C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}\right)+\sin\gamma\left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta y}+\varphi\frac{C_{i+1,j}^{n+1/2}-C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta y}\right)\right]$$

(3.35)

3.3. Résolution de l'équation de la fonction de courant

L'équation de la fonction de courant est différente des équations de transport mentionnées ci-dessous, c'est une équation différentielle partielle d'ordre deux qui ne contient pas de terme transitoire, sa résolution se fait par d'autres méthodes, elle est calculée par la méthode S.O.R. (successive over relaxation méthode) proposée par S. Frankel [80]. A chaque nœud, les nouvelles valeurs de la fonction courante sont relaxées comme suit :

$$\psi_{i,j}^{l} = (1-\omega)\psi_{i,j}^{l} + \frac{\omega}{2(1+b^2)}\left(\psi_{i-1,j}^{l+1} + \psi_{i+1,j}^{l} + b^2\psi_{i,j-1}^{l+1} + b^2\psi_{i,j+1}^{l+1} + \Delta x^2\Omega_{i,j}\right) \quad (3.36)$$

où : l'exposant l indique le nombre d'itération ;

b : représente le rapport : $\Delta x / \Delta y$;

où ω est le coefficient de sur-relaxation, compris entre 1 et 2, et introduit pour accélérer la convergence et donc de diminuer le nombre d'itérations. Sa valeur optimale, ω_{opt} pour un maillage uniforme, et du type de conditions aux limites. Qui est défini de la façon suivante:

$$\omega_{opt} = \frac{2}{\zeta^2}\left(1-\sqrt{1-\zeta^2}\right) \quad (3.37)$$

où :

$$\zeta = \frac{\cos(\pi/Nx) + b^2\cos(\pi/Ny)}{1+b^2} \quad (3.38)$$

Nx, Ny Désignent le nombre de nœuds le long des directions *x* et *y*. Respectivement.

Ensuite, la fonction du courant, ψ . À chaque nouveau pas de temps, la procédure itérative S.O.R. est répétée jusqu'à ce que le critère de convergence du processus d'itération soit atteint dans la condition suivante :

$$\frac{\sum_i\sum_j\left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i\sum_j\left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \le 10^{-8} \quad (3.39)$$

$\psi_{i,j}^{k}$: est la valeur de la fonction de flux au nœud (i, j) à la k^{th} itération.

Une nouvelle diminution du critère de convergence 10^6 n'entraîne pas de changement significatif dans les résultats finaux.

Le champ de la viscosité apparente seront déduits :

$$\mu_{i,j}^{l+1} = s + (1-s)\left[1 + (E\dot{\gamma}^{l+1})^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \quad (3.40)$$

avec :

$$\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1} = 2\left(\left(\frac{u_{i+1,j}^{l+1} - u_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{v_{i,j+1}^{l+1} - v_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y}\right)^2\right) + \left(\frac{u_{i,j+1}^{l+1} - u_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j}^{l+1} - v_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 \quad (3.41)$$

3.4. Discrétisation des champs de vitesse

Nous utilisons également les différences centrées du second ordre, ce qui donne également, La discrétisation des composantes adimensionnelles du champ des vitesses $u_{i,j}$, $v_{i,j}$ est donnée comme suit :

$$\left.\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} &= \frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - \psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \\ v_{i,j}^{n+1} &= \frac{\psi_{i+1,j}^{n+1} - \psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \end{aligned}\right\} \qquad (3.42)$$

3.5. Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses

Les conditions aux limites des vitesses (2.20) et (2.22) sont décrites selon un schéma de différences finies pour les parois considérées**.**

$$u_{1,j} = 0, \qquad v_{i,1} = -\frac{4\psi_{2,j} - 3\psi_{1,j} - \psi 3,\, j}{2\Delta x} \qquad \text{à} \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$u_{Nx+1,j} = 0, \qquad v_{i,Nx+1} = -\frac{4\psi_{Nx,j} - 3\psi_{Nx+1,j} - \psi_{Nx-1,j}}{2\Delta x} \qquad \text{à} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$v_{i,1} = 0, \qquad u_{i,1} = -\frac{4\psi_{i,2} - 3\psi_{i,1} - \psi_{i,3}}{2\Delta y} \qquad \text{à} \quad y = -\frac{1}{2}$$

$$v_{i,Nx+1} = 0, \quad u_{Ny+1,j} = -\frac{4\psi_{i,Ny} - 3\psi_{i,Nx+1} - \psi_{i,Nx-1}}{2\Delta y} \qquad \text{à} \quad y = \frac{1}{2}$$

3.6. Discrétisation des conditions aux limites

Les dérivées partielles qui expriment les conditions aux limites sont discrétisées selon un schéma décentré amont (forward) ou aval (backward), avec un degré de précision de deuxième ordre :

<u>En amont</u>

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4 f_{i+1,j}^{n+1} + f_{i+2,j}^{n+1} - 3 f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)} \qquad (3.43)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4 f_{i,j+1}^{n+1} + f_{i,j+2}^{n+1} - 3 f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)}$$

<u>En Aval</u>

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i-2,j}^{n+1} - 4 f_{i-1,j}^{n+1} + 3 f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)} \qquad (3.44)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j-2}^{n+1} - 4 f_{i,j-1}^{n+1} + 3 f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)}$$

Où f représente soit la température T, soit la fonction de courant Ψ et *(Δx), (Δy)* l'espacement entre deux nœuds voisins. Ce choix a été fait pour éviter d'avoir des nœuds fictifs.

L'utilisation des équations (3.43) et (3.44) conduit à discrétiser les conditions aux limites sous la forme suivante :

✓ **Sur la paroi horizontale inférieure** ($y = -\frac{1}{2}$)

$$u_{i,1} = v_{i,1} = \psi_{i,1} = 0, \quad \Omega_{i,1} = \frac{1}{2}\Omega_{i,2} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\psi_{i,2}$$

$$T_{i,j} = \frac{1}{2}, \quad C_{i,j} = \frac{1}{2} \qquad \text{(Type Dirichlet)}$$

✓ **Sur la paroi horizontale supérieure** ($y = \frac{1}{2}$)

$$u_{i,Nny} = v_{i,Nny} = \psi_{i,Nny} = 0, \quad \Omega_{i,Nny} = \frac{1}{2}\Omega_{i,Nny-1} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\psi_{i,Nny-1}$$

$$T_{i,Nny} = -\frac{1}{2} \quad , \quad C_{j,Nnx} = -\frac{1}{2} \qquad \text{(Type Dirichlet)}$$

✓ **Sur la paroi verticale gauche** ($x = -\frac{1}{2}$)

$$u_{1,j} = v_{1,j} = \psi_{1,j} = 0, \Omega_{1,j} = \frac{1}{2}\Omega_{2,j} - \frac{2}{(\Delta x)^2}\psi_{2,j}$$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \qquad \text{et} \qquad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3} \qquad \text{(Adiabatique)}$$

✓ **Sur la paroi verticale droite** ($x = \frac{1}{2}$)

$$u_{Nnx,j} = v_{Nnx,j} = \psi_{Nnx,j} = 0, \Omega_{Nnx,j} = \frac{1}{2}\Omega_{Nnx-1,j} - \frac{3}{(\Delta x)^2}\psi_{Nnx-1,j}$$

$$T_{Nnx,j} = \frac{4T_{Nnx-1,j} - T_{Nnx-2,j}}{3} \qquad \text{et} \qquad C_{Nnx,j} = \frac{4C_{Nnx-1,j} - C_{Nnx-2,j}}{3} \qquad \text{(Adiabatique)}$$

3.7. Algorithme du code de calcul

L'algorithme à chaque pas de temps peut être résumé comme suit :

- ✓ Initialisation et lecture des données.
- ✓ Calcul du facteur de sur-relaxation
- ✓ Génération du maillage.

- ✓ Initialiser les champs de la température, T, sur la concentration, S, de la vorticite et de la fonction de courant, Ψ par l'utilisation de la solution au temps précèdent.
- ✓ Début de la boucle sur le temps.
- ✓ Calcul du champ de température et de concentration par la méthode ADI.
  - ➢ Résolution de l'équation de l'énergie par la méthode ADI et calcul du champ de température.
  - ➢ Résolution de l'équation de concentration par la méthode ADI et calcul le champ de concentration.
  - ➢ Résolution de l'équation de mouvement par la méthode ADI .
- ✓ Calcul du champ de la fonction de courant par la méthode S.O.R.
- ✓ Détermination du champ de vitesse (*u, v*) à partir de la fonction de courant.
- ✓ Fin de la boucle sur le temps, quand le critère de convergence suivant est Satisfait :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-8}$$

Pour accélérer la convergence du programme et éviter la divergence de la solution à chaque pas de temps, nous avons utilisé la technique de sous-relaxation. Pour minimiser le temps de calcul.

- ✓ Stockage des Résultats.
- ✓ Fin du programme.

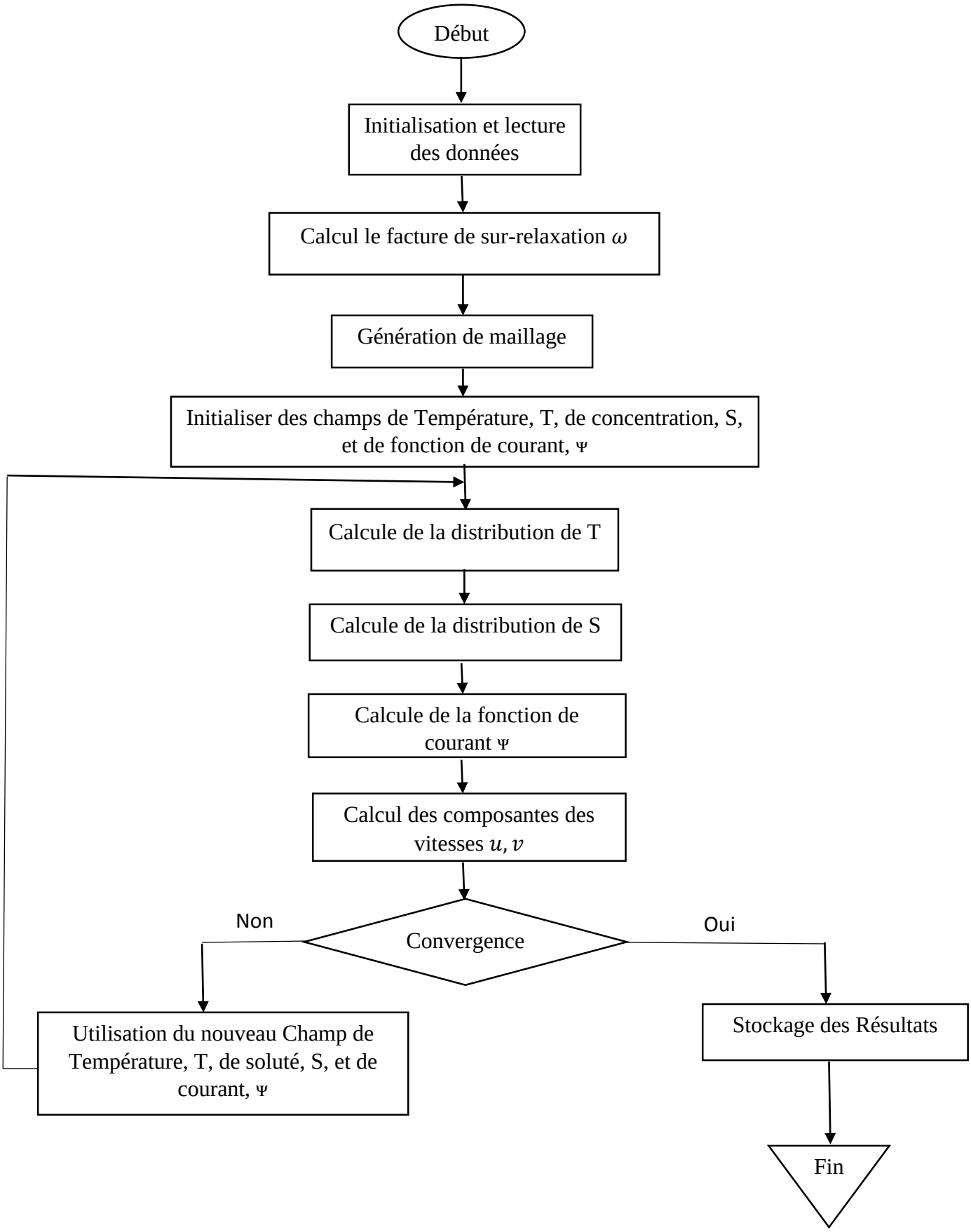


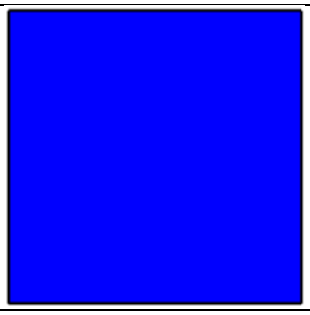
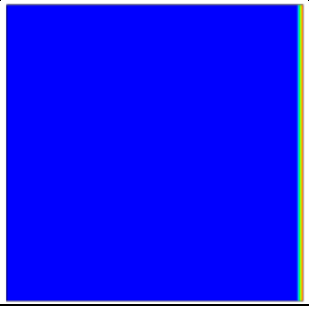
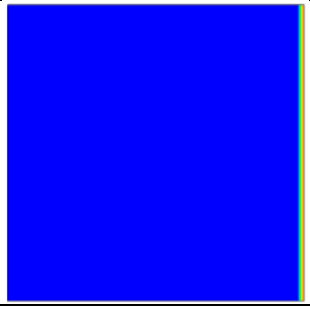
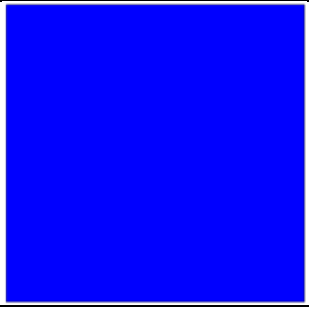
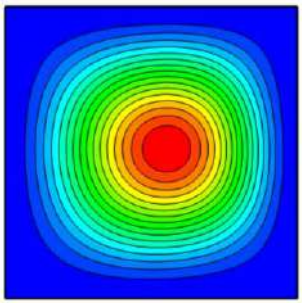
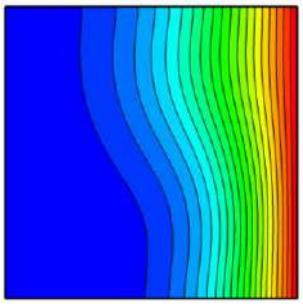
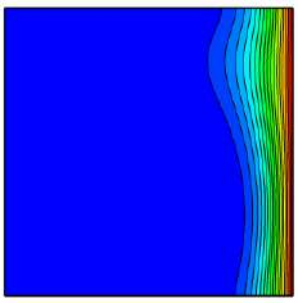
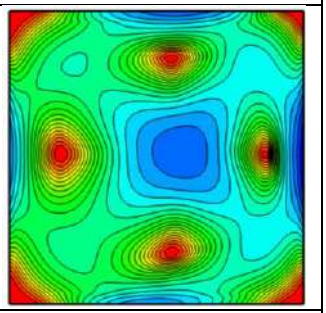
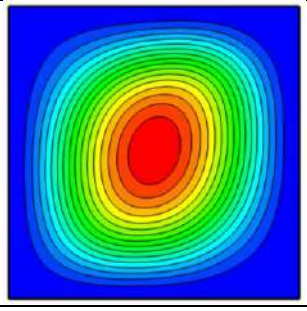
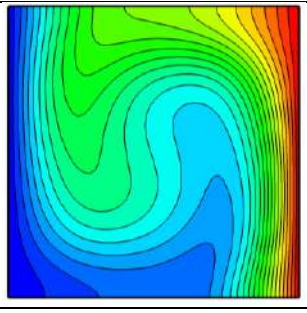
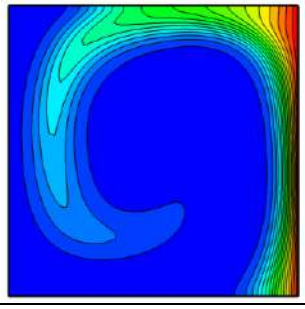
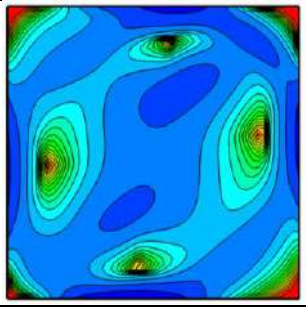
Figure 3.2 : Organigramme général de résolution

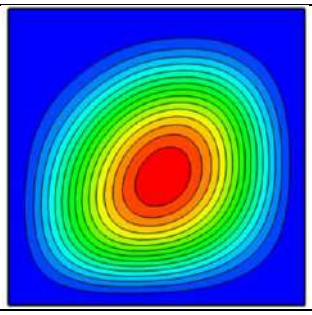
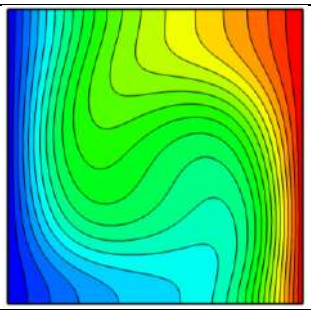
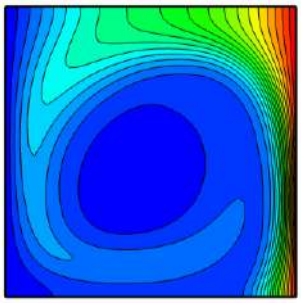
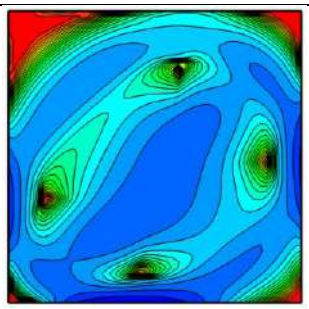
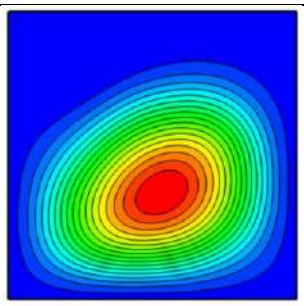
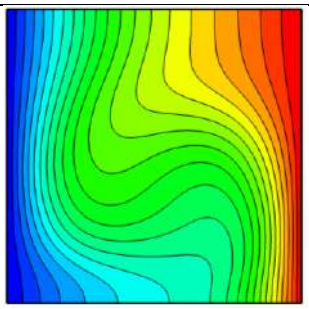
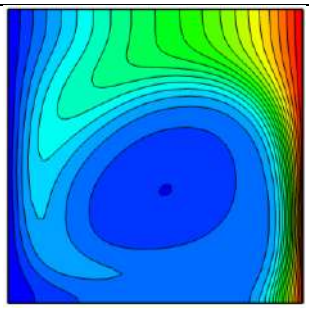
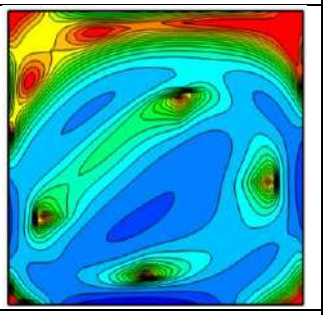
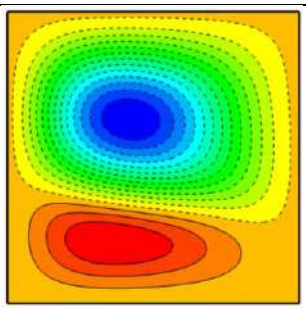
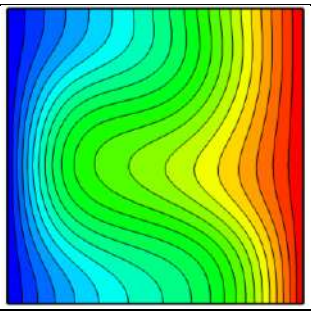
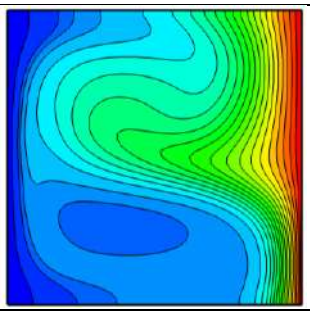
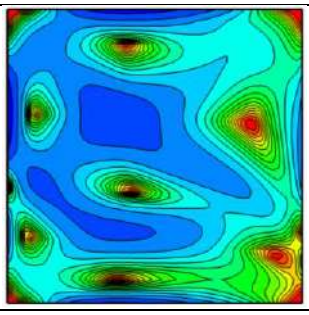
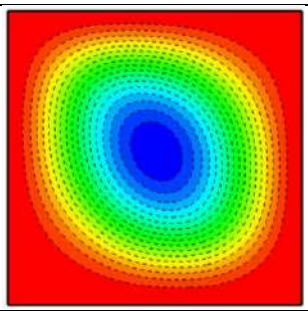
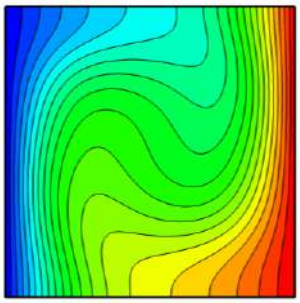
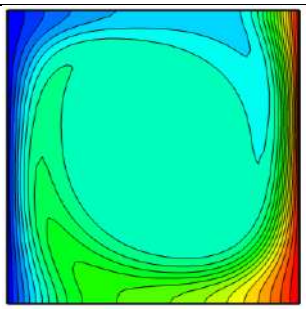
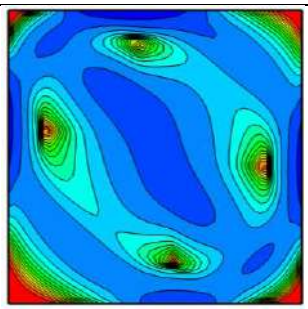
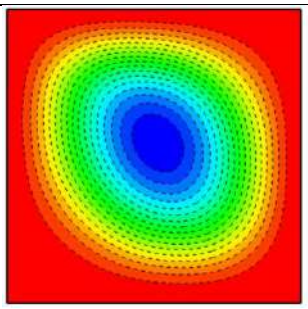
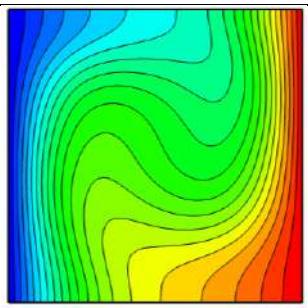
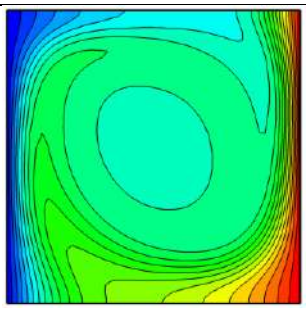
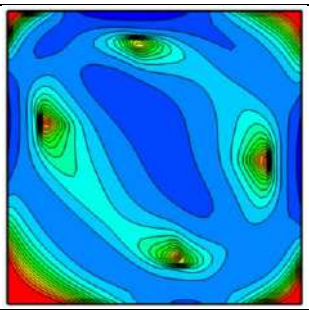
3.8. Effet de temps sur la stabilité

Les figures 4.27 et 4.28 illustres l'évolution temporelle périodique de l'intensité d'écoulement des transferts de chaleur et de masse et de viscosité apparente pour : $Ra_T = 6000$, $n = 0.36$, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 0.01$, $S_r = D_f = 0$ et $\gamma = 90°$. A un instant t donné, nous constatons que même si $Le = 10$, le taux de transfert de chaleur est différent de celui du transfert de masse.

Dans la figures 3.72 des instantanés des contours de la fonction de courant,Ψ, la température, T, la concentration, S, et la viscosité apparente, μ, sont affichés à différents pas de temps de 1 à 11

La solution présentée à la figure 4.28 montre que le début de la solution numérique correspondant est caractérisé par une transition de l'état de conduction ($\psi_0 = 0, Nn = Sh = 1, \mu = 1$), vers une convection stable.

	$\boldsymbol{\Psi}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{S}$	μ
(1)				
$t = 0.00$				
(2)				
$t = 0.05$				
(3)				
$t = 0.10$				

(4)				
$t = 0.20$				
(5)				
$t = 0.30$				
(6)				
$t = 0.40$				
(7)				
$t = 0.60$				
(8)				
$t = 0.80$				

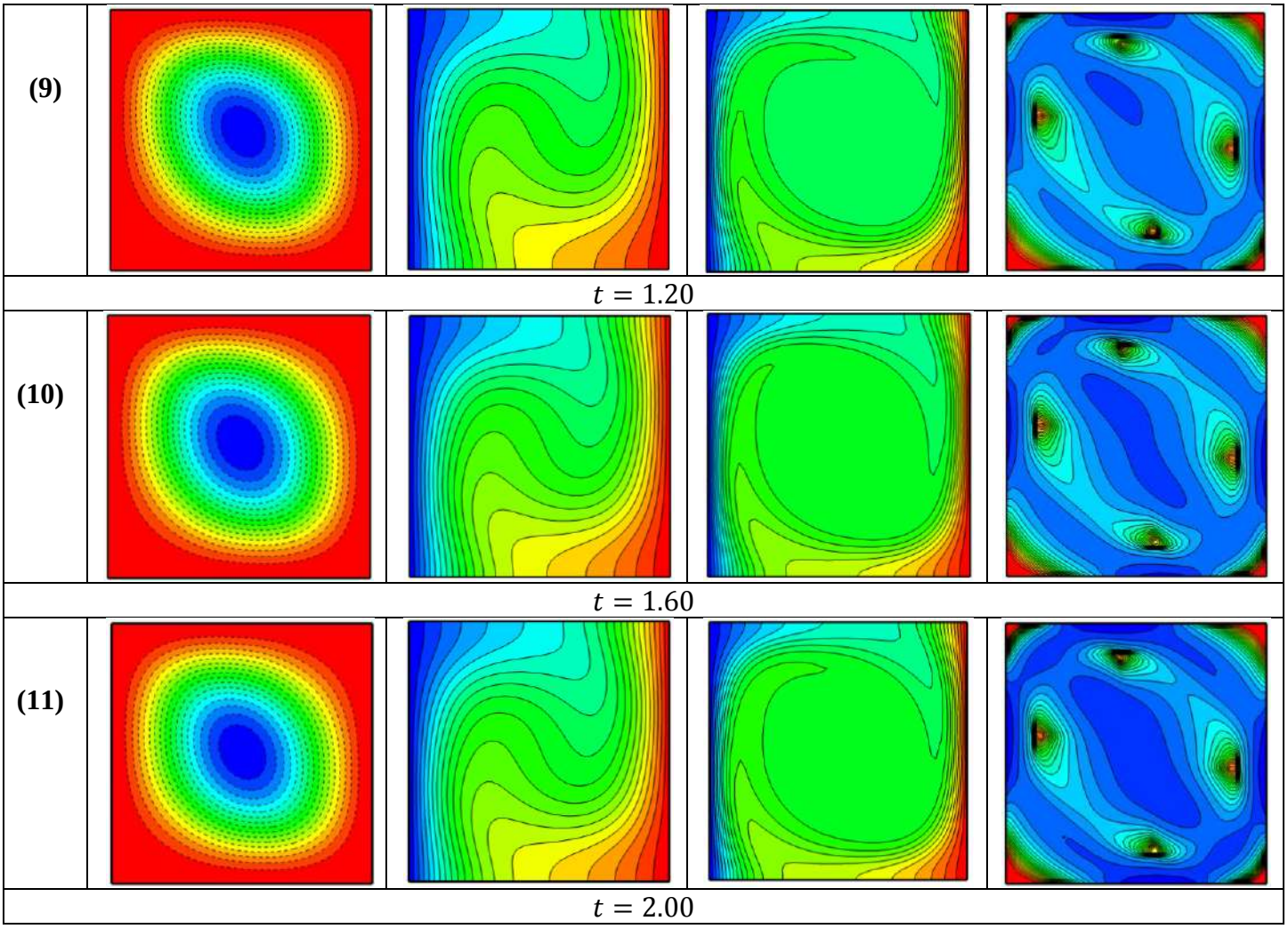
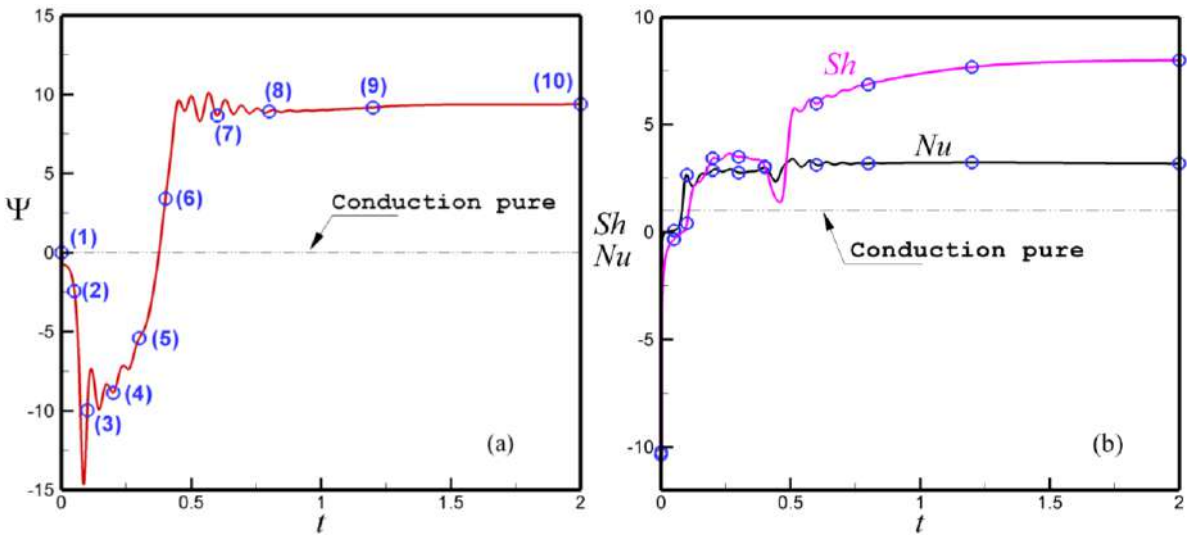


Figure 3.3 : les lignes courant, isothermes, iso-concentrations et la viscosité apparente instantanés pour $R_T = 6000$, n=0.6, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 0.01$, $S_r = D_f = 0$ et $\gamma = 90°$.



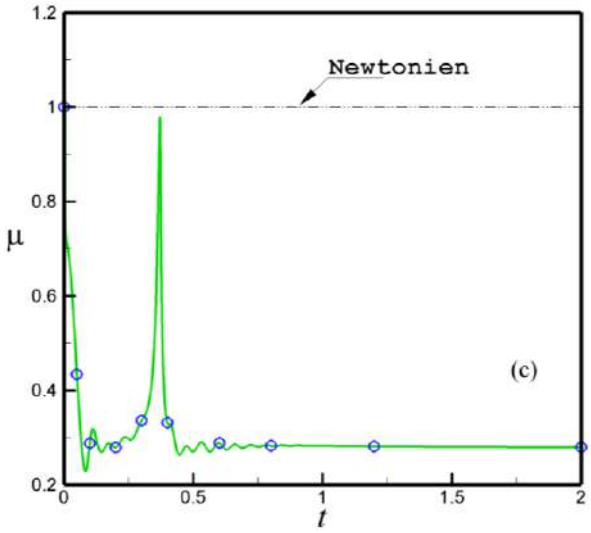


Figure 3.4 : Évolution dans le temps : (a) de l'intensité de l'écoulement, Ψ, (b) des nombres de Nusselt, Nu et de Sherwood, Sh, et (c) la viscosité apparente, μ, pour $R_T = 6000$, n=0.6, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 0.01$, $S_r = D_f = 0$ et $\gamma = 90°$.

3.9. Choix de maillage

3.9.1. Effet de la sensibilité du maillage

Dans cette étude, un maillage uniforme a été utilisé pour les directions x et y montrent que les valeurs numériques de $\Psi_0, Nu, Nu_m, Sh, Sh_m et \mu$ déterminées au centre de la chambre. On constate qu'une taille de maille de 150× 150 est un compromis raisonnable entre la précision et le temps de calcul nécessaire pour atteindre la convergence de la procédure numérique. Le test de sensibilité de la grille est effectué en utilisant une taille de grille allant de 50×50 à 200×200et les résultats sont répertoriés dans le tableau 1 pour une cavité carrée. Les résultats numériques sont calculés pour : Ra_T=10^4, Pr=10, E=10, N=−0.5, n=0.6, E=0.1, s=10−2, a=2 et $S_r = D_f$=0.

Tableau 3.1 : Étude de sensibilité de la grille pour Ra_T=10^4, Pr=10, Le=10, N=−0.5, n=0.6, E=0.1, s=10−2, a=2 et $S_r = D_f$=0.

$N_x \times N_y$	50× 50	75 × 75	100 × 100	150 × 150	200 × 200
Ψ_0	13.712	13.530	13.596	14.326	14.320
Nu	3.761	3.535	3.584	3.819	3.816
Nu_m	2.878	2.771	2.821	2.952	2.955
Sh	9.637	7.917	8.105	9.111	9.106
Sh_m	6.394	5.722	5.854	6.378	6.375
μ	0.260	0.261	0.261	0.261	0.261

3.9.2. Validation du code numérique

Le code numérique développé pour résoudre les équations de conservation en comparant les présents résultats avec l'expérience [95] et Plows [96] pour un fluide newtonien (n = 1), Pr=10, Le=10 $\gamma = 0°$, $S_r = D_f$=0, N=0, et la valeur de variation de Ra_T. Les résultats du tableau 3.2 comparent les valeurs moyennes du nombre de Rayleigh. Un bon accord est remarqué les valeurs de Nusselt moyen, Nu_m entre les résultats de notre travail et les résultats rapportés dans la littérature.

Tableau 3.2 : Comparaison du nombre de Rayleigh pour un nombre de Prandtl élevé.

Ra_T	Expérience [88]	Plows [89]	Etude actuelle	Étude actuelle vs. Expérience [88]	Etude actuelle en plows [89]
2000	1.13	1.20	1.19	6.0%	0.8%
2500	…	1.46	1.33	…	9.3
3000	1.60	1.65	1.53	4.4	7.5
5000	2.03	2.09	2.07	1.9	0.9
6000	2.15	2.23	2.19	1.8	1.8
8000	2.35	2.43	2.39	1.6	1.6
10000	2.50	2.60	2.58	3.1	0.7
20000	2.93	3.09	3.01	2.6	2.6

Conclusion

Dans cette partie de l'étude, nous avons défini les méthodes numériques d'une part. Nous avons présenté les différentes étapes de la discrétisation de l'équation différentielle par la méthode des différences finies.

La validation du concept de l'écoulement a été aussi présentée en adoptant l'approche numérique basée sur la méthode des différences finies, les résultats numériques ont prouvé que l'utilisation de ce concept est bien fondée.

Chapitre IV : Résultats et Discussions

Dans cette dernière partie de la thèse, notre intérêt s'est porté sur l'étude de la convection naturelle thermo-solutale dans une cavité carrée inclinée, remplie d'un fluide non-newtonien et soumise à des conditions thermiques et massiques de Derichlet. La formulation mathématique des équations gouvernantes a été établie dans les chapitres précédents.

Les résultats sont effectués pour différentes quantités des paramètres de Carreau-Yasuda, à savoir $n, E, a, et\ s, Ra_T$ le nombre de Soret,S_r, le nombre de Dufour, D_f, le rapport de buoyancy, N qui caractérise le rapport des forces solutale et thermique, le nombre de Lewis, Le, et Prandtl, Pr, qui caractérisent successivement le rapport des diffusions solutale et thermique et l'ange incliné, γ. sur le transfert de chaleur et de masse, Des résultats numériques sont obtenus dans l'intervalle de $0.4 \leq n \leq 1,\ 0 \leq E \leq 100,\ 0 \leq s \leq 1,\ 0.4 \leq a \leq 2, 0.6 \leq D_f \leq 0.6, -1 \leq S_r \leq 1, 1 \leq Le \leq 50, -1 \leq N \leq 1, et\ 0° \leq \gamma \leq 90°$

En outre, ces résultats obtenues sont présenter sous forme de la structure de l'écoulement par des lignes de courant la distribution de la température par des isothermes, la concentration par des iso-concentrations et la viscosité apparente. Les taux d'échange de la chaleur et de la masse au niveau des parois de l'espace annulaire sont présentés respectivement par les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux et moyens. Tout le résultat a été obtenu par l'aide d'un programme numérique en Fortran.

D'autre part, ce chapitre est consacré aussi à l'étude la convection de bi-stabilité pour les conditions de Neumann et Dirichlet.

4.1. Effet des paramètres Rhéologique sur les structures d'écoulement

4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, *n*,

La figure 4.1 montre les lignes de courant, les isothermes, l'iso-concentration apparente et les contours de la viscosité pour n=0.4, 0.6, et 1. On constate qu'avec des conditions aux limites de type Direchlet imposées, tous les résultats présentés sont associés à un écoulement

monocellulaire, comme le montre. La diminution de n intensifie les modèles d'écoulement et augmente les amplitudes thermiques et l'iso-concentration sur la paroi chaude, ce qui signifie une amélioration du processus de convection. Comme la vitesse du fluide, la viscosité diminue de manière significative avec la diminution de l'indice de loi de puissance, dont le rôle principal est de réduire les résistances visqueuses d'une part et d'améliorer l'écoulement convectif d'autre part. L'équation (2.30) ne fait que confirmer cet état. En effet, Le fluide est décrit comme s'amincissant par cisaillement ou pseudo-plastique et ainsi améliorer davantage le transfert de chaleur et de masse par convection.

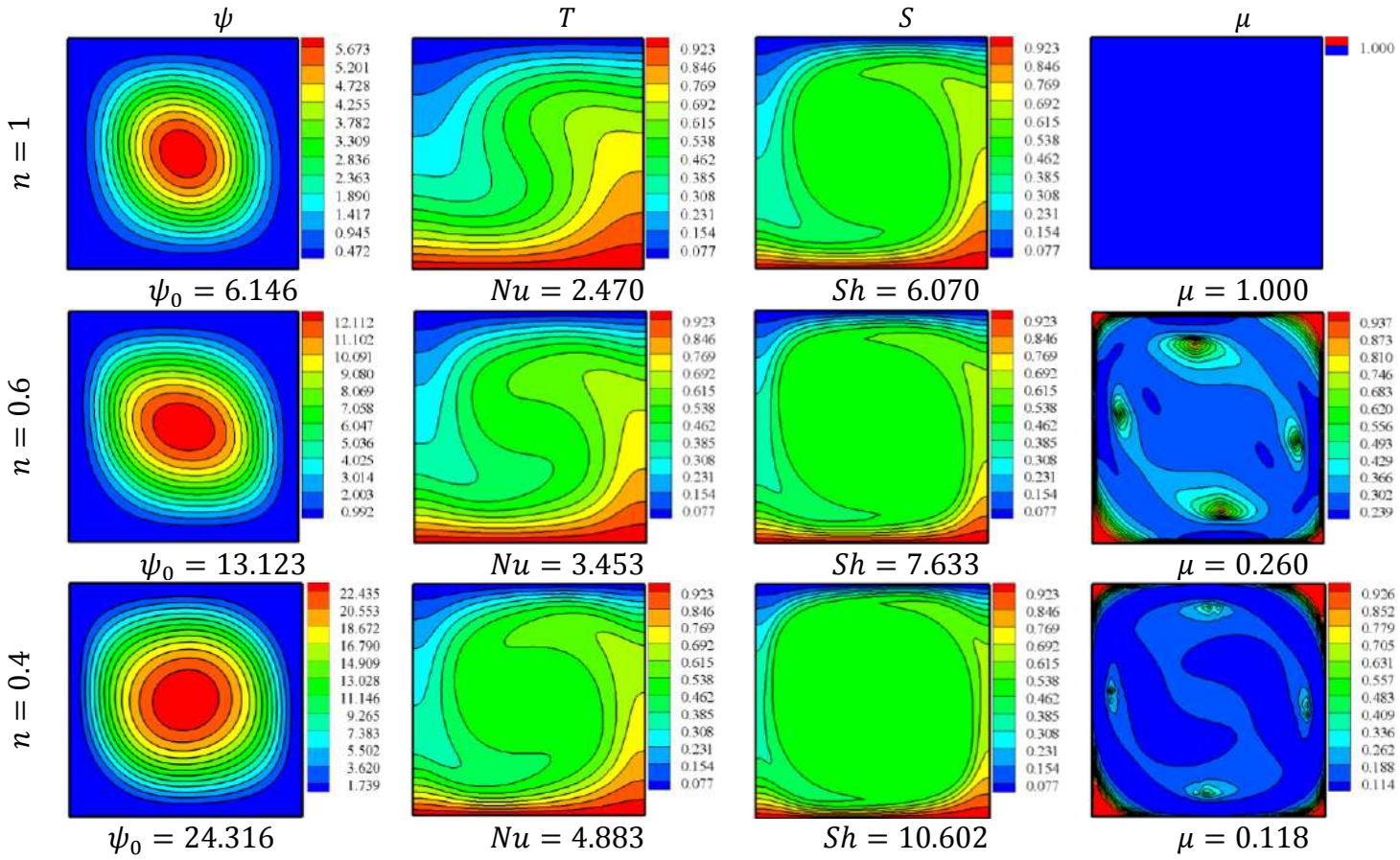


Figure 4.1 : Présentation respective des lignes de courant, des isothermes, de la iso-concentration et de la viscosité apparente pour $Ra_T = 10^4$,$Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ et différentes valeurs de l'indice de faible puissance, n.

4.1.2. Effet de constante de temps, $\mathcal{E}$,

La figure 4.2 montre les modèles d'écoulement, ψ, les isothermes, T, l'iso-concentration, S, et la viscosité apparente, μ, pour différents paramètres de constante de temps, $\mathcal{E}$, (1, 0,6 et 0). Les schémas d'écoulement sont considérés comme étant monocellulaires, remplissant toute

la cavité. Une certaine valeur des lignes de courant au centre de la cavité montre que l'augmentation du paramètre E agrandit les tourbillons. En outre, le modèle est observé dans les isothermes comme ils basculent vers la paroi chaude et leur gradient augmente légèrement. La comparaison entre les iso-thermes montre l'augmentation du paramètre, E, de 0 à 1 raison pour laquelle le gradient de l'iso-concentration sur la paroi chaude augmente significativement. Cela signifie un échange de masse accru en raison de l'augmentation de E. Lorsque le paramètre, E , augmente, la viscosité diminue. Ceci nous permet de déduire que la viscosité apparente diminue avec les grandes valeurs de E, améliorant ainsi les écoulements convectifs à l'intérieur de la cavité.

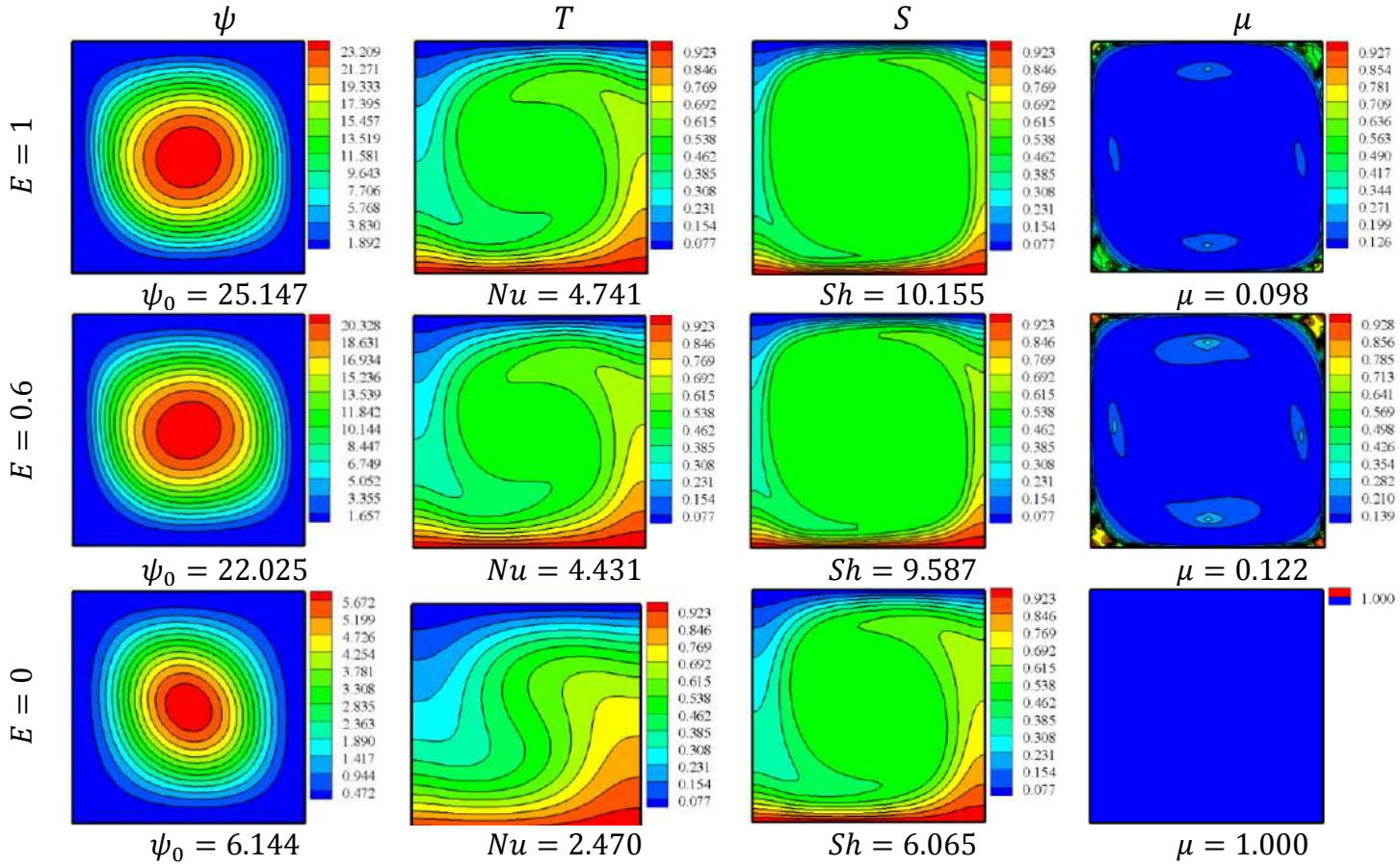


Figure 4.2 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ et différentes paramètre de constante de temps, E.

4.1.3. Effet de paramètre, s,

La figure 4.3 montre l'hydrodynamique, les champs thermiques, l'iso-concentrations et les contours de la viscosité apparente. Les schémas d'écoulement révèlent une amélioration du

processus de convection avec la diminution du paramètre, s, lorsque ce dernier prend des valeurs allant de s =1 (fluide Newtonien) à s = 0. En outre, les contours montrent que la densité d'iso-concentration sur la paroi chaude augmente avec la diminution du paramètre s, ce qui signifie une amélioration du transfert de masse. De plus, lorsque le paramètre, s, diminue, la viscosité apparente est réduite (s=1, fluide newtonien).

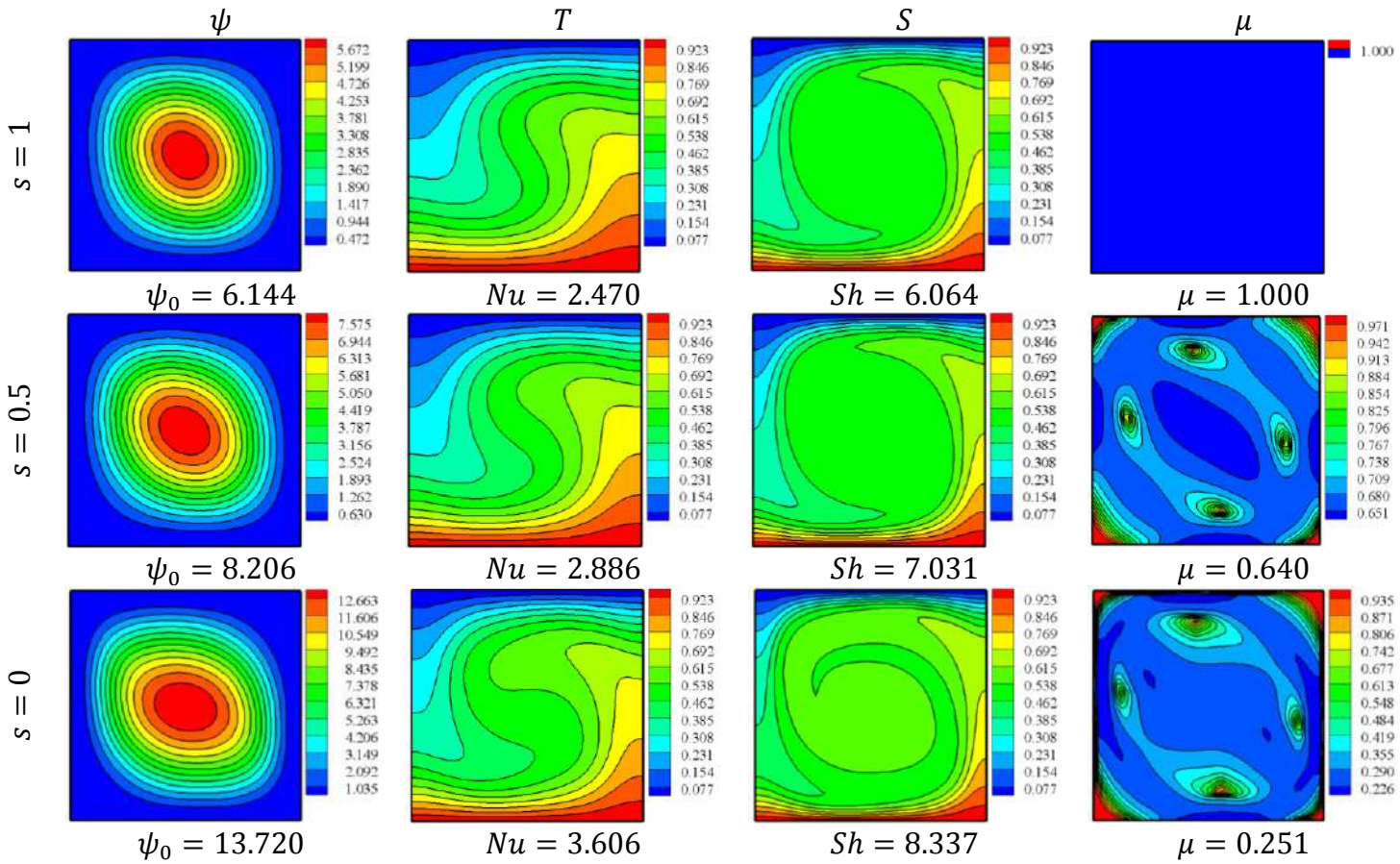


Figure 4.3 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 2$, $\gamma = 0°$ et différentes valeurs du rapport entre les viscosités à vitesse de cisaillement infinie et nulle, s.

4.1.4. Effet de paramètre, a,

La figure 4.4 montre les lignes de courant, les isothermes, l'iso-concentrations et les contours de la viscosité apparente pour différentes valeurs du paramètre, a. Le mouvement des lignes de courant confirme le modèle devient la forme elliptique des modèles d'écoulement change à une forme circulaire, ce qui montre que le processus de convection augmente considérablement avec la diminution du paramètre, a. Les contours montrent que la densité de

l'iso-concentration sur la paroi chaude augmente avec la diminution du paramètre, a. Par conséquent, les modèles confirment que le transfert de masse s'améliore avec la diminution du paramètre a. En fait, le gradient thermique et solutale sur la paroi chaude augmente avec la diminution du paramètre, a, indiquant une augmentation des taux d'échange convectif de chaleur et de masse. Lorsque le paramètre, a, diminue, la partie de viscosité apparente remplit presque toute la cavité, à l'exception de quelques petites sections abandonnées près des parois. En fait, la viscosité augmente avec la diminution du paramètre, a.

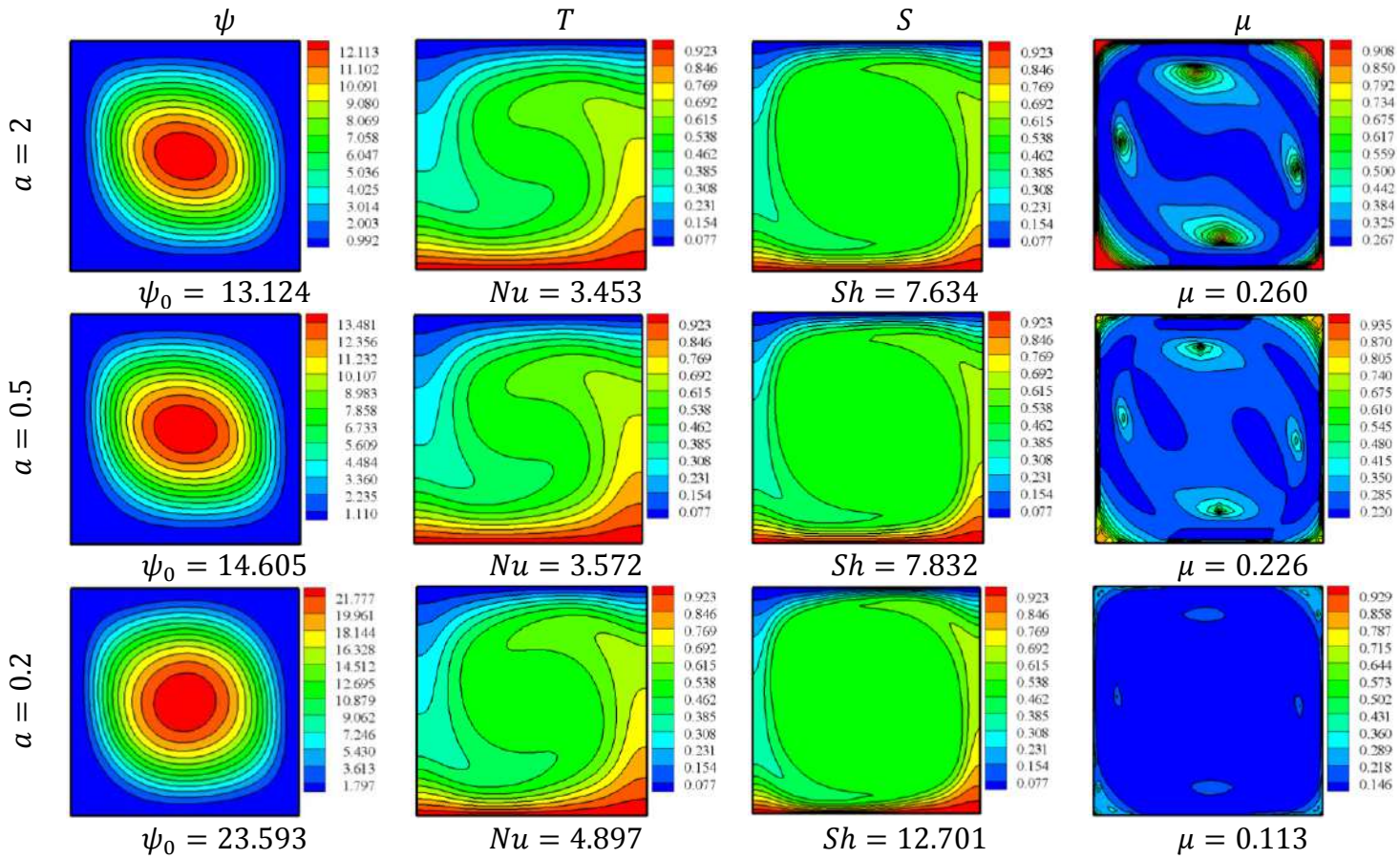


Figure 4.4 : Présentation respective des lignes de courant, ψ, des isothermes, T, de la iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ et différent paramètre, a.

4.2. Effet de nombre de Soret, $\mathcal{S}_r$, sur la structure d'écoulement

La figure 4.5 montre l'effet du nombre de Soret, S_r, sur les lignes de courant, les isothermes, les concentrations et les contours de la viscosité apparente. Les lignes de courant ne varient pas sensiblement avec l'augmentation du nombre de Soret. La circulation du noyau mince dans les schémas d'écoulement se développe un peu avec l'avancement du nombre de

Soret. Il n'y a pas d'altération significative des isothermes avec la composante du nombre de Soret. Alors que le nombre de Soret est ajouté à l'équation de concentration. L'effet significatif de S_r observé dans le gradient d'iso-concentration augmente près de la paroi chaude lorsque le nombre de Soret augment de S_r = -0,6 à 0,6, ce qui conduit à l'augmentation du transfert de masse convectif. Aucune modification significative des isothermes n'est notée. L'altération du site de la viscosité apparente n'est pas notée de manière significative pour différentes valeurs du nombre de Soret, cette altération est observée en fonction du paramètre utilisé dans ce mode.

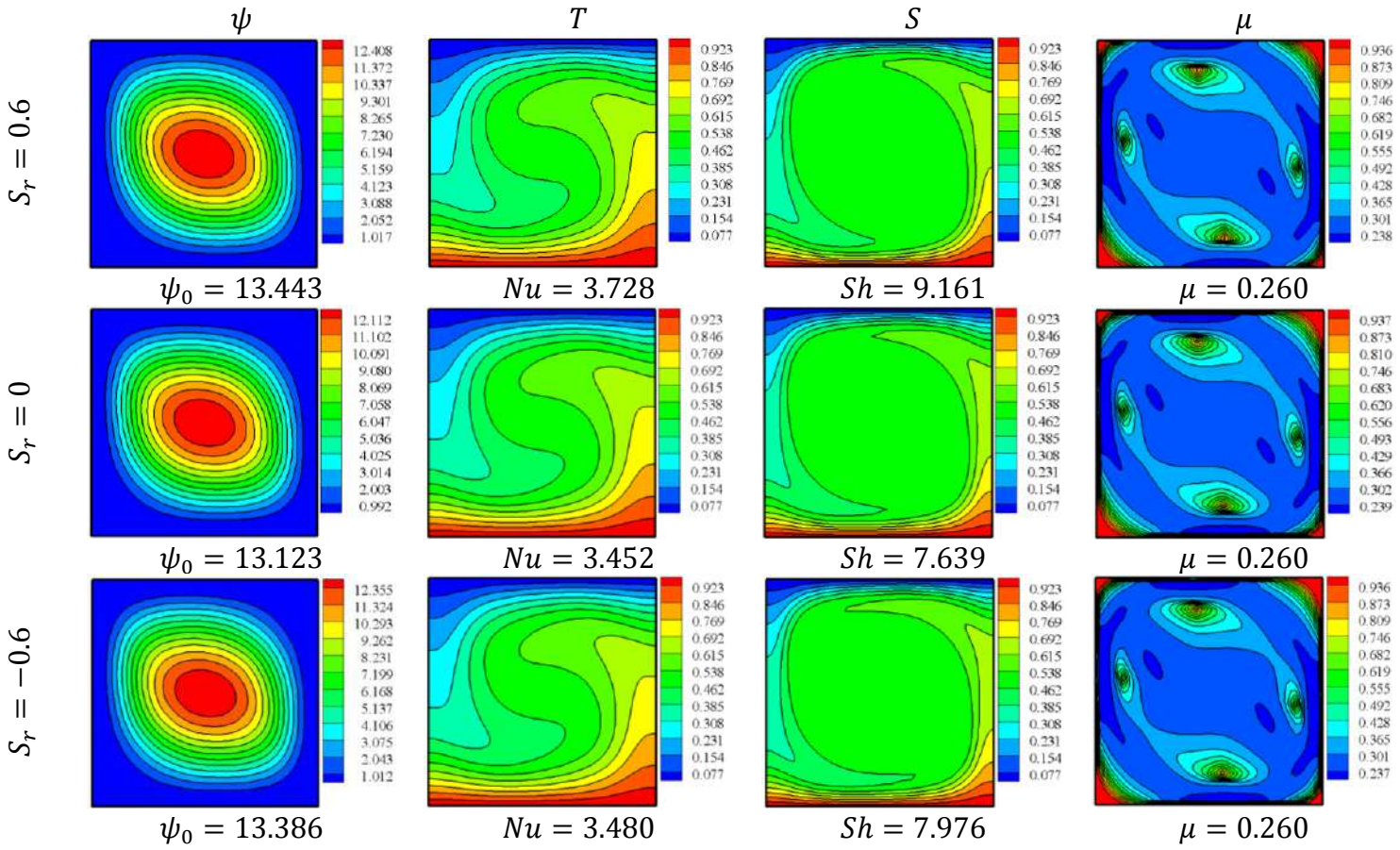


Figure 4.5: Présenter l'effet du paramètre Soret sur les lignes de courant, ψ, des isothermes, T, l'iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 0$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ et $D_f = 0$.

4.3. Effet de nombre de Dufour, D_f, sur la structure d'écoulement

La figure 4.6 reprend l'effet Dufour, D_f, sur les lignes de courant, les champs thermiques, l'iso-concentrations, et les contours de viscosité apparente. L'écoulement est unicellulaire et remplit toute la cavité ; une rotation cellulaire dans le sens horaire est observée. Le vortex spécifique est agrandi et le gradient isotherme est progressivement augmenté sur la

paroi chaude en fonction de l'augmentation du paramètre Dufour. De même, une augmentation du processus de convection et de la force de flottabilité est observée en raison de l'augmentation de la température. De plus, la viscosité apparente augmente avec l'augmentation du paramètre Dufour de D_f=-0,6 à 0,6. Cependant, aucun impact significatif du paramètre Dufour sur les iso-concentrations n'est observé, où les iso-concentrations se déplacent légèrement vers la paroi chaude.

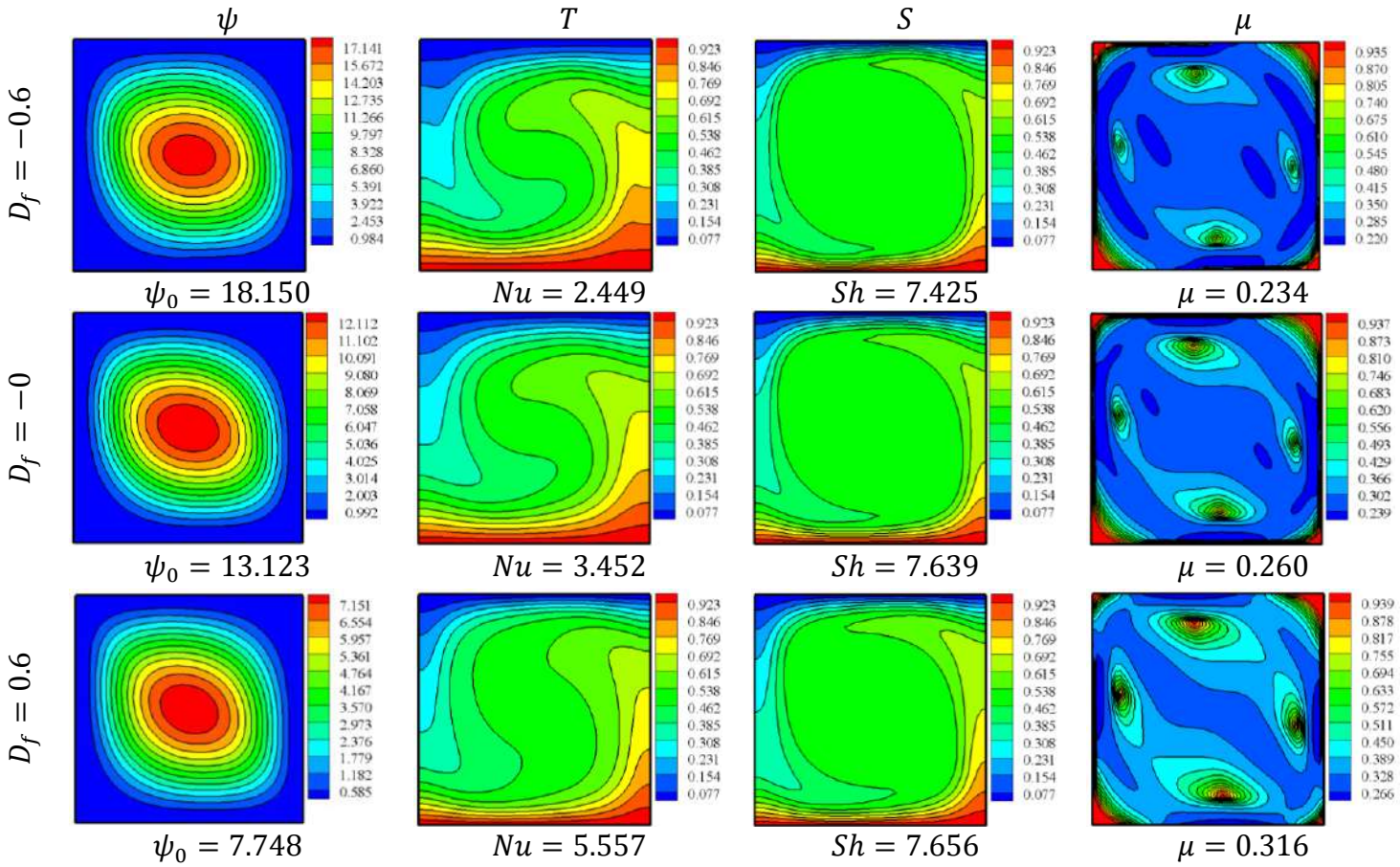


Figure 4.6 : Présenter les effet du paramètre Dufour, D_f , lignes de courant, ψ, des isothermes, T, l'iso-concentration, S, et de la viscosité apparente, μ, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 0$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$ and $S_r = 0$.

4.4. Effet des paramètres Rhéologique sur les profils de viscosité

Les profils de la viscosité apparente, μ, à travers l'enceinte à l'emplacement de la largeur moyenne (y=0) sont tracés sur les figures 4.7(a)-4.7(d) pour RaT=10^4, Le=10, N=-0. 5, γ=0° et S_r=D_f=0. D'après l'équation (14), nous voyons que μ=1 lorsque n=1,=0, et s=1, respectivement. En diminuant les quantités de n et s ou en augmentant les quantités de E et a, l'effet d'amincissement par cisaillement devient considérable près des parois ou du centre de la

cavité, ce qui réduit la viscosité du fluide et entraîne des taux de cisaillement élevés. En comparant les résultats à un cas newtonien, nous constatons que le comportement d'amincissement par cisaillement renforce la circulation convective. Cette observation est identique aux résultats obtenus par Lamsaadi et al, [46], Benouared et al, [53] et Alloui et Vasseur [54] dans leurs travaux sur la convection thermique pure dans des cavités horizontales et verticales.

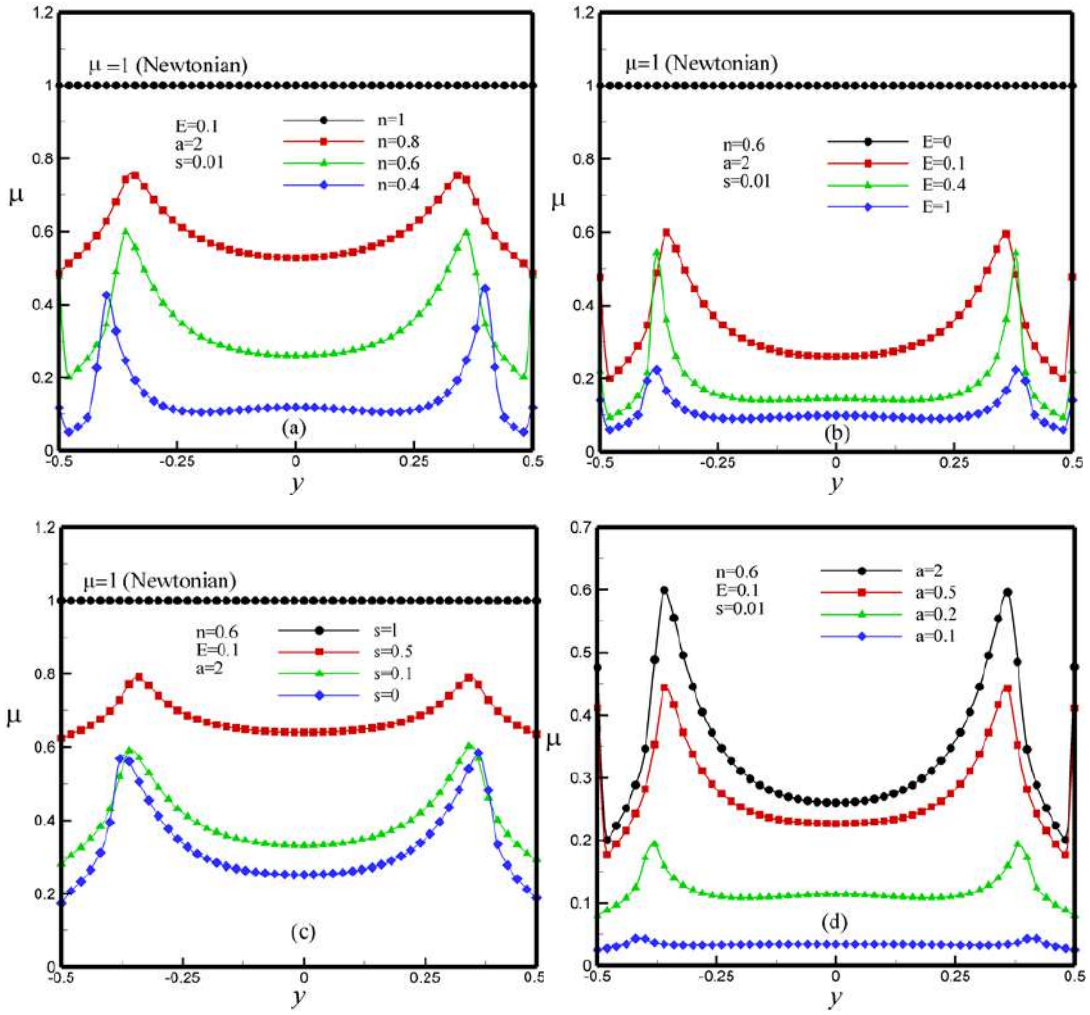


Figure 4.7 : Présenter la viscosité apparente à y=0 : (a) influence de n ; (b) influence du paramètre de la constante de temps, E ; (c) influence de s ; et (d) influence du paramètre, a, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, γ=0° et $S_r = D_f = 0$.

4.5. Effet des paramètres rhéologiques sur les profils de la fonction courant, la composante horizontale de la vitesse, la température et la concentration

Les figures 4.8, 4.9, 4.10 et 4.11 montrent l'effet de la variation des paramètres rhéologiques du modèle de Carreau-Yasuda (n, E, s, a) sur les profils de la fonction de courant, Ψ, la composante horizontale de la vitesse, u , la température, T , et la concentration,

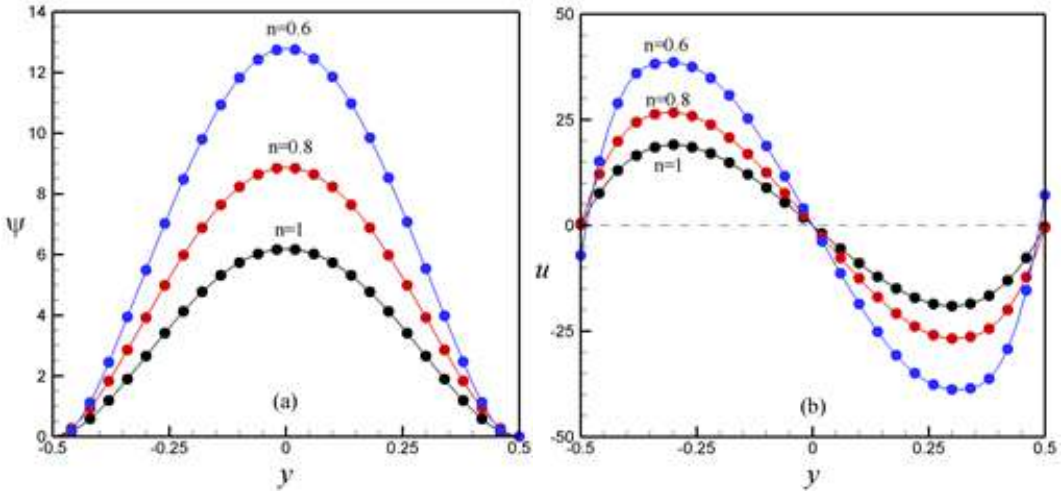
C , obtenus au centre de la cavité. Toutes les résultats numériques sont présentés pour : un nombre de Prandtl Pr =10, un nombre de Rayleigh thermique $Ra_T = 10^4$.

4.5.1. Effet du paramètre rhéologique de loi de puissance, *n*,

La figure 4.8 montre les résultats numériques des profils de la fonction d'écoulement, la composante horizontale de la vitesse, la température et de la concentration obtenus au centre de la cavité (y=0), pour différentes valeurs de n, respectivement. Pour: $Ra_T = 10^4$, $E = 0.1$, $s = 0.01$. $a = 2$ et Pr=10. Comme le montre la figure 4.8 (a), l'intensité du flux augmente avec la diminution de l'indice de puissance, tandis que le fluide devient de plus en plus mince au cisaillement. Par conséquent, la circulation du flux à l'intérieur de la cavité favorisée. Le comportement ci-dessus, prédit par le modèle Carreau-Yasuda, est qualitativement en accord avec les résultats numériques rapportés dans le passé, basés sur le modèle power-law, pour les fluides de cisaillement. [34.47.97.98]

Le profil de vitesse est symétrique par rapport au centre de la cavité, la figure 4.8(b) montre que la vitesse augmente de zéro au niveau de la paroi (conditions d'adhérences) jusqu'à un pic dans une zone appelée la couche sous-viscérale. Dans cette région centrale, la vitesse devient presque constante. Dans cette région centrale, la vitesse devient presque constante, puis diminue progressivement jusqu'à zéro au niveau du centre de la cavité (y=0).

La figure 4.8 (c) montre que lorsque l'indice de puissance diminue, la température entre les parois horizontales diminue, ce qui entraîne une augmentation significative du taux de transfert de chaleur par convection (c'est-à-dire le nombre de Nu). La même remarque a été confirmée par les profils de concentration, comme le montre la figure 4.8(d), On remarque que la différence de concentration entre les deux parois horizontales devient suffisamment faible pour augmenter le transfert de masse.



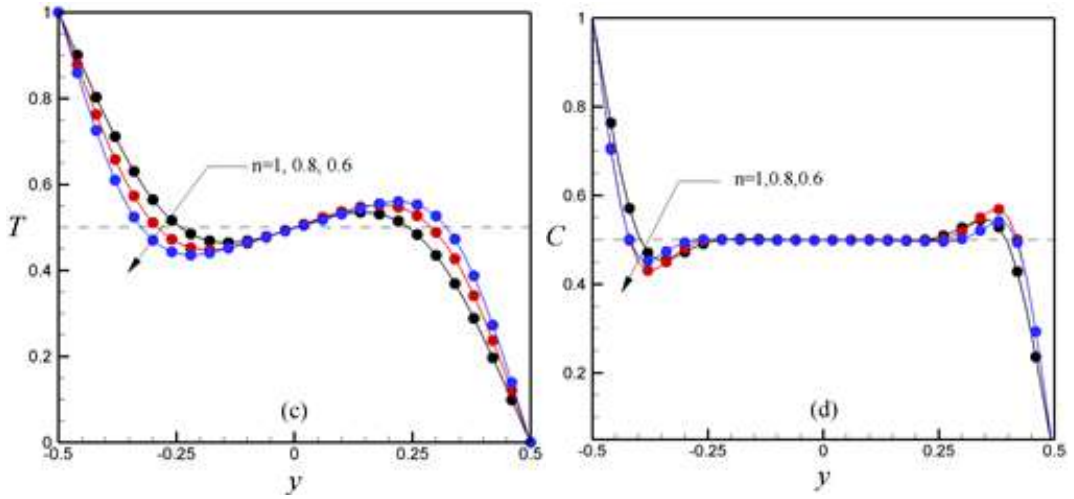


Figure 4.8 : Effet de l'indice de puissance, n, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $E = 0.1$, $s = 0.01$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10.

4.5.2. Effet de la constante de temps sans dimension, E,

L'influence de la constante de temps sans dimension, E, L'opposé du rat de cisaillement critique qui indique le début de l'amincissement par cisaillement. sur les profils de la fonction d'écoulement, Ψ, la composante horizontale de la vitesse, u, la température, T, et la concentration, C. Obtenus au centre de la cavité, $y = 0$. Sont montrés dans la figure 4.9. Pour $n = 0.6$.

La figure 4.9(a) montre que l'intensité d'écoulement convectif est significativement augmentée lorsque la valeur de,E, est plus élevée. Cela nous permet de déduire une amélioration des flux convectifs à l'intérieur de la cavité, $E \to \infty$ la valeur de viscosité apparente $\eta \to s$ .lorsque le fluide devient Newtonienne. Il y a une légère augmentation de l'intensité de l'écoulement et de la magnitude de la vitesse, u, avec une augmentation du paramètre de constante de temps différente,E, qui est clairement perceptible pour $E = 0.8$.

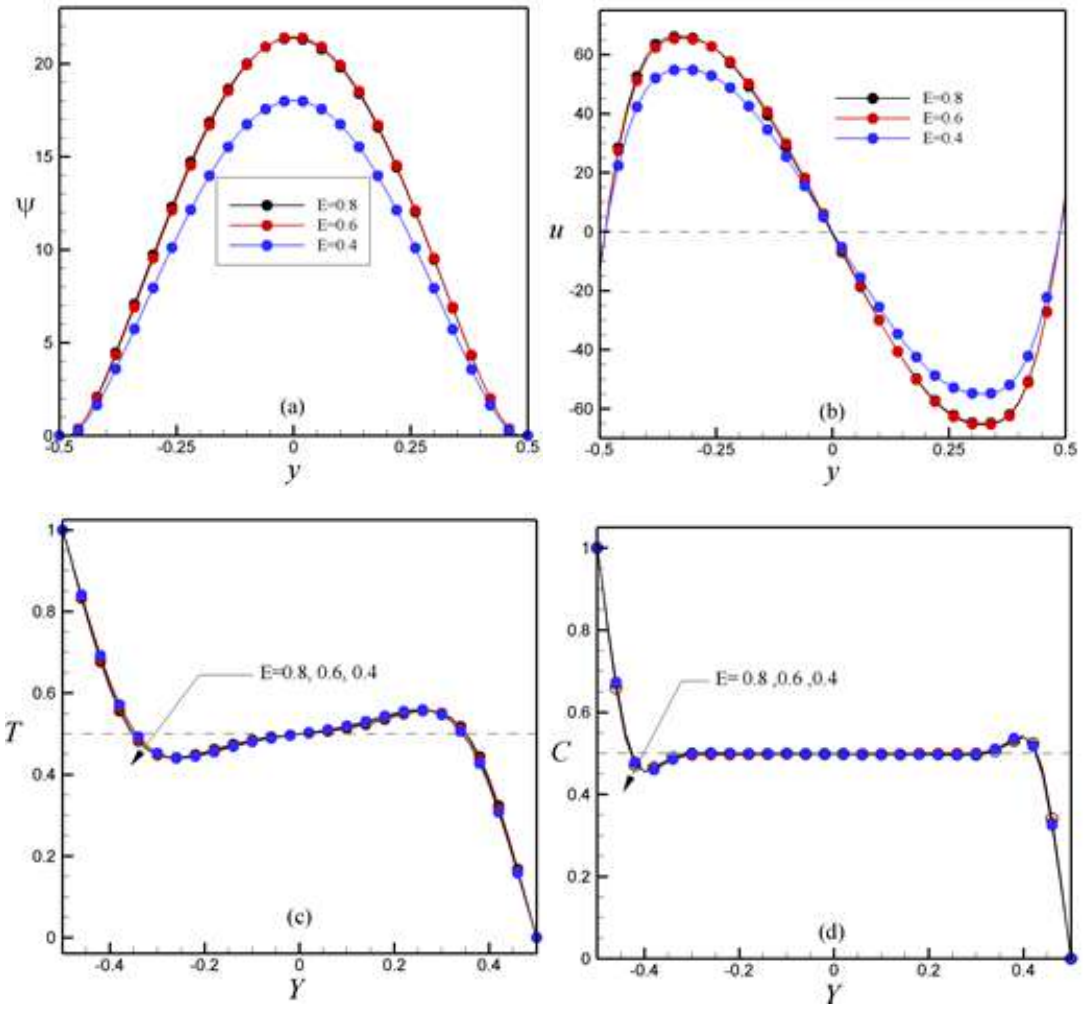


Figure 4.9 : Effet de différents paramètres de constante de temps, *E*, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $n = 0.6$, $s = 0.01$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10.

4.5.3. Effet du paramètre, s,

La figure 4.10 montre l'effet du rapport entre les viscosités infinie et nulle, s, sur la fonction d'écoulement, Ψ, la vitesse verticale, u, les transferts de chaleurs et de masse obtenus au centre de la cavité.

La figure 4.10(a) montre que lorsque le rapport entre les viscosités infinie et nulle, s, diminue, l'intensité de l'écoulement augmente et favorise ainsi la circulation de l'écoulement dans la cavité. La même observation a été confirmée par les profils de vitesse verticaux de la Fig. 4.10(b). L'écoulement du fluide a été renforcé dans les deux couches de fluide. De plus, les profils de température, *T*, et de concentration, *C*, présentés dans les Fig. 4.10(c)-(d) indiquent que l'ampleur des taux de transfert convectif de chaleur et de masse augmente lorsque la différence de température et la différence de concentration entre les parois horizontales sont

réduites avec des valeurs décroissantes du rapport des viscosités infinie et nulle, s, de s=1 à s=0 (ce qui entraîne une augmentation des nombres de Nusselt et de Sherwood). Nous observons que lorsque le paramètre, s, diminue de 1 à 0, l'intensité du flux et le transfert de chaleur et de masse par convection sont favorisés.

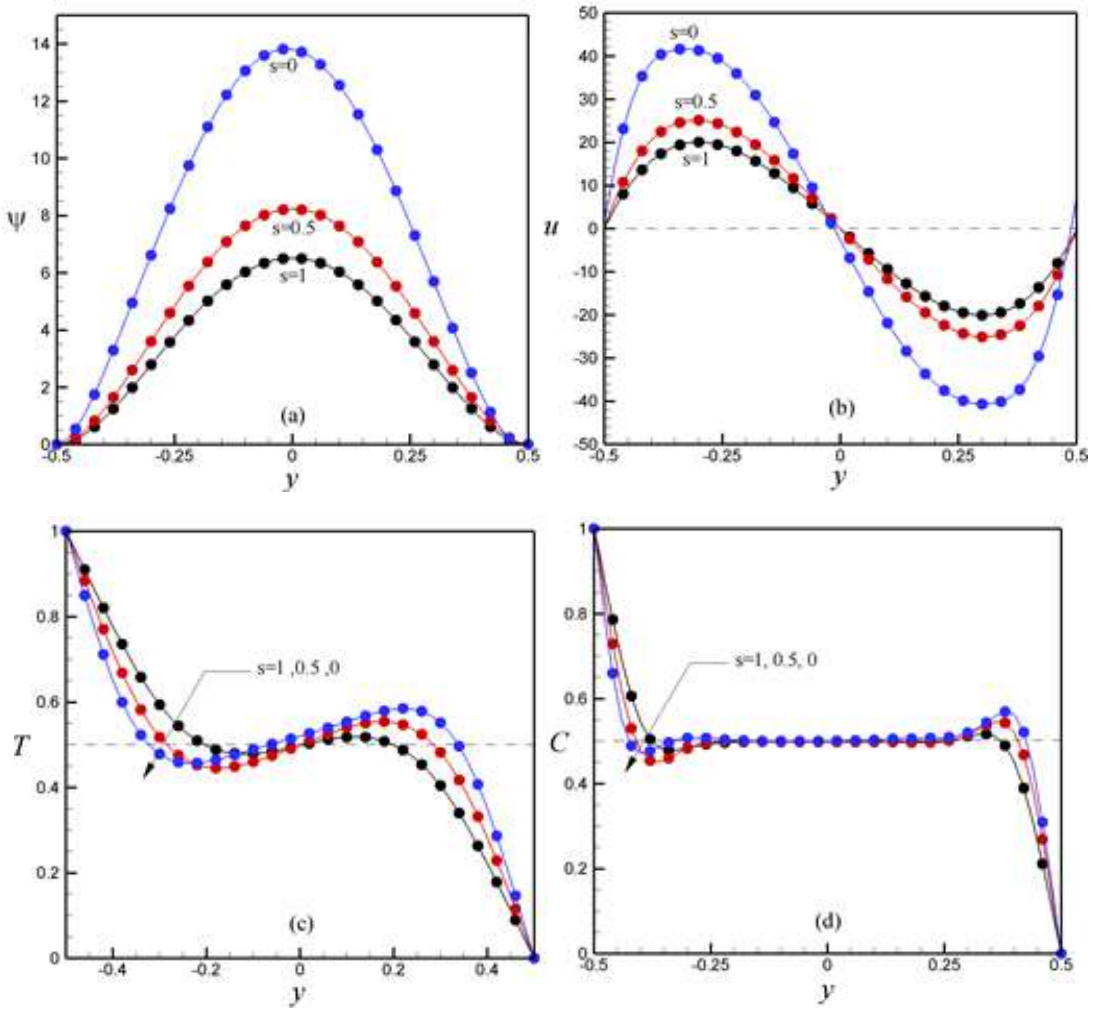


Figure 4.10 : Effet du rapport entre la viscosité infinie et la viscosité nulle, s, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4$, $n = 0.6$, $E = 0.1$, $a = 2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Pr =10.

4.5.4. Effet du paramètre, *a*,

La figure 4.11 illustre l'effet de paramètre a sur l'évolution des profils sur la fonction d'écoulement, Ψ, la composante verticale de la vitesse, u, la température , T,et la concentration, S. On observe que l'intensité de l'écoulement et le transfert convectif de chaleur et de masse augmentent de manière significative lorsque l'on diminue le paramètre a, qui décrit la région de transfert entre la région de taux de cisaillement nul et la région de loi de puissance de (a=2) à

(*a*=0,2). Notez que la viscosité apparente $\eta \to s$ à une petite valeur lorsque $a \to 0$. En fait, ces résultats indiquent que pour de petites valeurs de a, la force convective, le transfert de chaleur et de masse deviennent très importants.

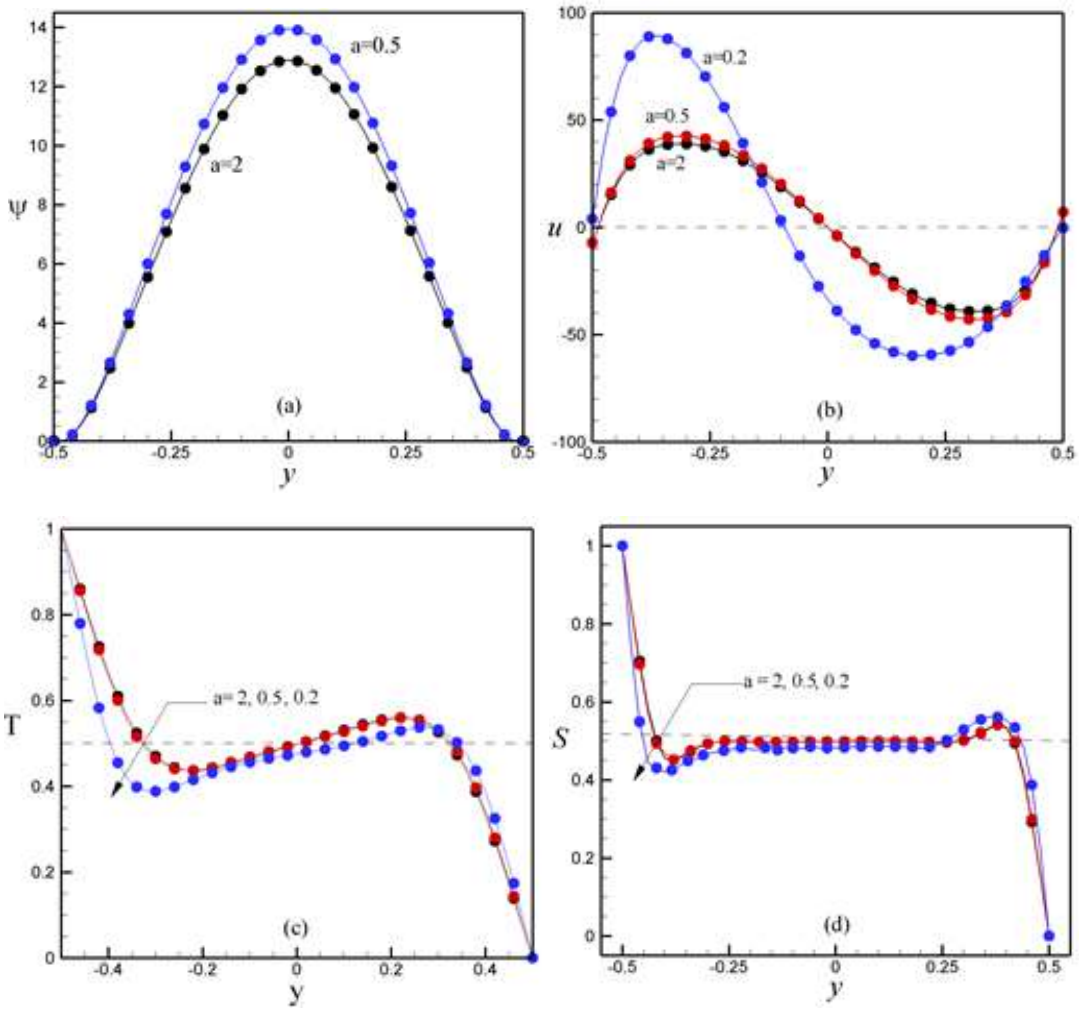


Figure 4.11 : Effet du paramètre, a, sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) la vitesse horizontale, u, (c) la température, T, et (d) les profils de concentration, S, sont obtenue pour $Ra_T = 10^4, n = 0.6$, $s = 0.01, a = 2$, $Le = 10, N = -0.5$. et Pr =10.

4.6. Effet des paramètres Rhéologique, n, E, s, et, a, sur le taux de cisaillement

La figure 4.12 montre l'effet du taux de cisaillement sur la viscosité apparente du fluide Non-Newtonien pour différentes valeurs des paramètres Rhéologique de Carreau-Yasuda (*n*, *E*, *s et a*). La figure 4.12 (a) montre que pour une valeur donnée de l'indice de puissance, *a*, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement. On observe que le comportement d'amincissement par cisaillement est renforcé lorsque la valeur du paramètre n diminue. Comme le montrent les résultats calculés pour *n*=1, la viscosité apparente est apparue

à μ=1, ce qui représente un état fluidique newtonien où le taux de cisaillement n'influence pas la viscosité apparente.

D'après la figure 4.12(b), l'augmentation du paramètre, E, induit une diminution de la viscosité apparente. Pour E=0, il a été constaté que la viscosité apparente apparaissait à μ=1. La figure 4.12(c) montre que toute augmentation de, s, entraîne une augmentation de la viscosité apparente du fluide et μ=1 pour s=1. La figure 4.12(d) montre l'effet du taux de cisaillement sur la viscosité apparente pour différentes valeurs du paramètre, a, Pour a allant de 0,2 à 2. Comme mentionnée, l'augmentation du taux de cisaillement réduit la viscosité apparente, le paramètre a décrit la largeur de la transition entre le comportement à taux de cisaillement nul et la région de la loi de puissance. Cette région de transition est considérablement élargie lorsque diminution de la valeur du paramètre a, Comme on peut le voir sur le graphique.

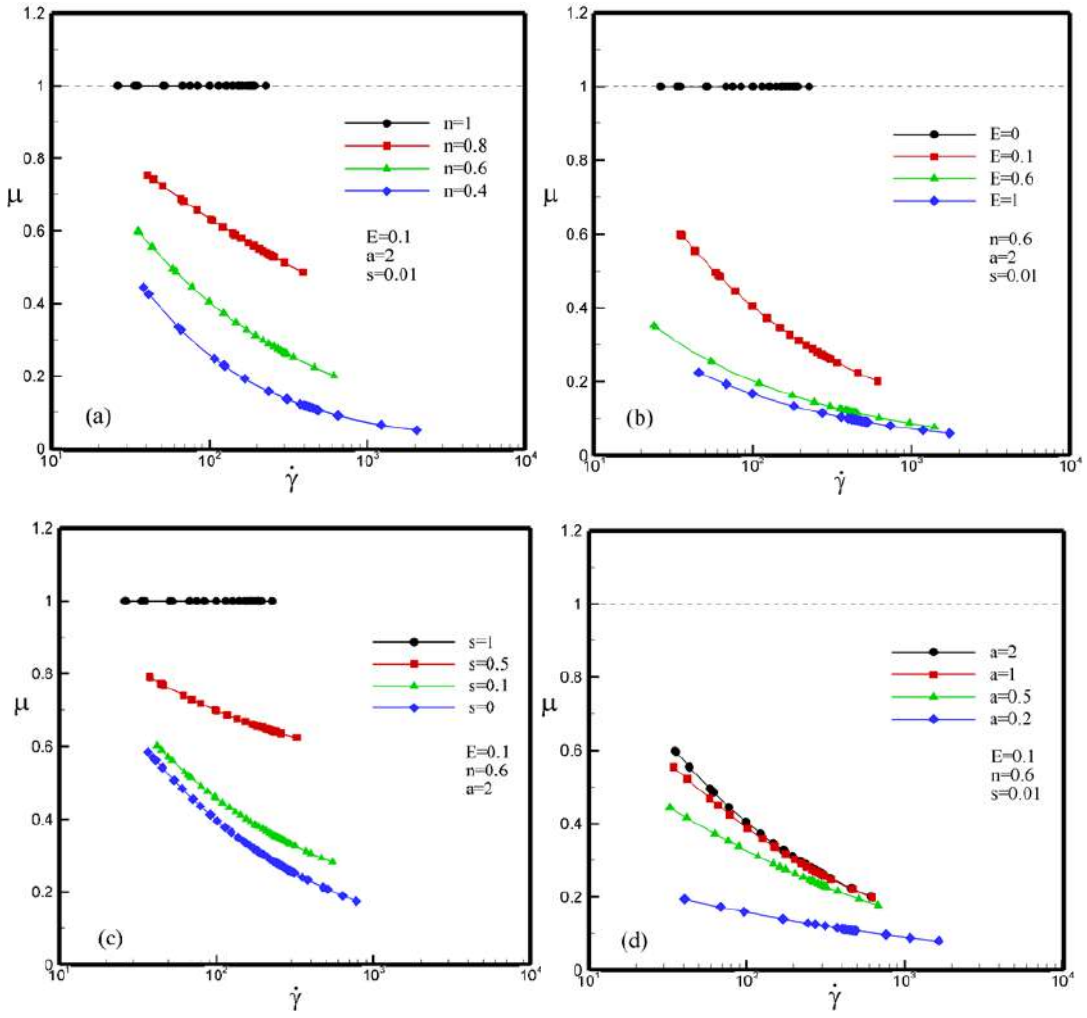


Figure 4.12 : Viscosité apparente, μ, en fonction du taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$ et $S_r = D_f = 0$;; impact de : (a) l'indice de comportement

d'écoulement, n ; (b) le paramètre de constante de temps, E ; (c) le paramètre, s, le paramètre, a.

4.7. Effet des paramètres rhéologique et le nombre de Rayleigh sur l'apparition de la convection

4.7.1. Effet des paramètres, *n,* et , *Ra,* sur l'apparition de la convection

L'impact de l'indice de comportement d'écoulement, n, sur la fonction d'écoulement, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Nusselt, Nu, et Sherwood, Sh, en fonction de Ra_T pour $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$ et $S_r = D_f = 0$, Illustré à la figure 4.13. quelque soit la valeur de *n*, on constate que la fonction d'écoulement, les taux d'échange de chaleur et de masse, augmentent de façon monotone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et que la viscosité apparente diminue, comme le montre la figure 4.13(a)-(c). Par ailleurs, cette figure indique également la présence d'une convection sous-critique pour les différentes valeurs du l'indice de comportement *n*, considérées dans ce problème.

La figure 4.13(a) montre pour n = 0,4 la bifurcation sous-critique. L'écoulement est défini par une transition de quiescent à convectif avec une amplitude bornée à $\psi_0 = 3.637$. Cette transition se produit à un nombre de Rayleigh sous-critique $Ra_{Tc}^{sub} = 2270$. En dessous de la valeur critique, le résultat était purement conducteur $\psi_0 = 0$, $Nu = Sh = 1$ et $\mu = 1$. Station d'émergence à un Rayleigh supercritique. $sup\ Ra_{TC}^{sup}$, alors le régime caractérisé est convectif. Pour ($n < 1$), le nombre de Rayleigh critique (Rayleigh sous-critique) est augmenté. En effet, que la convection sous-critique est fortement influencée par l'indice de comportement de l'écoulement. De plus, La seule différence qui existe réside dans le fait que dans le cas présent, une diminution de l'indice de loi de puissance améliorent les mouvements convectives et les transferts de chaleur et de masse d'une part et favorise l'apparition précoce de la convection sous-critique d'autre part.

La viscosité apparente est significativement réduite avec la diminution de n (figure 4.13b) dont le rôle principal est de réduire les résistances visqueuses d'une part et d'améliorer l'écoulement convectif d'autre part.

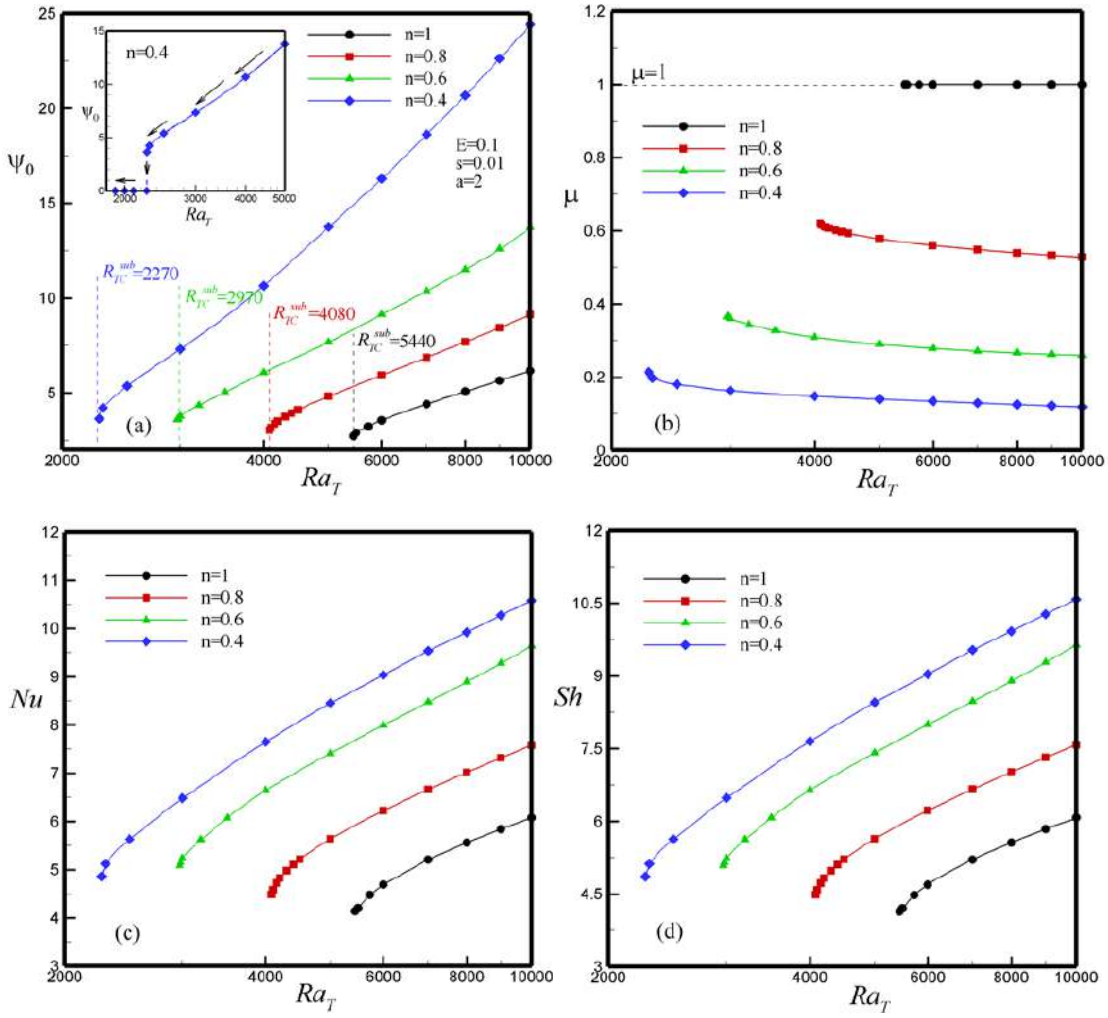


Figure 4.13 : Effet du nombre de Rayleigh, Ra_T, et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.7.2. Effet de paramètre, *a*, sur l'apparition de la convection

La figure 4.14 montre les effets du paramètre, a, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Nusselt et les nombres de Sherwood en variations en fonction de l'indice de puissance, n, à Ra_T=10^4, Le=10, N=-0. 5, E=0.1, s=10-2, γ=0° et $S_r = D_f = 0$. En diminuant le paramètre, a, l'augmentation de la fonction d'écoulement montrée dans la Figure 4.14(a). La fonction de flux est petite pour n=1 et augmente avec la diminution de n. La figure 4.14(b) représente la variation du la viscosité apparente en fonction de *n* pour différente valeurs de paramètre *a*, montre la viscosité diminue avec la diminution du *n*, alors que pour des valeurs inférieures de a, la viscosité diminue. Ensuite, nous considérons l'influence de la diminution de *n* sur la diminution de la viscosité apparente du haut (μ=1) aux fluides newtoniens

vers le bas aux fluides d'amincissement par cisaillement. D'après les figures (4.14-c) et (4.14-d), les nombres de Nu et Sh augmentent avec la diminution du paramètre, a. Quelque soit les valeurs de paramètre a, L'échange convectif de chaleur et de masse est amélioré en diminuant le paramètre, a, tandis que le comportement du nombre de Sherwood devient considérable. Il est intéressant de noter que Nu et Sh pour les fluides newtoniens sont inférieurs et supérieurs aux fluides à cisaillement fin (pseudo-plastique n<1).

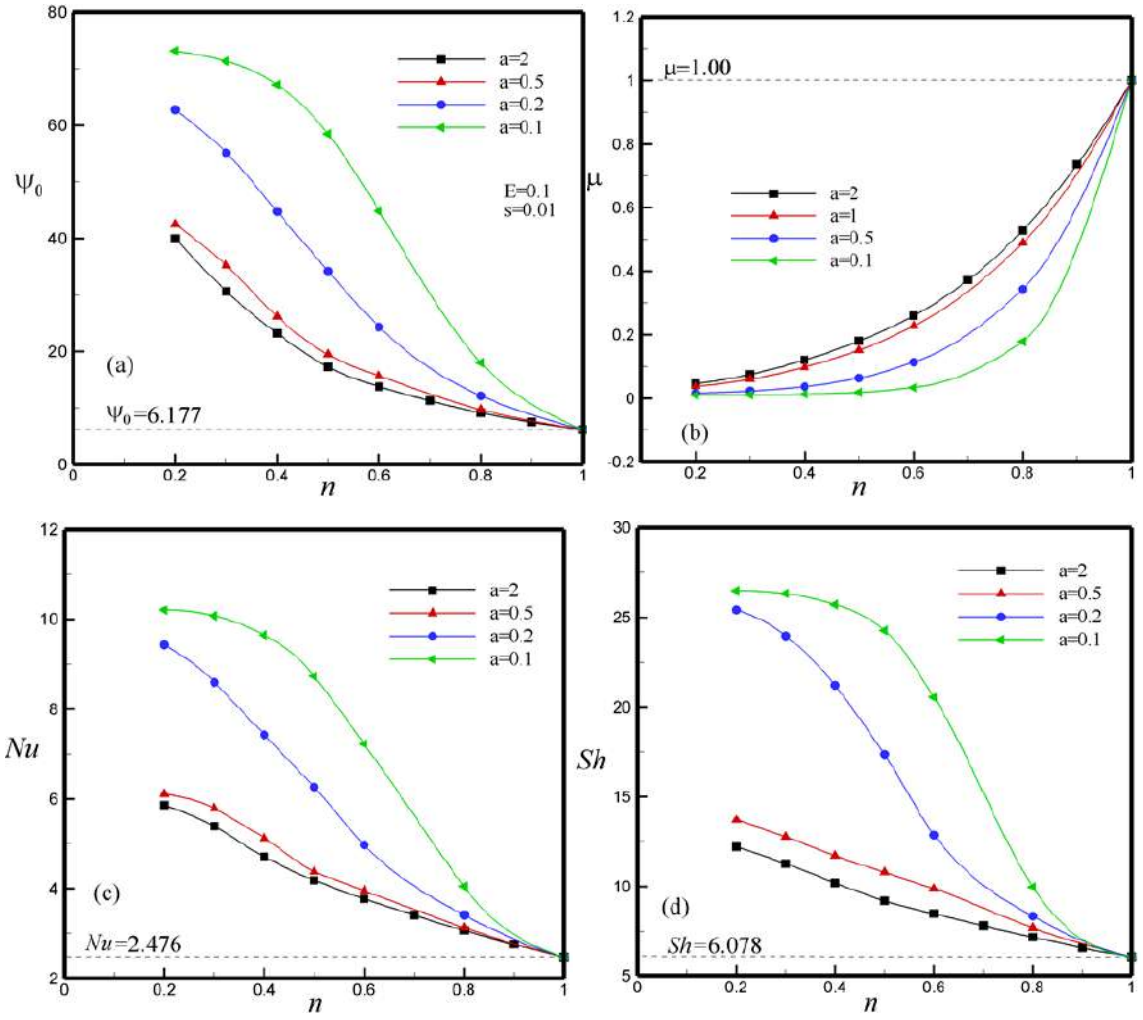


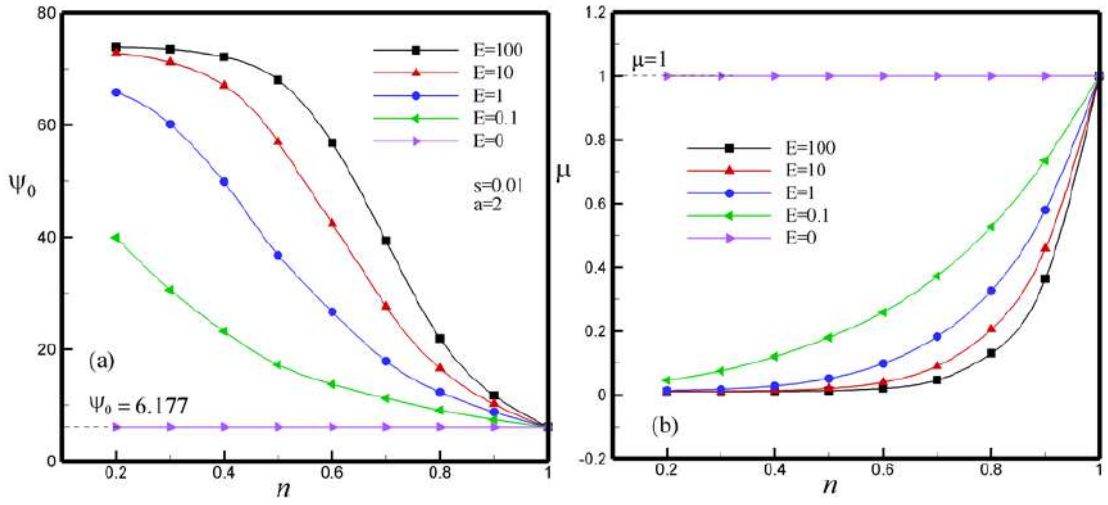
Figure 4.14 : Effet du paramètre, a, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.7.3. Effet des paramètres, E, sur l'apparition de la convection

La figure 4.15 montre l'effet du paramètre de constante de temps, E, et de l'indice de comportement d'écoulement, n, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre

de Nusselt et les nombres de Sherwood en fonction de l'indice de comportement d'écoulement. n, à Ra_T =10^4, Le=10, N=-0.5, a=2, s=10-2, γ=0° et $S_r = D_f = 0$. D'après la figure4.15(a), la fonction d'écoulement change et augmente rapidement avec E augmenté à ψ_0=6.177. La figure 4.15(b) évalue l'influence de E sur la viscosité apparente, où elle augmente avec la diminution de E. La viscosité apparente augmente pour différentes quantités de n, lorsque le paramètre E diminue. De plus, pour E=0, la viscosité apparente est proche de 1, ce qui confirme le comportement newtonien. Les résultats montrent également une diminution considérable de la viscosité apparente en diminuant E de 100 à 0. La viscosité apparente augmente pour les fluides qui se fluidifient par cisaillement (fluides pseudo-plastiques) (n<1) et diminue lorsque n augmente. Ce résultat nous laisse supposer l'existence d'une transition entre le plateau de viscosité constante à faible cisaillement et la partie loi de puissance. En outre, Nu et Sh augmentent avec l'augmentation de E. Les figures 4.15(c) et 4.15(d) indiquent qu'une augmentation de paramètre de E de 0 à 100 améliore à la fois l'écoulement convectif et les taux de transfert de chaleur et de masse à l'intérieur de la cavité considérée.

Les taux d'échange de chaleur et de masse augmentent avec l'augmentation de, alors que pour des valeurs inférieures de n, le nombre de Nu et Sh augmente avec l'augmentation de E.



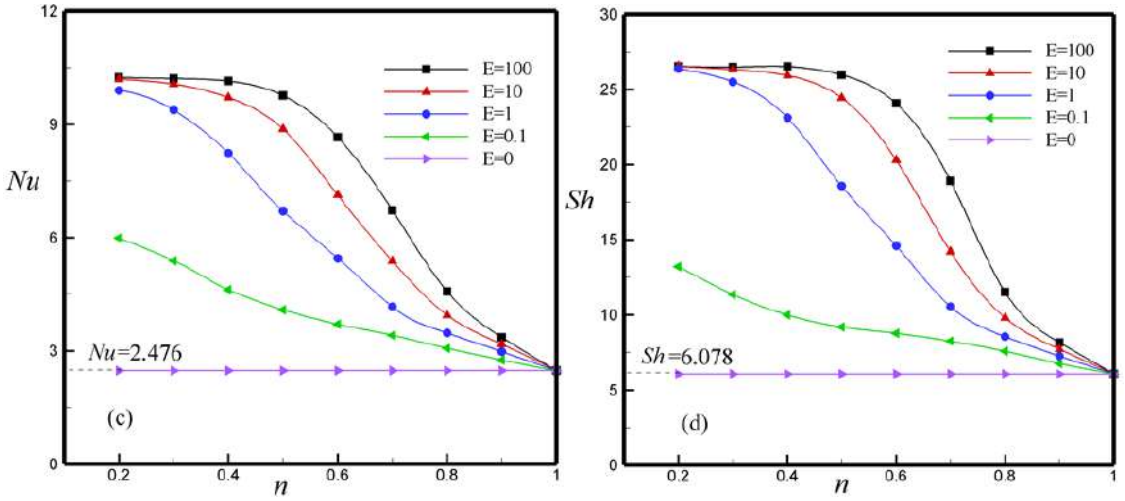


Figure 4.15 : Effet du paramètre de constante de temps, E, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.7.4. Effet des paramètres, s, sur l'apparition de la convection

L'influence de s et n sur la fonction de flux, la viscosité apparente, le nombre de Nusselt et les nombres de Sherwood pour Ra_T=10^4, Le=10, N=-0,5, E=0,1, a=2, γ=0°, et $S_r = D_f = 0$ est présentée dans la Figure 4.16. Figure 4.16(a) il montre que la fonction de flux reste constante à ψ_0, =6,177 pour s=1, puis elle augmente progressivement avec la diminution de s. La fonction de flux augmente avec la diminution de n. La viscosité apparente augmente avec l'augmentation de s, au maximum à μ=1 pour s=1. La viscosité diminue de haut en bas avec les valeurs de n pour différentes quantités de s. Les figures 4.16(c) et 4.16(d) montrent l'effet du paramètre s sur Nu et Sh. La diminution de s entraîne une augmentation de Nu et de Sh. Par conséquent, cela prouve que les taux de convection augmentent par la diminution de s, de ce paramètre de 1 à 0.2. Ce qui montre clairement l'influence de n, démontrant que la convection significative a augmenté avec la diminution de n (des fluides newtoniens aux fluides à cisaillement réduit).

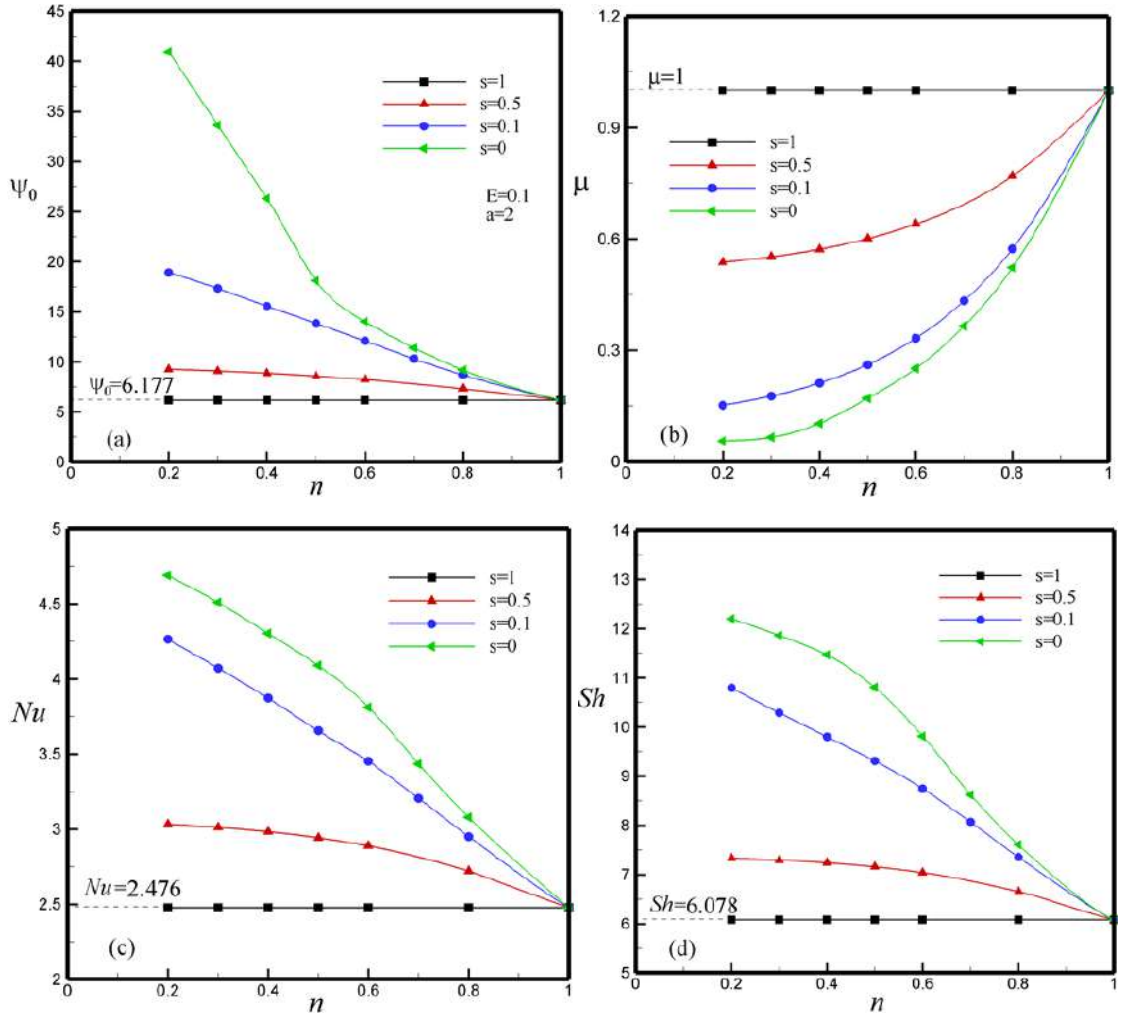


Figure 4.16 : Impact de s et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $E = 0.1$, $a = 2$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.8. Effet de nombre de Soret , S_r, sur l'apparition de la convection

L'effet du nombre de Soret, S_r, et de n sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, Nu et Sh est illustré sur la Figure 4.17 à Ra_T =10^4, Le=10, N=-0. 5, γ=0° et D_f=0. D'après la figure 4.17(a), la fonction d'écoulement augmente légèrement lorsque S_r passe de -1 à 1. Pour des valeurs élevées de n, ψ_0 augmente progressivement avec la diminution de n. Par ailleurs, on constate que la viscosité apparente diminue de 1 à 0,4 quelle que soit la valeur de S_r est montrée dans la figure 4.17 (b).

La figure 4.17(c) et (d) reproduit l'influence de S_r sur la variation de nombre de Nu et Sh en fonction de n. Il ressort que l'augmentation du Sr entraîne une augmentation de Sh et une légère augmentation est trouvée sur le nombre de Nu avec la diminution de n de 1 à 0,4. Alors que

pour des valeurs supérieure de Sr, le nombre de Sherwood augmente. Nous observons que le nombre de Sherwood croît avec l'augmentation de Soret. Cette évaluation montre clairement que influence de l'effet de Soret sur le transfert de masse est plus importante que sur le transfert de chaleur. Cependant, la distribution de concentration induite par effet Soret et par convection De plus, l'augmentation des échanges de chaleur et de masse pour les fluides de cisaillement est opposée à celle des fluides newtoniens.

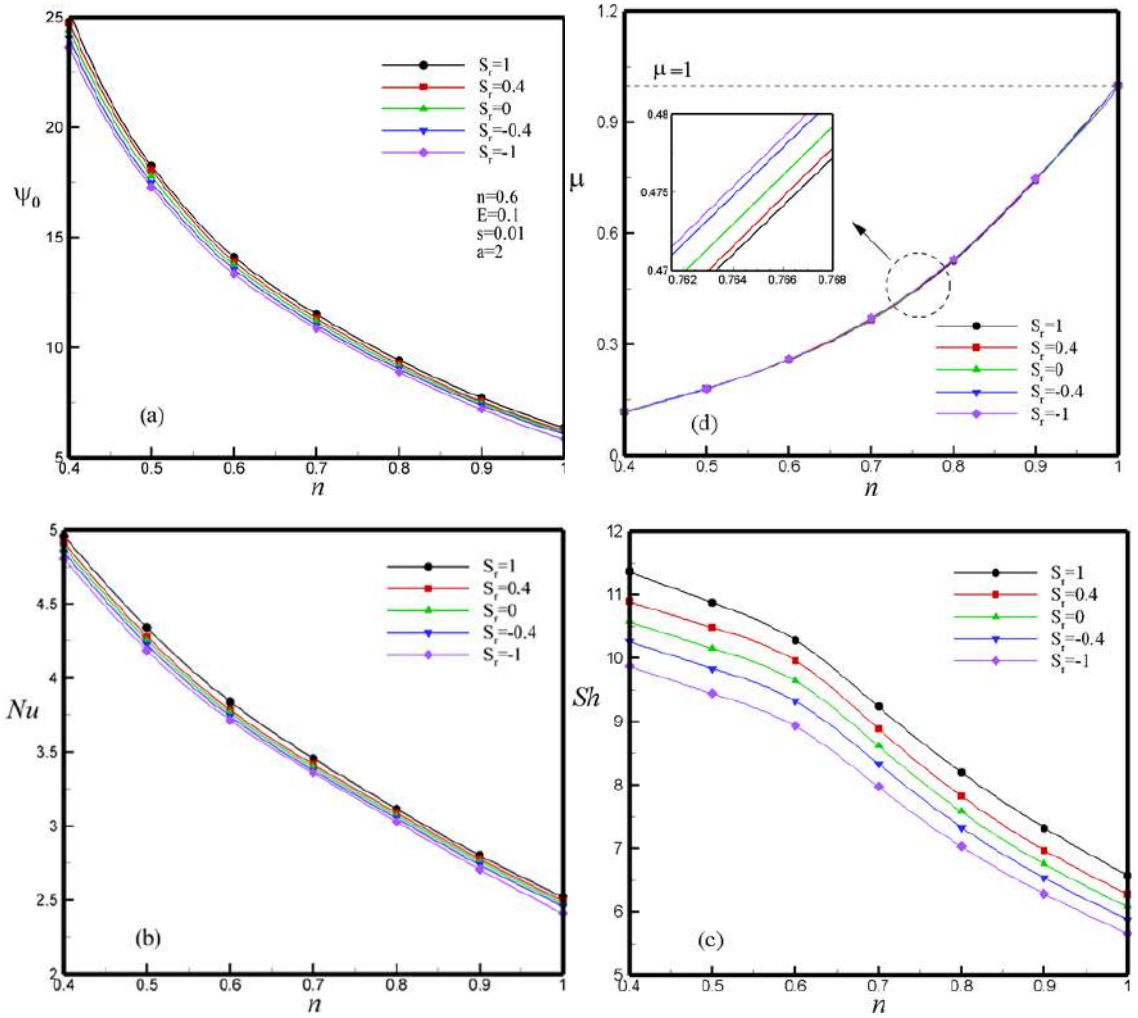


Figure 4.17 : Effet du nombre de Soret, Sr, et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $D_f = 0$ et Pr =10.

4.9. Effet de nombre de Dufour, Df, sur l'apparition de la convection

La figure 4.18 montre l'effet du nombre de Dufour, Df, et n, sur la fonction de flux, la viscosité apparente, Nu, et Sh pour Ra_T=10^4, Le=10, N=-0. 5, γ=0° et Sr=0. Sur la Figure 4.18(a), la fonction de flux augmente avec la diminution du nombre de Dufour, Df, pour n<1. De plus, l'influence de l'effet de Dufour sur l'intensité d'écoulement est plus prononcée que

celui de nombre de Soret. D'après la figure 4.18(b), l'influence de D_f sur la viscosité apparente est mise en évidence. La viscosité apparente augmente avec l'augmentation de D_f. De même, la viscosité apparente est diminuée de façon monotone de 1 à 0.4. Cependant, pour de petites valeurs de fluides d'amincissement par cisaillement (n<1), la viscosité est faible.

L'influence de l'effet de Dufour sur le Nombre de Nu et Sh sont montrée sur les figures 4.18(c) et 4.18 (d), de ces graphes il ressort que la thermodifusion n'a qu'une faible influence sur le transport de masse, mais dans le sens inverse l'influence de la diffusion thermique alors que l'effet de Dufour est très significatif. Quelque soit la valeur de n, le nombre de Sherwood augment avec l'augmentation du nombre de Dufour. Le nombre de Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Dufour.

On y remarque encore que cette augmentation de la concentration en fonction de Dufour est insignifiante et que dans beaucoup de cas on admit que l'effet de Dufour sur le transfert de masse est négligeable. Notons que les nombres Nu et Sh pour n<1 sont beaucoup plus élevés que ceux des fluides newtoniens (n=1).

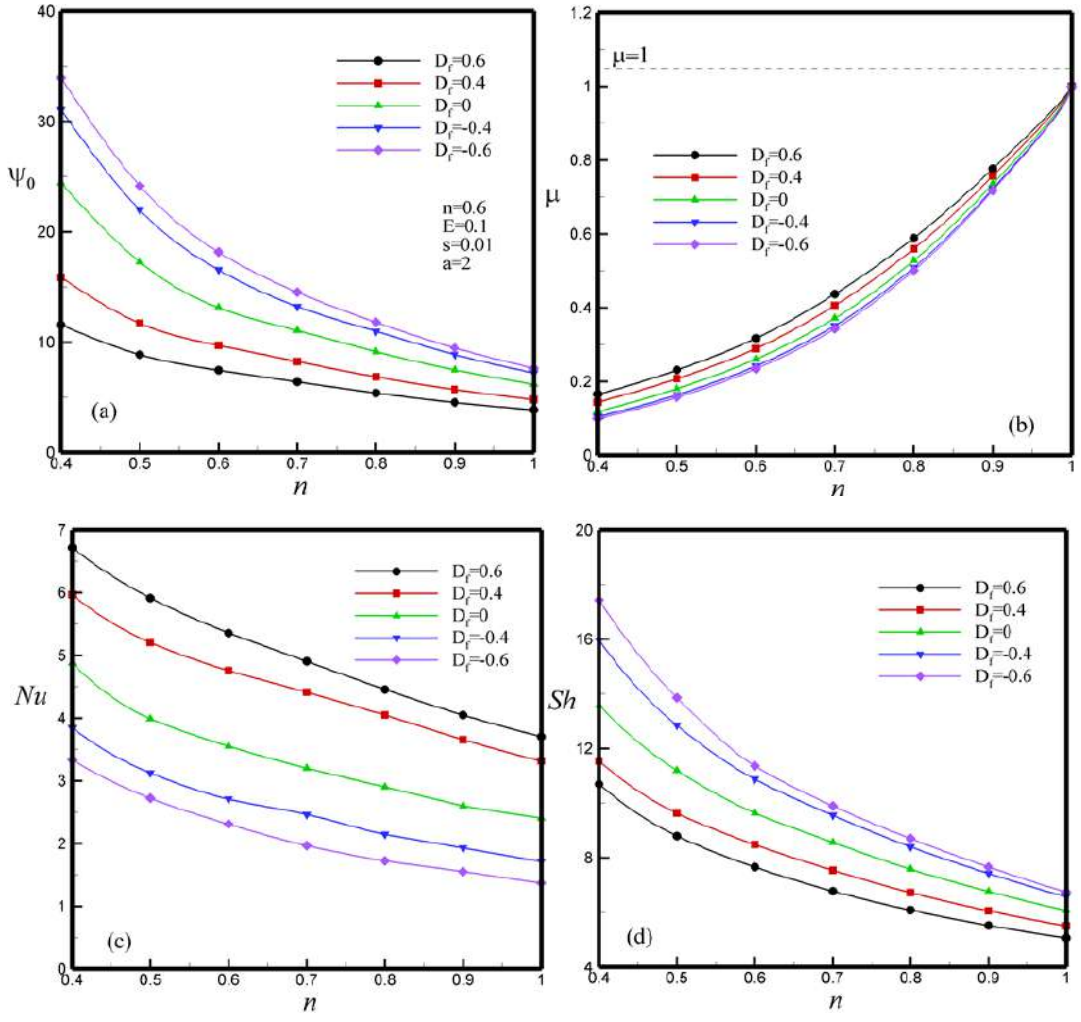


Figure 4.18 : Impact de Df et n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $S_r = 0$ et Pr =10.

4.10. Effet de nombre de Lewis, Le, sur l'apparition de la convection

Le nombre de Lewis est par définition, le rapport de la diffusivité thermique du fluide sur la diffusivité solutale. Le choix de sa valeur, influe considérablement sur l'intensité de l'écoulement et sur les transferts thermiques. Le contrôle de l'écoulement peut, selon la valeur choisie, être dominé soit par les effets solutaires, soit par les effets thermiques, et dans les deux cas les phénomènes générés méritent une attention particulière afin de trouver la signification physique correspondante.

La figure 4.19 reprend l'influence de, Le, et de n sur la fonction de flux, la viscosité apparente, Nu et Sh pour Ra_T =10^4, N=-0,5, γ=0° et Sr=Df=0. L'influence du nombre de Lewis sur la fonction de courant, est illustré sur la Figure (4.19 a), on remarque que cet effet est plus important pour le cas des fluides rhé-fluidifiante. Lorsque, Le, est augmenté de 1 à 50, Pour de faibles valeurs de Lewis, les effets solutaux contrôlent entièrement l'écoulement convectif, et puisque les forces d'Archimède solutales et thermiques sont coopérants l'intensité de l'écoulement atteint un maximum pour *n*, décroitre vers une valeur constante. L'effet de, Le, sur la viscosité apparente est illustré à la figure 4.19(b), où la viscosité apparente augmente linéairement avec la diminution de, Le. En diminuant la valeur de n, la viscosité apparente diminue de façon monotone jusqu'à atteindre une valeur constante pour les fluides de cisaillement, n=0,4. Les figures 4.19(c) et (d) montrent la variation de *Nu* et Sh en fonction de n. En effet, l'augmentation de Le entraîne une augmentation cohérente de Nu et Sh. en passant par un maximum lorsque *n*=0.4. Par conséquent, le modèle confirme que l'échange de chaleur et de masse est renforcé avec l'augmentation de, Le, pour différents n. On remarque que le nombre de Sherwood est plus important, lorsque les effets solutaux et thermiques sont coopérants et déstabilisent le système. Cela découle du fait que lorsque le nombre de *Le* est suffisent grande, le processus de transfert de masse est dominant que le transfert de chaleur, s'explique par le fait que le coefficient de masse devient important que le coefficient de la chaleur et que le gradient de concentration est dominé par la diffusion. Par conséquent le transfert de masse est principalement dû à la convection. L'intensité de la convection est plus faible pour les fluides newtoniens et contrairement aux fluides psuodoplastiques.

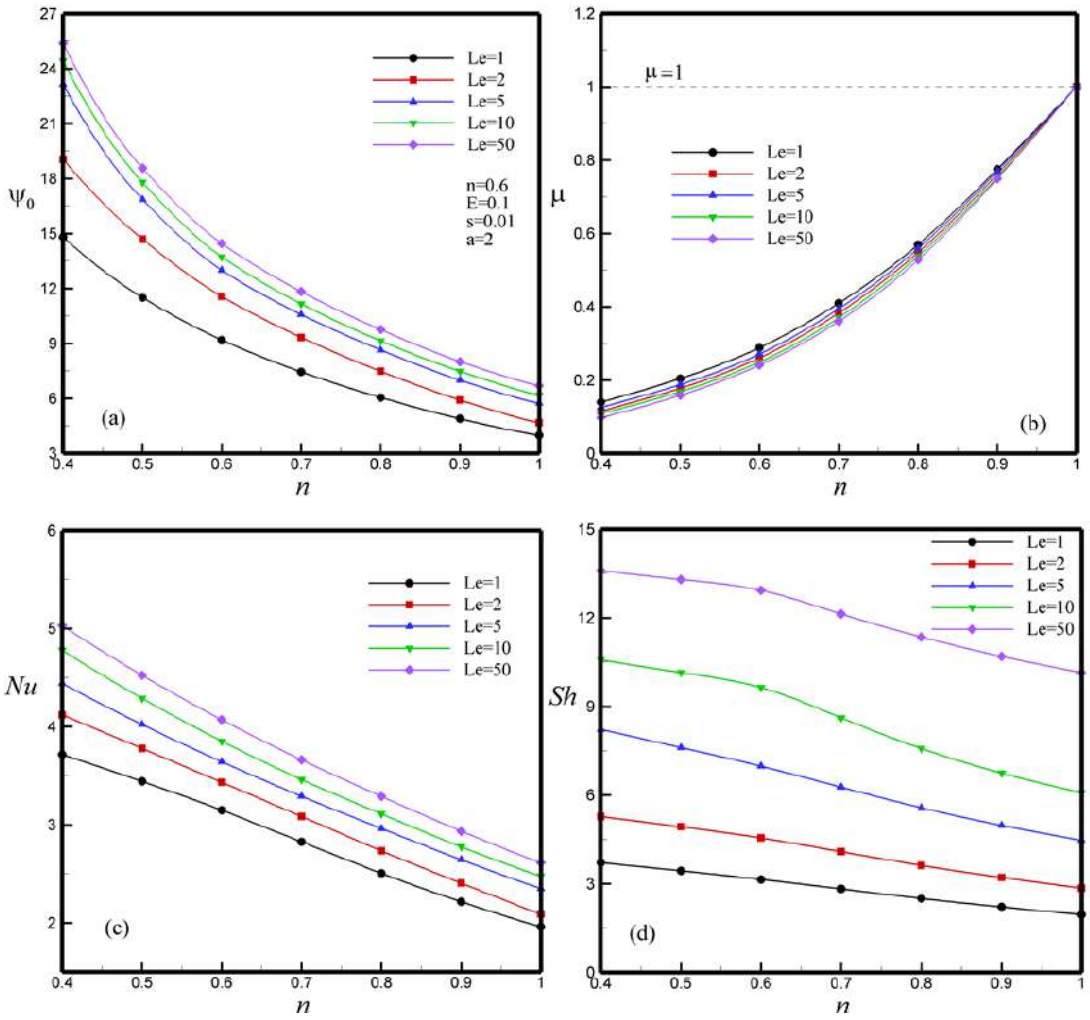


Figure 4.19: Effet de, Le, et de n sur: (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh , pour $Ra_T = 10^4$, $N = -0.5$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$.

4.11. Effet de rapport des Forces, N, sur l'apparition de la convection

Dans cette partie, l'effet des forces de volume d'origine solutale sur la fonction de courant, la viscosité apparente, et les transferts de chaleur et de masse en fonction de l'indice de comportement *n*, a été étudié. Le rapport des forces volumiques N a été varié de -1 à 1**.**

Les résultats sont illustrés sur la figure 4.20 Lorsque N augmente, la fonction de courant est accrue. De même, avec l'augmentation de n, la fonction de courant est petite pour les fluides newtoniens et elle augmente pour les grandes valeurs de n dans les fluides d'amincissement par cisaillement. La figure 4.20(b) illustre l'influence de N sur la viscosité apparente, où l'on peut observer une légère variation de la viscosité apparente en fonction de N. La viscosité apparente μ=1 pour les fluides newtoniens, puis diminue rapidement pour atteindre des valeurs constantes pour les fluides amincis par cisaillement n=0,4. Les figures. 4.20(c) et (d) montrent que Nu et

Sh augmentent avec N. Lorsque n diminue de 1 à 0,4, le Nu et Sh tendent vers une valeur asymptotique qui est fonction de N de -1 à 1. Ceci est dû à l'augmentation des forces volumiques dans l'équation de mouvement. De plus, l'augmentation du rapport de flottabilité améliore l'échange de chaleur et de masse. On peut noter que le transfert de masse atteint une valeur asymptotique maximum plus rapidement que le transfert de chaleur. Ceci est une conséquence directe du nombre de Lewis (Le=10) sur le transfert de masse. Lorsque n diminue, passant des fluides newtoniens (n=1) aux fluides à faible cisaillement (n=0,4).

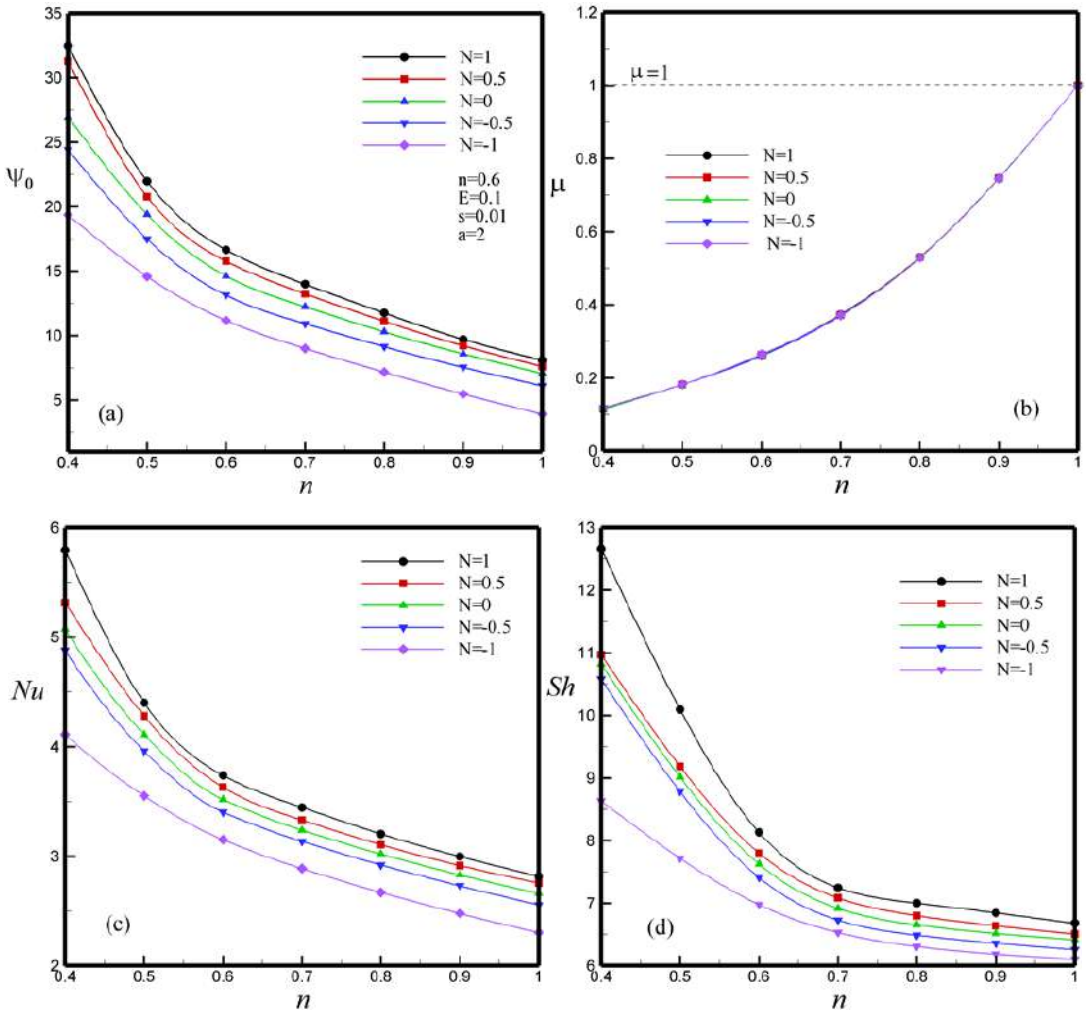


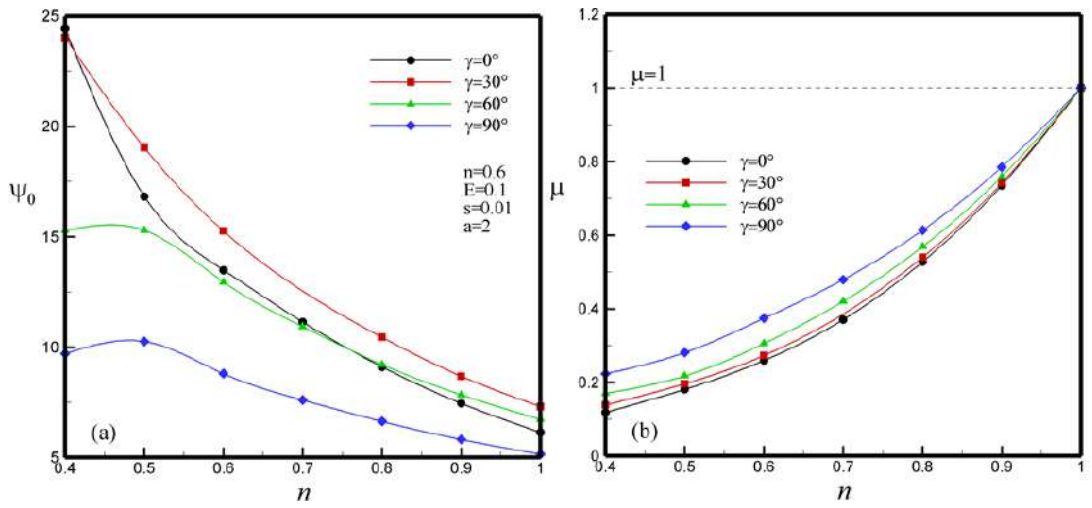
Figure 4.20 : Effet du taux de bouée, N, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $\gamma = 0°$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.12. Effet de l'angle d'inclination, γ, sur l'apparition de la convection

L'angle d'inclinaison de la cavité a un effet important sur le transfert de chaleur et de masse et sur l'écoulement. Dans ce qui suit nous allons étudier l'effet de quatre valeurs d'inclinaison sur les différentes variations qui se développent à l'intérieur de la cavité.

Les figures 4.21(a)-(d) est représentée pour montrer les effets de l'angle d'inclinaison γ, sur les fonctions d'écoulement, la viscosité apparente, les échanges thermiques et de masse en fonction de loi de puissance n, Ra_T=10^4, Le=10, et Sr=Df=0. D'après cette figure, la fonction de courant augmente avec l'augmentation l'angle d'inclinaison γ, (0° à 90°) et la diminution de n. Cette augmentation est perceptible lorsque γ=30° et n=0.4. Alors que ψ_0 diminue lorsque γ=90° et n=1. La figure 4.21(b) montre une diminution de la viscosité avec l'augmentation de γ°. Les résultats montrent que les valeurs les plus élevées de Nu, et Sh sont trouvées lorsque γ=60° qui donne le meilleur échange thermique et de massique trouvé à n=0.5 puis diminue à n=0.4 il est clair dans les figures 4.21(c) et (d). il est montré qu'à 0,4≤n≤0,6, Nu à γ=60° est plus que celui à γ=90°.Cependant, à 0,6≤n≤1, Nu à γ=30° est plus que celui à γ=90°. Sh augmente avec l'augmentation de γ de 0° à 90° et augmente significativement. L'existence d'un angle Optimal est causée par le terme de flottabilité qui est mis en évidence dans l'équation de la quantité de mouvement, Le terme de poussée n'est pas présent dans l'équation de la quantité de mouvement lorsque γ = 0◦ (c'est-à-dire sans inclinaison). La composante transversale de la vitesse est le principal moteur de l'échange de chaleur et de masse dans cette situation. La flottabilité devient importante dans les deux directions avec les changements d'inclinaison de la cavité, entraînant ainsi une accélération des flux de fluides et une augmentation des taux d'échange thermique et de masse jusqu'à une valeur optimale γ.

.



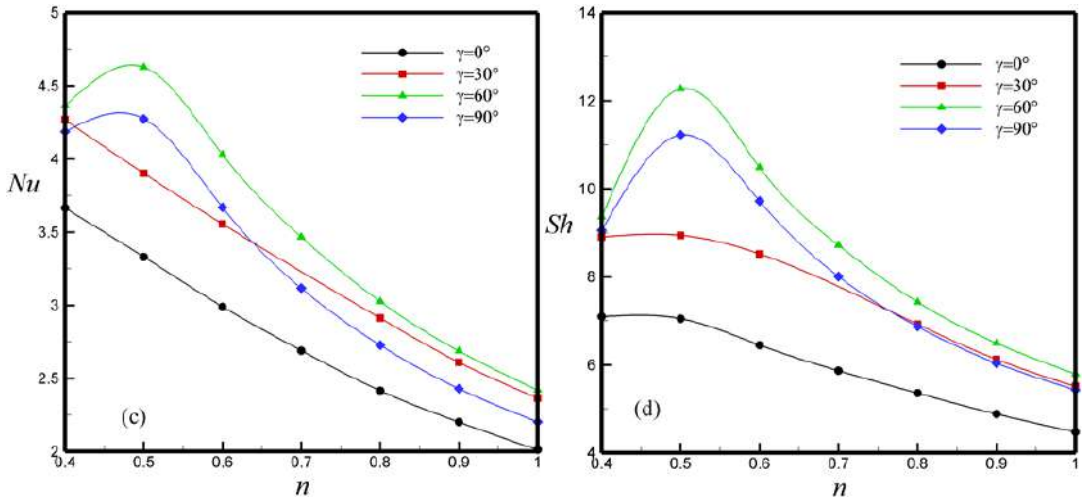


Figure 4.21 : Effet de l'ange incliné, γ, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $S_r = D_f = 0$ et Pr =10.

4.13. Effet de nombre de Prandtl, *Pr* sur l'apparition de la convection

La figure (4.22) représente l'évolution de, ψ_0, la viscosité apparente μ, les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction de l'indice de lois de puissance n, ces profiles sont tracés pour un nombre de Rayleigh $Ra_T = 10^4$, Le=10, et Sr=D_f=0. , une valeur du rapport de volume N=-0.5 et pour différentes valeurs de nombre de Prandtl, Pr ($0.71 \geq Pr \geq 50$). La figure 4.22(a) montre que l'intensité de l'ecoulement est stable avec la diminution de n, lorsque le nombre de Prandtl varie de 0,71 à 50. Pour un nombre de loi de puissance varié, il est clair que la viscosité apparente diminue pour différentes valeurs du nombre de Prandtl.

Sur les figures 4.22(c et d) on remarque que l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood sont similaires. Ceci s'explique par le fait que dans le cas de la vapeur d'eau, le nombres de Prandtl qui caractérisent respectivement les transferts de masse et de chaleur sont très proches. Il est intéressant de noter que le nombre de Nusselt et de Sherwood augmente lorsque le nombre de Prandtl augmente avec la diminution de l'indice de lois de puissance de 1 à 0.6. D'autre part, on remarque pour ces valeurs de Prandtl, les quantités physiques exprimées en termes de *Nu, Sh* deviennent si proche qu'il convient de considérer la valeur Pr =13.8 comme valeur asymptotique.

La raison en est que de plus petites valeurs de *Pr* sont équivalentes à des conductivités thermiques accrues, et donc la chaleur est capable de se diffuser loin de la plaque chauffée plus rapidement que pour des valeurs de *Pr* plus élevées. Par conséquent, pour les petits valeurs de Prandtl, la couche limite est plus épaisse et le taux de transfert de chaleur est élevé.

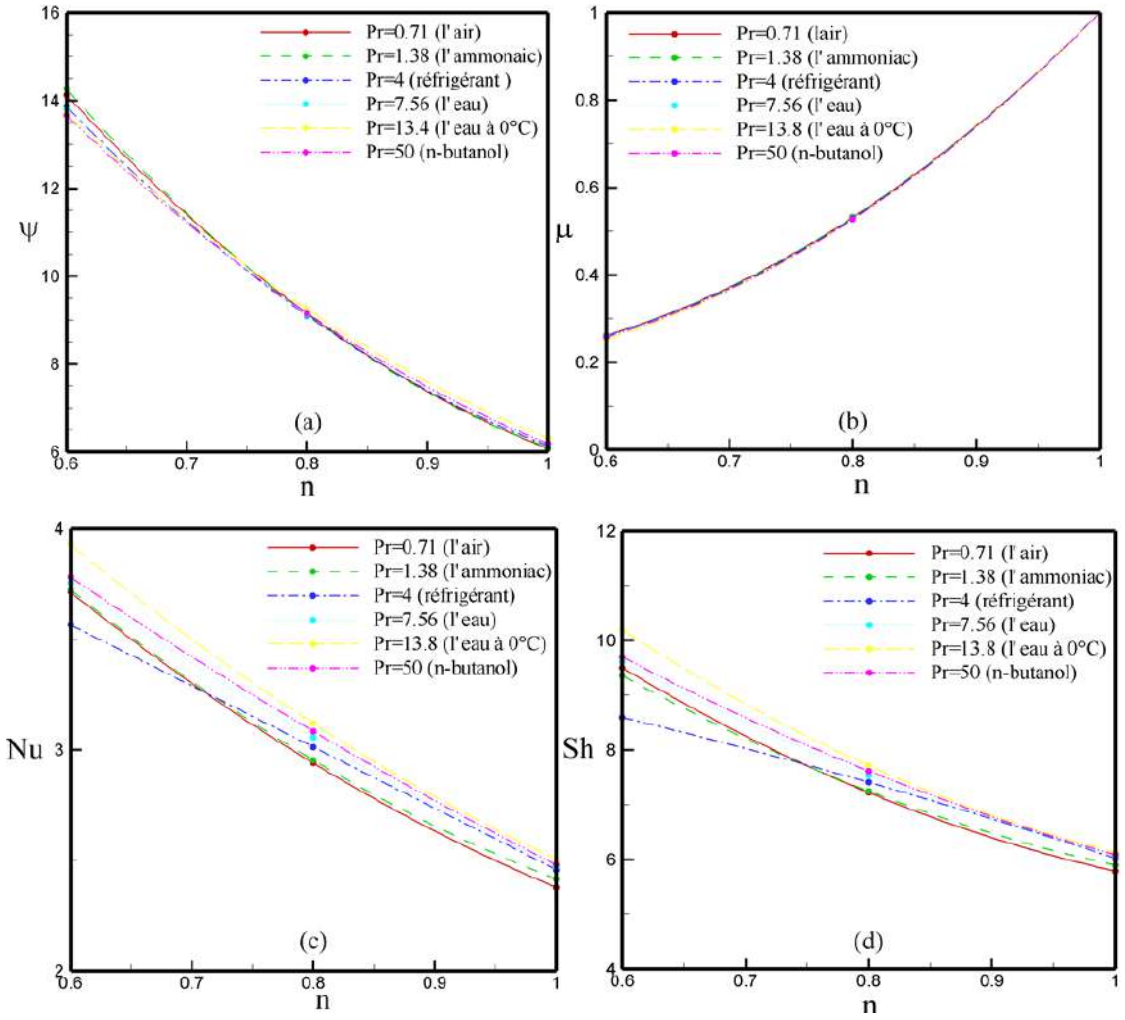


Figure 4.22 : Effet de nombre de Prandtl, Pr, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $S_r = D_f = 0$.

4.14. Effet du nombre de Rayleigh, Ra_T sur la convection de Bi-stabilité

En guise d'introduction à l'identification de la convection bistable, une illustration graphique de la bifurcation de bi-stabilité est présentée à la figure 4.23 en termes d'intensité du flux en fonction du nombre de Rayleigh, Ra_T. Trois régimes de bi-stabilité différents peuvent être identifiés, ils sont délimités par trois seuils de nombre de Rayleigh. Il est bien connu que pour un rapport de flottabilité positif, l'écoulement sous-critique disparaît, dans les fluides newtoniens, et la bifurcation est toujours supercritique. Pour un fluide non-newtonien, un seuil similaire à celui de la sous-critique apparaît et il est défini par Ra_{TC}^{sus}. Ce seuil pourrait être inférieur ou supérieur au seuil supercritique d'instabilité marginale, Ra_{TC}^{sup}. Il existe un troisième seuil appelé, Ra_{TC}^{tur}, toujours supérieur à Ra_{TC}^{sup}, qui caractérise une bifurcation arrière fictive

(représentée par une flèche en pointillés sur la figure *a*) d'un état convectif de faible amplitude à un état convectif fini de forte amplitude, formant une bifurcation en forme de "S". La bifurcation de bi-stabilité, lorsque l'on fait varier le Rayleigh vers le haut et vers le bas, se traduit par une boucle d'hystérésis où les états de convection haute et basse coexistent pour les mêmes conditions aux limites de l'écoulement et les mêmes paramètres directeurs.

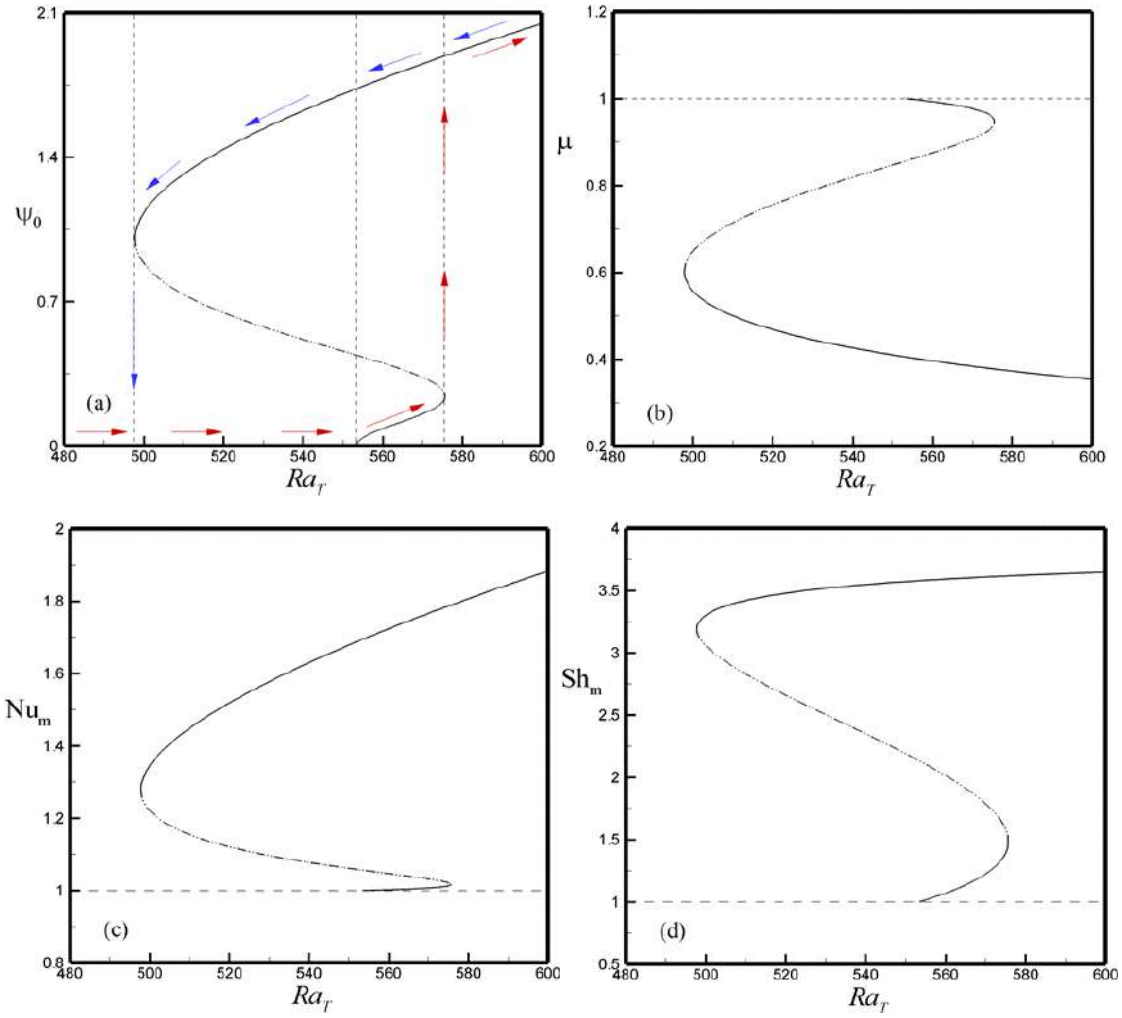


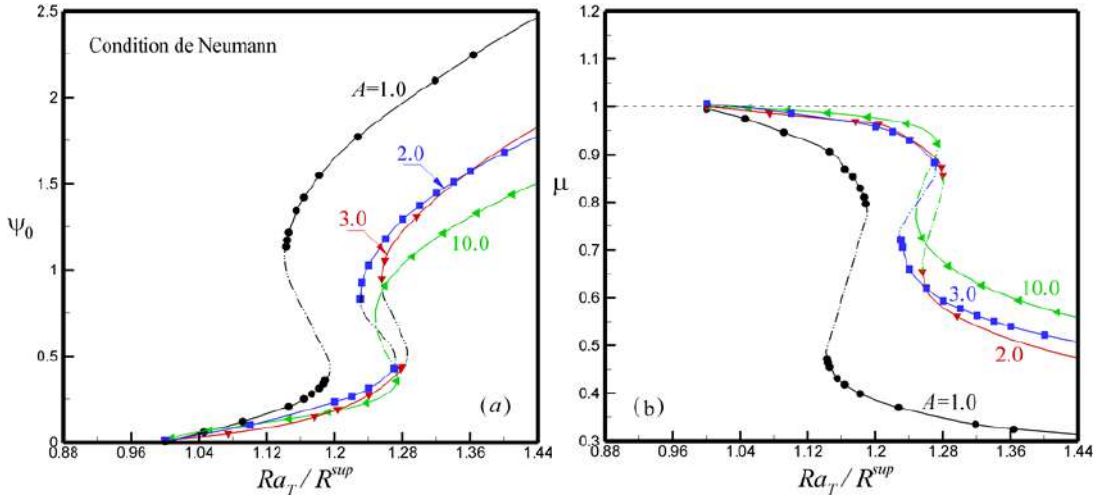
Figure 4.23 : Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0, viscosité apparente, μ, le nombre de Nusselt et de Sherwood, Nu, Sh, de versus nombre de Ra_T pour : $A=10$, $Le=6$, $N=0.05$, $E=0.1$, $a=2$, $s=10^{-2}$ et $n=0.2$.

4.15. Effet de rapport de forme sur la convection de bi-stabilité pour les conditions de Neumann et Dirichlet

Dans cette partie, nous présentons les résultats numériques relatifs à une cavité carrée pour différents valeur de rapport de forme, A, dans laquelle toutes ses parois sont rigides. Les

parois actives sont soumises soit à des flux de thermiques et solutales constant (type Neumann) ou soit à des températures et concentrations constantes (type Dirichlet).

L'effet du rapport d'aspect de la cavité, A, sur la convection bistable est illustré à la figure 4.24. Le diagramme de bifurcation illustre l'évolution de, ψ_0 en fonction du nombre de Rayleigh normalisé (Ra_T / R^{sup}) pour des conditions aux limites thermiques et solutales de Neumann/Dirichlet, où R^{sup} est le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection dans une enceinte horizontale confinée soumise à des conditions aux limites thermiques et solutales de type Neumann/Dirichlet. Les valeurs constantes sont tirées par Rebhi et al. [82] pour différentes valeurs de, A. On observe sur la figure 4.24 que la convection bistable se produit indépendamment du rapport d'aspect et du type de conditions aux limites thermiques et solutales appliquées au système. D'après la figure 4.24(a), avec les conditions aux limites de Neumann, la région reste inchangée pour un grand rapport d'aspect selon la solution asymptotique qui est corroborée par la solution numérique des équations gouvernantes complètes. Cependant, comme le montre la figure 4.25, pour des conditions aux limites de Dirichlet, la bifurcation de bi-stabilité apparaît pour une convection dominante monocellulaire lorsque. Au-dessus de cette valeur, des écoulements multicellulaires se produisent et une convection à bi-stabilité multiple peut également exister.



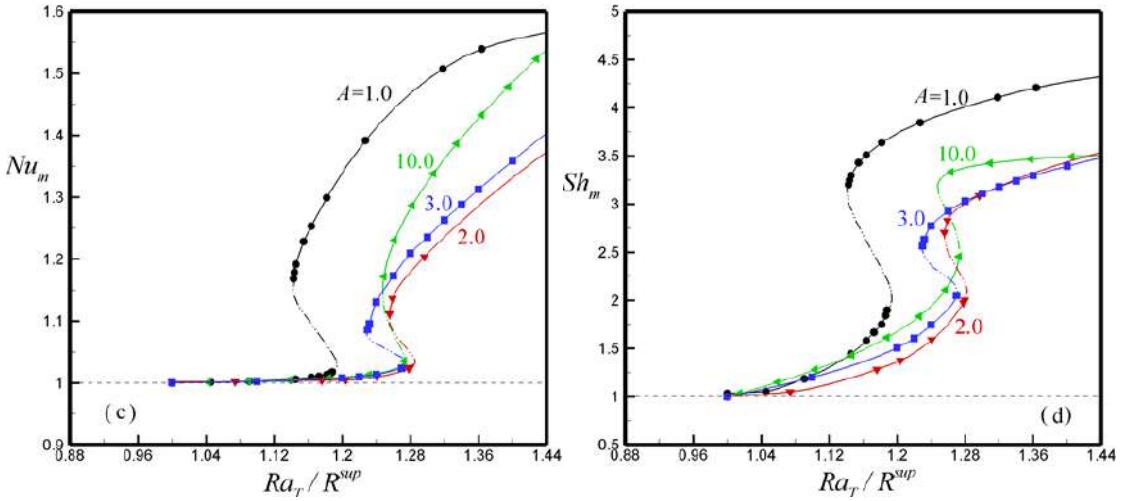


Figure 4.24 : Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0 , de viscosité apparent, μ , de température, T , et de concentration , C ,en fonction de Ra_T / R^{sup} et A pour $Le = 10$, $n = 0.2$, $E = 0.1$, $a = 2$ et $s = 10^{-2}$: Conditions aux limites de Neumann.

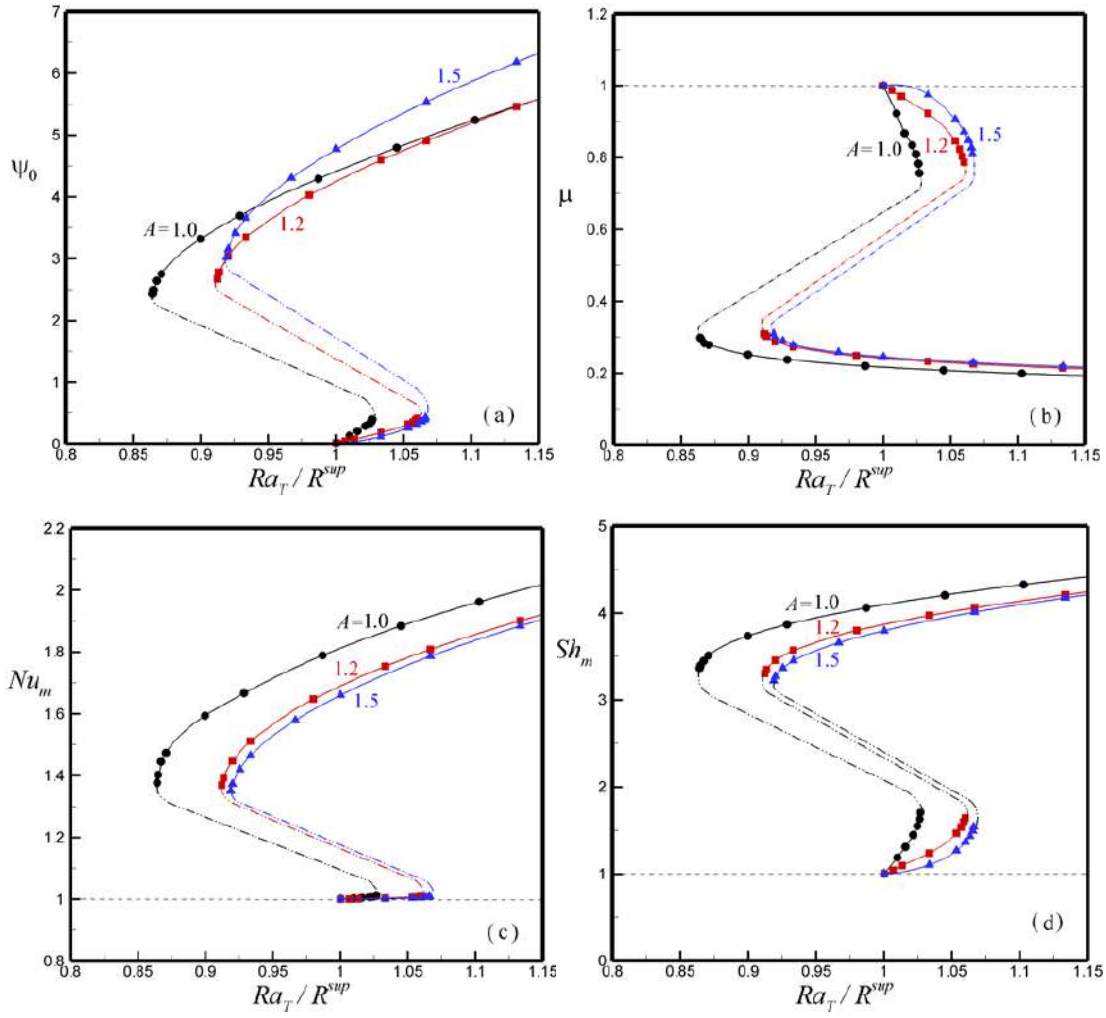


Figure 4.25 :. Diagramme de bifurcation en termes de fonction d'écoulement, ψ_0 , de viscosité apparent, μ , de température, T , et de concentration , C , en fonction de Ra_T / R^{sup} et A pour $Le = 10$, $n = 0.2$, $E = 0.1$, $a = 2$ et $s = 10^{-2}$:Conditions aux limites de Dirichlet.

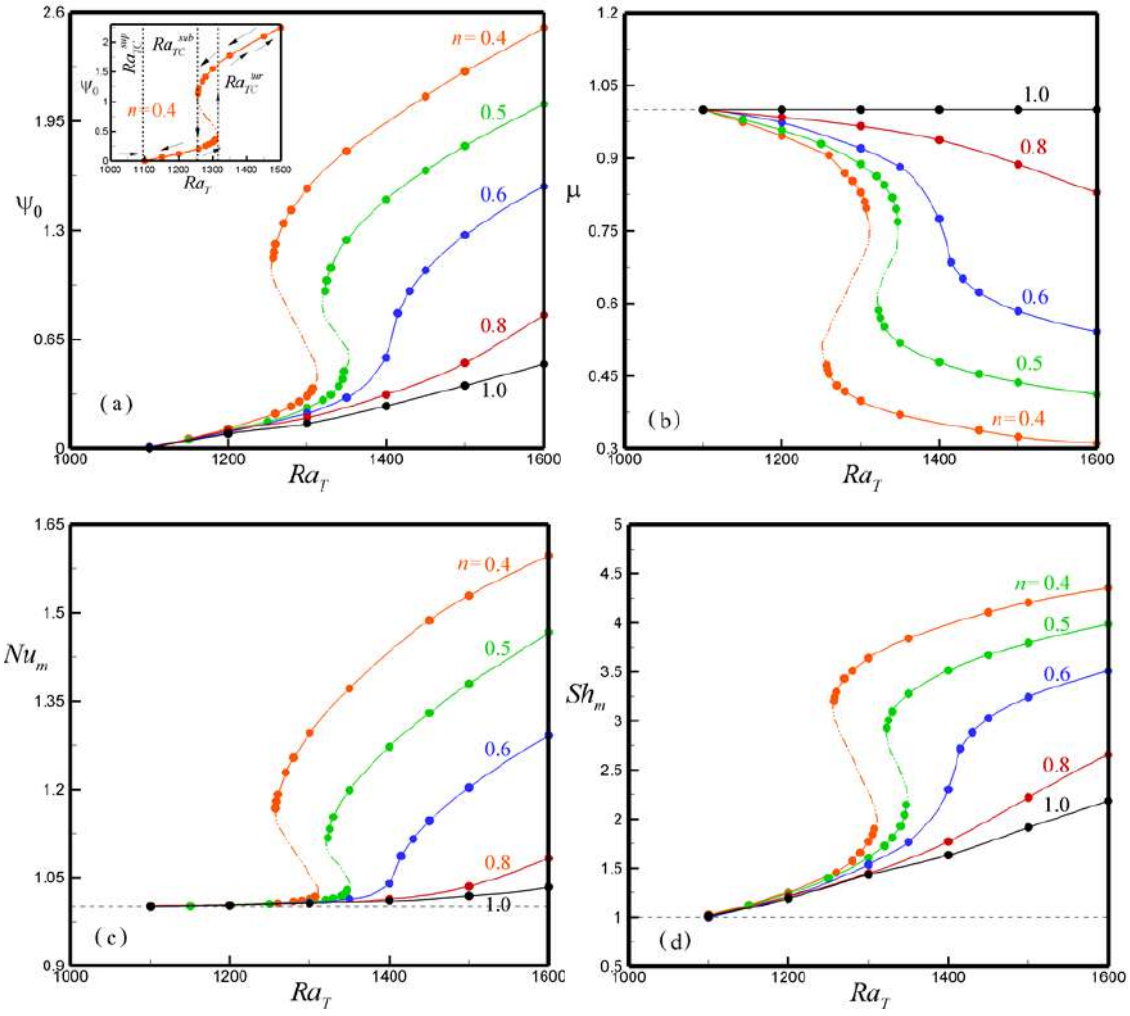
4.16. Effet de l'indice de la loi de puissance, *n*, sur la bi-stabilité

l'effet de l'indice de loi de puissance, n, est examiné sur l'apparition de la convection sous-critique dans le cas d'une cavité ayant un faible rapport de forme (A=1) et dont les parois actives sont soumises soit à des flux de chaleur et de masse constantes (type Neumann) ou soit à des températures et concentrations constantes (type Dirichlet).

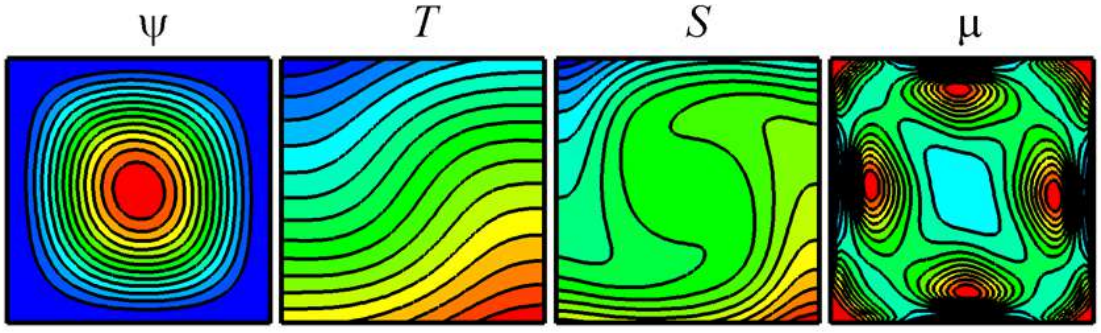
Les résultats ci-dessous ont été présentés pour des enceintes peu profondes et la prédiction du comportement rhéologique de l'écoulement convectif par des théories non linéaires asymptotiques/numériques a été très utile pour comprendre les formes des courbes de bifurcation et a servi de guide pour étudier d'autres configurations d'écoulement. Dans cette section, nous considérons le cas d'une configuration d'enceinte carrée (A=1). Pour cette situation, une solution analytique ou asymptotique n'est pas disponible, donc tous les résultats présentés ici sont des prédictions de calculs numériques de la solution complète des équations gouvernantes. Les figures 4.26(a)-(c) montrent les solutions numériques de certaines bifurcations en termes d'intensité du flux ψ_0, de viscosité apparent, μ , et le nombre de Nusselt et de Sherwood, Nu, Sh, en fonction de Ra_T pour des conditions limites de Neumann et avec différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n.

Les lignes pleines du graphique sont obtenues par une procédure d'ajustement de la courbe des données numériques, tandis que les lignes pointillées sont ajoutées manuellement pour illustrer la bifurcation instable fictive. Comme le montre le graphique de la figure 4.25(a), les résultats sont quantitativement similaires à ceux de la figure 4.23(a) pour une chambre peu profonde. . En diminuant la valeur de l'indice de loi de puissance, n, les courbes de bifurcation évoluent d'un comportement supercritique à un état bistable. Ce dernier point est illustré par la courbe présentée dans le zoom inclus dans la figure 4.26(a) pour : $n = 0.4$. Elle se compose de deux branches stables qui sont reliées par une branche instable (ligne pointillée). La courbe inférieure correspond à une bifurcation supercritique et la courbe supérieure à une bifurcation sous-critique. Les lignes de courant typiques, les isothermes, les iso-concentrations et les contours de la viscosité apparente obtenus pour $Ra_T = 1300$ sont illustrés à la figure 4.26(e) et

(f), où deux solutions distinctes coexistent pour les mêmes valeurs des paramètres directeurs. La solution présentée à la figure 4.26(e), qui correspond à la branche supérieure, peut être obtenue en commençant la simulation numérique avec un écoulement d'amplitude finie comme conditions initiales, comme l'illustre la boucle d'hystérésis indiquée par les flèches figurant sur la courbe pour $n = 0.4$. Cependant, la solution correspondant à la branche inférieure est obtenue en commençant la procédure numérique à partir de la conduction pure comme condition initiale ou en utilisant une perturbation de faible amplitude.



(e)



(f)

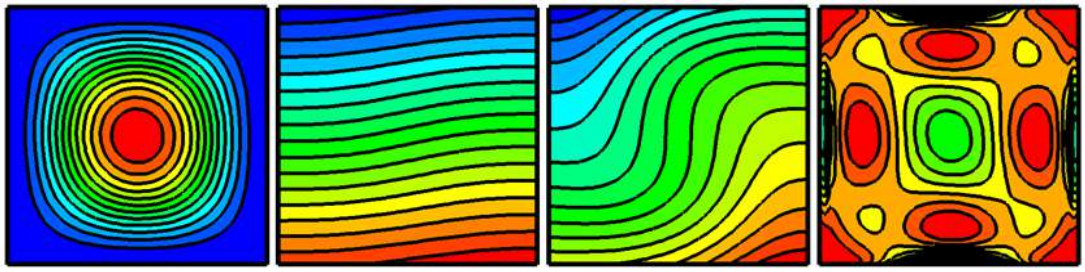
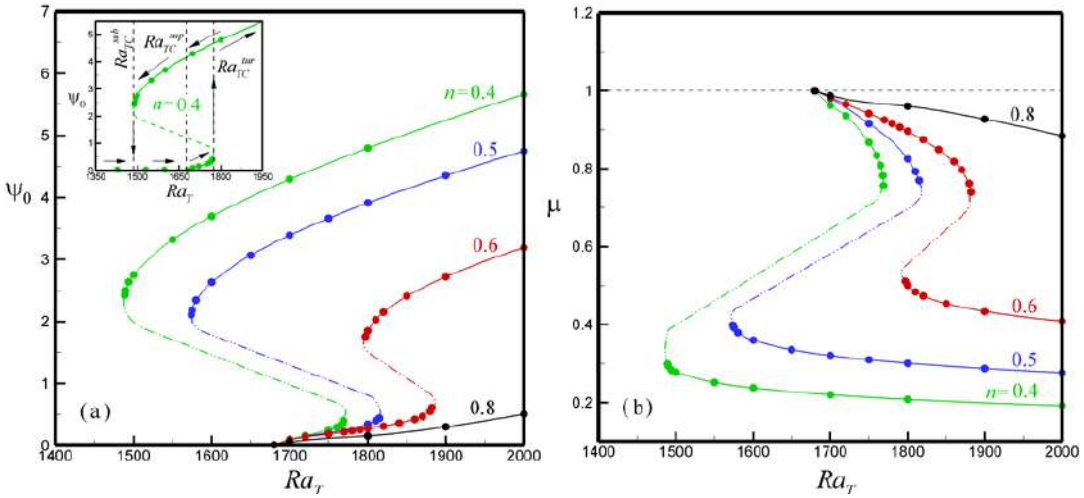
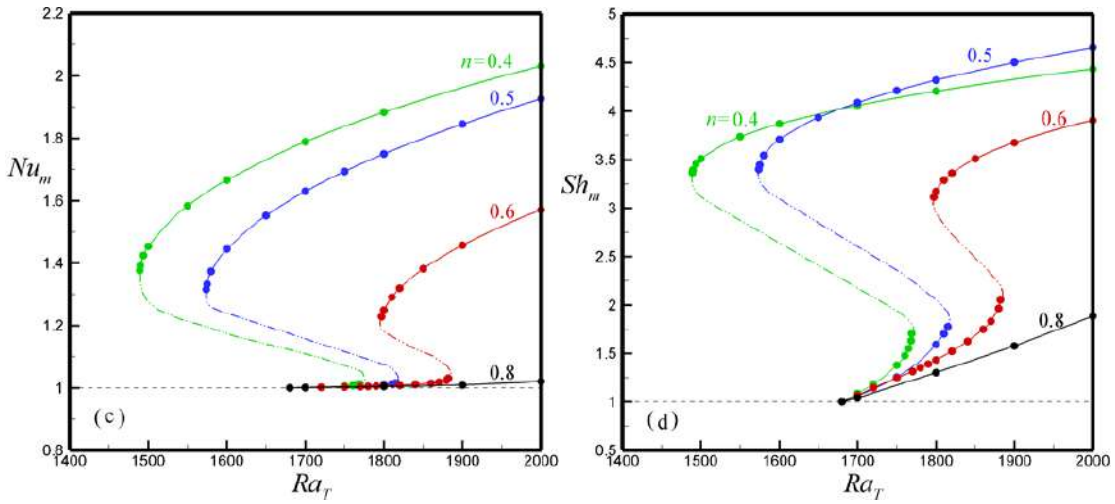


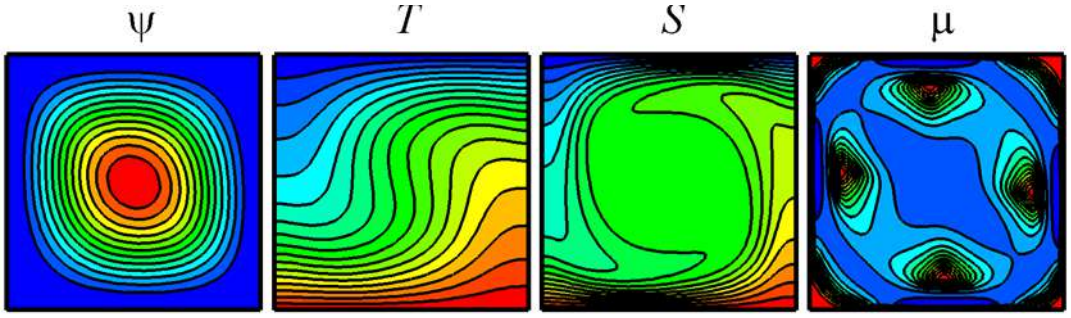
Figure 4.26 : Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0, la viscosité apparente, Nu_m et Sh_m en fonction de Ra_T et n pour $A=1$, $Le=10$, $\varphi=0.05$, $E=0.1$, $a=2$ et $s=10^{-2}$: (*a-d*) pour différentes valeurs de $n=1$ à 0.4. (*e*) Contours de la ligne d'écoulement, température, concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1300$, $n=0.4$: $\psi_0=1.545$, $Nu_m=1.293$, $Sh_m=3.631$, $\mu_{CY}=0.400$ (Solution supérieure).). (f) Contours des lignes de courant, température et concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1300$, $n=0.4$: $\psi_0=0.311$, $Nu_m=1.013$, $Sh_m=1.760$, $\mu_{CY}=0.830$ (Solution inférieure). (Conditions limites de Neumann).

La figure 4.27 montre les résultats typiques obtenus pour une cavité soumise à des conditions aux limites thermiques et solutales de type Dirichlet. Les paramètres directeurs considérés ici sont les mêmes que ceux de la figure 4.27. Pour le cas des conditions aux limites de Neumann, les mêmes remarques ont pu être faites et des résultats similaires ont été obtenus, avec des conclusions similaires, qui confirment bien l'existence de la convection bistable pour les conditions aux limites thermiques et solutales de Dirichlet, comme le montrent les courbes de bifurcation de la Figure 4.27 pour $n=0.4$.





(e)



(f)

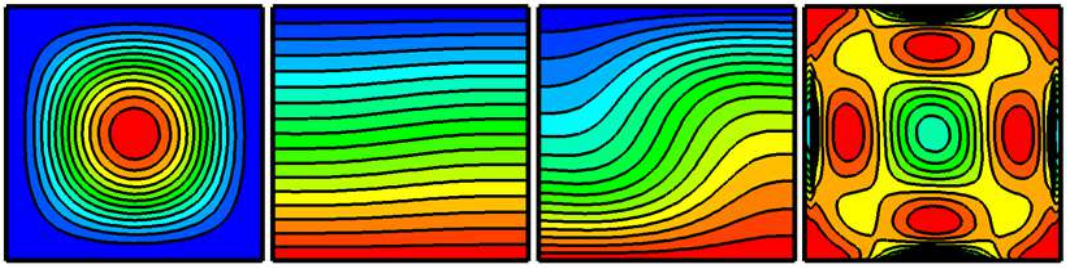


Figure 4.27 : Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 Nu_m et Sh_m en fonction de Ra_T et n pour $A=1$, $Le=10$, $\varphi=0.05$, $E=0.1$, $a=2$ et $s=10^{-2}$: (*a*-*d*) pour différentes valeurs de $n=0.4$ à 0.8. (*e*) Contours de la ligne d'écoulement, température, concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1750$, $n=0.4$: $\psi_0=4.552$, $Nu_m=1.838$, $Sh_m=4.136$, $\mu_{CY}=0.213$ (Solution supérieure). (f) Contours des lignes de courant, température et concentration et viscosité apparente pour $Ra_T=1750$, $n=0.4$: $\psi_0=0.249$, $Nu_m=1.005$, $Sh_m=1.382$, $\mu_{CY}=0.866$ (Solution inférieure). (Conditions limites de Dirichlet).

Conclusion Générale

Le contenu de la thèse est une étude théorique et numérique du phénomène de convection naturelle thermo-solutale en présence des effets Soret et Dufour, saturée par un fluide non-newtonien en écoulement laminaire. La configuration géométrique du modèle physique considéré est une cavité carrée bidimensionnelle soumise à des conditions limites thermiques et solutales horizontales de type Dirichlet (température et concentration imposées constantes), tandis que les parois verticales sont rigides adiabatiques et imperméables. Les forces de flottabilité du soluté sont supposées être générées par l'action combinée de l'effet Soret et de l'imposition d'un flux de concentration constant sur les parois actives (double convection diffusive).

En se basant sur les approximations de Boussinesq, nous avons développé le modèle mathématique décrivant le phénomène de la convection thermo-solutale dans les milieux fluide.

Le système d'équations dimensionnelles régissant le problème est résolu par un code numérique basé sur la méthode des différences finies du second ordre. L'intégration sur le temps est effectuée à l'aide de la méthode des directions alternées (A.I.D). Quant à la fonction de courant, elle a été résolue à l'aide de la méthode de (S.O.R).

Les conditions à la fois aidant et opposant aux forces de flottabilité thermiques et de concentration ont été étudiées pour une large gamme de paramètres de contrôle, ce sont les paramètres rhéologique de fluide Non-newtonien, le nombre de Rayleigh Ra, le nombre de Lewis Le, le nombre de Prandtl Pr et le rapport de buoyancy N. L'influence des paramètres rhéologique, Ra, N, Le, et Pr sur le contour de linge de courant, le transfert de chaleur, sur le transfert de masse, et la viscosité apparente a été étudiée, ainsi que l'influence de ces paramètre sur les profiles.

Notre travail repose essentiellement sur :

- ✓ Les caractéristiques de l'écoulement du fluide et du transfert de chaleur et de masse semblent être assez sensibles au comportement de la loi de puissance non-newtonienne. Par rapport au cas newtonien($n = 1$), le caractère d'amincissement par cisaillement ($0 < n < 1$) améliore le transfert par convection de chaleur et de masse, tandis que le caractère d'épaississement par cisaillement ($n > 1$)provoque un effet inverse.

- ✓ Le mouvement convectif et le taux de transfert de chaleur et de masse se sont avérés être améliorés lorsque en diminuant les paramètres de Carreau-Yasuda l'indice, s et a, et pour l'augmentation de la constante de temps, E.
- ✓ L'indice de puissance, n, du modèle de Carreau-Yasuda a un effet significatif sur la viscosité apparente, sur l'intensité de l'écoulement du fluide et donc sur le taux de convection. Plus le fluide est aminci par le cisaillement (diminution de, n), meilleur est le taux de convection.
- ✓ Pour un nombre de Rayleigh donné, tant la force de la convection et le taux de transfert de chaleur et de masse sont favorisés (annihilés), par rapport à celle d'un fluide newtonien (n =1), lorsque diminution de la valeur de, n.
- ✓ L'échange de chaleur et de masse est amélioré avec l'augmentation de Sr et Df.
- ✓ L'augmentation du nombre de Lewis améliore fortement le transfert de chaleur et de masse, En outre, on constate que Le joue un rôle dans la promotion de la contribution du régime forcé dans la convection globale lorsqu'il augmente, en particulier lorsque l'indice de loi de puissance augmente.
- ✓ Le taux de transfert thermique et solutale augmente avec le rapport de poussée, N. Ceci est dû au fait que pour un rapport de poussée positif, les forces de poussée thermique et solutale sont ajoutées et donc l'intensité du flux augmente. l'augmentation de l'intensité d'écoulement améliore le transfert de chaleur et de masse.
- ✓ l'orientation de la cavité, pour une valeur donnée de, n, a eu un effet significatif sur les taux de transfert de chaleur et de masse. le transfert de chaleur et de masse maximal se produit lorsque l'enceinte est chauffée par le bas. l'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur et de masse par convection devient plus important lorsque n diminue.
- ✓ En particulier, pour l'ajout de forces de flottabilité thermique et solutale ($\varphi > 0$), il a été constaté que les formes des courbes de bifurcation pouvaient être significativement modifiées par les paramètres rhéologiques du modèle de Carreau-Yasuda et conduire à l'apparition d'une convection bistable soutenue, caractérisée par l'existence de deux solutions distinctes d'amplitude finie sous les mêmes conditions d'écoulement et de limites. La bifurcation de bistabilité passe par trois points de nœud en selle aux seuils Ra_{TC}^{sus}, Ra_{TC}^{sup} et Ra_{TC}^{tur}. La bifurcation se compose de trois branches, ce qui donne une courbe de bifurcation en forme de "S". La première branche a bifurqué vers l'avant de Ra_{TC}^{sup} à Ra_{TC}^{tur}, la deuxième a bifurqué vers l'arrière de Ra_{TC}^{tur} à Ra_{TC}^{sus}. mais s'est

avérée instable, et une troisième branche stable a bifurqué vers l'avant de Ra_{TC}^{sub} .. De plus, il a été démontré que ce phénomène de bistabilité pouvait se produire quel que soit le rapport d'aspect de l'enceinte et également quel que soit le type de conditions limites thermiques et solutales.

- ✓ Dans le cas d'écoulements convectifs opposés, les effets d'amincissement par cisaillement et de diffusion lente des solutés ont coopéré et renforcé les écoulements convectifs sous-critiques.

On pense que l'émergence de la convection bistable est due aux effets opposés combinés de la rhéologie du fluide, qui tend à agir comme un superfluide en devenant de plus en plus mince sous l'effet du cisaillement, et du composant à diffusion plus lente du mélange binaire, qui tend à être uniforme dans la région centrale du système avec un gradient de soluté drastique près des parois.

Recommandations et perspectives

A l'issue de ce travail, de nombreuses perspectives sont apparues qui peuvent être envisagées dans de futurs travaux de recherche :

- Développer un code numérique 3D pour étudier l'effet tridimensionnel.
- L'effort doit porter sur la recherche de nouvelles configurations géométriques et physiques et étudier l'influence des conditions limites ;
- Prise en compte du facteur temps (régime instationnaire) ;
- considérer une cavité remplie par un milieu poreux à porosité et conductivité variables et saturé par un fluide non-newtonien.
- Une autre perspective non moins intéressante consiste à déterminer la nature de la bifurcation.

RÉFÉRENCES

[1] Ostrach, S., "Natural convection in enclosures", J. Heat Trans.,V.110,(1988), 1175 1190.

[2] Chandrasekhar, S., "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability", Dover Publications, Inc., New York, (1961), p.

[3] Yves Jannot, transfert thermique , cours 2eme année , Ecol des Mines Nancy, (2011).

[4] D. Menacer (2012). Étude numérique de la convection mixte dans des cavités phénomène de bifurcation. Mémoire de magistère. Université de Constantine .Faculté des sciences exactes .Département de physique.

[5] R. B. Bird et al (2002).Transport Phenomena. 2nd Edition, John Wiley and Sons,

[6] R GIBLIN, « Transmission de la chaleur par convection naturelle », Edition Eyrolles, Paris (1974)

[7] Oberbeck, A.: Ueber die warmeleitung der fl ussigkeiten bei ber ¨ ucksichtigung ¨ der stromungen infolge von temperaturdifferenzen. Ann. Phys. ¨ 243(6), (1879) 271–292.

[8] Gray, D.D., Giorgini, A., "The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases", Int. J. Heat Mass Transfer,V.19,(1976), 545–551.

[9] A b c Getling, AV Convection de Bénard–Rayleigh : Structures et dynamique . Scientifique mondial . ISBN 978-981-02-2657-2. (1998).

[10] A b c Koschmieder, EL. Cellules de Bénard et Vortex de Taylor . Cambridge . ISBN 0521-40204-2 (1993).

[11] Koschmieder. E. L,. Pallas. S. G. Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer, Int. J. heat Mass Transfer, 17 (1974) 991-1002.

[12] A. Purwar, Rayleigh-Bénard Convection, (1999).

[13] Deschamps, F. Convection de Rayleigh-Bénard à viscosité variable. Applications géophysiques et planétologiques. Thèse de doctorat, Université de paris xi. (1997).2

[14] Mekroussi. S, étude de la convection mixte à travers des surfaces complexes. Université Université d'Oran1-Ahmed Ben Bella. Thèse de Doctorat. (2014).

[15] Martinand. D. Détermination analytique des modes globaux tridimensionnels en écoulement de convection mixte du type Rayleigh–Bénard–Poiseuille. PhD thesis, Université Lyon I Claude Bernard, CES COMPLEXES. THÈSE de doctorat (2003).

[16] Haykel, B.A. Etude de la Convection Mixte d'Origine Thermosolutale sous l'Influence de l'Effet Soret dans un Milieu Poreux : Analyse de Stabilité Linéaire et Simulation 3D, Thèse de Doctorat, Université de Tunis ELMANAR(2008).

[17] Paszkuta, M, ohénoménes de transport couples dans les argiles du Callovo-oxfordien, these de doctorat, Paris, (2005) 11.

[18] Prigogine I, De Brouckère L and Amand R. Recherche sur la thermodiffusion en phase liquide (1ème communication). Physica XVI, (11-12) : 851-860, (1950a).

[19] Prigogine, I. De Brouckère, L and Amand, R. Recherche sur la thermodiffusion en phase liquide (2ème communication). Physica XVI, (11-12) :(1950b) 851-860.

[20] López, M de Haro. Cohen, E.G.D and Kincaid, J.M. The Enskog theory for multicomponent mixtures. IV. Thermal diffusion. Journal of Chemical Physics, 86(2) : (1987) 963-975.

[21] Dhont J. K. G. Thermodiffusion of interacting colloids. I. A statistical thermodynamics approach. Journal of Physical Chemistry, 120 (3) : (2003a) 1632-1641.

[22] Dhont, J. K. G. Thermodiffusion of interacting colloids. II. A statistical thermodynamics approach. Journal of Physic al Chemistry, 120 (3) : (2003b) 1632-1641.

[23] Wiegand, S. Thermal diffusion in liquid mixtures and polymer solution. Journal of Physics : Condensed Matter, 16 (2004) 357-379.

[24] Podolny. A, Oron. A and Nepomnyashchy. A. A. Long-wave Marangoni instability in a binary-liquid layer with deformable interface in the presence of Soret effect: Linear theory. Physics of Fluids, 17 : 104104, (2005).

[25] Zhang. M, and Müller-Plathe. F. Reverse nonequilibrium molecular-dynamics calculation of the soret coefficient in liquid benzene/cyclohexane mixtures. The Journal of Chemical Physics, 123: 124502, (2005).

[26] L.D. Landau., E. M. Lifshitz, Electrodynamics of Continuous Media, Pergamon press, New York, (1960).

[27] Sechir. K, Vulnérabilité à la pollution, protection des resources en eau et gestion active du sous système aquifer de Tebessa Hammamet (Est Algrien). Thèse de doctorat.Univ Annaba, (2008) 151.

[28] Guazzelli E. Rhéologie des fluides complexes, Ecole d'ingéieur, archives-ouvertes.fr, (2017).

[29] Boualit. A.H, thèse doctorat en science (2011), UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES.)

[30] Landry. M. Stability and instability of Taylor - Couette flows of a Bingham fluid, J. Fluid Mech. (2006) 560:321–353.

[31] Kreith. F. Mechanical Engineering Handbook , CRC press LLC, (1999).

[32] Baird, C.G., Collias, D.I., "Polymer Processing: Principles and Design", John Wiley & Sons, New York, (1988), p.

[33] Cross. M. M, Rheology of non-Newtonian fluids: a newflow equation for pseudoplastic systems, J. Colloid. Sci. 20 (1965) 417-437.

[34] Midoux. N. MIDOUX N. Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique, Lavoisier. (1993).
[35] Brodkey. R.S, Hersheyh H.C. Transport phenomena, McGraw Hill, (1988)
[36] Carreau, Pierre. J, Rheological Equations from Molecular Network Theories, Transactions of the Society of Rheology 16, 99 (1972);
[37] BIRD. R.B, AMTRONG. R.C, HASSAGER. O, dynamics of polymeric liquids, John Wiley and Sons. Inc (1987).
[38] Beghein. C, Haghighat. F, Allard. F. Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity, Int. J. Heat Mass Tran. 35 (1992) 833-846.
[39] Nield. DA, Bejan. A. Convection in Porous Media, 2nd ed., Springer Verlag, New York, (1999).
[40] Benhadji. K, Vasseur. P. Double diffusive convection in a shallow porous cavity filled with a non-Newtonian fluid, Int Commun Heat Mass Transfer. 28 (2001) 763-772.
[41] Lamsaadi. M, Naïmi. M, Hasnaoui M. Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below, Heat Mass Transfer. 41 (2005) 239-249.
[42] Nield. DA, Bejan. A. Convection in Porous Media, 4th ed., Springer-Verlag (2013).
[43] Ingham. DB, Pop. I. Transport Phenomena in Porous Media, Pergamon, (1998).
[44] Pop. I, Ingham. DB. Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Media, Pergamon, Oxford, (2001).
[45] Ohta. M, Akiyoshi. M, Obata. E. A numerical study on natural convection heat transfer of pseudo-plastic fluids in a square cavity, Numer. Heat Transfer. A 41 (4) (2002) 357-372.
[46] Kim. G.B, Hyun. JM, Kwak. HS. Transient buoyant convection of a power-law non-Newtonian fluid in an enclosure, Int. J. Heat Mass Transfer. 46 (2003) 3605-3617.
[47] Pericleous. KA. Heat transfer in differentially heated non-Newtonian cavities, Int. J. Num. Methods Heat Fluid Flow. 4 (3) (1994) 229-248.
[48] Turan. O, Sachdeva. A, Chakraborty. N, Poole. RJ. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated walls subjected to constant temperatures, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 166 (2011) 1049-1063.
[49] Alavyoon. F, On natural Convection in Vertical Porous Enclosures due to Prescribed Fluxes of Heat and Mass at the Vertical Boundaries, Int. J. Heat Mass Transfer. 36 (1993) 2479–2498.
[50] Trevisan. O, V. and Bejan. A, Mass and Heat Transfer by Natural Convection In a Vertical Slot Filled with Porous Medium, Int. J. Heat Mass Transfer. 29 (1986) 403– 415.
[51] Chi-Chang Wang and Cha'o-Kuang Chen, Mixed convection boundary layer flow of non-Newtonian fluids along vertical wavy plates, Int. J. of Heat and Fluid Flow, Vol. 23 (202) 831–839.

[52] Khan. MI, Khan. SA, Hayat. T, Khan. MI, Alsaedi. A, Nanomaterial based flow of Prandtl-Eyring (non-Newtonian) fluid using Brownianand thermophoretic diffusion with entropy generation, Comput Methods Programs Biomed. (2019) 180:105017.

[53] Lamsaadi. M, Naimi. M, Hasnaoui. M, Mamou. M. Natural convection in a vertical rectangular cavity filled with a non-Newtonian power-law fluid and subject to a horizontal thermal gradient, Numer. Heat Transfer. A 49 (2006) 969-990.

[54] Teamah, M.A. Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source, Int. J. Therm. Sci. 47 (2008) 237–248.

[55] Balmforth. N.J, Rust.A.C, Weakly nonlinear viscoplastic convection, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 158 (2008) 36-45.

[56] Albaalbaki. B,and Khayat, R. E, Pattern selection in the thermal convection of non-Newtonian fluids, J. Fluid Mech. 668, 500 (2010).

[57] Jenny. M, Plaut. E, and Briard. A, Numerical study of subcritical Rayleigh– B´enard convection rolls in strongly shear-thinning Carreau fluids, J. Non- Newtonian Fluid Mech. 219 (2015) 19–34.

[58] Carreau. P, Reological equation from molecular network theories,Ph.D. thesis,University of Wisconsin, Madison, (1968).

[59] Yasuda. K, Investigation of the analogies between viscometric and linear viscoelastic properties of polystyrene, Ph.D. thesis, MIT, Cambridge, (1979).

[60] Benouared. O, Mamou. M, Messaoudene NA. Numerical nonlinear analysis of subcritical Rayleigh-Bénard convection in a horizontal confined enclosure filled with non-Newtonian fluids, Phys. Fluids. 26 (2014) 073101.

[61] Alloui. Z, Vasseur. P. Natural convection of Carreau-Yasuda non-Newtonian fluids in a vertical cavity heated from the sides, Int. J. Heat and Mass Transfer. 84 (2015) 912-924.

[62] Bouteraa. M, and Nouar. C, Rayleigh–Benard convection in non-Newtonian Carreau fluids with arbitrary conducting boundaries, Int. Commun. HeatMass Transfer. 76 (2016)77–84.

[63] Vare. T, Nouar. C, and Metivier. C, Instabilities of convection patterns in a shear-thinning fluid between plates of finite conductivity, Phys. Rev. E 96, 043109 (2017).

[64] Ouiriemi. M,Vasseur. P,Bahloul. A, Natural convection of a binary fluid in a slightly inclined shallow cavity, *Nu*merical Heat Transfer. 48 (2005) 547-565.

[65] Jun. H, Henry. D, X.Y.Yin, Hamda. B.H, Linear biglobal analysis of Rayleigh-Bénard instabilities in binary fluids with and without throughflow, Journal of Fluid Mechanics. 713, (2012) 216-242.

[66] Wang. J, Yang. M, and Zhang. Y, Onset of double-diffusive convection in horizontal cavity with Soret and Dufour effects, International Journal of Heat and Mass Transfer. 78 (2014) 1023—1031.

[67] Omowaye. A.J, Fagbade. A.I ,and Ajayi A.O, Dufour and soret effects on steady MHD convective flow of a fluid in a porous medium with temperature dependent viscosity: Homotopy analysis approach, Journal of the Nigerian Mathematical Society. 34 (2015) 343—360 .

[68] Kefayati, GH.R. Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power-law fluids in an inclined porous cavity with Soret and Dufour effects (Part I: Study of fluid flow, heat and mass transfer), International Journal of Heat and Mass Transfer. 94 (2016) 539-581.

[69] Khechiba. K, Mamou. M, Hachemi. M, Delenda. N, Rebhi. R. Effect of Carreau-Yasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shear-thinning fluid, Phys. Fluids. 29 (2017) 063101.

[70] Rebhi. R, Mamou. M, and Vasseur. P, Bistability and hysteresis induced by form drag in nonlinear subcritical and supercritical double-diffusive Lapwood convection in shallow porous enclosures, J. Fluid Mech. 812 (2017) 463–500.

[71] Veera Krishna. M, Subba Reddy. G. MHD Forced Convective flow of non-Newtonian fluid through Stumpy Permeable Porous medium, Materials Today: Proceedings. 5 (2018) 175-183.

[72] Wu. PY, Liu. TJ, Chang HM. Natural convection of non-Newtonian liquids in a cylindrical enclosure, Numer. Heat Transfer. A 25 (1994) 363-371.

[73] Maatki. C, Ghachem. K, Kolsi. L, Hussein. A.K, Borjini. M.N, Ben Aissia. H, Inclination effects of magnetic field direction in 3D double-diffusive natural convection. Appl. Math. Comput. 273 (2016) 178–189.

[74] Khellaf. K, Lauriat. G. Numerical study of heat transfer in a non-Newtonian Carreau-fluid between rotating vertical cylinders, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 89 (2000) 45-61.

[75] Raisi. A. The influence of pair constant temperature baffles on power-law fluids natural convection in square enclosure, Modares. Mech. Eng. 15 (11) (2015) 215-24.

[76] Shahmardan. MM, Norouzi. M. Numerical simulation of non-Newtonian fluid flows through a channel with a cavity, Modares. Mech. Eng. 14 (2014) 35-40.

[77] Guha. A, Pradhan. K. Natural convection of non-Newtonian power-law fluids on a horizontal plate, Int . J. Heat Mass Transf. 70 (2014) 930-938.

[78] Kefayati. GHR. Simulation of non-Newtonian molten polymer on natural convection in a sinusoidal heated cavity using FDLBM, J. Mol. Liq. 195 (2014) 165-174.

[79] Vinogradov. I, Khezzar. L, Siginer. D. Heat transfer of non-Newtonian dilatant power law fluids in square and rectangular cavities, J. Appl. Fluid. Mech. 4 (2011) 37-42.

[80] Ben Khelifa. N, Alloui. Z, Beji. H, Vasseur. P. Natural convection in a horizontal porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid of power-law type. J. Non-Newtonian Fluid Mech. 15 (2012) 169-170.

[81] Kefayati. GH.R, Tang. H. Three-dimensional Lattice Boltzmann simulation on thermosolutal convection and entropy generation of Carreau-Yasuda fluids, International Journal of Heat and Mass Transfer. 131 (2019) 346-364.

[82] Bihiche. K, Lamsaadi. M, Hasnaoui. M. Multiple steady state solutions for double-diffusive convection in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted from the side and filled with non-Newtonian power-law fluids, J. Non-Newtonian Fluid Mech. 283, (2020) 104349.

[83] Tizakast. Y ,Kaddiri. M, Lamsaadi. M, Double-diffusive mixed convection in rectangular cavities filled with non-Newtonian fluids, International Journal of Mechanical Sciences. 208 (2021) 106667.

[84] Joly. F, Vasseur. P, Labrosse. G, Soret-driven thermosolutal convection in a vertical enclosure, Int. Commun Heat Mass Transfer. 27 (6) (2000) 755–764.

[85] Joly. F, Vasseur. P, Labrosse. G, Soret instability in a vertical Brinkman porous enclosure, Numer. Heat Transfer. Part A 39 (4) (2001) 339–359.

[86]. Balmforth. N. J, and. Rust. A. C, "Weakly nonlinear viscoplastic convection," J. Non-Newtonian Fluid Mech. 158(1–3) (2009) 36–45.

[87] Alloui, Z. Ouzani, R, Vasseur. P. Thermocapillary-buoyancy convection of a power-law fluid layer heated from below, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 282 (2020) 104332.

[88] Tizakast. Y, Kaddiri. M. Lamsaadi. M. Double-diffusive mixed convection in rectangular cavities filled with non-Newtonian fluids, International Journal of Mechanical Sciences. 208 (2021) 106667.

[89] Rebhi. R., Mamou. M, Hadidi. N. Bistability bifurcation phenomenon induced by non-Newtonian fluids rheology and thermosolutal convection in Rayleigh-Bénard convection, Physics of Fluids. 33 (2021) 073104.

[90] Lamsaadi. M, Makayssi. T, Kaddiri. M. Natural double-diffusive convection for the Carreau shear-thinning fluid in a square cavity submitted to horizontal temperature and concentration gradients, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 297 (2021) 104649.

[91] Woods, L.C, A note of numerical solution of fourth differential equations, Aero.Q, V.5 (1954) 176-184.

[92] Patankar. S. V, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York (1980).

[93] Moresi. L.N, Solomatov. V.S, Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations, Physics of Fluids 7(9) (1995) 2154-2162.

[94] Frankel. S. P, Convergence Rate of Iterative Treatments of Partial Differential Equations, Math Tables and Other Aids to Computations, 4, 65-75.

[95] Schneck, Paul, and Veronis. G, Comparison of some recent experimental and numerical results in Benard convection." The Physics of Fluids 10, no. 5 (1967) 927-930.

[96] Plows, William. H, Some Numerical Results for Two-Dimensional Steady Laminar Bénard Convection, The Physics of Fluids 11, no. 8 (1968) 1593-1599.

[97] Amari. B. Vasseur. P, Bilgen. E, Natural convection of non-Newtonian fluids in a horizontal porous layer, Warme und Stoffubertragung. 29 (1994) 185–193.
[98] Ben Khelifa. N, Alloui. Z, Beji. H, Vasseur. P, Natural convection in a vertical porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid, Am. Inst. Chem. Eng. J. 58 (6) (2012) 1704–1716.

- Publication International

CFD Letters 14, Issue 3 (2022) 96-118

CFD Letters

Journal homepage:
https://semarakilmu.com.my/journals/index.php/CFD_Letters/index
ISSN: 2811-3969



Thermo-Solutal Convection of Carreau-Yasuda Non-Newtonian Fluids in Inclined Square Cavities Under Dufour and Soret Impacts

Selma Lounis[1], Redha Rebhi[2,3], Noureddine Hadidi[1], Giulio Lorenzini[4,*], Younes Menni[5], Houari Ameur[5], Nor Azwadi Che Sidik[6]

[1] Department of Process Engineering and Environment, University of Medea, LME, Medea 26000, Algeria
[2] Department of Mechanical Engineering, Faculty of Technology, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[3] LERM - Renewable Energy and Materials Laboratory, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[4] Department of Engineering and Architecture, University of Parma, Parco Area delle Scienze, 181/A, Parma 43124, Italy
[5] Department of Technology, University Center Salhi Ahmed Naama (Ctr Univ Naama), P.O. Box 66, Naama 45000, Algeria
[6] Malaysia-Japan International Institute of Technology, Universiti Teknologi Malaysia, Jalan Sultan Yahya Petra, Kuala Lumpur, Malaysia

ARTICLE INFO

Article history:
Received 4 January 2022
Received in revised form 13 March 2022
Accepted 14 March 2022
Available online 31 March 2022

Keywords:
complex fluids; Rayleigh-Bénard thermosolutal convection; Carreau-Yasuda model; Soret number; Dufour number

ABSTRACT

The thermosolutal convection of non-Newtonian fluids under Soret and Dufour influences within an inclined square enclosure is explored. The active walls are subject to constant and uniform concentrations and temperatures. On the other hand, they are impermeable and adiabatic. A Carreau-Yasuda model is utilized to determine the fluid behavior. A special attention is paid to the impact of rheological parameters (n, a, E and ε), the thermal Rayleigh number Ra_T, Dufour number, D_f, Soret number, S_r, Lewis number, Le, buoyancy ratio, N, and the inclination angel, γ. The numerical findings are represented in terms thermal fields, iso-concentration, and viscosity apparent contours, and the influence of certain parameters on the variation of stream function, Nusselt and Sherwood numbers, and apparent viscosity is also inspected. The findings suggest that the rise of the time constant parameter, E, causes an increase in thermal and mass exchange for various power-law indices, n. The decrease of the of ratio of infinite-to zero-shear-rate viscosities, ε, and parameter, a, enhances the both thermal and mass transfers. The rise of the orientation angel γ from 0° to 90° yields an increase in thermal and mass transfer, but without a specific pattern in the different parameters studied.

- Publication National

Oran 2 University Journal مجلة جامعة وهران 2
e-ISSN : 2716-9448 p-ISSN : 2507-7546
Volume 7 Issue 2 / October 2022 pp. 27-35
[Special Issue] The 1st International Symposium
on Industrial Engineering Maintenance and Safety: IEMS'22.
IEMS 2022 Hybrid Mode | 05 - 06 March 2022 | Oran, Algeria.

Effect of Rheological Carreau-Yasuda Parameters on Double Diffusive Convection in a square Cavity enclosure Submitted to gradient of Temperature and Concentration

Selma LOUNIS[1]
Redha REBHI[2]
Noureddine HADIDI[3]
[1,2,3]Department of Process Engineering and Environment, University of Medea
LME- Materials and Environement Laboratory
Medea 26000, ALGERIA

Received: 27/04/2022, **Accepted:** 19/10/2022, **Published:** 31/10/2022

Abstract: *This paper presents a numerical study of doubly diffusive natural convection in an inclined square cavity filled with a non-Newtonian fluid subjected to a temperature and concentration gradient on the active walls, while the other walls are impermeable and adiabatic, are presented in this study. Any approximation of asymptotic parallel flow is applied to determine the onset of subcritical convection. The Boussinesq approximation and the transport equations are solved by a finite difference method. The numerical simulation presented here covers a wide range of thermal Rayleigh number ($2000 < Ra_T < 10^6$), the rheological parameters of the Carreau-Yasuda fluids (n, a, E, and s), and the inclination angel, γ, ($0° < \gamma < 90°$). The Nusselt and Sherwood transfer rates were improved by decreasing the power-law index n and the parameter a, or by increasing the time constant, E. Detailed results of the Nusselt and Sherwood numbers are presented and discussed.*

Keywords : Double diffusive convection, non-Newtonian, Carreau-Yasuda model, square cavity, finite difference method.

Résumé : *Cet article présente une étude numérique de la convection naturelle doublement diffusive dans une cavité carrée inclinée remplie d'un fluide non newtonien soumis à un gradient de température et de concentration sur les parois actives, tandis que les autres parois sont imperméables et adiabatiques, sont présentées dans cette étude. Une approximation d'écoulement parallèle asymptotique est appliquée pour déterminer le début de la convection sous-critique. L'approximation de Boussinesq et les équations de transport sont résolues par une méthode de différences finies. La simulation numérique présentée ici couvre une large gamme de nombre de Rayleigh thermique ($2000 < Ra_T < 10^6$), de paramètres rhéologiques des fluides de Carreau-Yasuda (n, a, E et s), et de l'angle d'inclinaison, γ, ($0° < \gamma < 90°$). Les taux de transfert de Nusselt et de Sherwood ont été améliorés en diminuant l'indice de power-law n et le paramètre a, ou en augmentant la constante de temps, E. Les résultats détaillés des nombres de Nusselt et de Sherwood sont présentés et discutés.*

Mots-clés : Convection doublement diffusive, non newtonienne, modèle de Carreau-Yasuda, cavité carrée, méthode de différences finies.

[1]E-mail : lounisselma82@gmail.com
[2]E-mail : redha.rebhi@yahoo.com
[3]E-mail : hadd71@yahoo.fr

- Participation International



Certificate of participation

IEMS 22

Presented to "Selma Lounis, Redha Rebhi and Noureddine Hadidi"

For their participation with the paper entitled:

"Effect of Rheological Carreau-Yasuda Parameters on Double Diffusive Convection in a square Cavity enclosure Submitted to gradient of Temperature and Concentration"

At the 1st International Symposium on

INDUSTRIAL ENGINEERING, MAINTENANCE AND SAFETY

Held On March 05-06th, 2022 in Oran, Algeria

Assoc. Prof. Dr. Aissani Nassima (General chair)

SCAN ME



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Selma Lounis

has participated in 3rd International Conference on Applied Engineering and Natural Sciences on 20-23 July in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Stability Analysis of Thermosolutal Convection with Soret and Dufour Effects in a Porous Collector under a Uniform Magnetic Field

PRESENTATION TYPE:

ICAENS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICAENS 2022



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Selma Lounis

has participated in 1st International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 10-13 May in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Double diffusive natural convection in a square cavity saturated with non-Newtonian fluids

PRESENTATION TYPE: Oral

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICEANS 2022



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Selma Lounis

has participated in 2nd International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 15-18 October in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *HEAT TRANSFER OF A SINGLE-WALL CARBON NANOTUBE-WATER NON-NEWTONIAN NANOFLUID SATURATED AN INCLINED SQUARE POROUS MEDIUM*

PRESENTATION TYPE: Oral

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Lounis Selma

has participated in 2nd International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 15-18 October in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *Simulation of convection heat transfer in an inclined square porous cavity saturated by shear-thinning fluid*

PRESENTATION TYPE: Oral

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Selma Lounis

has participated in 1st International Conference on Innovative Academic Studies on 10-13 September in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *Numerical and Analytical Study of the Thermosolutal Convection in the Framework of the Lewiss Effect in a Porous Collector Under a Uniform Magnetic Field*

PRESENTATION TYPE: Oral

ICIAS

ICIAS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Lounis Selma

has participated in 1st International Conference on Innovative Academic Studies on 10-13 September in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Simulation of Double Diffusive Natural Convection of non-Newtonian Fluid in a Porous Cavity.

PRESENTATION TYPE: Oral

ICIAS

ICIAS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Lounis Selma

has participated in 1st International Conference on Scientific and Academic Research on 10-13 December in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Numerical Study of a Basin Type Solar Still with a Double Glass Cover under Winter Conditions

PRESENTATION TYPE: Oral

ICSAR

ICSAR 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



People's Democratic Republic of Algeria
Ministry of Higher Education and Scientific Research
Mohamed Cherif Messaidia University, Souk Ahras
Faculty of Science and Technology

The 1st International Conference on Modern Electrical Engineering and Technology CIETM'22
Virtual conference : February 18-19, 2022 , Souk Ahras , Algeria

Certificate of Participation

This is to certify that

Selma LOUNIS

Has presented the paper entitled:

Modèle Tridimensionnel d'un Capteur Solaire à Air avec des Déflecteurs en forme D'ailes

At The 1st International Conference on Modern Electrical Engineering and Technology CIETM' 22

Organized in Febcuary 18-19, 2022 , Souk Ahras , Algeria

Co-Authors:Redha REBRI and Amina OULD LARBI

The chairman of CIETM'22:
Dr.Zoubir Bouhous

CIETM'22
18-19 février 2022
Univ souk ahras

- Participation National



Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials
ASREM2022, March 16-17, 2022 Médéa - Algeria

CERTIFICATE OF PARTICIPATION

We hereby certify that

Selma LOUNIS

Department of Process Engineering and Environment, University of Medea , Algeria

Has presented the paper referenced below in Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials (ASREM2022), which took place in Médéa, Algeria from 16th to 17 th, March 2022.

Title: **Effect of Rheological parameters on Double-diffusive Natural Convection in a Square Cavity Saturated by a Non-Newtonian Fluid**

Co-author(s): REBHI Redha and HADIDI Noureddine

ASREM 2022
General Chair
Dr. Younes Chiba



Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials
ASREM2022, March 16-17, 2022 Médéa - Algeria

CERTIFICATE OF PARTICIPATION

We hereby certify that

Redha REBHI

LERM-Renewable Energy and Materials Laboratory, University of Medea, Algeria

Has presented the paper referenced below in Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials (ASREM2022), which took place in Médéa, Algeria from 16th to 17 th, March 2022.

Title: **Hysteresis Effect on Hydromagnetic Double-Diffusive Convection with Opposed Buoyancy Forces in a Vertical Porous Layer**

Co-author(s): Selma Lounis and Mounir Alliche

ASREM 2022
General Chair
Dr. Younes Chiba



Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials
ASREM2022, March 16-17, 2022 Médéa - Algeria

CERTIFICATE OF PARTICIPATION

We hereby certify that

Redha REBHI

LERM-Renewable Energy and Materials Laboratory, University of Medea, Algeria

Has presented the paper referenced below in Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials (ASREM2022), which took place in Médéa, Algeria from 16th to 17 th, March 2022.

Title: **Numerical Study of the Thermosolutal Convection in a 2D Tilted Square Cavity Submitted to Cross Gradients of Temperature and Concentration**

Co-author(s): Selma Lounis and Mounir Alliche

ASREM 2022
General Chair
Dr. Younes Chiba