RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la

Recherche Scientifique

Université. YAHIA FARES De MEDEA

Faculté de la Technologie

Département de Génie des Procédés et

Environnement

Option : Environnement

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de master en Génie des procédés et Environnement

THÉME

Etude convective d'un fluide micropolaire sur la couche limite

Dirigé par :

Dr. ALOUAOUI Redha

Pr.BOUAZIZ Mohamed Najib

Réalisé par :

BAILICHE Yasmine

MAGLOUBI Azza

2018-2019

Remerciements

Nous tenons tous d'abord a remercié ***Allah*** *le tout puissant, qui nous adonner la force et la patience d'accomplir ce travail.*

Mon vif remerciement et ma profonde gratitude s'adressent à notre promoteur Docteur ALOUAOUI Redha et co-promoteur Professeur BOUAZIZ Mohamed Najib.

Nos sincères remerciements vont également à tous les membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'examiner notre travail est à tous les enseignants qui ont participé à notre formation.

Enfin nous remercions tous ceux qui ont contribué de prés ou loin a la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

À l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te garde dans son vaste paradis,

À toi mon Père

La lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur ;

Maman que j'adore Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour,

À mon marie samir

À tous mes frères Abd Raouf; Younes et rayhana et asma

Et à toute la famille Bailich ; Bendahibe et Hadjersi Je dédie ce travail

À ceux que le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour leurs conseils, aides, et encouragements

À mes très chère amis ilhem anisa, fela et Azza

Sans oublier tous les professeurs de Génie des Procédés

Tous ceux connaissant Yasmine de près ou de loin

YASMINE

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

À l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te garde dans son vaste paradis,

À toi mon Père

La lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur ;

Maman que j'adore Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour,

À mon mari Rateb

A mes beaux parents

À mon frere Karim et mes soeurs Issma ,Hadjer,Nesrine et Nacima

Et à toute la famille Magloubi ; Bourahli et Merzougui Je dédie ce travail

À ceux que le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour leurs conseils, aides, et encouragements

À mes très chère amis Yassmine, Amel, Selma,Shaima et Kaouthar

Sans oublier tous les professeurs de Génie des Procédés

Tous ceux connaissant Azza de près ou de loin

Azza

Table des matières

Remerciements…… .……..……i

Dédicace……..……...……ii

Résumés……..……...iii

Nomenclature……..…….iv

Liste des tableaux……..…. …….....v

Liste des figures…… ……vi

Introduction générale

Chapitre I. Convection naturelle et Couche limite

I.1.Introduction.....2

I.2. Convection naturelle thermique et massique.....2

I.2.1. Aspect physique du problème.....2

I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre…….....3

I.2.2.1. Couche limite dynamique.....4

I.2.2.2. Couche limite thermique.....5

I.2.2.3. Couche limite massique.....6

I.2.3. Equations de couche limite laminaire en convection libre.....8

I.2.3.1. Considérations de similitude.....10

I.3. Conclusion.....13

ChapitreII. Les fluides micropolaires

II.1. Introduction……..……..…….....……...15

II.2. Fluides micropolaires……..……..…….....15

II.2.1. Un flux de fines particules en suspension…….....….15

A.Fluides de particules de polymère en suspension…….....15

B. Colloïdes……..…....15

C. Sangs……..……..…....17

D. Liquide synovial ou liquide articulaire humain……..……..…..17

E. Cristaux liquides……..…..……..……28

II.2.2. Quelques modèles rhéologiques de fluide

Micropolaires……..…….....…20

A.Carreau et modèles Carreau modifiés……..…..……...20

B. Modèles de sang humain…….....…...22
II.2.3. Cisaillement ou fluide pseudo-plastique…….....….....23
II.3. Caractéristiques générales du fluide micropolaire… ……..…..…...24
II.3.1. Micro-rotation (vortex)……..…..……..…...…25
II.3.2. Viscosité du vortex…….....…….....26
II.4. Principaux paramètres affectant la viscosité…….....…...26
A .Effets de température et de pression……..…….....26
II.5. Conclusion……...…….…. ….27

Chapitre III. Magnétohydrodynamique

III.1Introduction……..……..28
III.2 Description d'un fluide conducteur..…….……..29
III.2.1. Loi d'Ohm généralisée……..……29
III.2.2. Equations de Maxwell……...……..……..30
III.2.3. Équation d'induction et force de Laplace……..……31
III.2.4. Équations du mouvement……..32
III.3. Écoulement de Hartmann……...……..……33
III.4. Nombres sans dimension ……...……..…38
III.5. Conclusion ……..39

Chapitre IV. Etude d'un écoulement magnétohydrodynamique avec une convection naturelle sur une plaque verticale en utilisant un fluide micropolaire sous l'effet de la radiation thermique

IV.1.Introduction.....40
IV.2. Problème physique et formulation mathématique.....42
IV.3. Résultats et discussions.....45
IV.3.1. L'effet combiné de paramètre magnétique *Ha* et matériel *K*.....46
IV.3.2. L'effet de couplage de paramètre du rayonnement *R* et du paramètre matériel *K*.....48
IV.3.3. Variations le Nombre de Nuselt et le Nombre de Sherwood……50

Conclusion générale……..56
Références bibliographique……...…….57

Résumé

Résumé :

Le but du présent travail est d'étudier le flux de la couche limite magnétohydrodynamique sur le long d'une plaque verticale immergé dans un fluide micropolaire en convection thermique et massique en présence d'un effet MHD. L'ensemble des équations différentielles partielles se transforme en équations différentielles ordinaires en utilisant des transformations de similarité. Les solutions numériques de ces équations sont obtenues en utilisant la routine bvp4c du logiciel de symbolique d'algèbre informatique MATLAB. De nombreux résultats sont obtenus et présentés graphiquement pour illustrer l'influence des différents paramètres de contrôle. L'objectif principal est de déterminer l'influence des effets simultanés sur le transfert de chaleur et de masse de la plaque au niveau de la couche limite.

Mots clés: Convection naturelle, Fluide micropolaires, magnétohydrodynamique et transfert thermique et massique.

Résumé

Abstract:

the aim of the present work is to study the flow of the magnetohydrodynamic boundary layer along a vertical plate immersed in a thermal and mass convection micropolar fluid in the presence of an MHD effect. The set of partial differential equations is transformed into ordinary differential equations using similarity transformations. The numerical solutions of these equations are obtained by using the bvp4c routine of the MATLAB computer algebra symbolic software. Numerous results are obtained and presented graphically to illustrate the influence of the different control parameters. The main objective is to determine the influence of simultaneous effects on the heat transfer and mass of the plate at the boundary layer.

Keywords: Natural convection, Micropolar fluid, magnetohydrodynamics and thermal and mass transfer.

الملخص

الهدف من هذا العمل هو دراسة تدفق الطبقة الحدودية المغناطيسية الديناميكية على طول صفيحة عمودية مغمورة في سائل ميكروبولار, على نقل حراري و كتلي بوجود آثار التدفق المغناطيسي.

يتم تحويل مجموعة المعادلات التفاضلية الجزئية إلى معادلات تفاضلية عادية باستخدام تحويلات التشابه. يتم الحصول على الحلول العددية لهذه المعادلات باستخدام روتين bvp4c الخاص بالبرنامج الرمزي لجزيء MATLAB ويتم الحصول على العديد من النتائج و عرضها بيانيا لتوضيح تأثير معاملات التحكم المختلفة.

الهدف الرئيسي هو تحديد تأثير التأثيرات المتزامنة على النقل الحراري و الكتلي لصفيحة عند الطبقة الحديدية.

الكلمات المفتاحية :الحمل الحراري الطبيعي, سائل ميكروبولار, التدفق المغناطيسي, النقل الحراري والكتلي.

.

Nomenclature et symboles

Lecture	Désignation	Unité
B_o	L'intensité du champ magnétique	[Tesla]
C	Concentration	[mole /m³]
C_f	Coefficient de frottement mécanique	[/]
C_P	Chaleur spécifique a pression constante du fluide	[J/Kg .K]
C_w	Concentration de paroi	[mole/m³]
C_∞	Concentration du fluide a l'infini	[mole/m³]
D	Est la diffusivité de massique	[m²/s]
E_c	Nombre d'ECKERT	[/]
f	Fonction de vitesse adimensionnelle	[/]
g	l'accélération gravitationnelle	[m/s²]
h	La micro rotation adimensionnelle	[/]
Ha	Nombre de Hartmann	[/]
Gr	Nombre de Grashof	[/]]
j	La densité de micro-inertie	[w/m²]
K	Paramètre matériel	[/]
N	La composée de vecteur de micro rotation qui est normale de plan x-y	[/]

Nu	*Nombre de Nuselt*	***[/]***
Pr	*Nombre de prandt*	***[/]***
q	*Le flux radiatif*	*[/]*
q_w	*Le flux thermique surfacique*	*[w/m]*
q'_w	*Le flux massique surfacique*	*[w /m]*
Re	*Nombre de Reynolds*	*[/]*
Sc	*Nombre de Schmidt.*	*[/]*
Sh	*Nombre de Sherwood*	*[/]*
T	*Température*	*[K]*
T_w	*Température de paroi*	*[K]*
T_∞	*Température du fluide à l'infini*	*[K]*
u	*Composante de vitesse selon x*	*[m/s]*
v	*Composante de vitesse selon y*	*[m/s]*
x.y	*Coordonnées caractérésiennes*	*[m]*

Lettres Grecques

Lecture	Désignation	Unité
α	*La diffusivité thermique moléculaire du milieu*	*[m²/.s]*
β	*Le coefficient d'expansion thermique de fluide*	*[1/K]*
β^*	*le coefficient d'expansion massique*	*[1/mole]*
g	*Viscosité de gradient de rotation*	*[m²/s]*
d_h	*Epaisseur de la couche limite*	*[m]*
d_m	*Epaisseur de la couche limite massique*	*[m]*
d_{th}	*Epaisseur de la couche limite thermique*	*[m]*
η	*Variable de similarité*	*[/]*
q	*Température adimensionnelle*	*[/]*
γ	*La viscosité du gradient de rotation*	*[m²/s]*
μ	*La viscosité dynamique*	*[Kg /.m.s]*
v	*Viscosité cinématique*	*[m²/.s]*

ρ	*Masse volumique*	*[Kg /m³]*
σ	*Conductivité électrique du fluide*	*[Ω^{-1} .m^{-1}]*
σ^*	*Constant de Stefan-Boltzmann*	*[W/m².K4]*
ϕ	*Concentration adimensionnelle*	*[/]*
F	*Fonction de dissipation visquesue*	*[1/s]*
τ_w	*La contrainte de cissaillement surfacique*	*[/]*

Abréviation

MHD Magnétohydrodynamique

Sous-rubriques

w Evalué sur le mur

∞ Evalué en dehors de la couche limite

Liste des figures

Figure	***Titre de la figure***	***Page***
	Chapitre I	
Figure I.1	*Couche limite dynamique sur une plaque plane [2].*	***4***
Figure I.2	*Couche limite thermique sur une plaque isothermique [2].*	***5***
Figure I.3	*Couche limite massique sur une plaque horizontale [2].*	***7***
Figure I.4	*Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire [3].*	***8***
Figure I.5	*Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée:* *(a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique [3].*	***9***
Figure I.6	*Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique:* *(a) profils de vitesse, (b) profils de température [2, 5].*	***13***
	Chapitre II	
Figure II.1	*Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang,* *[11].*	***17***
Figure II.2	*Cristaux liquides nématiques et smectiques [6].*	***18***
Figure II.3	*Phase cholestérique [6].*	***19***
Figure II.4	*Polymères cristallins liquides (a) chaîne principale, (b) chaîne latérale [6].*	***19***
Figure II.5	*Molécules Amphiphiles :(a) molécules de savon (b) micelle ;(c) vésicule ;(d) molécules phospholipide [6].*	***20***

Liste des figures

Figure II.6	*la viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C, [8].*	***22***
Figure II.7	*profile des courbes obtenues a partir d'une solution aqueuse de polycrylamide et de latex (polymére) dans l'eau[11].*	***24***
Figure II.8	*La viscosity en function du cisaillement de solution aqueuse de polycrylamide et de latex (polymére) dans l'eau[11].*	***24***
	Chapitre III	
Figure III.1	*Écoulement en conduite en présence d'une induction magnétique transversale uniforme [22].*	***35***
Figure III.2	*Profils de vitesse de l'écoulement de Hartmann [22].*	***36***
	Chapitre VI	
Figure V.1	*Modèle physique et système de coordonnées*	***43***
Figure V.2	*Profiles de vitesse f'(η) avec (Gr_x=0.1, Gm_x=0.1, R =0.5, Pr=0.7, R=2.0 et Sc=0.6)*	***47***
Figure V.3	*Profiles de temperature θ(η) avec (Gr_x= 3.0, Gm_x = 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, R = 1.0 et Sc = 0.6)*	***47***
Figure V.4	*Profiles de microrotation h(η) avec (Gr_x=0.5, Gm_x =0.5, Re =1.0, Pr =5.0, R = 1.0 et Sc = 0.6)*	***47***

Liste des figures

Figure VI.5	*Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec (Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr = 0.7, R = 0.1 et Sc = 0.3)*	***48***
Figure VI.6	*Profiles de vitesse $f'(\eta)$ avec (Gr_x = 0.1, Gm_x = 0.1, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.1 et Sc = 0.6*	***49***
Figure VI.7	*. Profiles de temperature $\theta(\eta)$ avec (Gr_x = 3.0, Gm_x= 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, Ha = 0.5 et Sc = 0.3)*	***49***
Figure VI.8	*. Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec (Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.7 et Sc = 0.3)*	***50***
Figure VI.9	*Profiles microrotation $h(\eta)$ avec (Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 0.5, Pr = 2.0, Ha = 0.3 et Sc = 0.6)*	***50***

INTRODUCTION GENERALE

De nos jours, l'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. Dans ce contexte, les études menées se fixent comme objectifs une connaissance détaillée et fiable du comportement des systèmes complexes induits par des matériaux ou fluides nouveaux et en présence des phénomènes de plus en plus variés et induisant des mécanismes nouveaux.

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des fluides micropolaires. Ces derniers sont des solutions contenant des microparticules en suspension dans un fluide à base newtonien ou non newtonien. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les fluides micropolaires peuvent être utilisées dans une multitude d'applications en ingénierie.

Le présent travail est donc organisé en quatre chapitres :

Le première chapitre est dédie la convection naturelle dans un milieu fluide, au cours duquel on donne l'aspect physique et mathématique de l'écoulement convectif sur des surfaces planes, et également une description détaillée en ce qui concerne la région dite couche limite dynamique, thermique et massique.

Le deuxième chapitre il est consacré a la présentation des principales définitions relatives aux fluide-micropolaire et quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non newtonien et Quelques modèles rhéologiques de ce fluides.

Quant au chapitre suivant il est consacré a l'aspect théorique et pratique de la magnétohydrodynamique et les relations qui existent avec la mécanique des fluides.

Le quatrième chapitre présente l'étude d'un écoulement magnétohydrodynamique avec une convection naturelle sur une plaque verticale en utilisant un fluide micropolaire sous l'effet de la radiation thermique et présentation du Problème physique et formulation mathématique.

Une conclusion générale rassemble les principaux résultats obtenus dans cette étude.

CHAPITRE I : CONVECTION NATURELLE

I.1. Introduction

La convection libre ou naturelle se distingue de la convection forcée en ceci que le mouvement du fluide n'est pas du à un apport externe d'énergie mécanique, mais qu'il trouve sa source au sein même du fluide, sous l'effet conjugué de gradient de masse volumique et d'un champ de pesanteur. Les variations de masse volumique sont également dues à des gradients de température, encore que des forces d'accélération (dans les centrifugeuses) ou de Coriolis (dans les transferts atmosphériques), ou encore des gradients de concentration (dans les mélanges), puissent jouer le même rôle. Nous ne mentionnerons par la suite que les phénomènes ayant une origine thermique [1].

Les écoulements de convection libre se repartissent en quatre grandes catégories:

- panaches lorsqu'il n'ya pas de parois à proximité,
- convection libre externe en présence d'une paroi,
- convection libre interne dans des espaces confinés comportant une entrée et une sortie distinctes,
- et enfin convection libre dans des enceintes closes ou partiellement ouvertes.

En outre, certains auteurs font une différence entre convection "naturelle", interne ou dans une enceinte, et véritable convection "libre", correspondant aux panaches et aux écoulements externes. Mais très souvent on emploie indifféremment l'un ou l'autre terme [1].

I.2. Convection naturelle thermique et massique

I.2.1. Aspect physique du problème

En fait, dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens. C'est ainsi que dans n'importe quelle salle d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvement d'air; celui ci se réchauffe en montant les long des parois les plus chaudes, et se refroidit en descendent le long des parois les plus froides. La diversité des situations est également plus grande en convection libre**:** par l'inclinaison d'une paroi, qui est souvent sans effet dans un écoulement isotherme, devient ici un paramètre essentiel; de même les effets de gravité sont significatifs dans des enceintes fermés an isothermes (bâtiment, réacteurs chimiques) ou en physique de l'environnement, du fait des écarts de température entre la surface et l'ambiance [1].

Les domaines d'applications sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations que le refroidissement des circuits électriques et électroniques, la thermique du bâtiment et le confort humain, les panaches et la dispersion des effluents ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans. En ce qui concerne la mécanique des écoulements de convection naturelle on observe que, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a là un couplage structurel entre bilan de quantité du mouvement et bilan d'énergie, c-à-d entre champ de vitesse et champ de température. Ce couplage est fort du fait que la température est sous la dépendance de la vitesse et réciproquement.

Une spécificité de la convection libre concerne les faibles niveaux de vitesse atteints, avec pour conséquence immédiate des flux thermiques également modestes. Il en résulte d'abord que la convection libre constitue soit un obstacle lorsqu'on veut améliorer les échanges thermiques soit une sorte d'isolation naturelle lorsqu'on veut au contraire les réduire, et ensuite que les échanges par rayonnement, souvent négligeable en convection forcée, pourront être ici du même ordre de grandeur que les échanges convectifs [1].

Bien évidement, les gradients de densité auxquels nous avons fait allusion se produisent aussi en convection forcée mais là, justement, leurs effets sont à peu près nuls. Les cas intermédiaires, où ces effets sont comparables à ceux de l'écoulement forcé, constituent des situations de convection mixte. Ajoutons enfin que l'existence d'un gradient de masse volumique n'entraine pas automatiquement un mouvement de convection naturelle, ainsi, entre deux plaques planes horizontales, si c'est la plaque supérieure qui est la plus chaude, le transfert thermique reste en général purement conductif [1].

L'aspect le plus important des transferts en convection libre est (comme en convection forcée) ce qui se passe au voisinage des parois. On y retrouve en particulier des structures de couche limite. Les équations générales aux quelles obéit le phénomène seront traitées dans ce qui suit.

I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre

Le concept de la couche limite joue un rôle important pour la compréhension de la convection thermique et massique entre une surface et un fluide qui circule devant elle. Dans ce qui suit, la couche limite dynamique, thermique, et de concentration sont décrits, ainsi que leurs relations avec le coefficient de frottement, le coefficient de transfert de chaleur par convection, et le coefficient de transfert de masse par convection.

I.2.2.1. Couche limite dynamique

Pour introduire le concept d'une couche limite, on considère un écoulement sur la plaque plane de la figure I.1. Lorsque les particules de fluide entrent en contact avec la surface, leur vitesse est réduite de manière significative par rapport à la vitesse du fluide en amont de la plaque, et dans la plupart des cas, il est valable de supposer que la vitesse de la particule est égale à zéro à la paroi. Ces particules agissent alors pour retarder le mouvement des particules dans la couche de fluide adjacente, qui servent à retarder le mouvement des particules dans la couche suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que, à une distance $y = \delta$ à partir de la surface, l'effet devient négligeable. Ce retard de mouvement est associé à des contraintes de cisaillement τ agissant dans des plans qui sont parallèles à la vitesse du fluide (figure I.1). Avec l'augmentation de la distance y à partir de la surface, la composante de vitesse du fluide u selon l'axe x, doit alors augmenter jusqu'à ce qu'elle se rapproche de la valeur limite u_∞. L'indice ∞ est utilisé pour désigner les conditions dans l'écoulement libre en dehors de la couche limite. La quantité δ est dite l'épaisseur de la couche limite, et il est généralement définie comme la valeur de y pour lequel $u = 0.99\ u_\infty$. Le profil de vitesse de la couche limite se rapporte à une manière dans laquelle u varie avec y à travers la couche limite [2].

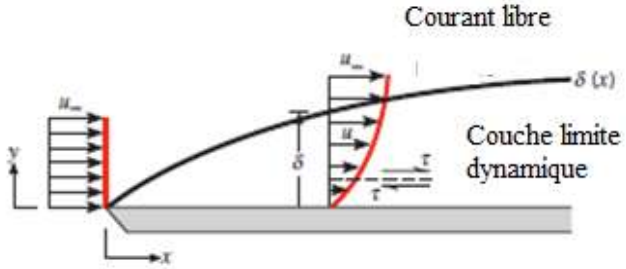


Figure I.1. Couche limite dynamique sur une plaque plane [2].

En conséquence, l'écoulement du fluide est caractérisé par deux zones distinctes, une couche mince de fluide (la couche limite) dans lequel des gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont grandes et une région en dehors de la couche limite dans laquelle les gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont négligeables. Avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de la viscosité pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite se développe(δ Augmente avec x). En mécanique des fluides, la couche limite joue un rôle important dans les écoulements à travers les conduites à cause de contraintes de cisaillement τ_s, et donc les effets de frottement en sont des conséquences. Pour

les écoulements, ce taux fournit la base de détermination du coefficient de frottement local [2].

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} \tag{I.1}$$

Un paramètre essentiel dont lequel la traînée de frottement de surface peut être déterminée. En supposant un fluide Newtonien, la contrainte de cisaillement surfacique peut être évaluée à partir du gradient de vitesse à la surface.

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{I. 2}$$

où μ est la viscosité dynamique dans la couche limite dynamique, le gradient de vitesse à la surface dépend de la distance x en amont de la plaque. Par conséquent, la contrainte de cisaillement surfacique et le coefficient de frottement aussi dépend de x [2].

I.2.2.2. Couche limite thermique

Quand il ya un écoulement du fluide devant un surface, une couche limite thermique doit se développer s'il existe une différence de températures entre le fluide et la surface [2].

Considérons un écoulement sur une plaque plane isotherme (Figure I.2).

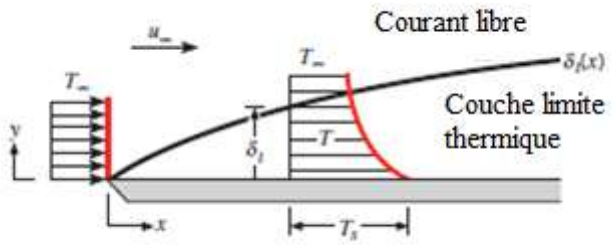


Figure I. 2. Couche limite thermique sur une plaque isothermique [2].

La température en amont de la plaque est uniforme $T(y) = T_\infty$, Cependant, les particules de fluide qui sont en contact avec la plaque évoluent pour atteindre l'équilibre thermique à la température de la surface de la plaque. À leur tour, ces particules échangent de l'énergie avec celles de la couche de fluide adjacente, et les gradients de température dans le fluide se développent.

La zone du fluide ou existent ces gradients de température appelé la couche limite thermique, et leur épaisseur δ_T est typiquement définie comme la valeur de y pour laquelle le rapport $(T_s - T)/(T_s - T_\infty) = 0.99$. L'expérience montre que δ_T évolue le long de la paroi, et que

la couche limite thermique s'épaissit quand on s'éloigne du bord d'attaque. La relation entre les conditions dans cette couche limite et le coefficient de transfert de chaleur par convection peut facilement être mise en évidence. À une distance x du bord d'attaque, le flux local thermique surfacique peut être obtenu en appliquant la loi de Fourier pour le fluide à y = 0.

$$q''_s = -k_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{I.3}$$

Cette expression est appropriée parce que, à la surface, il n'y a pas un mouvement fluide et le transfert d'énergie se produit uniquement par conduction. Rappelant la loi de Newton, nous voyons que:

$$q''_s = h\left(T_s - T_\infty\right) \tag{I.4}$$

et en combinant cette équation avec (II.3), on obtient:

$$h = \frac{-k_f \left.\partial T/\partial y\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \tag{I.5}$$

Par conséquent, les conditions imposées dans la couche limite, qui influencent fortement le gradient de température à la paroi $\left.\partial T/\partial y\right|_{y=0}$, détermine le taux de transfert thermique.

Tant que δ_T augmente avec l'augmentation de x, le gradient de température dans la couche limite doit donc diminuer avec l'accroissement de x, et il en résulte que h et q' s'affaiblissent avec l'élévation de x [2].

I.2.2.3. Couche limite massique

Lorsque l'air se déplace devant la surface d'une flaque d'eau, l'eau liquide s'évapore, et la vapeur d'eau sera transférée dans le courant d'air. Ceci est un exemple de transfert de masse par convection. Considérons un mélange binaire d'espèces chimiques A et B, qui circule sur une surface (figure I.3).

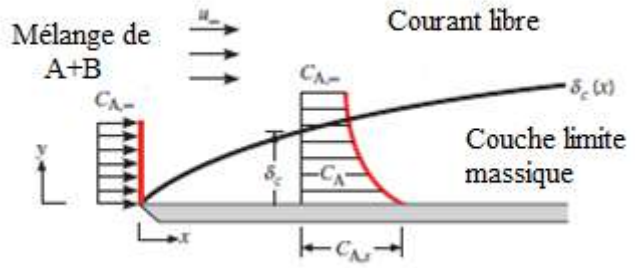


Figure I.3. Couche limite massique sur une plaque horizontale [2].

La concentration molaire (kmol/m^3) de l'espèce A est à la surface $C_{A,s}$, et dans le courant libre, il est libre $C_{A,\infty}$. Si $C_{A,s}$ diffère de $C_{A,\infty}$, Le transfert de l'espèce chimique A par convection se produit. Par exemple, une espèce peut être une vapeur qui est transférée dans un courant de gaz (espèce B) due à l'évaporation à la surface du liquide (comme dans l'exemple de l'eau) ou en raison de la sublimation à une surface solide. Dans ce cas, une couche limite de concentration se développe et qui est similaire à la couche limite dynamique et thermique. La couche limite massique est la zone du fluide dans laquelle le gradient de concentration existe, l'épaisseur est typiquement définie comme la valeur de y pour que $[(C_{A,s}-C_A)/(C_{A,s}-C_{A,\infty})]=0.99$ avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de transfert massique pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite massique évolue. Le transfert massique par convection entre la surface et le fluide est déterminé par des conditions dans la couche limite, et il est intéressant de déterminer le taux de transfert produit. Cas particulier, pour le flux molaire de l'espèce chimique A, Il est utile de savoir que ce flux associé avec le transfert de l'espèce par la diffusion est déterminée par une expression qui est analogue à la loi de Fourier, nommée la loi Fick de la forme:

$$q''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y} \qquad \text{(I.6)}$$

Où D_{AB} est une propriété du mélange binaire appelé le coefficient de diffusion binaire. En tout point correspondant à y > 0 dans la couche limite de concentration de la figure II.3, le transfert d'espèces est due à la fois au mouvement d'advection et de diffusion. Cependant, en absence de l'effet de l'échelle nano ou macroscopique et l'influence de la diffusion de l'espèce sur la vitesse normale à la surface, le mouvement du fluide à la surface peut être négligé. le transfert massique est du uniquement à la diffusion, à partir de la loi de Fick, le flux molaire à y = 0 est

$$q''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y}\bigg|_{y=0} \tag{I.7}$$

Par analogie du transfert thermique, le coefficient de transfert massique h_m est:

$$h_m = \frac{-D_{AB}\partial C_A/\partial y\big|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \tag{I.8}$$

I.2.3. Équations de couche limite laminaire en convection libre

Le mouvement d'un fluide dans lequel les gradients de vitesse, température et de concentration coexistent, les équations doivent se conformer à plusieurs lois physiques fondamentales. En particulier, à chaque point dans le fluide, la loi de la conservation de masse, de l'énergie et des espèces chimiques, ainsi que la deuxième loi de Newton doit être satisfaites. Les équations représentant ces exigences sont obtenues par l'application des lois sur un volume de contrôle différentiel situé dans l'écoulement (figure I.4.). Ces équations servent de point de départ de l'analyse de couches limites laminaires [3].

$$div\vec{V} = 0 \tag{I.9}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}.grad\vec{V} = -\frac{1}{\rho}grad\left(p^*\right) + div\left(\nu.grad\vec{V}\right) \tag{I.10}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(T\right) = div\left(\alpha.grad\left(T\right)\right) + \mu\Phi + \dot{q} \tag{I.11}$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(C_A\right) = div\left(\alpha.grad\left(C_A\right)\right) + \dot{N} \tag{I.12}$$

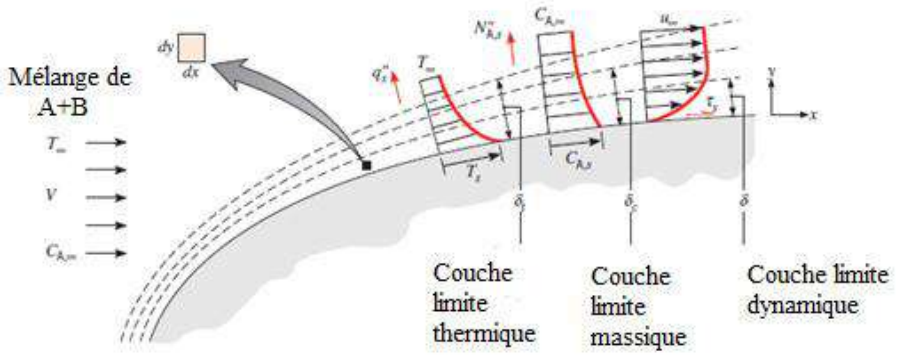


Figure I.4. Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire [3].

Considérons un écoulement de couche limite laminaire (figure I.5) qui est entraîné par des forces de flottabilité. On suppose que le régime soit stable, à deux dimensions, la force de

gravité est constante et dirigée vers le bas (sens inverse de l'axe x). Ainsi, on suppose que le fluide est incompressible.

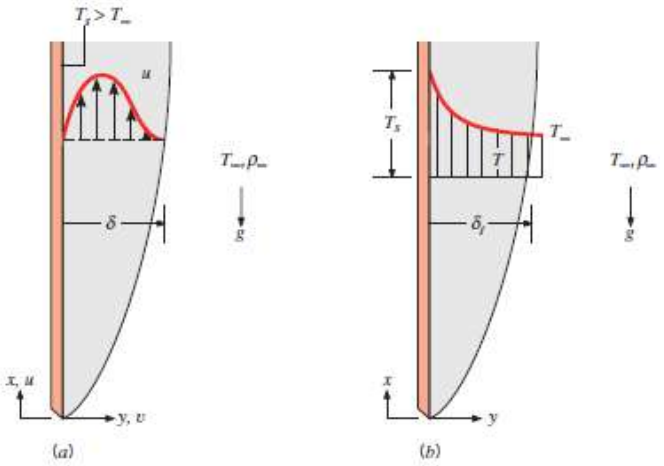


Figure I.5. Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique [3].

Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique [3]., à savoir:

$$v << u, et \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{I.13}$$

Par contre, $\partial u/\partial x$ n'est pas toujours négligeable devant $\partial u/\partial y$: au voisinage du maximum u_m (figure I.5.) on a en effet $\partial u/\partial y = 0$ et $\partial u/\partial x \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement.

Quoi qu'il en soit, il résulte de (I.13) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon x, le terme $\partial^2 u/\partial x^2$ disparait [3].

En fin dans la couche limite thermique et massique, les approximations suivantes sont justifiées:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial T}{\partial x} << \frac{\partial T}{\partial y}, et \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ &\frac{\partial C_A}{\partial x} << \frac{\partial C_A}{\partial y}, et \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \end{aligned} \tag{I.14}$$

ce qui traduit par la disparition des termes $\partial^2 T/\partial x^2$ et $\partial^2 C_A/\partial x^2$ dans l'équation de l'énergie et de la concentration. En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement il est admis que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement

dit, la pression motrice p* obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$grad(p^*) \approx 0 \tag{I.15}$$

Le regroupement des conditions précédentes va conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. En ce qui concerne le terme en $\vec{g}$ dans l'équation de quantité du mouvement, si on se trouve dans le cas $T_s > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut. On choisit alors pour x la même direction, de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur dirigée vers le bas) et le terme en $\vec{g}$ devient $+\beta(T - T_\infty)g$. Au contraire, avec $T_s < T_\infty$, l'écoulement est descendant, et on préfère encore prendre $\vec{x}$ dans le sens du mouvement. Cette fois, $\vec{g} = +g\vec{x}$ et le terme en $\vec{g}$ s'écrit $-\beta(T - T_\infty)g$.

Sous ces hypothèses les (I.9 - I.12) deviennent comme suit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{I.16}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{I.17}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{I.18}$$

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \tag{I.19}$$

I.2.3.1. Considérations de similitude

Les paramètres sans dimension qui régissent l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur pour une plaque verticale sont de la forme [4].

$$x^* \equiv \frac{x}{L}, y^* \equiv \frac{y}{L},\ u^* \equiv \frac{u}{u_0}\ v^* \equiv \frac{v}{u_0},\ T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

Où L est une longueur caractéristique et u_0 est une vitesse de référence, les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17, I.18) sont réduites:

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2}T^* + \frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{I.20}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{I.21}$$

Le paramètre sans dimension dans le premier terme du côté droit de l'équation (I.20) est une conséquence directe de la force de flottabilité. La vitesse de référence u_0 peut être spécifiée afin de simplifier la forme de l'équation. il est convenable de choisir $u_0^2 = g\beta(T_s - T_\infty)L$, de sorte que le terme multipliant T* devient l'unité. Alors Re_L devient $\left[g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu^2\right]^{1/2}$ [19].

Il est d'usage de définir le nombre de Grashof Gr_L comme le carré de ce nombre de Reynolds :

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \tag{I.22}$$

En conséquence, Re_L dans les équations (II.20) et (II.21) est remplacé par $Gr_L^{1/2}$, et ainsi le nombre de Grashof (ou plus précisément, $Gr_L^{1/2}$) joue le même rôle dans la convection libre que le nombre de Reynolds joue en convection forcée. Basé sur la forme résultant des équations (I.20) et (I.21), nous nous prédisons des corrélations de transfert de chaleur de forme $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$ en convection libre. Rappelons que le nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide. En revanche, le nombre de Grashof est une mesure du rapport entre les forces de flottabilité et forces de la viscosité agissant sur le fluide.

De nombreuses solutions aux équations de couche limite de convection libre laminaires ont été obtenues, et un cas particulier qui a reçu beaucoup d'attention implique convection libre à partir d'une surface verticale isotherme dans un milieu libre (Figure I.5). Pour cette géométrie les équations (I.16 - I.18) doivent être résolues sous des conditions aux limites de la forme:

$$\begin{aligned} &y = 0 : u = v = 0, T = T_s \\ &y \to \infty : u \to 0, T \to T_\infty \end{aligned} \tag{I.23}$$

Une solution de similarité au problème ci-dessus a été obtenue par Ostrach [5]. La solution nécessite le recours à des variables de transformation par l'introduction de variable de similarité de la forme :

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \tag{I.24}$$

et représentant les composantes de vitesse en termes d'une fonction de courant définie comme:

$$\psi(x,y) \equiv f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \tag{I.25}$$

avec la définition précédente de la fonction de courant, la composante de vitesse selon x peut être exprimée comme:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{2\nu}{x} Gr_x^{1/2} f'(\eta) \tag{I.26}$$

L'évaluation de la composante de vitesse d'une manière analogue $v = -\partial\psi/\partial x$ et en introduisant la température adimensionnée

$$T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \tag{I.27}$$

Les trois équations aux dérivées partielles (I.16 - I.18) peuvent ensuite être réduites à deux équations différentielles ordinaires de la forme

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \tag{I.28}$$

$$T^{*\prime\prime} + 3Pr\, fT^{*\prime} = 0 \tag{I.29}$$

Où f et T* sont des fonctions de η et que les exposants doubles et triples respectivement, se rapportent à la deuxième et troisième dérivées par rapport à η. Notez que f est la variable dépendante correspondante à la couche limite dynamique et que l'équation de continuité (I.16) est automatiquement satisfaite au moyen de l'introduction de la fonction de courant.

Les conditions aux limites transformées nécessaires pour résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17 et I.18) sont alors de la forme

$$\begin{aligned} &\eta = 0 : f = f' = 0; T^* = 1 \\ &\eta \to \infty : f' \to 0, T^* \to 0 \end{aligned} \tag{I.30}$$

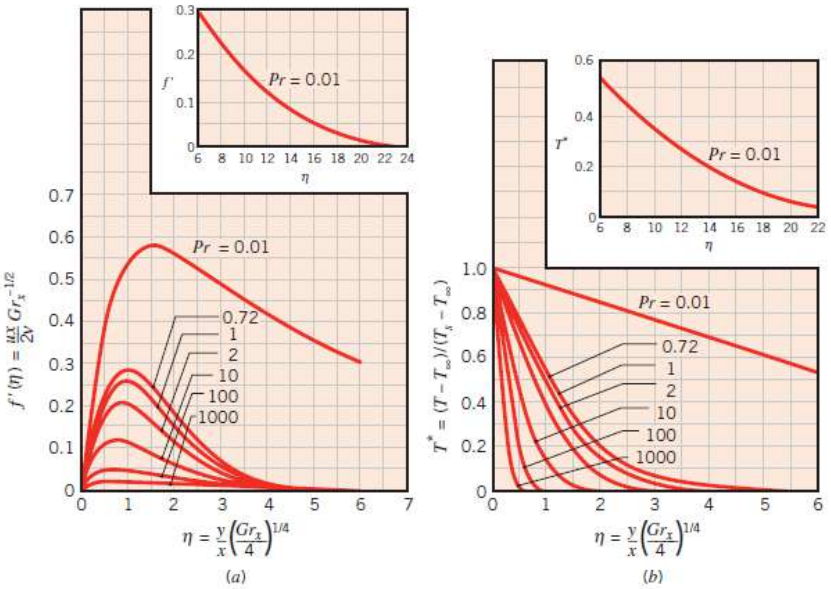


Figure I.6. Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique:
(a) profils de vitesse, (b) profils de température [2, 5].

La solution numérique a été obtenue par Ostrach [5], et des résultats sélectionnés sont montrés dans la figure II.6. Utilisant la loi de Newton pour le coefficient de convection local h, le nombre Nusselt local peut être exprimé comme:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q'_s/(T_s - T_\infty)]x}{k} \tag{I.31}$$

On peut aussi exprimer le nombre du Nusselt local sous la forme adimensionnée comme suit:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} \tag{I.32}$$

I.3. Conclusion

Les flux convectifs qui proviennent en partie ou exclusivement de forces de flottabilité sont examinés, et les paramètres sans dimension nécessaires pour caractériser ces flux ont été introduits. Cette présentation n'a pas d'autre prétention que de fournir les bases pour une analyse des situations de convection naturelle rencontrées dans les applications courantes. L'analyse complète d'un problème réel, le dimensionnement d'une installation ou l'optimisation d'un procédé où ces mécanismes convectifs interviennent parfois de façon

déterminante nécessitent évidemment des connaissances spécifiques plus étendues. On a souhaité insister sur les aspects fondamentaux de cette question afin d'aider à la formulation d'un problème.

CHAPITRE II:LES FLUIDES MICROPOLAIRES

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous avons présenté en première main la définition des fluides micropolaires en donnant des exemples de ce type de fluides non-newtoniens en revanche le comportement rhéologique présent de M.F. Eringen a formulé la théorie micro-continuum micropolaire, qui a été utilisée par de nombreux auteurs dans diverses conditions physiques. Les fluides micropolaires sont des fluides non-newtoniens avec les structures internes dans lesquelles le couplage entre la vitesse de rotation de chaque particule et le champ de vitesse macroscopique est considéré, M. M. Rahman [7] Exemples: Les flux de colloïdes et de suspension de particules fines. Le polymère à longue chaîne,liquides cristallins, sang et liquides étincelants (brillants, colorés, etc.)Y.A.Buyevic[8] La théorie des fluides micropolaires est adoptée pour examiner les effets de la microstructure et de la microrotation sur les dispositifs de lubrification dans la fine couche de lubrifiant. La micropolarité entraînera une augmentation de la viscosité équivalente qui conduira plus tard à une lubrification améliorée, Z. Chaohui, et al, [8].

II.2. Fluides micropolaires

II.2.1. Un flux de fines particules en suspension

On donne quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non newtonien.

A. Fluides de particules de polymère en suspension

Ces fluides sont considérés comme des solutions non-newtoniennes de faible concentration de polymère, par exemple: des particules de latex molécules dissoutes dans l'eau (figure 2.7). Nicodemo et al, avaient observé que l'addition de particules de latex dans un fluide cisaillé n'avait simplement pas d'influence sur la courbe de viscosité, [8].

B. Colloïdes

Les fluides colloïdaux sont des fluides qui contiennent des particules fines similaires et qui contiennent de la colle ou de la gélatine et qui ne cristallise pas, où les forces browniennes et les particules.
les interactions entre particules jouent un rôle important [8].

Les forces internes peuvent être divisées en forces hydrodynamiques responsables la migration, l'alignement ou l'orientation des particules dans le cas de particules non sphériques

et la structure effondrée quand il s'agit de précipitations et d'agrégats, ces forces entraînent des mouvements relatifs de particules en suspension, Einstein a confirmé étaient les seules forces dans les analyses de la viscosité d'un diluer la bille de suspension dans un fluide newtonien. [8].

Les forces internes non hydrodynamiques sont constituées par les forces browniennes responsables du mouvement interne et de la distribution des particules dont elles ont la résistance mécanique et chimique interactions qui peuvent affecter la structure interne des particules colloïdales en suspension. Le mouvement brownien permet des forces d'attraction à faible portée pour favoriser la floculation de la construction et de l'entraînement du réseau à faible gel.
Pour ne pas dire que les forces externes telles que dues à un champ électrique peuvent radicalement modifier les propriétés rhéologiques des suspensions [8]. Le tableau.II.1 résume les principales forces agissant sur les particules colloïdales avec quelques calculs mathématiques de base sur l'amplitude :

Tableau .II.1*: Les forces se concentrent sur les suspensions de colloïdes (Adapté par Russel et al). [8]*

Force	**la magnitude**	**Définition**
Brownien	$F_B = \frac{kT}{d_P}$ (II.1)	k: la constante de Boltzmann T: température [K] dp: diamètre des particules
Van Der Waals	$F_{vd} = \frac{A}{d_p}$ *(II.2)*	A: constant Hamaker
Visqueux	$F_{vs} = \eta d_p{}^2 U = \eta d_p \gamma$ (II.3)	η: viscosité sur particule
Inertie	$F_{\ln} = d_p{}^2 \rho_p U^2$ *(II.4)*	U: vitesse relative de la particule
Gravitationnel	$F_{gr} = d_p{}^2 \Delta\rho\, g$ *(II.5)*	∆ ρ: différence entre la densité du fluide et la particule

C. Sangs

Les écoulements du sang sont considérés comme des fluides déformables vésicule suspension de caractère non newtonien, son comportement en mouvement est comme un fluide de fluidification et sa viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement (gradient de vitesse) augmente noté dans les références [1-6], voir l'exemple donné par N. Midoux et D. Quemada, [12-13]. (figure II.1).

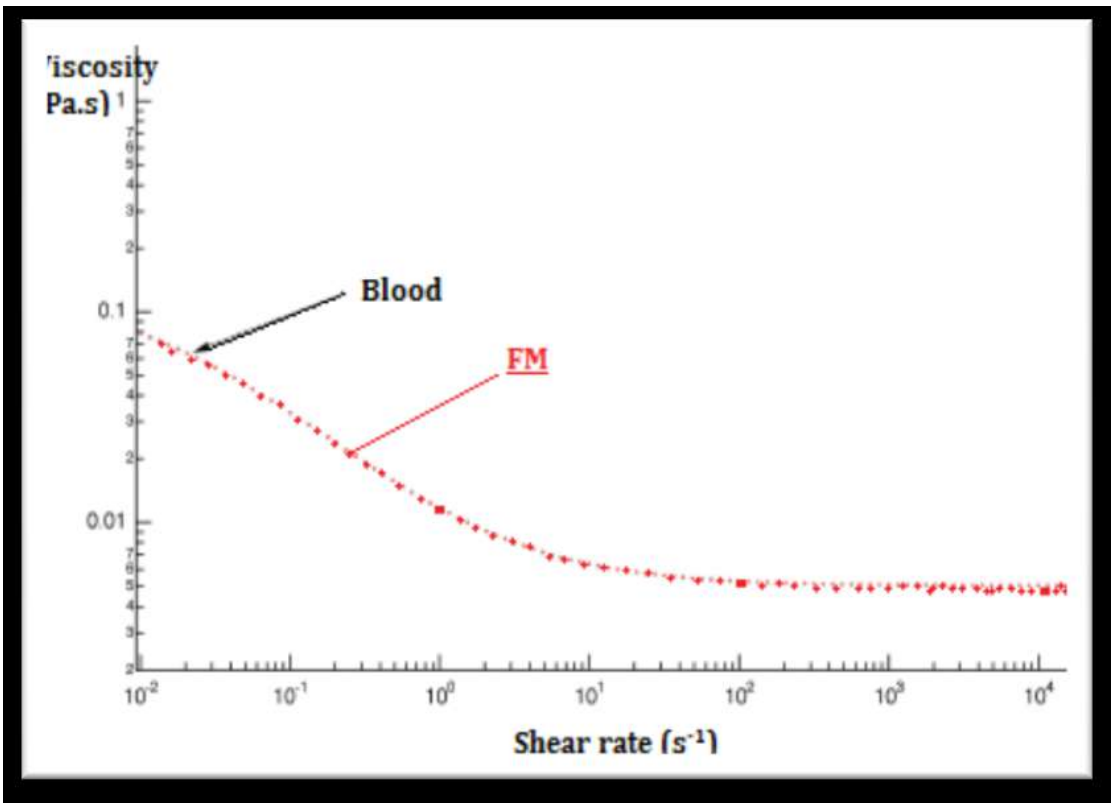


Figure II.1: Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang,

[11].

D. Liquide synovial ou liquide articulaire humain

Au sujet d'une étude rhéologique du comportement du liquide synovial, on peut citer l'étude d'Ogston et Stanier, ils ont mis en évidence le comportement viscoélastique tandis que Dowson et Mow ont noté que le liquide articulaire humain avait le même comportement rhéologique qu'un lubrifiant, Jones est également d'accord, Dintenfass a trouvé que le liquide synovial est non newtonien en raison de la présence de molécules d'acide byaluronique (polymère à longue chaîne), et sa viscosité diminue avec l'augmentation du taux de

cisaillement, ce qui a été soutenu expérimentalement par Bloch et Dintenfass. et Dowson. S. P. Singh, et al, [9].

E. Cristaux liquides

Il existe un grand nombre de composés organiques qui présentent simultanément un comportement solide et liquide, en même temps qu'ils coulent comme des fluides. Ces substances sont appelées cristaux liquides. Les cristaux liquides sont constitués de molécules en forme de bâtonnets, en forme de disque ou de forme arbitraire dans un environnement fluide. Il y a beaucoup de différents types de cristaux liquides. Les cristaux liquides, qui possèdent des molécules semblables à des bâtonnets, sont divisés en deux classes: nématique et smectique (figure.II.2) [6].

- Dans les cristaux liquides nématiques, les centres de masse des molécules sont répartis de manière aléatoire en trois dimensions.
- En smectique, ils sont disposés dans des plans équidistants.

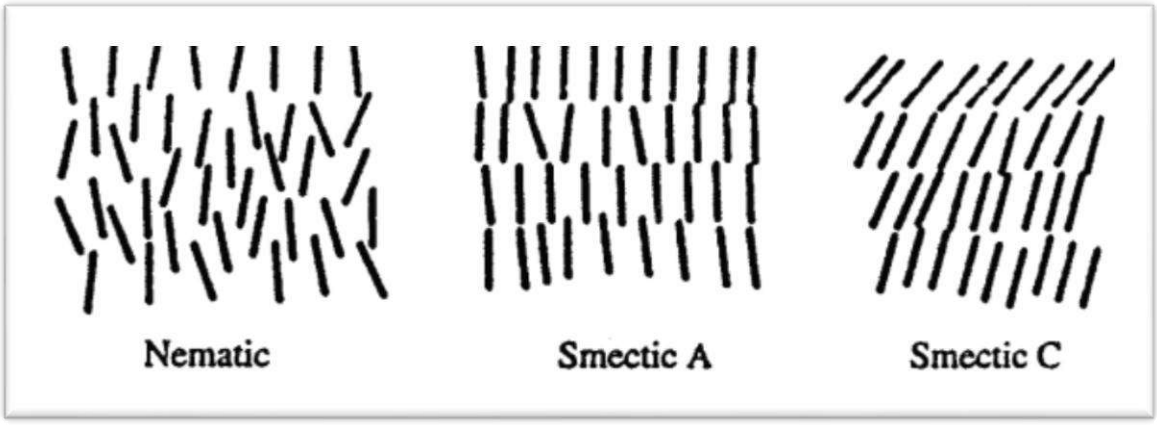


Figure II.2: Cristaux liquides nématiques et smectiques [6].

Lorsque les éléments en forme de bâtonnets des nématiques sont organisés en plans adjacents, une structure hélicoïdale légèrement tournée est appelée phase cholestérique ou chirnématique (Figure.II.3). Les cholestériques présentent une biréfringence et une activité optique. Il peut citer d'autres types de cristaux liquides, les polymères dont les molécules consistent en des barres rigides attachées les unes aux autres par chaînes souples ou par une seule fibre longue et flexible avec des barres attachées comme

chaînes latérales (figure II.4), les cristaux liquides polymères peuvent être en ordre nématique, chiralnematic, ou smectique [6].

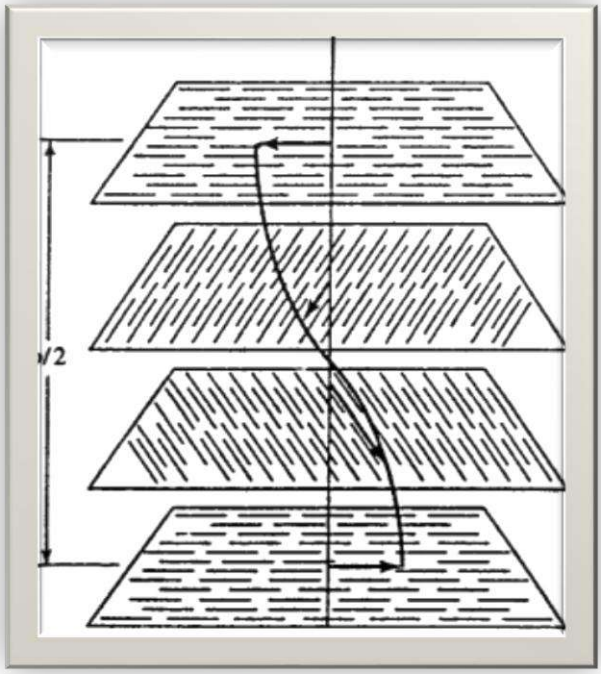


Figure II.3: Phase cholestérique [6].

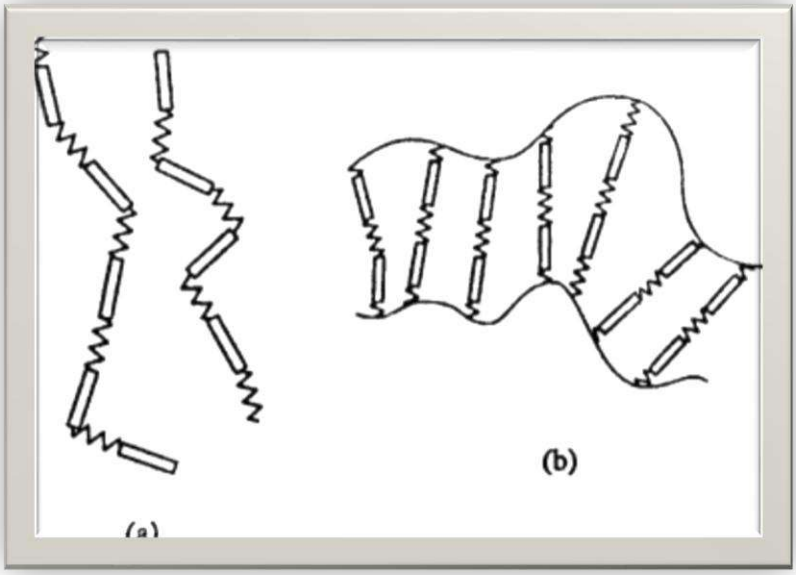


Figure II.4: Polymères cristallins liquides (a) chaîne principale, (b) chaîne latérale [6].

Une classe différente de cristaux liquides a des molécules biologiquement importantes, telles que les phospholipides, appelées molécules amphiphiles, qui sont soit la recherche d'eau, soit

la répulsion de l'eau (FigureII.5)

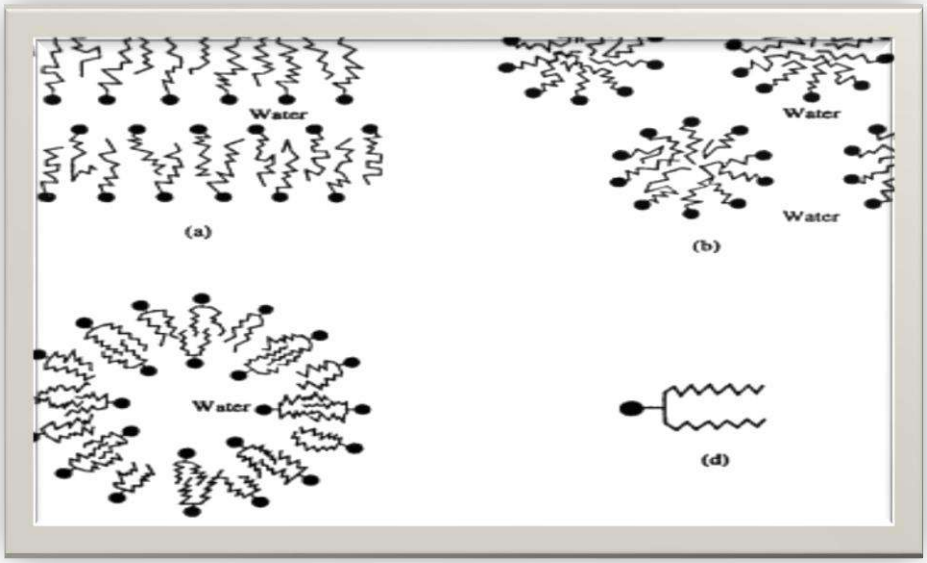


Figure II.5: Molecule Amphiphiles :(a) molecule de savan (b)micelle ;(c) vésicule ;(d) molecule phospholipid [6].

II.2.2. Quelques modèles rhéologiques de fluide Micropolaires

Dans la littérature, plusieurs modèles expliquent le comportement rhéologique des fluides micropolaires non newtoniens car leur comportement rhéologique est indépendant du temps et inclus dans la catégorie des fluides pseudo-plastiques (fluidification par cisaillement) [8].

A.Carreau et modèles Carreau modifiés

On peut distinguer ce type de fluides; Pour les concentrations élevées de solides ou de matrices de faible viscosité, les particules d'interaction par particule peuvent devenir significatives, comme pour les masses de polystyrène remplies de charbon noir, de dioxyde de titane et de carbonate de calcium. Poslinski et d'autres ont proposé un modèle de Carreau changé [8].

Tableau II.2: Les lois rhéologiques de l'amincissement des fluides micropolaires ne présentent pas de contraintes critiques. N. Midoux, D. Quemada et H. A. Barnes [12-13] et [15].

Modèle	**Lois rhéologiques**	**Paramètres** n < 1
Ostwald De Waele	$\tau = k.\gamma^{n}$	n, k: indice de paramètre et de cohérence, respectivement.
Ostwald De Waele	$u = m.\gamma^{n-1}$	m: est un paramètre, un comportement mal caractérisé à de faibles taux de cisaillement.
Carreau	$\tau = \left[u_{\infty} + (u_0 - u_{\infty})\left[1+(\lambda.\gamma)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}\right].\gamma$	u_0 ,u_{∞}, λ n: indice de structure
Cross	$\tau = \left[u_{\infty} + \frac{u_0 - u_{\infty}}{1+(\gamma.t_1)p}\right].\gamma$	u_{∞}: présente la viscosité à très fort taux de cisaillement.
Ellis	$\tau = \left[\frac{u_0}{1+\left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}\right].\gamma$	U_0, $\tau_{1/2}$, α $\tau_{1/2}$: Présente la moitié de la contrainte de cisaillement appliquée.

$$\mu = \sigma_0 / \gamma + \mu_0 / \left(1+(t_1\gamma)^2\right)^{(1-n)/2}$$

Avec, $\sigma_0 = G_0 \times \gamma_0$ & G_0 est le module d'élasticité, avec: $\sigma_0 < \sigma$ & $\gamma_0 \geq \gamma$, μ_0 viscosité nulle, et le temps caractéristique (t_1) sont décrits par Maron Pierce, donnant les expressions suivantes [8].

$$t_1 = t_{1m}\frac{u_0}{u_m}$$

$$\frac{u_0}{u_m} = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^{-2}$$

Avec: μ_m & t_{1m} sont respectivement la viscosité et la période caractéristique de la matrice polymère, φ_m: est la fraction maximale de l'emballage = 0,80; μ_0/μ_m = 2/5.

Poslinski et al, ont obtenu un bon accord entre le modèle proposé et les données expérimentales, ils ont trouvé que le comportement rhéologique des particules en suspension est très similaire au comportement des particules de polymère non saturées (faible concentration de polymère) et des particules sphériques en suspension. . (Figure II.6) [8].

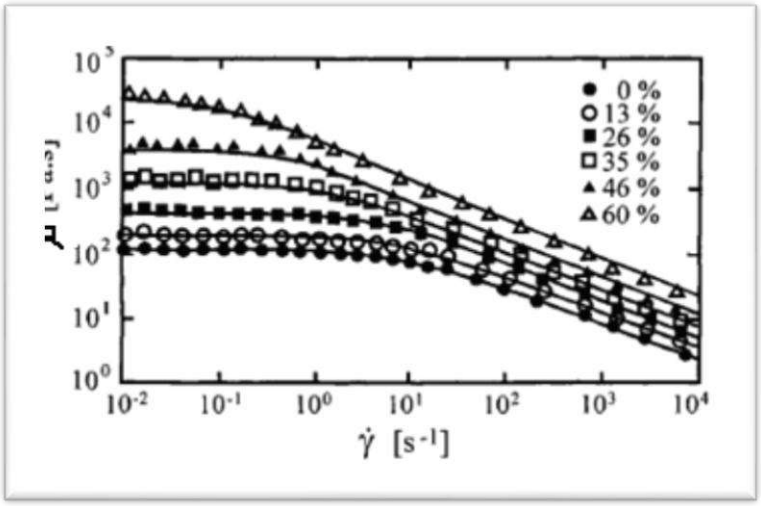


Figure II.6: la viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C, [8].

B. Modèles de sang humain

Dans le rétrécissement Pathologique le flux de sang humain dans la sténose d'un vaisseau sanguin ou d'une artère est fourni sous le modèle de fluide micropolaire suivant, Md. Ikbal [11].

$$\tau = -m\left\{\left|\sqrt{\frac{1}{2}(\gamma:\gamma)}\right|^{n-1}\right\}\gamma$$

$$\text{Avec: } \frac{1}{2}(\gamma:\gamma) = 2\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2$$

τ: Tenseur de contrainte de cisaillement ; γ : Tenseur du taux de cisaillement;

m & n: sont respectivement l'indice de cohérence et le paramètre d'indice du comportement du fluide; z et r sont les coordonnées polaires; u et v sont respectivement les composantes de la vitesse le long de l'axe (oz) et du pôle (r).

Il y a un schéma particulier du flux sanguin à travers une artère étroite de cathétérisme; ce modèle est donné par la formule de viscosité effective suivante, V. P. Srivastava et al, [39].

$$u_e = \frac{(1-c)u_s}{1-\varepsilon^4 + \beta(1-\varepsilon^2) + (1-\varepsilon^2)^2 / \log\varepsilon}$$

Avec: μ_s: est une relation empirique avec la viscosité d'une suspension; $\varepsilon = a_1/a$, où a; a_1 sont les valeurs limites prises par le rayon r d'un cylindre creux; $\beta = 8C\,(1\text{-}C)\mu s/Sa^2$; S est le coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule par particule. C: la densité des particules dans la fraction volumique du sang.

II.2.3. Cisaillement ou fluide pseudo-plastique

Généralement, ce type de fluides ne présente pas de contrainte critique d'écoulement ou de très faible contrainte critique, par exemple: ciments, colles, fluides contenant des particules en suspension de détergent et certaines peintures, particules en suspension de latex (polymère) dans l'eau, polyacrylamide (figures 2.6 et 2.7). Selon les expériences sur ce type de fluides, le gradient de viscosité apparente diminue alors que le taux de cisaillement augmente [12-13].

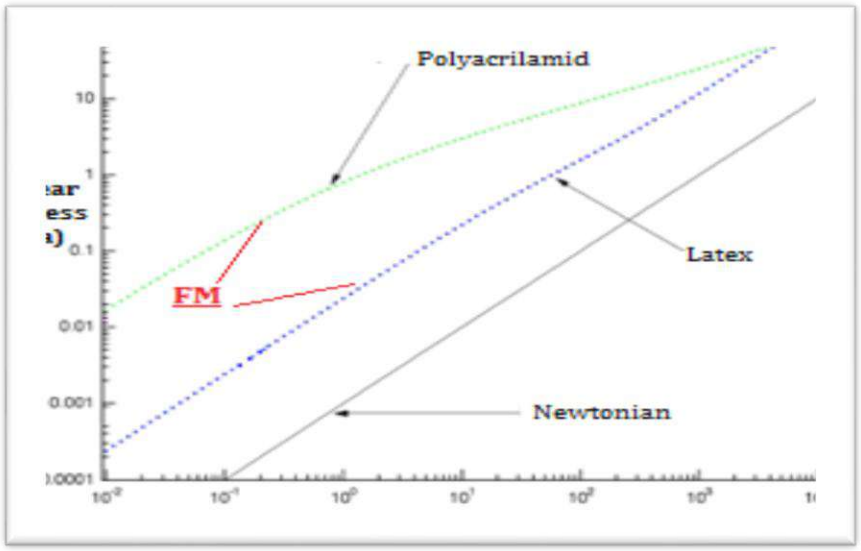


Figure II.7: profile des courbes obtenues a partir d'une solution aqueuse de polycrylamide et de latex (polymére) dans l'eau[11].

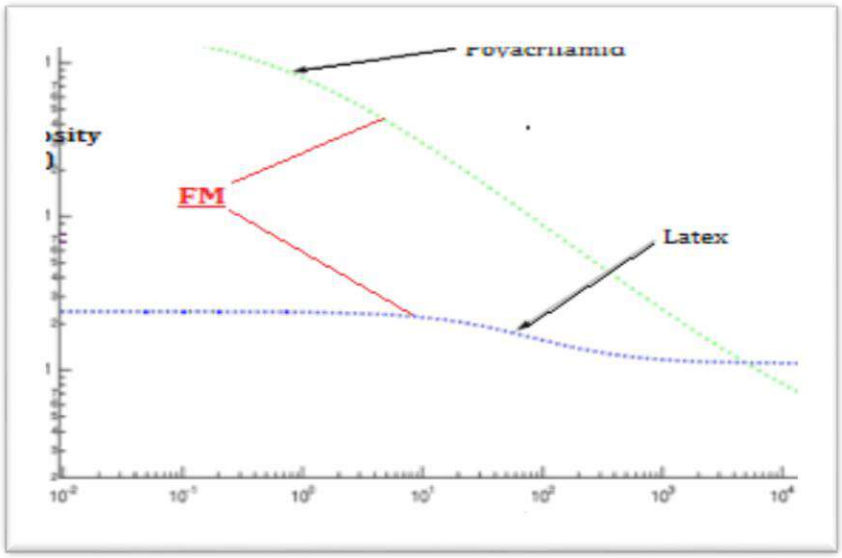


Figure II.8: la viscosity en function du cisaillement de solution aqueuse de polycrylamide et de latex (polymére) dans l'eau[11].

II.3. Caractéristiques générales du fluide micropolaire

Le fluide micropolaire est caractérisé par le mouvement brownien, le mouvement rotatif (spin), la viscosité du vortex, la viscosité du gradient de spin, la densité de micro-inertie des particules solides en suspension, C. Y. Cheng [10].

II.3.1. Micro-rotation (vortex)

Le théorème qui définit la rotation correcte des particules, dénonce que lorsque les particules fluides tournent autour de leur propre axe, le flux de fluide est appelé mouvement de rotation, les propriétés de ce type de flux sont importantes et différentes propriétés à l'écoulement potentiel (i-rotationnel). La rotation d'une particule est décrite par sa vitesse angulaire moyenne donnée par les formules appelées différentielles variations angulaires données par les formules suivantes, R. Chhabra et E. Krause [14], [16].

$$\{ d\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} dt$$

$$\{ d\beta = \frac{\partial u}{\partial y} dt$$

Généraliser la relation (2.17) sous une autre forme dans trois dimensions de l'espace nous obtenons le vecteur de rotation, [13-14], ou le tourbillonnement vectoriel est selon:

$$\vec{\omega} = \xi \vec{i} + \eta \vec{j} + N \vec{k} = \frac{1}{2}\left(\vec{\nabla} \vec{v}\right)$$

Avec: $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$; $\vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$

La composante de la vitesse angulaire de la particule mobile en rotation dans différents plans: (yoz), (xoz) & (xoy), sont ξ, η et N, respectivement donnés par:

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

II.3.2. Viscosité du vortex

Elle est généralement donnée par un coefficient σ * qui caractérise la viscosité à l'échelle microscopique à la frontière séparant la couche de fluide et la paroi des fines particules solides en suspension (liée à la surface de contact fluide-solide) dans les équations d'équilibre viscosité dynamique μ dans l'équation de quantité de mouvement, la relation entre σ *, μ et γ est appelée viscosité du gradient de spin. Il est donné par la formule suivante, [13-14].

$$\gamma = (u + 0.5\sigma^*)\,j$$

Avec: *j*: la densité de micro-inertie.

σ *: Viscosité du vortex (spin).

II.4. Principaux paramètres affectant la viscosité

Les paramètres principaux qui ont un effet apparent sur la viscosité sont: La température pour les liquides et les semi-solides, exprimée par la loi d'Arrhenius; Pression; La nature chimique du fluide La concentration de la solution dans le cas de matériel; La météo; La contrainte de cisaillement sur site les deux premiers paramètres. [14], nous vous avons donné dans le tableau 2.3, quelques types de viscosités.

A .Effets de température et de pression

Pratiquement, la température de l'augmentation du fluide incompressible provoque l'expansion du volume (augmentation des distances intermoléculaires). Le même résultat, lorsque la pression devient très élevée, supérieure à 40 bars, la viscosité (u) augmente, inférieure à 40 bars, la variation de viscosité est négligée, mais pour les fluides incompressibles, la pression seuil est comptée au début de 20 bars [14].

Tableau II.3: Relations de différents coefficients de viscosité [14].

Coefficient	**formule**	**Caractère**
Viscosité dynamique (absolue) μ	$\mu = \tau / D$	-------
Viscosité cinématique,v	$V = \mu / \rho$	u: Viscosité dynamique de la dispersion.
Viscosité relative, u_r	$\mu_r = \mu / \mu_s$	-------
Viscosité spécifique, u_{sp}	$\mu_{sp} = (\mu - \mu_s) / \mu_s$	u_s: Viscosité dynamique du solvant.
viscosité intrinsèque, u_i	$\mu_i = lim_{C \to 0}[\mu_{sp} / c]$	C: Présente la concentration de la phase dispersée.

II.5. Conclusion

De cette analyse théorique, nous pouvons conclure qu'il existe un lien important entre la structure microscopique et le comportement de l'écoulement du fluide. Ainsi, il est possible d'avoir certaines caractéristiques désirées d'un produit en manipulant la structure en utilisant une gamme d'additifs. Inversement, en exploitant les mesures rhéologiques pour obtenir des aperçus à l'échelle de la microstructure, sur la base actuelle, il est construit des matériaux dans une forme pratique dans l'industrie (par exemple: les soins personnels, les peintures, etc ....).

CHAPITRE III: Magnétohydrodynamique

III.1Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (ce fluide peut être un liquide, un gaz ionisé, un plasma). C'est une généralisation de la mécanique des fluides, qui est la magnétohydrodynamique dans le cas particulier où il n'y a pas de champ électromagnétique. Or la mécanique des fluides est déjà très compliquée, la magnétohydrodynamique est donc mal maitrisée. Entre la mécanique des fluides et la magnétohydrodynamique, une version intermédiaire est l'électro hydrodynamique en présence d'un champ électrique (électrostatique), [18], [19].

Les applications de la magnétohydrodynamique sont très larges et dans des domaines très variées, tels que l'industrie métallurgique, le transport ou le pompage des métaux liquides en fusion, ...Depuis quelques années, des études sur des refroidisseurs pour l'électronique utilisant des métaux liquides comme des alliages à base de gallium ou des alliages de sodium potassium sont apparues. Cela est dû aux excellentes propriétés physiques de ces fluides. Leurs fortes conductivités thermiques, les métaux liquides ont aussi pour avantage d'être de bons conducteurs électriques. La magnétohydrodynamique (MHD) est considérée la partie de la mécanique des fluides qui traite l'écoulement d'un fluide électro-conducteur en présence d'un champ magnétique. Ainsi aux forces d'inerties, de pression, de viscosité, de capillarité, qui intervient en mécanique des fluides classique, viennent s'ajouter des forces d'origine électromagnétique. Une description MHD réaliste de la dynamique d'un système fluide conducteur impose que les propriétés du milieu et des processus qui s'y développent répondent le plus exactement possible aux hypothèses, parfois sévères, sur lesquelles repose cette théorie.

Le champ électromagnétique, seul élément qui en milieu conducteur différencie formellement la MHD de l'hydrodynamique, a une influence sur le mouvement uniquement par le champ magnétique, les forces électriques, qu'elles soient d'origine électromagnétique ou électrostatique (produites par d'éventuelles variations locales dans la densité de charge), sont négligeables car, dans une très bonne approximation, le fluide MHD est localement neutre (en conservant néanmoins des courants non nuls). La MHD repose donc simplement sur une vision hydrodynamique du fluide incluant toutefois les forces de Laplace dues à l'action du champ magnétique sur les courants; quant a l'évolution du champ électromagnétique, elle est bien entendu déterminée par les équations de Maxwell. La fermeture du système se fait à

travers une loi d'Ohm reliant la densité de courant et donc les mouvements de la matière au champ électromagnétique [20].

Parmi les applications de la MHD, on citera la métallurgie, qui consiste à produire des forces magnétiques suffisantes pour mettre en métal liquide en mouvement (brassage), le maintenir en sustentation (lévitation), le façonner (formage), le pulvériser,... etc.

III.2 Description d'un fluide conducteur

Afin de pouvoir définir des grandeurs physiques dans un fluide, les particules doivent rester localisées. L'approximation fluide n'est donc valable que dans la mesure où les conditions thermodynamiques varient peu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen, trajectoire suivie par une particule sans être défléchie, pour les temps détermines par l'agitation thermique, les processus de délocalisation sont en fait responsable des phénomènes de transport. La description d'un fluide sous-entend que toutes les espèces chimiques sont suffisamment couplées pour être thermalisées et suivre une distribution de Maxwell unique. Ce couplage doit bien sur s'opérer entre les éléments d'une même espèce chimique mais également entre chacune des populations dans le cas d'un plasma. En hydrodynamique, dans les milieux suffisamment denses l'approximation fluide est validée par des collisions qui transférant de la quantité de mouvement entre les particules de façon très efficace, via des interactions de type Vander Waals.

III.2.1. Loi d'Ohm généralisée

L'établissement de la loi d'Ohm pour un fluide conducteur, c'est-a-dire d'une loi reliant les mouvements de la matière aux densités volumiques de courant, au champ électrique E et au champ magnétique B est à la base de la théorie MHD et peut être un point délicat, notamment pour les plasmas. Cette loi traduit en termes de courant la réponse d'un milieu conducteur immobile à un champ électrique via la conductivité électrique σ_e. Elle prend la forme d'une simple relation de proportionnalité dans le référentiel où le fluide est localement au repos ; sa traduction dans le référentiel lié au laboratoire se fait par une transformation de Lorentz sur le tenseur de Maxwell décrivant le champ électromagnétique. Dans l'approximation classique valide pour la MHD, la loi d'Ohm s'écrit dans le référentiel du laboratoire [21]:

$$\vec{j} = \sigma_e\left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(III.1)}$$

σ_e: la conductivité électrique.

u: la vitesse du fluide.

La loi d'Ohm formulée ici est une forme réduite de l'expression la plus générale établie en physique des plasmas dans le cadre d'un modèle simplifié. Elle cache en fait toute la micro-physique de la population d'électrons qui dépend du type de plasma rencontré. Dans un plasma chaud complètement ionisée par exemple, un courant peut être produit d'une part à travers le gradient de la pression du gaz d'électrons dans une direction parallèle au champ magnétique et peut être d'autre part généré par un effet Hall dans la direction perpendiculaire à B. La loi d'Ohm s'écrit alors sous une forme tensorielle et la relation (IV.1) n'est plus valable que dans le cas limite des plasmas complètement ionisées sans effets Hall [21]. Cependant, quel que soit le milieu conducteur considéré, pour des champs magnétiques pas trop grands et des fréquences pas trop élevées, l'expression de la loi d'Ohm énoncée reste largement valable.

III.2.2. Equations de Maxwell

L'ensemble des équations fluides montre comment vont évoluer les grandeurs physiques sous l'action d'éventuels champs de forces extérieurs. Nous allons à présent voir comment évoluent ces champs électromagnétiques E et B. Cette évolution se décrit naturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA [21]:

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{(III.2.a)}$$

$$\nabla.\vec{B} = 0 \qquad \text{(III.2.b)}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \qquad \text{(III.2.c)}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \text{(III.2.d)}$$

Auxquelles on ajoute la loi d'Ohm (III.1). Le diamagnétisme des milieux diluées que sont les fluides électro-conducteurs est très faible, on peut donc se permettre d'approximer la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique à celles du vide $\varepsilon = \varepsilon_0$ et $\mu = \mu_0$, avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m^{-1} et $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8{,}854 \times 10^{-12}$ F.m^{-1}.

Dans la limite relativiste à laquelle nous allons nous intéresser, la forme réduite de la relation d'Ampère s'écrit :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \qquad \text{(III.3)}$$

en accord avec la conservation de la charge, qui requiert un courant à divergence nulle, c-à-d un courant circulant sur des boucles fermées sans accumulation de charges.

III.2.3. Équation d'induction et force de Laplace

Les phénomènes de couplage entre le champ de vitesse et le champ magnétique que rassemble la MHD peuvent être à caractère fort lorsque les deux champs s'influencent mutuellement ou faible si un champ influence l'autre sans contrepartie. Lorsque le champ magnétique induit reste suffisamment faible pour être négligé devant le champ externe appliqué, on observe la formation d'un courant électrique qui va réagir avec le champ magnétique pour créer une force volumique de Laplace (force de Lorentz) $\vec{f}_0 = \vec{j} \times \vec{B}$ s'opposant à la cause qui lui donne naissance (i.e. l'écoulement) et qui tendra à retarder le mouvement du fluide. Le champ magnétique est décrit par une équation de diffusion, pilotée par un coefficient de diffusion magnétique $D_m = 1/\mu_0\sigma_e$ [21]:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = D_m \nabla^2 \vec{B} \qquad \text{(III.4)}$$

L'équation (III.4) exprime le fait que toute perturbation locale de **B** tend à s'atténuer par diffusion selon le schéma classique d'une courbe Gaussienne : la largeur augmente comme la racine carrée du temps et l'amplitude décroit comme l'inverse de cette largeur (de façon à ne pas être en contradiction avec l'équation de conservation (III.2b) de Maxwell). En un temps de l'ordre de t, la distance de diffusion parcourue est de l'ordre de $\sqrt{D_m t}$; la pénétration d'un champ alternatif de pulsation ω est limitée à une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de $\sqrt{D_m/\omega}$: c'est l'effet de peau. Un paramètre important qui mesure cet effet est le paramètre d'écran $R_\omega = \omega L_0^2/D_m$ qui, en termes de rapport de fréquences, traduit cette pénétration du champ magnétique dans le fluide conducteur. La condition $R_\omega << 1$ implique que le temps caractéristique de diffusion des gradients magnétiques sur l'épaisseur du film magnétique (qui représente le terme caractéristique d'établissement d'un profil de champ stationnaire) est beaucoup plus petit que le temps caractéristique 1/ω d'évolution de l'écoulement. Si cette condition est réalisée, l'écoulement magnéto- diffusif pourra être considéré comme quasi-stationnaire [21].

Les phénomènes de diffusion sont indépendants de u : dans ce cas limite, il n'y a aucune convection de **B** par la matière. Le nombre qui mesure le flux de convection du champ magnétique sur le flux diffusif est le nombre de Reynolds magnétique $R_\omega = U_0 L_0/D_m$, analogue au nombre de Reynolds hydraulique, où la viscosité cinématique s'apparie au coefficient effectif de diffusion magnétique. Nous donnons à titre d'illustration quelques valeurs numériques de ce coefficient au tableau (III.1). La restriction de couplage faible entre le

champ dynamique et le champ magnétique impose à ce nombre d'être le plus petit possible [21].

Dans le cas limite contraire de très fort Reynolds magnétique, les lignes de champ sont attachées aux éléments fluides à tout instant. On parle alors de MHD idéale. Cette discipline connaît son essor en astrophysique ; l'équation de transport qui modélise la MHD non-résistive s'écrit [21] :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{u} \times \vec{B} \right) \qquad \text{(III. 5)}$$

TableauIII.1. Diffusivités magnétiques D_m et nombres de Reynolds magnétiques R_m pour quelques écoulements MHD, pour des longueurs L_0, des vitesses U_0 et des temps t_0 caractéristiques [21].

Substance	L_0(m)	U_0 (m.s^{-1})	D_m (m^{2}s^{-1})	t_0	R_m
Mercure	0.1	0.1	1	0.01	0.01
Sodium liquide	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Plasma de laboratoire	1	100	10	0.1	10
Noyau terrestre	10^7	0.1	1	10^{14}	10^6
Gaz interstellaire	10^{17}	10^3	10^3	10^{31}	10^{17}

III.2.4. Équations du mouvement

L'équation d'état des fluides conducteurs (métaux liquides) peut souvent se ramener à ρ = Cte (avec ρ masse volumique). Lorsque les variations de température T sont suffisantes pour provoquer des variations de densité, on peut adopter la loi Boussinesq, de la forme [22] :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta \left(T - T_0 \right) \right] \qquad \text{(III.6)}$$

avec β coefficient de dilatation volumique, ρ_0 masse volumique à T_0. Mais le coefficient de dilatation volumique est assez faible ($\approx 2.10^{-4}$ K^{-1}) pour que l'équation de continuité, qui exprime le principe de conservation de la masse, s'écrive :

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \qquad \text{(III.7)}$$

La loi fondamentale de la dynamique conduit à l'équation de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla} \right) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{j} \wedge \vec{B} \qquad \text{(III.8)}$$

Avec g accélération due à la pesanteur, p pression ν viscosité cinématique.

où parmi les forces extérieures, nous retenons la force de Laplace par unité de masse $\frac{1}{\rho}\vec{j}\wedge\vec{B}$:

Cette équation introduit la viscosité cinématique ν du fluide, tellement petite dans les métaux liquides (≈ 10^{-7} m^2s^{-1}) que le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$ est en général très grand par rapport à l'unité (≈ 10^7). Cela a pour conséquence qu'à grande échelle le frottement visqueux est négligeable. Toutefois, il existe des régions très minces, que l'on appelle couches limites, où le terme devient capable d'entrer en compétition avec les autres. Ces couches limites ont une épaisseur [22].

Lorsque la température T est une variable importante du problème, comme c'est bien souvent le cas dans les métaux fondus, on doit encore exprimer le premier principe de la thermodynamique pour fermer le système d'équations. Cette équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)T=\alpha\Delta T+\frac{j^2}{\sigma\rho c}+\frac{\Phi_\nu}{\rho c} \qquad \text{(III.9)}$$

Avec, c: capacité thermique massique,

Φ_ν: dissipation volumique par viscosité,

α: diffusivité thermique (α = κ /ρc), κ conductivité thermique.

La dissipation Φ_ν est en général négligeable dans les métaux liquides. Dans de nombreux problèmes, c'est aussi le cas pour la dissipation par effet Joule $j^2/\sigma\rho c$. On a en effet, en notant Θ une différence de température caractéristique [22] :

$$\frac{j^2}{\sigma\kappa\Delta T}\approx\frac{\sigma u^2B^2L^2}{\kappa\Theta}=\frac{u^2}{c\Theta}\frac{\nu}{\alpha}\frac{\sigma B^2L^2}{\rho\nu} \qquad \text{(III.10)}$$

Le nombre de Prandtl ν/α est petit (≈ 10^{-3}), et le nombre d'Eckert $u/\sqrt{c\Theta}$ est lui aussi habituellement petit (≈ 10^{-2}). Il faudrait des valeurs spécialement élevées de l'induction magnétique pour que le nombre de Hartmann $\sigma B^2L^2/\rho\nu$ soit assez grand pour rendre l'effet Joule non négligeable par rapport à la conduction thermique.

III.3. Écoulement de Hartmann

Dans ce paragraphe, nous utilisons les coordonnées adimensionnelles :

$X,Y,Z=\frac{1}{\ell}(x,y,z)$ avec ℓ demi-largeur de la conduite.

Limitons d'abord notre attention au cas des conduites très longues en régime établi $\partial/\partial t = \partial/\partial x = 0$ situées dans l'entrefer d'un aimant (figure III.1.a). Le fluide s'écoule avec la vitesse $\vec{u}(u,0,0)$ dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}(0,B_0,0)$. Le champ électromoteur $\vec{u} \wedge \vec{B} = (0,0,uB_y)$ pousse les ions positifs dans la direction Oz et, pour que les lignes de courant électrique se referment, un champ électrique $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ apparaît.

Le potentiel φ est maximal en M et minimal en M', et la différence $\varphi(M) - \varphi(M')$ est proportionnelle au débit. Ce champ électrique permet le retour des lignes de courant électrique soit dans la paroi, soit dans la couche limite, au prorata des conductances de ces deux régions. Ce circuit électrique forme deux spires de sens opposés qui induisent une induction $B_x = b$, mais ne modifient pas l'induction transversale $B_y = B_0$. En identifiant les expressions de j_y et j_z déduites de la relation d'Ampère et de la loi d'Ohm [22]:

$$j_y = \frac{1}{\mu}\frac{\partial b}{\partial z} = -\sigma\frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad \text{(III.11)}$$

$$j_z = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial b}{\partial y} = \sigma\left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z} + uB_0\right) \qquad \text{(III.12)}$$

et en tenant compte la relation $\vec{\nabla}.\vec{j} = 0$, on obtient les relations qui lient b et φ à u:

$$\Delta b + \mu\sigma B_0 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad \text{(III.13)}$$

$$\Delta\varphi - B_0\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \qquad \text{(III.14)}$$

La troisième équation, qui ferme le système, est l'équation du mouvement, qui s'écrit :

$$\Delta u + \frac{B_0}{\rho\nu\mu}\frac{\partial b}{\partial y} = -\frac{G_p}{\nu} \qquad \text{(III.15)}$$

en notant $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho G_p$ le gradient de pression moteur appliqué de l'extérieur.

Les conditions aux limites, qui doivent être associées à ces équations (III.13) à (III.15) pour déterminer complètement la solution, expriment :

- que la vitesse u s'annule sur le contour intérieur Ci de la paroi ;
- que la composante b du champ magnétique s'annule sur le contour extérieur Ce de la paroi
- que la composante du champ électrique normale à la paroi $(\vec{e}_n.\vec{\nabla}\varphi)$ est nulle sur C_e et continue sur C_i, et que φ est aussi continu sur C_i. La solution de ce problème est élémentaire lorsque la conduite est un rectangle de demi-longueur dans la direction Oz (figure III.1.b).

Loin des bords Z= ±Γ, les distributions de u, b et φ sont indépendantes de z, les équations (IV.13), (IV.14) et (IV.15) se réduisent à des équations différentielles ordinaires et leur solution s'écrit [22]:

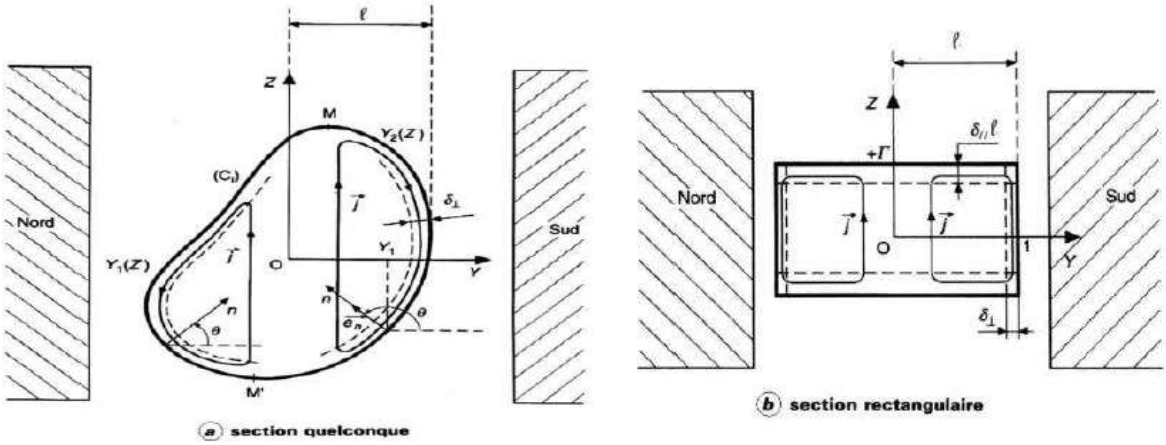
$$\frac{u}{V}=1-\frac{ch(HaY)}{chHa} \tag{III.16}$$

$$\frac{b}{B_0R_m}=\frac{1}{Ha}\frac{sh(HaY)}{chHa}-\left(1+\frac{E}{B_0V}\right)Y \tag{III.17}$$

$$\frac{j_z}{\sigma B_0V}=\frac{E}{B_0V}+1-\frac{ch(HaY)}{chHa} \tag{III.18}$$

$$\text{avec, } R_m=\mu\sigma V\ell, Ha=\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}}B_0\ell, etV=\frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2}-\frac{E}{B_0} \tag{III.19}$$

On retrouve le rôle attendu du nombre de Reynolds magnétique et un nombre nouveau apparaît, le nombre de Hartmann Ha, dont le carré $\sigma B^2\ell^2/\rho\nu$ est une mesure du rapport des forces électromagnétiques aux forces de viscosité.



FigureIII.1. Écoulement en conduite en présence d'une induction magnétique transversale uniforme [22].

La figure III.2 met en évidence le rôle crucial de ce nombre de Hartmann. Lorsqu'il est modéré, le profil de vitesse est encore proche de la parabole de Poiseuille. Mais, lorsqu'il devient très grand, ce profil est tout à fait plat, sauf dans une mince couche limite située le long des parois perpendiculaires à B_0, dont l'épaisseur est indépendante de la largeur de la conduite:

$$\delta_\perp=\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{\rho\nu}{\sigma}} \tag{III.20}$$

où est concentrée toute la variation de vitesse. Les paramètres globaux de cet écoulement sont aussi fortement dépendants du nombre de Hartmann, notamment :

- la vitesse moyenne :

$$\overline{u} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} u dy = V\left(1 - \frac{thHa}{Ha}\right) \tag{III.21}$$

- la densité de courant moyenne :

$$\bar{j} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} j_z dy = \sigma E + \sigma B_0 \overline{u} \tag{III.22}$$

- le coefficient de frottement :

$$C_f = \frac{2\nu}{\overline{u}^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{\ell} = \frac{2Ha^2}{Re}\frac{1}{\frac{Ha}{thHa} - 1} \tag{III.23}$$

- le coefficient de perte de charge :

$$\lambda = \frac{2G_p \ell}{\overline{u}^2} = C_f + 2\frac{B_0 \bar{j} \ell}{\rho \overline{u}^2} \tag{III.24}$$

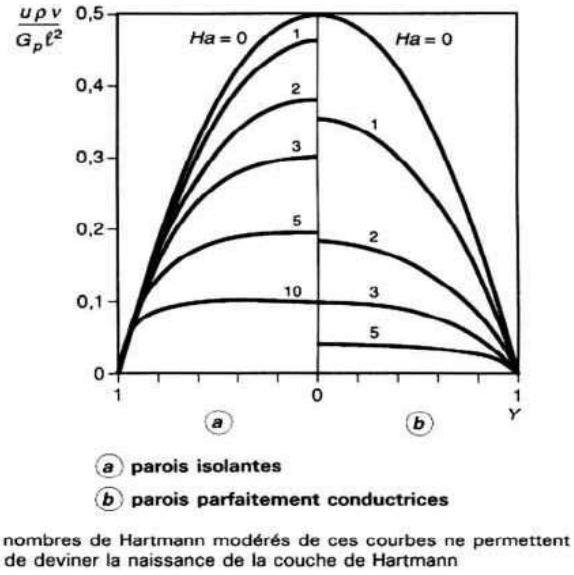


Figure III.2 Profils de vitesse de l'écoulement de Hartmann [22].

Tous ces paramètres, ainsi que E et V, liés par une des relations (III.19), dépendent également de la conductance du circuit extérieur, que celui-ci se limite aux parois ou bien qu'il existe effectivement un circuit électrique extérieur lié au domaine fluide par des électrodes placées aux bouts Z= ±Γ. Deux cas particuliers simples se dégagent.

Dans une conduite à parois isolantes, sans circuit extérieur, on a :

$$\bar{j}=0; E=\frac{\rho G_p}{\sigma B_0}\left(1-\frac{Ha}{thHa}\right); V=\frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2}\frac{Ha}{thHa} \qquad \text{(III.25)}$$

Dans une conduite à parois parfaitement conductrices, on a :

$$E=0; \bar{j}=\frac{\rho G_p}{B_0}\left(1-\frac{thHa}{Ha}\right); V=\frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2} \qquad \text{(III.26)}$$

et quand Ha>>1 , $\bar{j}=\rho G_p / B_0$. Dans le cas le plus général, on doit introduire le rapport C des conductances respectives des parois (épaisseur e , conductivité σ_p) et du fluide (largeur 2ℓ, conductivité σ) :

$$C=\frac{\sigma_p e}{\sigma \ell} \qquad \text{(III. 27)}$$

ainsi que le courant électrique par unité de longueur I forcé de l'extérieur. La condition de fermeture du circuit s'écrit :

$$\sigma E \ell (1+C)+\sigma B_0 \bar{u} \ell = \frac{1}{2} \qquad \text{(III.28)}$$

Quand I = 0, l'expression globale de l'équilibre des forces appliquées à une tranche fluide se ramène à :

$$\lambda = 2\frac{Ha^2}{Re}\left(\frac{thHa}{Ha-thHa}+\frac{C}{1+C}\right) \qquad \text{(III.29)}$$

On note les deux formes asymptotiques de cette loi lorsque Ha → ∞ : si C = 0, λ → 2Ha/Re , alors que, si C → ∞, λ → $2Ha^2$/Re . Autrement dit, à G_p et B_0 donnés, la vitesse est Ha fois plus faible en présence de parois très conductrices qu'en présence de parois isolantes ; on parle de blocage électromagnétique du fluide lorsque ces parois sont très conductrices et de freinage électromagnétique lorsqu'elles sont isolantes. Quand I ≠ 0, le fonctionnement du système peut être interprété en termes de conversion d'énergie. Le système est un générateur de courant électrique continu si $0 < I < 2\ell\rho G_p / B_0$; une part de la puissance mécanique fournie au fluide est en effet convertie en puissance électrique dissipée elle-même dans le circuit. Si I < 0, le système fonctionne comme une pompe et le débit est supérieur à ce qu'il serait à courant nul ; la puissance électrique provient alors d'un générateur placé sur le circuit extérieur. Enfin, si $I > 2\ell\rho G_p / B_0$, les forces électromagnétiques s'opposent au gradient de pression moteur et le système est un frein électromagnétique. Si $I > 2\ell\rho G_p (1 + C)/B_0$, la direction de l'écoulement peut être inversée [22].

III.4. Nombres sans dimension

L'dimensionnement des équations de la MHD, conduit à des nombres sans dimension caractéristiques, qui nous aiderons à décrire les résultats des expériences. On note L une échelle caractéristique de longueur, U une amplitude caractéristique du champ de vitesse, t une échelle caractéristique de temps. Pour construire les nombres sans dimension, le choix des valeurs de ces échelles, pour qu'elles soient pertinentes pour le problème étudié, n'est pas évident [23].

En pratique on prend le plus souvent, pour L la longueur intégrale de l'écoulement, vue comme l'échelle spatiale de l'injection de l'énergie. Pour U on prend l'amplitude du champ de vitesse, moyenné en temps et en espace. Enfin pour t on prend l'inverse de la fréquence de rotation des turbines qui mettent en mouvement le fluide. On envisage aussi une amplitude caractéristique du champ magnétique B_0, mais qui n'est bien définie, que dans le cas d'un champ homogène et constant [23].

- Nombre de Prandtl $Pr = \dfrac{\eta}{\nu}$

Ce nombre dépendant des propriétés physiques du fluide, compare l'efficacité de la diffusion de la quantité de mouvement, à celle du champ magnétique. Pr vaut $9.5\ 10^{-6}$ pour le sodium et $1.5\ 10^{-6}$ pour le gallium. Pour des longueurs comparables, les perturbations de champ magnétique diffusent environ 100 000 fois plus vite, que celles de vitesse.

- Nombre de Reynolds $Re = \dfrac{LV}{\nu}$

Il traduit l'importance du terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes, par rapport aux termes visqueux. Dans les expériences, Re sera toujours grand, au dessus de 10 000, de sorte que les écoulement seront toujours turbulents.

- Nombre de Reynolds magnétique $Rm = \dfrac{LV}{\eta}$

Il est construit dans l'équation de l'induction comme le rapport du terme $rot\left(\vec{u} \wedge \vec{B}\right)$ produisant les effets d'induction, par rapport au terme diffusif $\eta \Delta \vec{B}$. Ce nombre est le paramètre naturel de l'effet dynamo. Le nombre de Reynolds magnétique Rm est lié au nombre de Reynolds Re (dit hydrodynamique pour le différencier du premier), par la relation Rm = Pm Re. Les valeurs de Pm pour les métaux liquides, font que pour avoir Rm d'ordre un, Re est d'ordre 10^5 au moins.

- Paramètre d'interaction $N = \dfrac{\sigma B_0^2 L}{\rho V}$

Il correspond au rapport dans l'équation de Navier-Stokes de la force de Laplace $\vec{j} \wedge \vec{B}$, sur le terme convectif_$\left(\vec{u}.\vec{grad}\right)\vec{u}$. Il traduit l'importance de l'action d'un champ magnétique sur le mouvement du fluide. Notons que la définition ici énoncée, n'est pas adaptée à l'effet dynamo. Certaines références utilisent le nombre de Lundquist S [23], qu'on peut définir par $s = \sqrt{NRm}$.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, partant des lois de base caractérisant les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques présents dans la pompe MHD à conduction, des expressions mathématiques ont été établis dans leurs formes générales.

CHAPITRE IV: RESULTAS ET DISCUSSION

IV.1. Introduction

Les fluides micro-polaires sont ceux qui contiennent des micro-constituants qui peuvent subir une rotation, dont la présence peut affecter l'hydrodynamique de l'écoulement afin qu'il puisse être distinctement non newtonien. Il présente de nombreuses applications, par exemple, l'analyse du comportement des lubrifiants exotiques, des suspensions colloïdales et la solidification des cristaux liquides, l'extrusion de fluides polymères, le refroidissement de la plaque métallique dans un bain, le sang animal, les fluides corporels, etc. Ces types de fluides ont été proposés et modélisés d'abord par *Eringen* [24]. La théorie de fluides micro-polaires prend en compte les effets microscopiques résultant de la microstructure locale et du mouvement intrinsèque des éléments de fluides et on attend à ce qu'elle fournisse un modèle mathématique pour le comportement liquide non-newtonien. De tels fluides peuvent être soumis pour faire surface et des couples de corps dans lesquels le matériel indique dans un élément de volume peuvent subir des mouvements du centre de masses avec déformation. Ces fluides ont été utilisés dans les couches limites dynamique et thermique par beaucoup d'auteurs pour des géométries différentes dans des conditions physiques diverses [25, 26,27, 40, 41, 42,43 ,44]. En outre, l'étude du champ magnétique en présence de rayonnement thermique a des applications importantes dans la physique et l'ingénierie telles que les études plasma, les générateurs de puissance MHD, le refroidissement du réacteur nucléaire, etc. *Ishak et al.* [28] ont discutés un écoulement d'un point d'arrêt en présence d'un champ magnétique pour un fluide micro-polaire au voisinage une surface verticale, ils ont démontré que, dans le cas un écoulement assistant, des solutions pourrait être obtenus pour toutes les valeurs positives de λ, tans que, dans un écoulement opposé, la solution s'est terminée avec une valeur critique de λ ($\lambda = \lambda c$ ($\lambda c < 0$)).La valeur de $|\lambda c|$augmente avec une augmentation de K, donc le fluide micropolaire retarde la séparation de la couche limite, ce qui augmente la gamme de solutions de similarité par rapport au fluide newtonien. L'influence de thermophorèse et une réaction chimique sur un écoulement de fluide micro-polaire avec des propriétés thermo physiques variables a été étudiée par *Das* [29] qui a constaté qu'en présence d'effets physiques différents, peuvent modifier l'écoulement et le transfert thermosolutale. *K. Bhattacharyya* [45] a examiné l'effet de rayonnement sur un écoulement thermique devant une surface de rétrécissement, il trouvé que, l'effet de microrotation sur l'écoulement s'effectue lorsque le paramètre du matériau change. L'effets de rayonnement thermique sur un

écoulement MHD d'un fluide micropolaire sur une surface d'étirage avec une conductivité thermique variable a été étudié numériquement par *M. A.A. Mahmoud* [30] qui a montré que l'épaisseur de la limite thermique et Nusselt augmentent à mesure que le paramètre de conductivité thermique augmente, tandis que l'épaisseur de la couche limite thermique diminue à mesure que le paramètre de rayonnement augmente. *M.M. Rahman, T. Sultana* [46] ont étudiés numériquement un écoulement radiatif d'un fluide micropolaire avec un flux de chaleur variable dans un milieu poreux, ils démontrent que, le rayonnement thermique combiné à la viscosité du vortex peut modifier les phénomènes de transport dans les milieux poreux. Un modèle numérique a été développé pour examiner les effets combinés de Soret et Dufour sur un écoulement magnétohydrodynamique en convection mixte dans le milieu poreux Darcian saturé par fluide micropolaire en présence de rayonnement thermique, une source de chaleur non uniforme et une dissipation d'Ohm est présentée par *Dulal Pal, Sewli Chatterjee* [31]. Une analyse analytique est présentée pour l'étude de l'effet de rayonnement sur un écoulement de type MHD d'un fluide micro-polaire qui passe devant une plaque en mouvement avec aspiration ou soufflage a été étudié par *M.A. Seddeek et al* [32]. Une étude d'un écoulement MHD de type couche limite au voisinage d'un coin immergé dans un fluide micro-polaire incompressible, en présence d'un champ magnétique variable avec un flux thermique imposé a été réalisée par Ioan *Pop et al* [33]. Ils ont constatés que les résultats numériques montrent que, les fluides micro-polaires réduisent le coefficient de frottement et par conséquence le taux de transfert thermique à la surface, par rapport aux fluides newtoniens et les tendances opposées sont observées pour les effets du champ magnétique sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur. Une analyse a été faite pour un transfert combiné de chaleur et de masse avec un effet de rayonnement pour un écoulement permanent de type couche limite d'un fluide qui passe devant une surface non-linéaire est présentés par *Kai-Long Hsiao* [38], qui ont utilisés la méthode de similarité. *M. A.A. Mahmoud and S. E. Waheed* [34] présentés un écoulement MHD d'un point d'arrêt pour un fluide micro-polaire sur une surface en mouvement en présence d'un rayonnement, ils ont remarqués que, le nombre de Nusselt amplifié à mesure que le champ magnétique, le paramètre de rayonnement et nombre de Prandtl augmentent. En outre, une augmentation du paramètre matériel a entraîné une diminution du nombre de Nusselt. *M. Abd-El Aziz* [35] a étudié les effets de rayonnement thermique sur écoulement magnétohydrodynamique en convection mixte, d'un fluide micro-polaire au-delà d'une plaque semi-infini en mouvement continu pour des différences de température élevées. Le problème d'un écoulement convectif

d'un point d'arrêt axisymétrique en présence d'unfluide micro-polaire sur un cylindre avec des propriétés thermo-physiques variables est discuté par *E. M. E. Elbarbary et N. S. Elgazery* [36]. Les effets de Joule, réaction chimique et rayonnement thermique sur un écoulement MHD en convection naturelle en régime variable devant une plaque poreuse chauffée pour un fluide micro-polaire sont analysés par *A. J. Chamkha* [37]. Dans le présent travail, en considère un écoulement hydromagnétique sur le long une plaque verticale immergé dans un fluide micropolaire en convection thermique et massique. Les solutions de similarité résultantes d'équations gouvernées sont obtenues. De nombreux résultats sont obtenus et présentés graphiquement pour illustrer l'influence des différents paramètres de contrôle. L'objectif principal est de déterminer l'influence des effets simultanés sur le transfert de chaleur et de masse de la plaque vers le milieu externe.

IV.2. Problème physique et formulation mathématique

En considère un écoulement bidimensionnel laminaire et permanent, en convection thermique et massique en présence d'un rayonnement, d'un fluide incompressible micro-polaire le long d'une surface semi infinie perméable sous l'influence d'un champ magnétique d'une intensité uniforme B_0, qui est appliqué perpendiculairement par rapport à la plaque. On suppose que le nombre de Reynolds magnétique est très petit et, par conséquent, le champ magnétique induit est négligeable par rapport au champ magnétique appliqué. La surface est maintenue à une température et une concentration constante, T_w et C_w, respectivement. Ces valeurs sont supposées supérieures à la température ambiante et à la concentration, T_∞ et C_∞, respectivement. L'écoulement est supposé être dans la direction x qui est prise le long de la plaque et l'axe y est normal (voir la figure IV.1), sous ces hypothèses et l'approximation de Boussinesq, les équations du problème pour la couche limite sont

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (IV.1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\left(\frac{\mu+\kappa}{\rho}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\kappa}{\rho}\frac{\partial N}{\partial y}+g\beta\left(T-T_\infty\right)+g\beta^*\left(C-C_\infty\right)-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}u \qquad (IV.2)$$

$$\frac{1}{\rho j}\left(u\frac{\partial N}{\partial x}+v\frac{\partial N}{\partial y}\right)=\gamma\frac{\partial^2 N}{\partial y^2}-\kappa\left(2N+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (IV.3)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y} \qquad (IV.4)$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad (IV.5)$$

Les Hypothèses:

1. Écoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection naturelle.

2. Plaque est maintenu à une température et concentration constantes notées $T_w$et C_w

3. Régime stationnaire

4. Fluide micropolaire

5. La présence de l'éffet magnétohydrodynamique (MHD)

7. La présence de l'éffet radiation thermique

8. Plaque verticale (géométrie de la plaque)

9. Plaque en mouvement avec une vitesse constante U_0

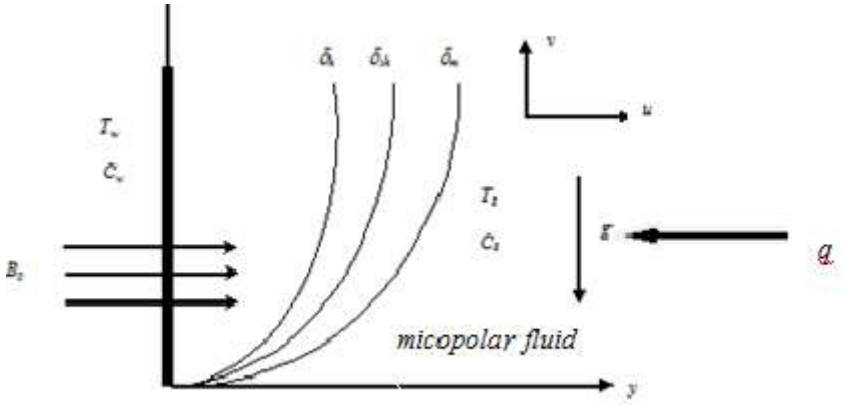


Figure IV.1. Modèle physique et système de coordonnées

Ici T est la température, C la concentration des espèces dans la couche limite, N est la composée de vecteur de microrotation qui est normale de plan x-y. κ, γ sont la viscosité du vortex et la viscosité du gradient de rotation, en suppose que, d'après [38,39] $\gamma = (\mu + \kappa/2)j$, ρ,μ, ν et β sont la masse volumique, la viscosité dynamique, viscosité cinématique et le coefficient d'expansion volumique, β* est le coefficient d'expansion massique tandis que α représente la diffusivité thermique moléculaire du milieu et j représente la densité de micro-inertie. σ est conductivité électrique du fluide, B_0 est l'intensité du champ magnétique, l'accélération gravitationnelle est notée par g. Le coefficient qui apparaît dans l'équation *(IV.5)* est la diffusivité de masse. En utilisant l'approximation de Rosseland pour le rayonnement, le flux radiatif est simplifié comme suit :

$$q_r = -\frac{4\sigma^*}{3k_1}\frac{\partial T^4}{\partial y} \qquad (IV.6)$$

Où σ* est le constant de Stefan-Boltzmann, k_1 est le coefficient d'absorption moyenne. En suppose que la variation de température dans le flux telle que T^4 peut être réduire dans la série de Taylor, en exposant T^4 devant T_∞ et en négligeant les termes d'ordres supérieurs l'équation VI.4 se réduit sous la forme

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k_1\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (IV.7)$$

Les conditions initiales et aux limites sont définit comme suit :

$$\begin{aligned} &y = 0 : u = 0 \ , \ v = 0 \ , \ j = 0 \ , T = T_w \ , \ C = C_w \\ &\text{et} \quad N = -\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} \\ &y \to \infty : u = U, \ T = T_\infty, \ C = C_\infty, \ N = 0 \end{aligned} \qquad (IV.8)$$

En introduit les quantités sans dimensions [voir,39]

$$\eta = \left(\frac{U}{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} y, \ \psi = (\nu x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), \ N = U\left(\frac{U}{x\nu}\right)^{\frac{1}{2}} h(\eta), \ \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \ \phi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}$$

Où η est la variable de similarité, $f(\eta)$ est la ligne de courant ,$h(\eta)$ est la microrotation, $\theta(\eta)$ est la température et $\phi(\eta)$ est la concentration. En plus, ψ est la ligne de courant qui définit par : $u = \partial\psi/\partial y$, $v = -\partial\psi/\partial x$

Les composées de vecteur vitesse deviennent

$$u = Uf'(\eta) \ et \ \mathrm{v} = \tfrac{1}{2}\left(\nu U/x\right)^{1/2}(\eta f' - f)$$

En utilisant les quantités sans dimension, les équations *(IV.1-IV.7)* avec les conditions aux limites *(IV.8)* peuvent encore être réduites à un ensemble d'équations différentielles ordinaires pour lesquelles les solutions numériques sont plus facilement déterminées

$$(1+K)f''' + \frac{1}{2}ff'' - \frac{Ha^2}{Re}f' + Kh' + Gr_x\theta' + Gm_x\phi = 0 \qquad (IV.9)$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)h'' - K(2h + f'') + \frac{1}{2}(hf)' = 0 \qquad (IV.10)$$

$$\theta''\left(1+\frac{4}{3Rt}\right) + \frac{1}{2}Prf\theta' = 0 \qquad (IV.11)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Scf\phi' = 0 \qquad (IV.12)$$

Les conditions aux limites deviennent

$$\begin{aligned} &y = 0, \eta = 0 : f(0) = 0, f'(0) = 0, h(0) = -\frac{1}{2} f''(0), \theta(0) = 1, \phi(0) = 1 \\ &y \to \infty, \eta \to \infty : f'(\infty) = 1, h(\infty) = 0, \theta(\infty) = 0, \phi(\infty) = 0 \end{aligned} \qquad (IV.13)$$

Où les différents paramètres sont définis comme suit :

$$Gr_x = \beta g (T_w - T_\infty)^2 x / U^2 \qquad (IV.14)$$

$$Gm_x = \beta^* g (C_w - C_\infty)^2 x / U^2 \qquad (IV.15)$$

$$K = \kappa / \mu \qquad (IV.16)$$

$$R = \frac{3Rt}{4 + 3Rt} \quad avec \quad Rt = \frac{k_1 . k_2}{4\sigma^* . T_\infty^3} \qquad (IV.17)$$

$$Ha = B_0 . x \sqrt{\sigma / \mu} \qquad (IV.18)$$

$$Re = \frac{\rho . U . x}{\mu} \qquad (IV.19)$$

$$Pr = \nu / \alpha \qquad (IV.20)$$

$$Sc = D / \nu \qquad (IV.21)$$

Ici Gr_x, Gm_x, K, R, Ha, Re, Pr représente le nombre de Grashof thermique, nombre de Grashof massique, paramètre de matériel, le paramètre de rayonnement, le nombre de Hartmann, nombre de Reynolds magnétique et le nombre de Prandtl respectivement, tandis que Sc est le nombre de Schmidt.les quantités physiques d'intérêt comme le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt local et nombre de Sherwood local sont définit par :

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U^2}, Nu_x = \frac{x q_w}{k_2 (T_w - T_\infty)}, Sh_x = \frac{x q'_w}{D(C_w - C_\infty)}$$

Où τ_w la contrainte de cisaillement surfacique, q_w le flux thermique surfacique q'_w et le flux massique surfacique sont données par

$$\tau_w = \left[(\mu + \kappa) \frac{\partial u}{\partial y} + \kappa N \right]_{y=0}, q_w = -k_2 \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} - \frac{4\sigma^*}{3k_1} \left(\frac{\partial T^4}{\partial y} \right)_{y=0}, \; q'_w = -D \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0}$$

Qui sont transformés, en utilisant les variables adimensionnelles en :

$$C_f \, Re^{1/2} = (2 + K) f''(0), \; \frac{Nu_x}{Re^{1/2}} = -\left(1 + \frac{4}{3Rt} \right) \theta'(0), \; \frac{Sh_x}{Re^{1/2}} = -\phi'(0)$$

IV.3. Résultats et discussion

L'ensemble des équations différentiels ordinaires couplés (*IV*.9) - (*IV*.12) est fortement non linéaire et ne peut pas être résolu analytiquement, avec les conditions aux limites (*IV*.13), ils forment un problème de valeur limite de deux points (BVP) qui peut être résolu à l'aide de bvp4c package qui se trouve en MATLAB, ce package est basé sur la méthode des différences finies qui implémente le 3- La formule de collocation de Lobatto et le polynôme de collocation fournissent une solution continue qui est d'un ordre de quatrième ordre uniformément dans l'intervalle d'intégration. La sélection de maillage et le contrôle des erreurs sont basés sur le résidu de la solution continue. La technique de collocation utilise un maillage de points pour diviser l'intervalle d'intégration en sous-intervalles. Les régions d'écoulement sont contrôlées par des paramètres thermophysiques, à savoir Gr_x, Gm_x, *K*, *R*, *Ha*, *Re*, *Pr* et *Sc*. Les calculs numériques sont effectués pour différentes valeurs des paramètres représentés sur toutes les figures. Des calculs préliminaires sont effectués pour vérifier les résultats numériques. Nous nous concentrons sur les profils de vitesse, température, masse et la vitesse angulaire, principalement pour leurs changements relativement sous le champ magnétique et les résultats sont présentés pour une gamme raisonnable de paramètre magnétique et de paramètre matériel.

IV.3.1. L'effet combiné de paramètre magnétique *Ha* et matériel *K*

La figure *IV*.2 montre l'influence du champ magnétique en termes de nombre de Hartmann *Ha* et le paramètre de matériau *K*, sur le comportement de la vitesse le long de la plaque avec une variable de similarité. A partir de cette figure, en constate que, la vitesse diminue avec l'augmentation des deux paramètres près de la paroi. Ainsi, en raison de l'augmentation du paramètre de matériau, l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique augmente. La figure *IV*.3 illustre la variation de température en fonction de variable de similarité, on perçoit que, la température augmente avec l'augmentation de *Ha* et *K*, donc l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique. La distribution de la microrotation des particules (vitesse angulaire) avec ηsont présentées dans la figure *IV.4*, en remarque qu'il existe un point d'inflexion dans $\eta = 3.0$ et $\eta = 4.0$ pour $K = 1.0$ et *4.0*, respectivement. Avant ces points, la microrotation augmente avec l'augmentation de *Ha* près de la plaque, après ces points, le nombre de Hartemann affecte légèrement sur la vitesse angulaire loin de la plaque. La figure *IV*.5 représente la variation de concentration avec la variable η, à partir de cette figure, on constate que l'augmentation des deux paramètres entraîne une augmentation des profils de concentration. En peut conclure que, la présence de

champ magnétique et de micro-constituants en rotation peut être considérée comme des outils solides pour réguler l'écoulement, transfert de chaleur et de masse.

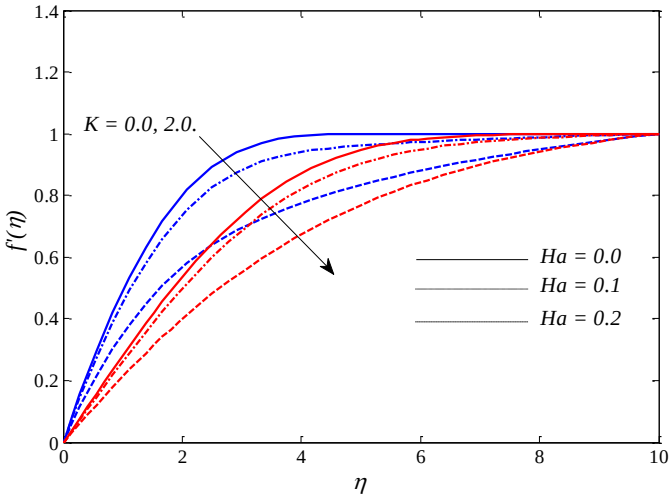


Figure IV.2. Profiles de vitesse f'(η) avec (Gr_x=0.1, Gm_x=0.1, R =0.5, Pr=0.7, R=2.0 et Sc=0.6)

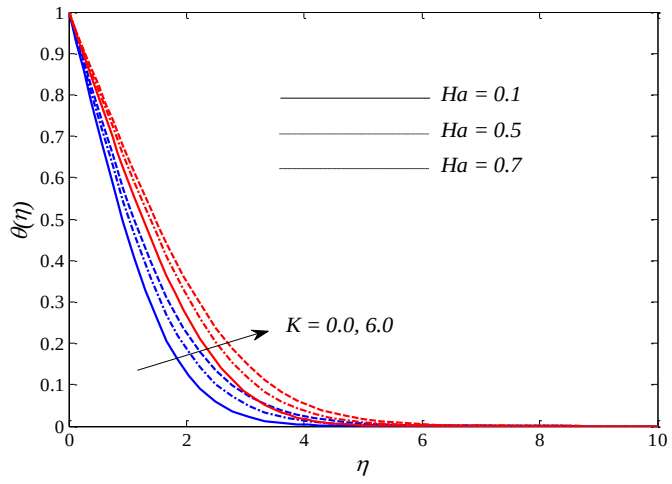


Figure IV.3. Profiles de temperature θ(η) avec (Gr_x= 3.0, Gm_x = 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, R = 1.0 et Sc = 0.6)

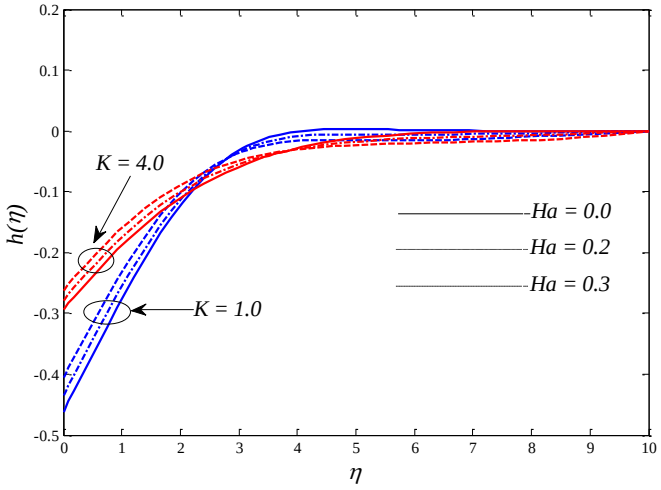


Figure IV.4. Profiles de microrotation h(η) avec
(Gr_x=0.5, Gm_x =0.5, Re =1.0, Pr =5.0, R = 1.0 et Sc = 0.6)

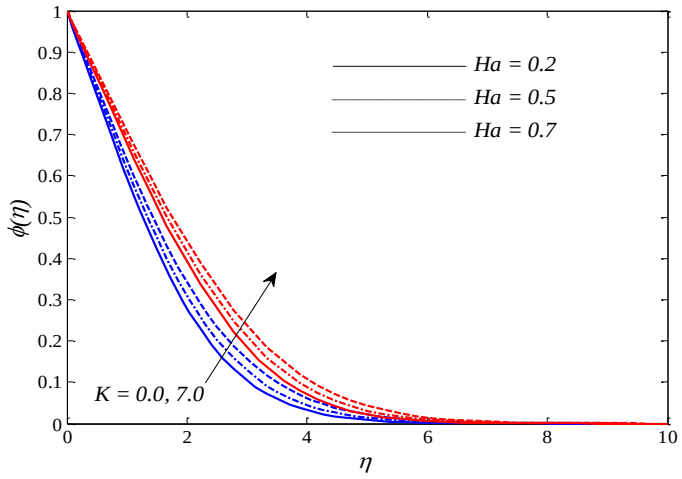


Figure IV.5. Profiles de concentration ϕ(η) avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr = 0.7, R = 0.1 et Sc = 0.3)

IV.3.2. L'effet de couplage de paramètre du rayonnement et paramètre *K*

Les figures (*IV*.6- *IV*.9) représentent la variation des comportements de la vitesse du fluide, de la température, de la masse et de la vitesse de micro-rotation, respectivement, en fonction de la variable η sous l'effet de variation du paramètre de rayonnement thermique R et du paramètre de matériau K. à partir de la figure *IV*.6, on note que, si les deux paramètres de rayonnement et le paramètre de matériau augmentent, les profils de vitesse du fluide diminuent. En outre, on constate que, la température augmente avec l'augmentation du paramètre de matériau et diminue si le paramètre de rayonnement augmente, ce qui conduit à réduire l'épaisseur de la couche limite thermique comme illustré à la figure *IV*.7. En ce qui

concerne la concentration, on remarque que, cette dernière augmentation avec l'augmentation des deux paramètres, comme le montre la figure *IV*.8. Les comportements de la microrotation sont démontrés à la figure VI.9, on voit qu'il y a des points d'inflexion à près de $\eta = 2{,}0$ pour $K = 0{,}0$ et $1{,}0$ respectivement. Avant ces points, la microrotation augmente avec l'augmentation de R et K près de la plaque. En outre, le flux de rayonnement affecte faiblement à l'extrémité de la plaque. On voit que tous ces figures satisfont les conditions aux limites (*IV*.13), ce qui confirme la validité des résultats actuels. On peut conclure que, la présence de rayonnement et de micro-constituants en rotation peut être considérée comme des outils physiquement puissants pour modifier l'écoulement et les transferts thermique et massique.

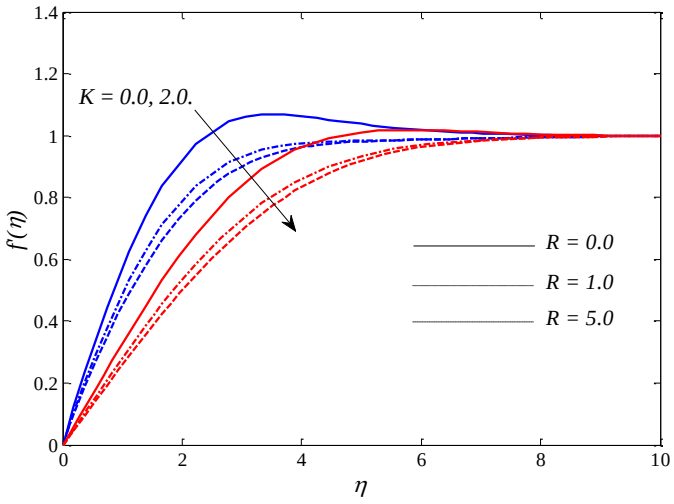


Figure IV.6. Profiles de vitesse f'(η) avec (Gr_x = 0.1, Gm_x = 0.1, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.1 et Sc = 0.6)

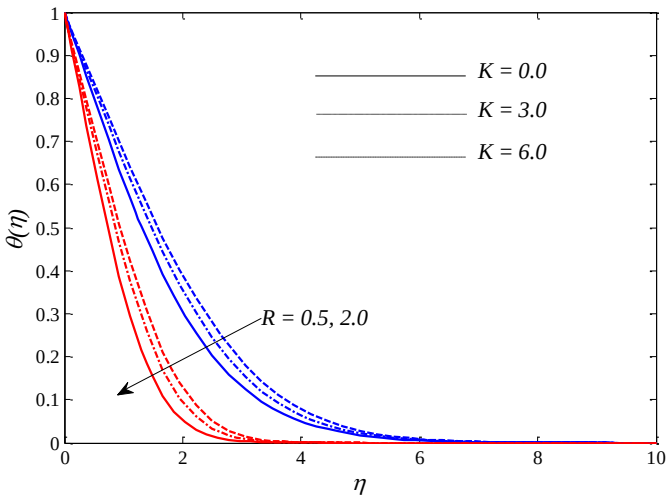


Figure IV.7. Profiles de temperature θ(η) avec

(Gr_x = 3.0, Gm_x= 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, Ha = 0.5 et Sc = 0.3)

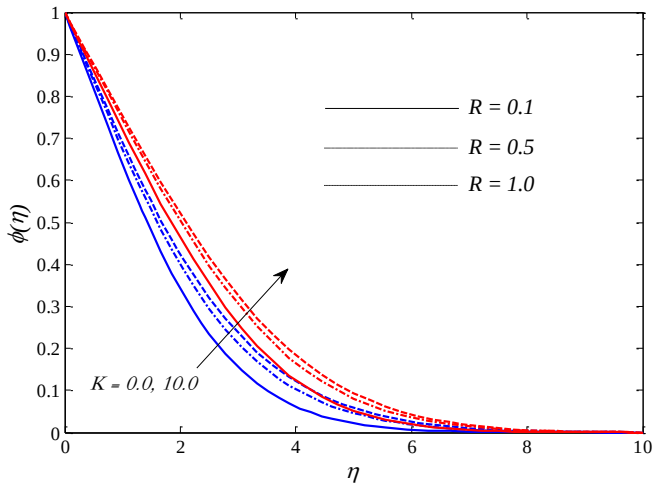


Figure IV.8. Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.7 et Sc = 0.3)

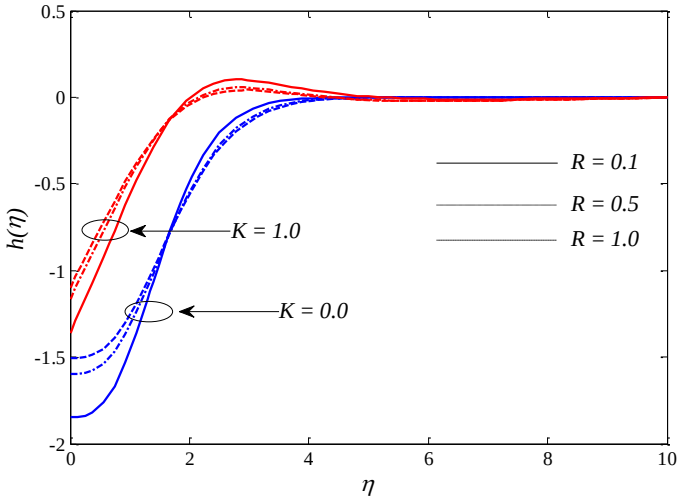


Figure IV.9. Profiles microrotation $h(\eta)$ avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 0.5, Pr = 2.0, Ha = 0.3 et Sc = 0.6)

IV.3.3. Variations de coefficient de frottement, nombre de Nusselt et Sherwood

Maintenant, on s'intéresse aux variations du nombre de Nusselt et Sherwood pour différentes valeurs du paramètre de Hartmann *Ha*, le paramètre de matériau *K*, le paramètre du rayonnement thermique *R* et le nombre Grashof thermique local illustré dans les tableaux *IV*.I et *IV*.II. On peut voir que, le champ magnétique et le rayonnement peuvent réduire le taux de transfert de chaleur et de masse, d'autre part, une augmentation dans le nombre de Grshof thermique améliore le taux de transfert de chaleur, en plus, il y a une perfectionnement de

transfert massique en terme de nombre de Sherwood quand le nombre de Grashof massique amplifier. Cependant, le nombre de Nusselt et Sherwood diminue lorsque le paramètre matériel augmente.

Tableau IV. I Valeurs de $Nu_x/Re^{1/2}$ *pour les valeurs sélectionnées de Ha, Grx, R et K avec* ($Gm_x = 4.0$, $Re = 1.0$, $Pr = 0.71$, $Sc = 0.3$).

		K = 0.0			*K = 3.0*		
Ha	Gr_x	*R= 0.1*	*R=1.0*	*R=2.0*	*R= 0.1*	*R=1.0*	*R =2.0*
	0.1	*1.8870*	*0.5672*	*0.3785*	*1.7640*	*0.4819*	*0.3160*
0.2	*0.5*	*1.9470*	*0.5755*	*0.3830*	*1.8170*	*0.4891*	*0.3197*
	1.0	*2.0160*	*0.5854*	*0.3883*	*1.8780*	*0.4975*	*0.3241*
	2.0	*2.1340*	*0.6036*	*0.3982*	*1.9840*	*0.5131*	*0.3325*
	0.1	*1.7700*	*0.5369*	*0.3604*	*1.6710*	*0.4590*	*0.3024*
0.5	*0.5*	*1.8320*	*0.5459*	*0.3652*	*1.7250*	*0.4667*	*0.3064*
	1.0	*1.9040*	*0.5565*	*0.3709*	*1.7860*	*0.4757*	*0.3111*
	2.0	*2.0280*	*0.5760*	*0.3816*	*1.8950*	*0.4922*	*0.3200*

Tableau IV.II Valeurs de $Sh_x/Re^{1/2}$ *pour les valeurs sélectionnées de Ha,* Gr_x*, R et K avec* ($Gr_x = 01.0$, $Re = 0.5$, $Pr = 0.7$, $Sc = 0.6$).

		K = 0.0			*K = 2.0*		
Ha	Gm_x	*R =0.1*	*R=1.0*	*R=2.0*	*R =0.1*	*R =1.0*	*R =2.0*
	0.1	*0.4411*	*0.3777*	*0.3593*	*0.3917*	*0.3376*	*0.3222*
0.1	*0.5*	*0.4566*	*0.4002*	*0.3853*	*0.4055*	*0.3576*	*0.3450*
	1.0	*0.4735*	*0.4233*	*0.4110*	*0.4206*	*0.3781*	*0.3678*
	2.0	*0.5019*	*0.4598*	*0.4504*	*0.4461*	*0.4107*	*0.4028*
	0.1	*0.4276*	*0.3616*	*0.3415*	*0.3808*	*0.3250*	*0.3084*
0.2	*0.5*	*0.4440*	*0.3858*	*0.3696*	*0.3953*	*0.3462*	*0.3328*
	1.0	*0.4618*	*0.4102*	*0.3971*	*0.4111*	*0.3677*	*0.3568*
	2.0	*0.4914*	*0.4484*	*0.4385*	*0.4376*	*0.4016*	*0.3934*

Conclusion Général

Les effets combinés de champ magnétique et rayonnement thermique sur un écoulement permanent de type couche limite d'un fluide micro-polaire électriquement conducteur au voisinage une plaque perméable verticale. En utilisant les transformations de similitudes, les équations différentielles partielles gouvernantes sont transformées en équations ordinaires qui sont résolues numériquement à l'aide de bvp4c package. Des résultats numériques sont présentés pour illustrer les détails des caractéristiques de l'écoulement, de transfert de chaleur et de masse et leurs paramètres physiques. On peut conclure que :

- L'augmentation du paramètre magnétique entraîne une accélération de la vitesse angulaire, augmente la température et la concentration, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- Les profils de concentration d'espèces et de microréotation augmentent près de la plaque pour augmentation du paramètre de rayonnement thermique, mais les profils de vitesse d'écoulement et de température sont diminuent.
- L'augmentation du paramètre du matériau permet d'améliorer la température, la vitesse angulaire et les profils de masse des espèces, ce qui augmente l'épaisseur de la couche limites thermique et massique, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- On voit que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation des paramètres magnétiques et de rayonnement thermique, alors qu'il augmente pour augmentation du paramètre du matériau.

Le taux de transfert de chaleur et de masse diminue pour augmentation du paramètre magnétique, le rayonnement thermique et le paramètre du matériau.

Références bibliographique

Références bibliographique

[1] Padet, J., "Principes des transferts convectifs", 1st edition, polytechenica, (1997).

[2] Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., Dewitt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 7th edition, John Wiley & Sons, (2011)

[3] Padet, J.,"Fluides en écoulement: Méthodes et Modèles", 1st Édition Masson, (1991).

[4] Sacadura, J. F., "Initiation aux transferts thermiques", 6th Édition, Technique & Documentation (2000).

[5] Ostrach, S., "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", National Advisory Committe for Aeronautics, Report 1111, (1953).

[6] A. Cemal Eringen, " Nonlocal Continuum Field Theories ", Sheridan Books Springer-Verlag NewYork, USA, 2001.

[7] M. M. Rahman, " Convective flows of micropolar fluids from radiate isothermal porous surfaces with viscous dissipation and Joule heating ", Communication Nonlinear Sci. Numerical Simulation, 14 (2009), page 3018–3030. 136

[8] Yuri A. Buyevichn, "Advances in the flow and Rheology of non

-Newtonian fluids ", Elsevier, Science B. V. (1999), page 1237 –1240

[9] S. P. Singh, G. C. Chadda and A. K. Sinha, " Model for Micropolar fluid film mechanism with reference to human joints ", Indian Journal of pure applied Mathematics, vol.19, No.4, (1988), page 385 –386.

[10] Ching-Yang Cheng, " Natural convection of a micropolar fluid from a vertical truncated cone with power-low variation in surface temperature " (ELSEVIER, International Communications in Heat and Mass Transfer 35, 2008), page 39 –46.

[11] Md. A. Ikbal, S. Chakravarty, Kelvin K.L. Wong, J. Mazumdar, P.K. Mandal, " Unsteady response of non-Newtonian blood flow Throw a stenosed artery in magnetic field ", Journal of Computational and Applied Mathematics, 230 (2009), page 243 –259

[12] N. Midoux, "Mécanique et Rhéologie des fluides en génie chimique ",TEC & DOC-LAVOISIER, (1993), page 71 –120.

[13] D. Quemada, "Modélisation Rhéologique Structurelle", TEC & DOC-LAVOISIER, (2006), page 115 –142.

[14] R. P. Chhabra and all, "Non-Newtonian Flow and Applied Rheology Engineering Applications", Elsevier Science, PLANTA TREE, 1st Edition, (1999), page 316 –372.

[15] H. A. Barnes, "A Hand Book of Elementary Rheology", Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, Penglais Abe
rystwyth, (2000), page 55 –185.
[16] E. Krause. In: Fluid mechanics 2 (Springer, Verlag Berlin Heidelberg Germany, 2005), page 31 –66.
[17] R. Bronson. In: Differential Equations, SCHAUM'S EASY OUTLINES, Mc-Grow-Hill, 2nd edition (2003), page 39 –46.
[18] Nicolas, M.," Ecoulements dans les milieux poreux", Cours, Université de Provence, Marseille (2003).
[19] Joseph, D. D., Nield, D. A., Papanicolaou, G.," Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium", Water Resources Research, 18 pp. 1049–105 (1982).
[20] Buongiorno, J. "Convective Transport in Nanofluids", ASME Journal of heat transfer, 128 pp. 240–250 (2006).
[21] El Gallaf, A., "Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffes et soumis à des champs magnétiques", thèse, Ecole Centrale de Lyon, juillet 2010.
[22] Moreau, R., "Écoulement d'un métal liquide en présence d'un champ magnétique", technique de l'Ingénieur, D 2950, (1992).
[23] Berhanu, M., "Turbulent magnetohydrodynamics in liquid metals", thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, French (2008).

[24] Eringen, A. C., "Theory of Micropolar Fluids," International Journal of Mathematics and Mechanics, Vol. 16, pp. 1-18 (1966).

[25] Gorla, R.S.R., Nakamura, S., Mixed convection of a micropolar fluid from a rotating cone, International Journal Heat Fluid Flow 16: 69-73 (1995).
http://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/ 0142727X94000092.

[25] Lok, Y.Y., Amin, N., Pop I., Unsteady mixed convection flow of a micropolar fluid near the stagnation point on a vertical surface, International Journal of Thermal Sciences 45: 1149-1157 (2006).
http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.01.015.

[26] Aydın, O., Pop I., Natural convection in a differ-entially heated enclosure filled with a micropolar fluid. International Journal Thermal Sciences 46: 963-969 (2007).

http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.11.018.

[27] Ishak, A., Nazar, R., Pop, I., Dual solutions in mixed convection boundary layer flow of micropolar fluids, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 14: 1324-1333 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2008.01.017.

[28] Ishak, A., Nazar, R., Pop, I., Magnetohydrodynamic (MHD) flow of a micropolar fluid towards a stagnation point on a vertical surface, Computational Mathematical Applications 56: 3188-3194 (2008).
http://dx.doi.org/doi:10.1016/j.camwa.2008.09.013.

[29] Das, K., Influence of thermophoresis and chemical reaction on MHD micropolar fluid flow with variable fluid properties, International Journal Heat Mass Transfer 55: 766-774 (2012).
http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstrans-fer.2012.07.033.

[30] Mahmoud, M.A.A., Thermal radiation effects on MHD flow of a micropolar fluid over a stretching surface with variable thermal conductivity, Physica A 375:401-410 (2007).
http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.09.010.

[31] Pal, D., Chatterjee, S., Mixed convection magnetohydrodynamic heat and mass transfer past a stretching surface in a micropolar fluid-saturated porous medium under the influence of Ohmic heating. Soret and Dufour effects, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 16(3): 1329-1346 (2011).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2010.06.008.

[32] Seddeek, M.A., Odda, S.N., Akl, M.Y., Ab-delm