REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES



Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de **Master**

En Physique

Spécialité : Physique Théorique

Par :

Aidoune Amina
Ayad Sabrina

Thème :

Etude de l'effet de corrélation relativiste sur les ondes acoustiques ioniques dans un plasma non-magnétisé

Soutenue publiquement le : 21 /06 /2018. Devant le jury composé de :

Mme Amari Malika	MCB	UMédéa	Président
Mr Zaghou Nasreddine	MCB	UMédéa	Examinateur
Mme Chéraïr Imène	MCB	UMédéa	Examinateur
Mr Kechidi Ziane	MCB	UMédéa	Encadreur
Mr Mebrouk Khireddine	Docteur	USTHB	Co-encadreur

Année universitaire 2017/2018

ملخص

الهدف من هذه المذكرة هو دراسة تأثير اصطياد الإلكترونات غير واسع النطاق (إحصائية تساليس) على انتشار الموجات الصوتية الأيونية في البلازما النسبية غير الممغنطة. لتنفيذ هذه الدراسة ، استخدمنا التعبير عن الكثافة الإلكترونية التي وضعها كمال اورابح [37] في حالة الصيغة الجديدة لنموذج توماس-فارمي، مع الأخذ بالاعتبار التأثيرات الحرارية وغير الموسعة والنسبية. كما تم تحديد التعبير عن كثافة الأيونات تحليليًا في ظل نفس الظروف. تم إدراج هذه التعبيرات من الإلكترونات والكثافة الأيونية في معادلة بواسون. بعد تطبيع التعبير المحتمل للبلازما ، تم استخدام Matlab ode23s لحل المعادلة التفاضلية الجزئية لاحتمالية البلازما.

Liste des Figures

1.0.1 Représentation schématique des quatre états de la matière [2]. 3
1.1.1 Schéma de la différence entre un gaz neutre et un plasma [4] 4
1.3.1 Les différents composants du plasma froid [41] 9
1.3.2 Diagramme de classification des plasmas (CGS)[10]. 11
1.5.1 Principaux mécanismes durant l'interaction laser-matière : émission de rayonnement et éjection de particules. 14

2.3.1 Un petit déplacement d'une tranche d'électrons crée deux charges de surface de signe opposé. Le champ entre les deux charges de surface est proportionnel au déplacement x de la tranche d'électrons [38]. 29
2.6.1 Ralentissement et diffusion angulaire pour les électrons relativistes [34]. . . . 39
2.7.1 Les trajectoires des particules dans l'espace des phases (x,p) pour différentes valeurs de l'énergie d'injection $\left(\gamma_p = 96 \text{ et } \delta = 0,02\right)$. Le potentiel de l'onde (en unités arbitraires) est représenté en trait tireté [40]. 40

3.4.1 Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.88; T=0.89; T=0.90; M=1.04 et q=1.50. 52
3.4.2 Coexistence des structures solitaires compressives et raréfactives, en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs de la température T, avec M = 1.04 et 53
3.4.3 Variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnéespatiale ζ pour différentes valeurs de la température T, avec M = 0.9 et q = 1.1 . . . 54

3.4.4 Variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs de la température T, avec M = 0.9 et q = 1.2. . . . 54
3.4.5 Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.90; T=0.91; T=0.92; 55
3.4.6 Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.90; T=0.91; T=0.92; 55
3.4.7 Tracé de la variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs du paramètre non-extensif q, avec M = 0.8 56

Abstract

The aim of this dissertation is to investigate the effect of non-extensive relativistic electron trapping (Tsallis statistic) on the propagation of acoustic waves in non-magnetized relativistic plasma. To perform this study, we have used the expression of the electronic density established by K Ourabeh [37] in the case of the new formulation of the Thomas-Fermi model, taking into account thermal, non-extensive and relativistic effects. The expression of the ions density has also been determined analytically under the same conditions. These expressions of electron and ion densities have been inserted in the poison equation. After normalizing the plasma potential expression, the Matlab ode23s solver has been used to solve the partial derivative equation for plasma potential.

Résumé

Le but de ce mémoire de fin d'étude est d'étudier l'effet du piégeage des électrons relativistes non extensifs (statistique Tsallis) sur la propagation des ondes acoustiques ionique dans le plasma relativiste non magnétisé. Pour réaliser cette étude, nous avons utilisé l'expression de la densité électronique établie par K Ourabeh [37] dans le cas de la nouvelle formulation du modèle de Thomas-Fermi, en tenant compte des effets thermiques, non extensifs et relativistes. L'expression de la densité d'ions a également été déterminée analytiquement dans les mêmes conditions. Ces expressions des densités d'électrons et d'ions ont été insérées dans l'équation de poison. Après normalisation de l'expression du potentiel plasmatique, le solveur Matlab ode23s a été utilisé pour résoudre l'équation aux dérivées partielles du potentiel plasma.

Résumé

Le but de ce mémoire de fin d'étude est d'étudier l'effet du piégeage des électrons relativistes non extensifs (statistique Tsallis) sur la propagation des ondes acoustiques ionique dans le plasma relativiste non magnétisé. Pour réaliser cette étude, nous avons utilisé l'expression de la densité électronique établie par K Ourabeh [38] dans le cas de la nouvelle formulation du modèle de Thomas-Fermi, en tenant compte des effets thermiques, non extensifs et relativistes. L'expression de la densité d'ions a également été déterminée analytiquement dans les mêmes conditions. Ces expressions des densités d'électrons et d'ions ont été insérées dans l'équation du poison. Après normalisation de l'expression du potentiel plasmatique, le solveur Matlab ode23s a été utilisé pour résoudre l'équation aux dérivées partielles du potentiel plasma.

Remerciements

Louange a Allah le Seigneur des mondes.

Je rends Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage et la volonté ainsi que la patience pour bien mener ce travail.

La réalisation de ce mémoire n'aurait pas été possible sans l'aide et la participation de plusieurs personnes avec lesquelles nous avons étroitement travaillé et qui nous ont fait part de leurs connaissances et leur savoir faire. Avant tout nous remercions:

- On remercie **ALLAH** le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.
- Nous tenons à remercier chaleureusement notre encadreur Monsieur Kechidi Ziane, Maître de conférences a l'université Dr. Yahia Farès de Médéa, pour avoir accepté d'encadrer notre mémoire. Ainsi de nous'avoir orienté, aidé et conseillé.
- Nos remerciements vont à nos chers parents, pour leur soutien et leur confiance en nous, ainsi qu'au reste de la famille, sans oublier nos amis et tous ceux qui ont servis, de près ou de loin à notre formation.
- Nos gratitudes à tous les membres de jury qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail.
- A tous les enseignants du département de sciences sans exception pour leurs efforts fournis durant ces cinq agréables années.
- A l'ensemble des étudiants de notre promotion 2017 /2018.

Dédicace

J*e dédie ce mémoire*

A *mes chers parents, ma mère et mon père*

P*our leur patience, leur amour, leur soutien et leurs encouragements*

A *mon mari*

«*Kasri Abderrazak*»

A mes frères et *à mes soeurs*

A *mes amies*

«*Ahlam, Boucher*a»

A *ma chère binôme* ***Sabrina*** *et sa famille*

S*ans oublier tous les professeurs que ce soit du primaire, du moyen, du secondaire ou de l'enseignement supérieur.*

Amina

Dédicace

J*e dédie ce mémoire*

A *mes chers parents, ma mère et mon père*

P*our leur patience, leur amour, leur soutien et leurs encouragements*

A *mes frères et à mes soeurs*
«F ateh, T oufik, M ouhamed, Rabia»

A *mes amies*
«Hannane, Bouchera»

A *ma chère binome* ***Amina*** *et sa famille*

S*ans oublier tous les professeurs que ce soit du primaire, du moyen, du secondaire ou de l'enseignement supérieur.*

Sabrina

Table des matières

Introduction **1**

1 Généralités sur les plasmas **3**

1.1 Définition d'un plasma: 4

1.2 Grandeurs caractéristique :

1.2.1 Le degré d'ionisation : 5

1.2.2 Les températures électronique et ionique : 5

1.2.3 Le libre parcours moyen : 6

1.2.4 La longueur de Debye électronique : 7

1.2.5 Longueur de Debye ionique : 7

1.2.6 La densité : 8

1.3 Classification des plasmas : 8

1.4 Génération et maintien des plasmas : 11

1.5 Les application des plasmas : 12

1.5.1 Le plasma comme outils de divers traitements : 13

1.5.2 Le plasma comme source de rayonnement : 13

1.5.3 Le plasma comme source d'énergie : 14

1.5.4 Environnement : 14

2 Etude des plasmas : **16**

2.1 Les différents modèles utilisés : 16

2.1.1 Modèles cinétiques : 16

2.1.2 Modèles hybrides : 18
2.1.3 Modéles fluides : 18
2.2 Physique statistique : 21
2.2.1 Les fonctions distributions : 21
2.2.2 Statistique extensive : 27
2.2.3 Staistique non extensive : 27
2.3 Ondes plasma électroniques : 28
2.4 Ondes ioniques : 31
2.5 Onde acoustique ionique : 32
2.6 Électrons relativistes : 37
2.7 Le piégeage de la particule par l'onde : 39

3 Etude Piégeage des électrons relativistes non extensifs : 45
3.1 Equations de continuité : 45
3.2 Equation de transport de la quantité de mouvement des électrons : 46
3.3 Equation de poisson : 46
3.4 Résultats et discussion: 52

Conclusion 57

Bibliographie 59

Introduction

L'interaction laser-plasma est un thème de recherche qui attire l'attention de plusieurs plasmiciens car elle ouvre la voie à de nombreuses applications dans le domaine d'accélération de particules plasma dans le régime relativiste. Depuis les premières expériences sur les accélérateurs d'électrons relativistes intenses dans le début des années 1960, il y a eu des progrès significatifs dans la génération et propagation de faisceaux d'électrons relativistes. Ils ont trouvé des applications répandues dans de nombreux domaines, tels que le chauffage au plasma, la génération d'énergie micro-ondes par accélération ionique collective, etc. Toshiki Tajima[(1)] et John Dawson ont proposé en 1979 d'utiliser des plasmas créés par laser pour accélérer des particules], mais il a fallu attendre les années 90 pour que les premiers résultats encourageants soient obtenus. Dans le cas de l'accélération d'électrons, la cible dans laquelle se propage le laser est un gaz ayant une charge globalement neutre appelé plasma. Les accélérateurs de particules sont utilisés dans plusieurs domaines, allant de la médecine, en passant par la physique nucléaire, radio-biologie ou la physique de la matière condensée, dans le cadre de ce projet.

Comment étudier de l'effet de piégeage relativiste non extensifs (statistique Tsallis) sur la propagation des ondes acoustiques ionique dans le plasma relativiste non magnétisé?

Pour réaliser cette étude, nous avons utilisé l'expression de la densité électronique établie par K Ourabeh [37] dans le cas de la nouvelle formulation du modèle de Thomas-Fermi. Ces ondes acoustiques ionique d'origine électrostatiques sont l'un des trois modes propres qui peuvent exister dans un plasma non magnétisé, et elles naissent lors du passage d'un laser dans un plasma par exemple. Ce sont des ondes de plus basse-fréquence, faisant intervenir le

[(1)] **Tadjima Toshiki** : né le 18-01-1948, physique théorique Japonais et profesuer à l'université Californie, Irvine

mouvement des ions (lourds). Les ions chargés peuvent transmettre leur vibration de proche en proche par l'intermédiaire du champ électrique associe à la création de charge d'espace. Les accélérateurs modernes utilisent des ondes radio-fréquences (RF) pour accélérer des particules chargées à des vitesses relativistes. Cette technologie, développée depuis plus d'un demi-siècle a fait ses preuves : elle permet de produire des faisceaux de particules de très bonne qualité et avec une grande stabilité. Dans un accélérateur, l'énergie des particules est égale au produit du champ électrique E_{acc} et de la distance L sur laquelle on l'applique. L'utilisation de plasmas s'avère être une alternative plausible. Les problèmes de claquage ne se posent plus et des champs électriques très intenses peuvent s'y propager. On est ainsi capable de produire des champs électriques de l'ordre de quelques centaines de gigavolts par mètre, soit plus de 10 000 fois plus élevés que les champs utilisés dans les accélérateurs conventionnels. On espère ainsi, en utilisant des plasmas, réduire la longueur d'accélération de plusieurs ordres de grandeur. Une onde plasma est une variation périodique de la densité de charge dans un milieu ionisé. Le champ électrostatique résultant de la séparation de charges peut être très élevé et peut éventuellement être utilisé pour l'accélération de particules chargées.

Au cours de la dernière décennie, plusieurs expériences ont essayé de mettre en évidence l'effet de l'accélération de particules par une onde plasma créée par battement. Les résultats de ces efforts aboutissent aujourd'hui à des premières observations de l'accélération par ces ondes.

Ce mémoire est composé de trois chapitres. Dans le premier chapitre, on commence tout d'abord par rappeler la définition d'un plasma, les grandeurs caractéristique, la classification des différentes catégories des plasmas ainsi que les mécanismes de la génération et le maintien d'un plasma au sein du laboratoire. Le deuxième chapitre est consacré à l'étude d'un plasma et montre en particulier Les différents modèles utilisés avec un bref exposé sur les différentes statistiques selon la nature des particules. Dans le troisième chapitre, on se concentre sur l'étude de piégeage des électrons relativistes non extensifs en utilisant les expressions de la densité électronique et ionique ainsi le potentiel plasma et le potentiel de Sagdeev. Les résultats obtenus par le solveur Matlab sont présentés et interprétés.

Chapitre 1

Généralités sur les plasmas

Le terme "plasma" a été introduit en 1928 par le physicien américain I. Langmuir[(1)] [1] pour désigner un gaz ionisé (observé dans les expériences des tubes à décharges) électriquement neutre. Le plasma constitue le quatrième état de la matière après l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux. Cette appellation vient du fait qu'au fur et à mesure que la température d'un corps est augmentée, il change d'état. Il passe successivement de l'état solide à l'état liquide puis à l'état gazeux. Si la température atteint environ 10,000 °K à 100,000 °K, la plupart de la matière est ionisée: on a alors l'état de plasma. L'ensemble des états cités est illustré sur la figure 1.0.1

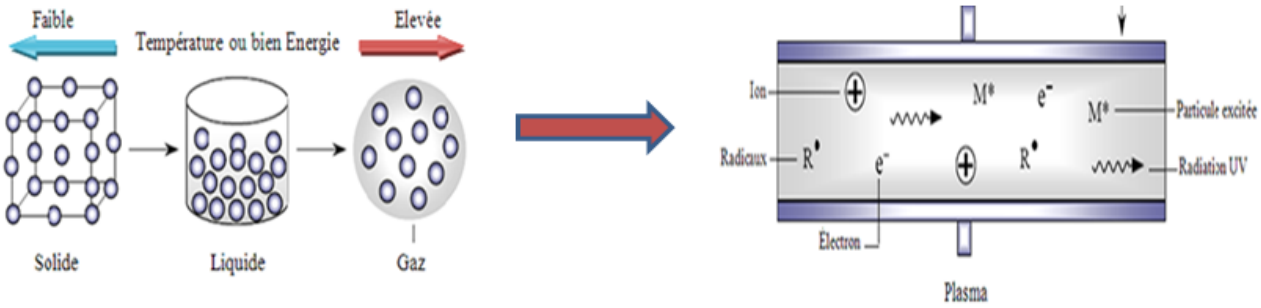


Figure 1.0.1 : Représentation schématique des quatre états de la matière [2].

Les plasmas constituent environ 99% de l'Univers. Il se trouve dans la nature dans les nébuleuses, dans le nuage d'hydrogène composant le milieu interstellaire, dans les étoiles

(1) Irving langmuir : chimiste et physicien américan en 1932 lauréat du prix nobele de chimie né en 31-01-1881 et décédé 16-08-1957

(cœur de l'étoile siège de réactions de fusion nucléaires) et dans l'environnement terrestre. Le plasma peut être créé artificiellement dans les laboratoires tels que les décharges plasmas électriques dans les tubes fluorescents et les plasmas de fusion dans les tokamaks[(1)].

1.1 Définition d'un plasma:

Un plasma est constitué de particules neutres (atomes, molécules, radicaux libres), d'ions positifs ou négatifs, d'électrons et des photons. Il peut aussi contenir des atomes (ou molécules) dits «excités », dans lesquels les électrons restent liés au noyau, mais sont portés à des états d'énergie potentielle élevés. La désexcitation s'effectue avec émission de photons. Cela permet à ce gaz d'être émetteur de lumière. Un plasma peut être qualifié comme un milieu gazeux partiellement ou totalement ionisé et macroscopiquement neutre selon que les charges positives et négatives s'équilibrent entre elles ou pas. Ces particules chargées sont en nombre suffisant pour donner au gaz les propriétés d'un conducteur électrique

Les interactions dans le plasma créent un comportement collectif, figure 1.1.1 , qui n'existe pas dans les gaz neutres et procurent au plasma des propriétés uniques [3].

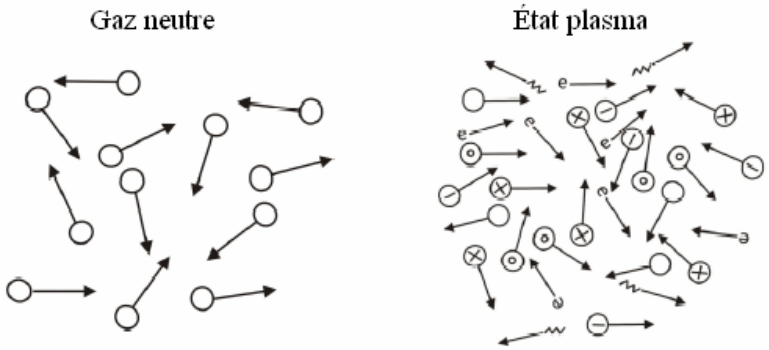


Figure 1.1.1 : Schéma de la différence entre un gaz neutre et un plasma [4]

[(1)] **Les tokamaks** : sont des mminis-réacteurs où on réalisé les essais de fusion nucléare, c'est une chambre torique de confinement magnétique destiné à l'étude des plasmas et pour étudier la possibilité de la production d'energie par fusion nucléare.

1.2 Grandeurs caractéristique :

Les plasmas sont caractérisés principalement par les paramètres suivants : le degré d'ionisation, les températures électronique et ionique, le libre parcours moyen, la longueur de debye, la densité des particules chargée etc.

1.2.1 Le degré d'ionisation :

La décharge dans un gaz est donc la production d'un gaz ionisé contenant par exemple n_e électrons, n_i ions positifs et n_0 neutre (atomes ou molécules) par unité de volume.

on à alors :

$$n_e = n_i = n,$$

Cette neutralité est la conséquence des forces électrostatiques très intenses qui apparaissent dés que l'on a $n_e \neq n_i$. Le degré déionisation d'un gaz est défini par le rapport [5].

faiblement ionisé

$$\beta = \frac{n_s}{n_s + n_0} \quad (0 \leq \beta \leq 1) \tag{1.2.1}$$

fortement ionisé si $\beta \simeq 1$

où n_0 (ou n_g) est le nombre de particules par unité de volume (densité) des neutres (ou gaz plasmagène) et n_s celle des électrons libres n_e (ou des espèces chargées positivement n_p).

1.2.2 Les températures électronique et ionique :

Un plasma froid est un milieu de type gazeux hors équilibre thermodynamique. Les énergies des électrons, ions et molécules exitées étant différentes, il n'excisté pas de température thermodynamique pour le plasma comme on peut la définir pour un gaz neutre. La valeur des énergies des espèces présentes dans le plasma suit cependant une loi de distribution statis-

tique qui peut être de type Maxwell-Boltzmann [6]. et l'on peut ainsi définir la température statistique des différents éléments en utilisant l'équation :

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T \tag{1.2.2}$$

Où E_c est l'énergie cinétique, m la masse de la particule, v la vitesse quadratique moyenne,

T la température en Kelvin.

k_B la constante de Boltzmann $(1,38.10^{23}\ J.K^{-1})$.

On définit ainsi trois températures :

Te : pour les électrons, T_i : pour les ions, T_n : pour les espèces neutres.

Les masses des ions et des molécules étant proches, leurs températures sont voisines et de l'ordre de la température ambiante. Par contre la température électronique est beaucoup plus élevée.

1.2.3 Le libre parcours moyen :

Le libre parcours moyen λ est donné par la relation [7].

$$\lambda = \frac{1}{n_g.\sigma} \quad avec \quad \sigma = \pi.r^2 \tag{1.2.3}$$

Où n_g est la densité du gaz, σ est la section efficace et r est le rayon de l'atome cible.

La fréquence de collision entre l'électron et les atomes cibles ν est : $\nu = \frac{V_{th}}{\lambda} = V_{th} n_g \sigma$

qui équivaut à :

$$\nu = \sigma n_g \left(\frac{2k_B T}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.2.4}$$

V_{th} la vitesse thermique, λ libre parcours moyen

1.2.4 La longueur de Debye électronique :

Cette longueur représente une échelle fondamentale qui fournit une mesure de la distance sur laquelle l'influence d'un champ électrique est ressentie [8]. Elle est donnée par :

$$\lambda_{De} = \frac{V_{the}}{\omega_{pe}} = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.2.5}$$

ω_{pe} : fréquence plasma électronique.

V_{the} : la vitesse thermique électronique .

ε_0 : primitivité de vide.

e : la charge électronique

T_e : température des électrons

k_B la constante de Boltzmann $(1,38.10^{23}\ J.K^{-1})$.

1.2.5 Longueur de Debye ionique :

Par analogie avec la longueur de Debye électrique, cette longueur est donnée par :

$$\lambda_{Di} = \frac{V_{thi}}{\omega_{pi}} = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_i}{n_0 e^2}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.2.6}$$

ω_{pi} : fréquence plasma ionique.

V_{thi} : la vitesse thermique ionique .

ε_0 : primitivité de vide.

e : la charge électronique.

T_i : température des ions.

k_B la constante de Boltzmann.

Notons qu'il existe d'autres échelles spatiales et temporelles telles que les fréquences de collisions f_{col} ou encore les libres parcours moyens L_{col}

1.2.6 La densité :

La densité est définie comme le nombre de particules par unité de volume, et pour chaque espéce (électrons, ions, neutres). La neutralité du plasma implique $n_e = n_p$, en supposant que la densité d'ions négatifs est quasiment nulle [9]. La densité du gaz se calcule par l'équation :

$$p = nkT \tag{1.2.7}$$

1.3 Classification des plasmas :

On peut diviser les plasmas en deux catégories :

1. Les plasmas « chauds » ou dit en équilibre thermodynamique locale (LTE). Ils sont caractérisés par une densité d'énergie élevée et une température égale pour toutes les espèces (ions, électrons, neutres). Ces plasmas existent dans la nature comme les étoiles, les aurores boréales, les éclairs, les flammes, etc. Pour obtenir des plasmas en LTE entre les températures électroniques et ioniques en laboratoire, on doit travailler à des pressions au-dessus de 10 Torr, où il y a un large excès de collisions électron-neutre et électron-ion par rapport aux collisions avec les murs du réacteur. Les plasmas chauds sont aussi produis dans les réacteurs dédiés pour les réactions fusion nucléaire par confinement magnétique ou inertiele.

2. Les plasmas « froids », pour lesquelles, on définit trois températures importantes $T_e \gg T_i \succ T_n$, où T_e est la température électronique, T_i la température ionique et T_n la température des neutres, proche de la température ambiante. Ils sont caractérisés par une densité d'énergie plus faible que les plasmas en LTE et une différence significative entre la température électronique et la température des particules lourdes. Les plasmas froids ils sont composés de nombreuses espèces actives (ROS (Reactive Oxygen Species) et RNS (Reactive Nitrogen Species), température, champ électrique, radiations UV, espèces excitées et particules chargées) représentées par la figures 1.3.1 .

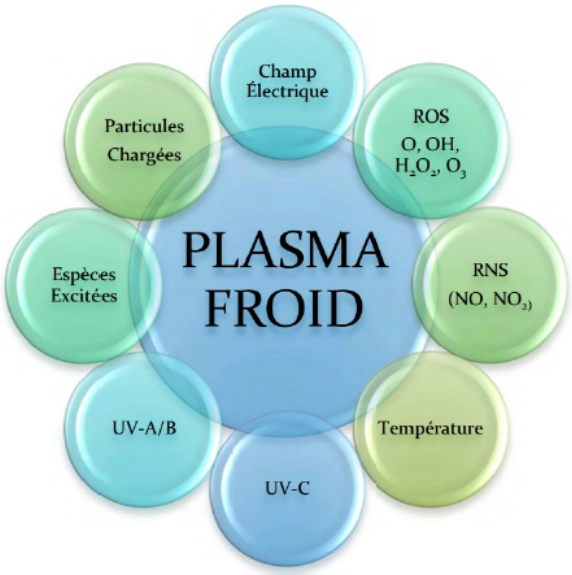


Figure 1.3.1 : Les différents composants du plasma froid [41]

Parmi les plasmas froids, on distingue les plasmas thermique et les plasmas hors équilibre thermique :

• Les plasmas thermiques sont des milieux gazeux partiellement ionisés ou fortement ionisés dans lesquels toutes (molécules, atomes, ions) ont à peu prés la même énergie cinétique moyenne. On peut supposer qu'ils sont en équilibre thermodynamique ce qui permet de définir une température unique, dont la valeur dans les régions les plus chaudes peut atteindre 20000 K (à cette température le plasma reste partiellement ionisé).

Le gaz est chauffé à une température suffisamment élevée pour une ionisation partielle ou complète. Les espèces sont alors en équilibre thermique les unes avec les autres, telles que :

$$T_e \sim T_i \sim T_n$$

Les plasmas utilisés dans les réacteurs à fusion sont du type thermique. L'un des désavantages du plasma thermique est leurs caractère destructif par leur température élevée au contact des matériaux.

• Plasma hors d'équilibre thermique. Dans de nombreux cas, l'ionisation est due à un champ électrique extérieur, et le gaz n'est pas en équilibre thermodynamique. Il atteindra souvent un état stationnaire qu'on pourra caractériser par les paramètres $a.\ n.\ T_e$ (température des électrons) .

T_i (température des ions)

et T_0 (température des molécules).

Les trois températures ainsi introduites sont définies par la condition que $(3kT_a/2)$ représente l'énergie cinétique moyenne des particules d'espèce a, dans un repère où elles ont une vitesse moyenne nulle. L'écart entre T_e, T_i et T_0 peut être important : par exemple, dans un tube à décharge typique, on pourra avoir :

$T_0 \approx T_i \simeq 300\ K$

et $T_e \simeq 3.10^4\ K$.

La forte valeur de T_e est due à l'action du champ électrique sur les électrons, et l'ionisation est alors produite par les collisions de ces électrons chauds sur les molécules neutres du gaz [10].

Le diagramme suivant montre les déférents types de plasma, suivant les proportions entre ces paramètres

$r_0 = e^2/4\pi\varepsilon_0 k_B T$ (longueur de Landau),

$d_e = (n_e)^{-1/3}$(distance moyenne entre les électrons)

et $\lambda_3 = [\varepsilon_0 k_B T/(n_e q_e^2 + n_i q_i^2)]^{1/2}$ longueur d'écran de Debye), où $n_{e,i}$ représente la densité des électrons et des ions, k_B la constante de Boltzmann, $q_{e,i}$ la charge des électrons[(1)]

et des ions et ε_0 la permittivité du vide.

[(1)] $q = 1,6022.10^{-19}\ C$

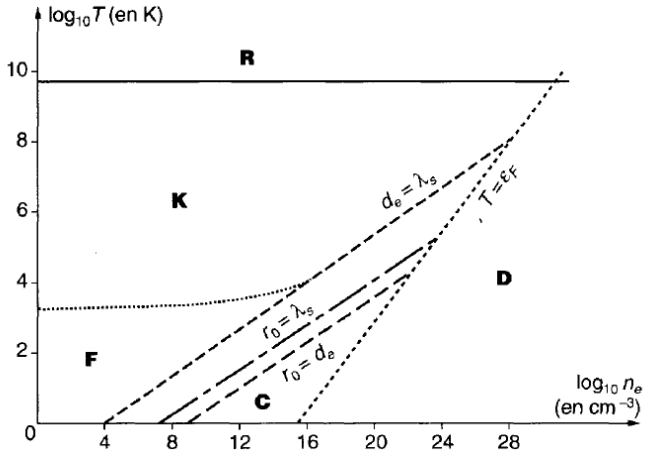


Figure 1.3.2 : Diagramme de classification des plasmas (CGS)[10].

La figure 1.3.2 ci-dessus montre différentes régions de classification des plasmas selon leur température et leur densité. Nous pouvons distinguer les zones suivantes :

-zone R: plasmas relativistes.

-zone K : plasmas cinétiques classiques.

-zone C : plasmas denses à fortes corrélations.

-zone D : plasmas dégénérés quantiquement (plasma métalliques).

-zone F : gaz faiblement ionisés.

1.4 Génération et maintien des plasmas :

Le procédé de création de plasma est basé sur l'injection d'un gaz « plasmagène » dans une enceinte sous vide partiel ou à pression atmosphérique. Une source électrique est appliquée pour produire notamment l'ionisation du gaz plasmagène. Le champ électrique agit directement sur les particules chargées (les électrons et les ions) où l'énergie injectée est transférée principalement aux électrons, qui participent à la formation d'espèces actives par processus d'ionisation, d'attachement, de recombinaison mais aussi d'excitation et de dissociation du gaz.

A la différence des gaz neutres, les plasmas, du fait de leur caractère chargé, sont sensibles a l'action des forces électromagnétiques. Un gaz contenant toujours quelques charges libres (ne serait-ce que par l'effet du rayonnement cosmique), l'application d'un champ élec-

trique peut communiquer une énergie suffisante aux particules les plus mobiles, les électrons, qui produisent une pair électron-ion par collisions sur les espèces neutres selon le schéma réactionnel :

$$e^- + n \rightarrow i + 2e^-$$

Où n désigne un atome ou une molécule neutre et i un ion. L'électron supplémentaire produit peut à son tour être accéléré par le champ électrique et entrer en collision avec un neutre, de sorte que l'on peut ainsi produire un plasma de densité finie par ce mécanisme d'avalanche électronique[(1)]. La génération des plasmas par attribution d'énergie électromagnétique n'est pas le seul processus de création des plasmas. L'apport direct de chaleur par élévation de la température (plasmas thermiques) ou par absorption de photons énergétiques (photo ionisation) sont 2 autres exemples de processus générateurs de plasmas. L'ordre de grandeurs des énergies d'ionisation des atomes étant l'ordre de quelques eV (pour les halogènes, sauf l'hydrogène) a la dizaine d'eV (pour les gaz rares), l'ordre de grandeur de l'énergie à apporter pour produire un plasma est de l'ordre de l'eV, soit 11 600 kelvin.

Outre la question de génération des plasmas que nous venons de discuter brièvement, se pose la question essentielle de maintien du plasma. Dans les grandes lignes l'analyse de cet aspect résulte d'une problématique gains/pertes. Les espèces chargées sont créées en volume par ionisation mais perdues par diffusion (induites par les collisions ou la turbulence) vers les parois du réacteur (donc en surface), et éventuellement perdues également en volume si des mécanismes de recombinaisons de charges sont possibles dans le plasma étudié. Le maintien du plasma sur des temps suffisamment longs passe par cet équilibre [11].

1.5 Les application des plasmas :

On peut regrouper les applications du plasma en quatre catégories [12]. [13]. [14].

[(1)] **Avalanche électronique** : L'effet d'avalanche est un phénoméne qui peut se produire dans des matériaux isolants et semi-conducteurs.Il s'agit d'un effet multiplicateur du courant électrique à l'interieur de matériaux qui étaient, jusqu'au déclenchement du phénomène de bons isolants.

1.5.1 Le plasma comme outils de divers traitements :

- Traitement de surfaces : Nettoyage de surfaces, activation de surface, Gravure.
- Synthèse de matériaux.
- Déposition de matériaux : PVD[1], $PECVD$[2], torche plasma.
- Source de chaleur : Découpage, Soudage, Incinération, Recuit.

1.5.2 Le plasma comme source de rayonnement :

- Source de lumière.
- Affichage à écran plat.
- Source de rayon X.
- Lasers.

La figure 1.5.1 présente les principaux effets de l'interaction laser-matière. Le plasma, produit pendant l'interaction, émet du rayonnement dans une large gamme spectrale, allant du rayonnement infra-rouge au rayonnement gamma. La matière est éjectée, soit en agrégats, soit en particules individuelles comme les électrons ou les protons. Certains électrons sont accélérés dans le champ électromagnétique du laser, et ionisent les zones froides de la cible. Ces dernières émettent du rayonnement X appelé « rayonnement K ».

[1] Le PVD (Physical Vapor Deposition) :

ou dépôt physique en phase vapeur est un procédé de métallisation qui permet de déposer sous vide des films minces de matière grâce à la vapeur.

[2] Le PECVD (pour Plasma-Enhaced Chemical Vapor Deposition) :

Le dépôt chimique en phase vapeur assisté par plasma.

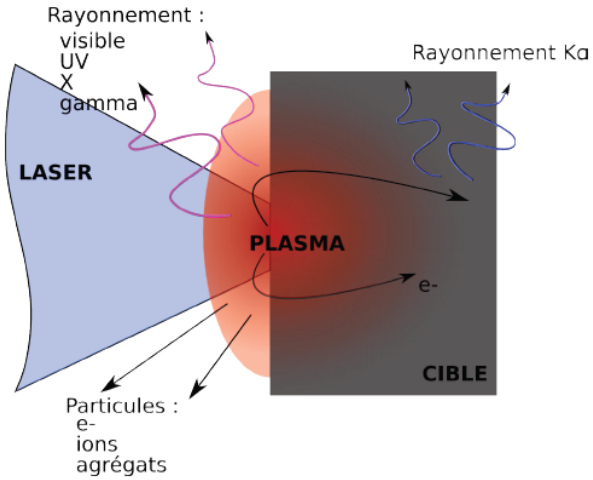


Figure 1.5.1 : Principaux mécanismes durant l'interaction laser-matière : émission de rayonnement et éjection de particules.

1.5.3 Le plasma comme source d'énergie :

- Energie de fusion.
- Générateurs MHD[(1)].

1.5.4 Environnement :

- Traitement des effluents polluants gazeux ou liquides.
- Vitrification et traitement de déchets (amiante, $REFIOM$[(2)]...).
- Traitement de l'eau.
- Destruction des bactéries et neutralisation des odeurs.

[(1)] Un générateur MHD : (magnétohydrodynamique) est un convertisseur MHD qui transforme l'énergie cinétique d'un fluide conducteur directement en électricité.

[(2)] Les REFIOM : Résidus d'épuration des fumées d'incinération des ordures ménagères :

sont le produit de la neutralisation des gaz acides et polluants par des réactifs comme la chaux ou le bicarbonate de sodium, les RIFIOM par définition très toxiques et doivent être traités de manière spésifique.

Chapitre 2

Etude des plasmas :

Dans ce deuxième chapitre intitulé " Etude des plasmas ", nous rappellerons l'importance et la nécessité de cette opération dans le domaine de physique des plasmas, ainsi que les définitions des trois modèles utilisés pour étudier tous les différents types des plasmas, et aussi voir dans une approche cinétiques, le plasma peut être perçu comme étant un fluide de particules chargées. Ce modèle (dit modèle fluide) permet une description macroscopique de l'ensemble des particules chargées du plasma, et l'établissement des équations de distribution de Bos-Einstein, Fermi-Dirac et Maxwell-Boltzmann. Par ailleurs, Tsallis à étendu la statistique de Boltzmann-Gibbs (BG) en généralisant le concept d'entropie à des régimes non extensifs. Ainsi, l'entropie de Tsallis a été appliquée avec succès aux plasmas. Ceci nous a motivés à revisiter certains travaux dans le cadre de la nouvelle statistique de Tsallis.

2.1 Les différents modèles utilisés :

2.1.1 Modèles cinétiques :

La théorie cinétique est la base de la théorie de la physique des plasmas. Les modèles cinétiques fournissent des résultats à l'échelle microscopique conduisant à une description la plus fine. Ils prennent en considération l'ensemble des particules (de l'ordre de 10^{10} ou plus) constituant le plasma et décrivent leurs interactions mutuelles. C'est pour cette raison que les modélisations cinétiques sont beaucoup plus complexes et beaucoup plus coûteuses

en temps de calcul, sachant que dans cette théorie chaque espèce (S) de particules du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_s(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t)$ qui, dans une approche statistique, décrit la répartition des particules dans l'espace des phases $6D$ au temps t. La fonction f_s, qui décrit l'évolution en temps de la fonction de distribution du plasma constitué de particules chargées, dépend de 7 variables : le temps t, la position $\overrightarrow{r}$ (en $3D$) et la vitesse $\overrightarrow{v}$ $(3D)$. Le nombre moyen de particules se trouvant dans un petit élément de volume $d\overrightarrow{r}\,d\overrightarrow{v}$ centré en $(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v})$ à l'instant t est donnée par $f_s(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t)$ et la densité peut être écrite [15]. [10].

$$n(\overrightarrow{r}, t) = \int_{\overrightarrow{v}} f_s(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t)\, d\overrightarrow{v} \tag{2.1.1}$$

la dynamique du plasma est dominée par l'effet des champs électromagnétiques : $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}, t)$ et $\overrightarrow{B}(\overrightarrow{r}, t)$. Chaque particule subissant la force de Lorentz résultant de l'interaction avec ces champs. La fonction f_s vérifie l'équation de Vlasov dont la forme non relativiste s'écrit [10].

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \overrightarrow{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \overrightarrow{r}} + \frac{q_s}{m_s}\left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \overrightarrow{v}} = 0 \tag{2.1.2}$$

$\overrightarrow{E}$: le champ électrique

$\overrightarrow{B}$: le champ magnétique

L'équation de Vlasov est une équation de Boltzmann non collisionnelle. C'est une équation qui dérive rigoureusement à partir du théorème de Liouville

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \overrightarrow{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \overrightarrow{r}} + \frac{q_s}{m_s}\left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \overrightarrow{v}} = \left(\frac{\partial f_s}{\partial t}\right)_{\text{col}} \tag{2.1.3}$$

Le terme de collision à droite dans l'équation de Boltzmann (2.2.3) considère différents processus physiques et chimiques comme les réactions chimiques, l'ionisation ou la recombinaison, la friction, la diffusion et les échanges d'énergie. Différentes méthodes existent. Nous allons décrire la méthode dite méthode particulaire de type "Particle in Cell Monte-Carlo

$PIC - MCC$" , qui est extrêmement utilisée dans le domaine des plasmas et ce depuis les années 60, Buneman [16]. Dawson [17]. Hockney [18]. Birdsall [19]. Elle fait partie des méthodes dites lagrangiennes ou particulaires, qui exploitent la conservation de la fonction de distribution $f_s(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{p}, t)$ le long des courbes "position, impulsion" $(\overrightarrow{r}(t), \overrightarrow{p}(t))$ [20]. La méthode lagrangienne PIC est un outil très performant et efficace car elle permet de décrire l'évolution dans le temps et dans l'espace, des particules chargées (électrons et des ions) sous l'effet des champs auto-consistants et des collisions. "Dans les simulations PIC, il est relativement facile de suivre les particules lorsqu'il n'y a ni pertes ni création de particules au cours du temps. Cependant, il devient nécessaire de réordonner les particules à chaque pas en temps dans le cas contraire (ionisation, recombinaison, absorption, etc.)" [21].

2.1.2 Modèles hybrides :

Le terme dit «hybride» en physique des plasmas peut être utilisé avec n'importe quel modèle de simulation dans lequel une ou plusieurs espèces du plasma sont traitées comme des fluides individuels ou multiples, alors que le reste des espèces sont traitées comme des particules par un modèle cinétique ou particulaire. C'est un code dans lequel on peut coupler le modèle cinétique qui décrit les électrons "chauds", accéléré par le champ électromagnétique, avec le modèle fluide qui traite les ions "froids" contenant dans le volume du réacteur. Où, on utilise une description fluide du transport des espèces lourdes, et cinétique pour les électrons. Ou encore, un code dans lequel les ions sont traitées par un modèle cinétique et les électrons de masse négligeable par un modèle fluide [22]. L'utilisation systématique de ces modèles hybrides est rendue possible par l'évolution récente des moyens de calcul.

2.1.3 Modéles fluides :

Les modèles fluides (hydrodynamique) sont souvent utilisés pour modéliser les plasmas froids en raison de leur grande souplesse et de la rapidité relative des calculs qu'ils permettent. Dans ce concept du milieu continu, on étudie le mouvement de petits éléments de volume de plasma, sans tenir compte des phénomènes microscopiques qui s'y déroulent. Pour ce

faire, on assimile le plasma à un, deux, ou multi-fluides (celui des électrons et ceux des ions, des atomes ou des molécules neutres) suivant le degré d'ionisation du plasma à étudier.

- Dans le cas d'une interaction faible entre les différents espèces de particules (électrons, ions, neutres),chaque type de particules est généralement caractérisé par une température T_α différente. On peut alors décrire séparément le mouvement des électrons, celui des ions et celui des neutres, sachant cependant que ces fluides sont partiellement couplés par leur terme d'interaction collisionnelle. Par ailleurs, comme les neutres ne réagissent pas aux champs E et B, on ne cherche généralement pas à écrire leur équation de mouvement (par exemple, dans le cas de la propagation d'une onde), mais on tiendra compte de leur influence par le terme d'interaction collisionnelle dans les équations des fluides de particules chargées : on aboutit ainsi à un modèle à deux fluides (électrons, ions) [23].

Un cas particulier intéressant de couplage faible est celui où l'on ne considère plus qu'un seul fluide, celui des électrons, en négligeant le mouvement des ions, beaucoup plus lourds. Dans ce cas, les ions sont supposés former un fond stationnaire et continu permettant d'assurer la neutralité macroscopique et de pers sur le terme d'interaction collisionnelle du fluide d'électrons. C'est le modèle du plasma de Lorentz, utilisé notamment pour décrire les plasmas produits par des champs HF[(1)].

- Dans le cas d'une interaction forte entre les différents types de particules, comme c'est le cas dans un plasma en ETL[(2)], les différents fluides sont tellement fortement couplés entre eux qu'un seul fluide, doté d'une seule et même température, suffit à décrire un tel plasma [24].

L'analyse macroscopique basée sur les équations hydrodynamique fait intervenir des grandeurs macroscopiques telles la température, la pression, la mobilité des particules chargées, le coefficient de diffusion des différents types de particules, etc. Ces grandeurs sont des moyennes calculées à partir d'une fonction de distribution $f\left(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}, \overrightarrow{t}\right)$ des vitesses microscopiques $\overrightarrow{\omega}$ des particules. Cette fonction de distribution s'obtient dans le cadre de la théorie cinétique des gaz.

• La densité de particules par unité de volume,

(1) La HF : La haute fréquence

(2) ETL : Equilibre Thermodynamique Local.

$$n\left(\overrightarrow{r},t\right)=\int_{\overrightarrow{\omega}} f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)d\overrightarrow{\omega} \tag{2.1.4}$$

$f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)$: fonction de distribution.

$\overrightarrow{\omega}$: vitesse microscopique.

$\overrightarrow{r}$: la position.

• La vitesse moyenne du fluide,

$$\overrightarrow{u}\left(\overrightarrow{r},t\right)=\frac{1}{n\left(\overrightarrow{r},t\right)}\int_{\overrightarrow{\omega}} \overrightarrow{\omega} f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)d\overrightarrow{\omega} \tag{2.1.5}$$

$\overrightarrow{u}$: La vitesse moyenne du fluide.

$f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)$: fonction de distribution.

$\overrightarrow{\omega}$: vitesse microscopique.

n : La densité de particules par unité de volume.

• Le tenseur de pression,

$$\overline{\overline{\Psi}}\left(\overrightarrow{r},t\right)=m\int_{\overrightarrow{\omega}}\left(\overrightarrow{\omega}\ -\overrightarrow{u}\right)\otimes\left(\overrightarrow{\omega}\ -\overrightarrow{u}\right)f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)d\overrightarrow{\omega} \tag{2.1.6}$$

$\overline{\overline{\Psi}}$: Le tenseur de pression.

$\overrightarrow{u}$: La vitesse moyenne du fluide.

$\overrightarrow{\omega}$: vitesse microscopique.

où l'opérateur $\otimes$ représente le produit tensoriel des deux vecteurs.

• La densité d'énergie cinétique moyenne,

$$\epsilon\left(\overrightarrow{r},t\right)=\frac{m}{2n\left(\overrightarrow{r},t\right)}\int_{\overrightarrow{\omega}} \overrightarrow{\omega}^2 f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{\omega},t\right)d\overrightarrow{\omega} \tag{2.1.7}$$

• Le tenseur de flux d'énergie thermique,

$$\overline{\overline{Q}} = \frac{m}{2} m \int_{\overrightarrow{\omega}} (\overrightarrow{\omega} - \overrightarrow{u}) (\overrightarrow{\omega} - \overrightarrow{u})^2 f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}, t) \, d\overrightarrow{\omega} \tag{2.1.8}$$

$\overline{\overline{Q}}$: Le tenseur de flux d'énergie thermique.

Les codes fluides calculant les moments de l'équation de Boltzmann conduit aux lois de conservation du nombre de particules, de la quantité de mouvement, de l'énergie pour les électrons, ions, neutres. Le système considéré est moins complexe et moins coûteux à résoudre car toutes les quantités sont des moyennes en vitesse et ne dépendent plus que de la position $\overrightarrow{r}$ et du temps t.

2.2 Physique statistique :

2.2.1 Les fonctions distributions :

La distributions de Maxwell-Boltzmann :

Un exemple important est la fonction de distribution d'une population de particules qui sont à l'équilibre thermique entre elles. Ceci résulterait d'un confinement suffisant de l'ensemble des particules dans une région de l'espace de telle sorte qu'elles échangent de l'énergie de façon aléatoire et atteignent une distribution stationnaire. Il en résulte une distribution de leurs vitesses qui peut être décrite par une distribution normale qui a la forme d'une Gaussienne [25].

$$f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{v}, t) = A(\overrightarrow{r}, t) \exp\left(-\beta^2 v^2\right) \tag{2.2.1}$$

$A(\overrightarrow{r}, t)$: fonction de transport.

$f(\overrightarrow{r}, \overrightarrow{\omega}, t)$: fonction de distribution.

β : constante, $\beta = \frac{1}{k_B T}$

v : la vitesse

Ici, nous permettons la variation spatiale de la densité. Il est évident, de par la forme de l'équation (2.3.1), que la distribution de vitesse est isotrope. En utilisant cette forme de la distribution, la densité devient :

$$n\left(\overrightarrow{r},t\right)=\int A\left(\overrightarrow{r},t\right)\exp\left(-\beta^2v^2\right)d\overrightarrow{V} \tag{2.2.2}$$

En utilisant l'élément de volume $d\overrightarrow{V}=4\pi v^2dV$ dans l'espace des vitesses pour une distribution isotrope en vitesse on obtient :

$$n\left(\overrightarrow{r},t\right)=\int_0^\infty 4\pi v^2\exp A\left(\overrightarrow{r},t\right)\left(-\beta^2v^2\right)d\overrightarrow{V} \tag{2.2.3}$$

$$=4\pi A\left(\overrightarrow{r},t\right)\frac{\sqrt{\pi}}{4\beta^3} \tag{2.2.4}$$

Ceci permet d'écrire la fonction de distribution sous la forme :

$$f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{v},t\right)=\frac{\beta^3}{\pi^{\frac{3}{2}}}n\left(\overrightarrow{r},t\right)\exp\left(-\beta^2v^2\right) \tag{2.2.5}$$

On à l'énergie cinétique moyenne dans la direction x est donnée par :

$$\varepsilon_X=\frac{1}{2}m\left\langle v_X^2\right\rangle \tag{2.2.6}$$

L'intégrale sur les vitesses est donée par :

$$\varepsilon_X=\frac{m}{4\beta^2} \tag{2.2.7}$$

Dans un système à l'équilibre thermodynamique, l'énergie $\frac{1}{2}K_BT$ est associée à chaque degré de liberté (K_B est la constante de Boltzmann et T la température en degré absolu). Donc :

$$\varepsilon_X=\frac{m}{4\beta^2}=\frac{1}{2}K_BT\Longrightarrow\beta=\sqrt{\frac{m}{2k_BT}} \tag{2.2.8}$$

Cette dernière relation nous donne la forme finale de la fonction de distribution de Boltzmann:

$$f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{v},t\right)=\left(\frac{m}{2\pi k_B}\right)^{3/2}n\left(\overrightarrow{r},t\right)\exp\left(-\frac{mv^2}{2k_BT}\right) \tag{2.2.9}$$

Nous pouvons aussi définir une fonction de distribution en termes de l'énergie $F\left(\varepsilon\right)d\varepsilon = 4\pi v^2 f\left(\overrightarrow{r},\overrightarrow{v},t\right)dV$ Comme étant le nombre de particules dans l'intervalle ε et $\varepsilon+d\varepsilon$ Comme $\varepsilon=\frac{1}{2}mv^2$, nous avons pour obtenir:

$$F\left(\varepsilon\right)=\frac{1}{\left(k_BT\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\frac{4\varepsilon}{\pi}\right]^{\frac{1}{2}}n\left(\overrightarrow{r},t\right)\exp\left(-\frac{\varepsilon}{k_BT}\right) \tag{2.2.10}$$

Nous écrivons la distribution en énergie avec $F\left(\varepsilon\right)$ à cause de sa forme fonctionnelle différente de la distribution en vitesse.

La distribution de Fermi-Dirac :

Considérons un gaz parfait de fermions (particules de spin demi-entier), enfermé dans un récipient dont les parois sont diathermes qui transforme la chaleur et fixes. Le gaz est en équilibre avec un thermostat à la température T et on suppose que les fermions n'interagissent pas entre eux (gaz parfait). Comme le système est en équilibre avec un thermostat, il peut échanger de la chaleur avec ce dernier et sa température reste constante. Regardons à présent un micro-état particulier i associé à une particule. Dans le cas particulier où le récipient est une boîte cubique, cela revient à se donner les nombres quantiques n_x, n_y et n_z, relatifs au niveau d'énergie, et le couple s, s_z correspondant au spin du aux fermions étudiés. Nous allons considérer ce micro-état particulier comme un sous-système du système total. Le reste du système constitue un réservoir de chaleur et de particules pour le micro-état i. La fonction de partition est définie de manière générale par l'expression :

$$\Xi=\sum_{N=0}^{1}\sum_{r}\sum_{\{j\}}e^{\beta\left(\mu N_{r,\{j\}}-E_{N,r}\right)} \tag{2.2.11}$$

μ : potentiel chimique.

i : représente l'ensemble $N, r, \{j\}$ caractérisant un micro-état.

Puisque l'ensemble $r, \{j\}$ se réduit à un seul élément et que les particules sont des fermions, on ne peut pas mettre

plus d'une particule dans le micro-état à une particule i, d'énergie ε_i. Donc N ne peut prendre que deux valeurs : $N = 0$ et $N = 1$. Pour $N = 0$ il n'y a pas de particule dans le micro-état considéré et $E_{0,i} = 0$. Pour $N = 0$, il y a une particule occupant le micro-état et son énergie vaut $E_{1,i} = \varepsilon_i$. La fonction de partition ζ_i, associée au micro-état i s'écrit donc :

$$\zeta_i = \sum_{N=0}^{1} e^{\beta\left(\mu N - E_{N,i}\right)} = 1 + e^{\beta(\mu - \varepsilon_i)} \tag{2.2.12}$$

Le nombre moyen de fermions occupant le micro-état i peut être calculé soit directement :

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{\zeta_i}\left(0 \times e^0 + 1 \times e^{\beta(\mu-\varepsilon_i)}\right) = \frac{e^{\beta(\mu-\varepsilon_i)}}{\zeta_i} \tag{2.2.13}$$

On à :

$$N = \langle N \rangle = kT\left(\frac{\partial \log \Xi}{\partial \mu}\right)_{T,V} \tag{2.2.14}$$

soit à partir de l'équation (2.3.14). Dans les deux cas on obtient :

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right) + 1} \tag{2.2.15}$$

La distribution du nombre de fermions qui suit cette loi de probabilité s'appelle la distribution de Fermi-Dirac. Il est très important de noter que $\langle n_i \rangle$ se rapporte au micro-état à

une particule i et non au niveau d'énergie i. En effet, pour des fermions de spin s, le niveau d'énergie ε_i est $2s+1$ fois dégénéré à cause du spin. Ce niveau peut, par ailleurs, être g_i fois dégénéré.

Comme le nombre total de particules est égal à N, on doit avoir :

$$\sum_{\{i\}} n_i = N \quad \text{soit} \quad \sum_{\{i\}} \langle n_i \rangle = N \tag{2.2.16}$$

où la somme porte sur tous les micro-états à une particule $\{i\}$. Dans le cas de N particules de spin s dans une boîte cubique, on peut écrire (2.3.16) sous la forme :

$$\sum_{n_x=1}^{\infty}\sum_{n_y=1}^{\infty}\sum_{n_i=1}^{\infty} \frac{2s+1}{1+\exp\left(\frac{\varepsilon_{n_x n_y n_z}}{kT}\right)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(2s+1)\, g_i}{1+\exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{kT}\right)} \tag{2.2.17}$$

où la dernière somme porte à présent sur les niveaux d'énergie i classés par ordre croissant et dont la dégénérescence est égale à $(2s+1)\, g_i$. L'équation (2.3.16), qui représente la normalisation de la distribution de Fermi-Dirac, permet de déterminer de manière implicite le potentiel chimique du système. Dans le cas d'un système de fermions, m peut être positif, négatif ou nul [26].

Distribution de Bose-Einstein :

Nous allons à présent reprendre le problème précédent pour un gaz parfait constitué de N bosons, *i.e.* de particules de spin entier ou nul. Nous allons évaluer la fonction de partition grand canonique pour le sous-système du système total qui correspond à un micro-état d'énergie ε_i. À la différence d'un système de fermions, il n'y a pas de limitation quant au nombre de bosons pouvant occuper le micro-état i. L'équation (2.3.12) devient donc :

$$\zeta_i = \sum_{N=0}^{0} e^{\beta\left(\mu N - E_{N,i}\right)} \tag{2.2.18}$$

μ : potentiel chimique.

Si le niveau associé au micro-état i est ε_i nous avons :

$$E_{N,i} = N\varepsilon_i \tag{2.2.19}$$

Car les particules sont indépendantes. L'énergie de N particules est donc la somme des N énergies associées à ces particules qui sont ici supposées être dans le micro-état i. Donc :

$$\zeta_i = \sum_{N=0}^{0} e^{\beta N(\mu-\varepsilon_i)} \tag{2.2.20}$$

Le membre de droite de l'expression (2.3.20) est une progression géométrique de raison $\exp\beta\,(\mu-\varepsilon_i)$. Elle s'écrit explicitement :

$$\zeta_i = 1 + e^{\beta(\mu-\varepsilon_i)} + e^{2\beta(\mu-\varepsilon_i)} + e^{3\beta(\mu-\varepsilon_i)} + \cdots \tag{2.2.21}$$

Cette série converge si $\exp\beta\,(\mu-\varepsilon_i)\,\langle 1$. Puisque cette condition doit être valable pour tous les micro-états, cela signifie que, si nous choisissons pour l'état d'énergie à une particule le plus bas $\varepsilon_0 = 0$, que $\mu \leq 0$. Par conséquent, le potentiel chimique d'un gaz parfait de bosons est toujours négatif ou nul. La fonction de partition associée au micro-état i vaut alors :

$$\zeta_i = \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu-\varepsilon_i)}} \tag{2.2.22}$$

Le nombre moyen de bosons occupant le micro-état i est obtenu à partir de (2.3.22) en utilisant l'équation (2.3.14) :

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon_i-\mu}{kT}\right) - 1} \tag{2.2.23}$$

La distribution du nombre de bosons qui suit la loi de probabilité (2.3.23) s'appelle la distribution de Bose-Einstein. Nous pouvons remarquer qu'elle ne diffère de la distribution de Fermi-Dirac que par un changement du signe plus en signe moins au dénominateur[26].

2.2.2 Statistique extensive :

Le problème à N corps a nécessité une nouvelle théorie. Les scientifiques ont alors commencé à formaliser de nouveaux concepts et principes, d'ou l'émergence de la physique statistique pour prendre en charge ce problème [27], [28]. Beaucoup de scientifiques, entre autre Boltzmann et Maxwell, ont traité ce problème avec grande attention et ont réussi à fournir un concept très utile qui donna naissance à la physique statistique classique. Cette dernière, dans sa premiére formulation, n'a pris en compte que les systèmes physiques dotés d'interactions de courte portée. Les travaux de Boltzmann et Gibbs (BG). Cette dernière est caractérisée par les propriétés et les principes de la thermodynamique et l'extensivité en est une caractéristique fondamentale. Celle ci signifie que l'entropie $S_{(A+B)}$ de la composition $(A+B)$ de deux systèmes indépendants A et B est égale à $S_{(A+B)} = S_A + S_B$, où $S_A$et S_B reprèsent respectivement l'entropie du système A et l'entropie du système B.

2.2.3 Staistique non extensive :

En 1988. Tsallis proposa une nouvelle forme de l'entropie basée sur une généralisation à un paramètre de l'entropie BG [29]. Cette dernière se définit par:

- Systéme discret.
- Systéme continu.

Dans ce qui suit, nous nous intéresserons des systèmes quantiques et nous considérerons la forme discrète de l'entropie de Tsallis, que nous noterons simplement S_q. Il est possible de montrer que l'entropie de Tsallis a un certain nombre de propriétés intéressantes et qui fontd'elle l'un des meilleurs candidats pour construire une théorie généralisée de la physique statistique. En effet, elle est définie positive, et jouit de la propriété concavité. Cette derniére propriété est d'un grande importance car elle assure que l'entropie possède un maximum. Ce dernier corresponde, en accord avec le second principe de la thermodynamique, à l'état de l'équilibre thermodynamique. L'une des principales propriétés de l'entropie de Tsallis est sa non-additivité. En effet, l'entropie de Shanon est additive (l'entropie d'un système composé de deux sysème est égale à la somme des entropies individuelles de ces dernière). Cela veut dire qui si nous considérons deux système A et B indépendants au sens des probabilités,

i.e, $p(A,B) = p(A)\,p(B)$, l'entropie du système $(A+B)$ s'écrit en fonction des entropies individuelles des deux système indépendants sous la forme

$$S_q(A,B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)\,S_q(A)\,S_q(B) \tag{2.2.24}$$

Dans le cas limite $q \to 1$, l'entropie se réduit à l'entropie Boltzmann et Gibbs BG usuelle et son additivité.

2.3 Ondes plasma électroniques :

Considérons un plasma complètement ionisé composé d'électrons et d'ions avec une densité d'électrons homogène n_0. Déplaçons chaque électron de charge e dans une tranche d'épaisseur Δx d'une quantité x petite le long d'un axe perpendiculaire à la tranche; l'équilibre de charge est alors perturbé figure 2.3.1 .

Les ions positifs étant supposés immobiles en raison de leur grande inertie, des charges de surface σ de signe opposé apparaissent sur les bords de la tranche avec $|\sigma| = en_0x$. Le champ électrique résultant $E = \sigma/\epsilon_0$ conduit àune force de rappel sur les électrons $F = -eE$. Ici, ϵ_0 symbolise la permittivité du vide. Les électrons amorcent un mouvement vers les ions et dépassent la position d'équilibre en raison de leur inertie. Un mouvement oscillatoire en résulte. Dans ce modèle, l'équation du mouvement des électrons est celle d'un oscillateur harmonique : $\ddot{x} = -\omega_p^2 x$ avec la fréquence propre :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e}} \tag{2.3.1}$$

Cette fréquence ω_p est appelée fréquence plasma électronique. Le plasma possède donc une fréquence propre d'oscillation qui ne dépend que de sa densité. Nous allons voir que, si nous négligeons les collisions entre électrons et entre électrons et ions, les oscillations plasma se ne propagent pas. Par contre, si nous considérons également le mouvement thermique, les oscillations plasma se propagent spontanément et nous pouvons parler des ondes plasma

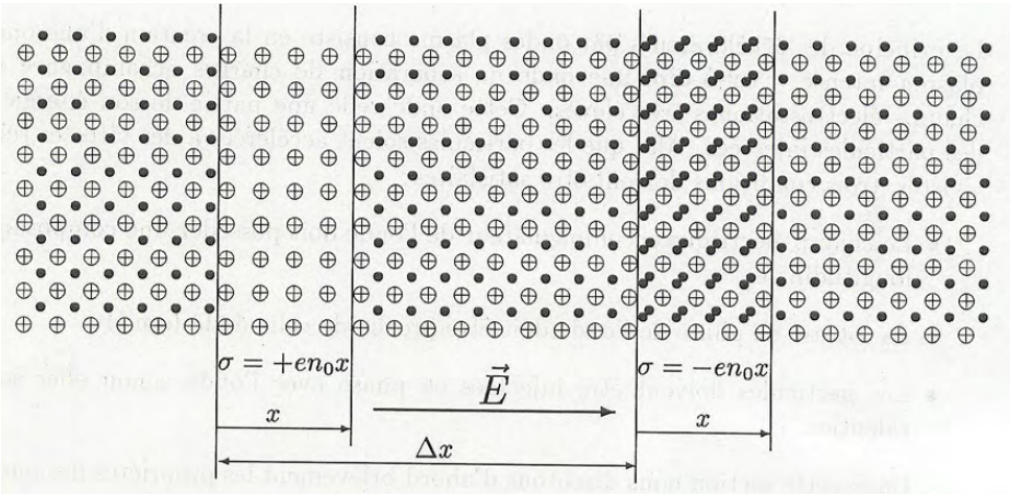


Figure 2.3.1 : Un petit déplacement d'une tranche d'électrons crée deux charges de surface de signe opposé. Le champ entre les deux charges de surface est proportionnel au déplacement x de la tranche d'électrons [38].

proprement dites. A partir de l'équation de continuité et de l'équation de mouvement linéarisé pour un plasma [38]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla}\,(n\,\overrightarrow{v}) = 0 \tag{2.3.2}$$

$$\frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} = \frac{e}{m}\overrightarrow{E} - \frac{1}{mn}\overrightarrow{\nabla_p} \tag{2.3.3}$$

nous obtenons, après séparation des variables n et v, l'équation d'onde suivante pour la perturbation de densité $\delta_n = n - n_0$:

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} + \omega_p^2 \delta n - \frac{3kT_e}{m} \cdot \nabla^2 \delta n = 0 \tag{2.3.4}$$

Ici, p est la pression, k la constante de Boltzmann et T_e la température électronique. Les ondes de compression et de dépression longitudinales décrites par cette équation sont appelées ondes plasma électroniques ou ondes de Langmuir. Cette équation d'onde conduit à la relation de dispersion suivante :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + 3\left\langle u^2 \right\rangle \overrightarrow{k^2} = \omega_p^2 \left(1 + 3\overrightarrow{k^2}\lambda_D^2\right) \tag{2.3.5}$$

où $\langle u^2 \rangle$ désigne la moyenne quadratique des vitesses des électrons et λ_D la longueur de Debye, $\lambda_D = (\epsilon_0 kT_e / ne^2)^{\frac{1}{2}}$, qui joue le rôle de longueur d'écrantage du champ d'une charge électrique dans le plasma. A un nombre d'onde k constant et à basse température électronique, les ondes plasma électroniques sont donc des ondes de fréquence constante. En principe, elles deviennent des ondes de vitesse constante (vitesse sonique électronique) lorsque la température est élevée [39], mais elles sont fortement amorties n'existent donc pas dans ce cas.

L'existence d'une fréquence de plasma est entièrement due à la présence d'une force à longue portée la force électrostatique qui permet aux électrons d'interagir autrement que par collision. En ceci les ondes plasma se distinguent fortement d'un autre type d'onde de compression et de dépression : les ondes acoustiques dans un gaz moléculaire.

A partir de la relation de dispersion (2.4.5) nous calculons les vitesses de groupe et de phase de l'onde plasma électronique :

$$\upsilon_g = 3\left|\overrightarrow{k}\right| \lambda_D / \omega \approx 0 \tag{2.3.6}$$

$$\upsilon_\phi = \frac{\omega_p}{\left|\overrightarrow{k}\right|}\sqrt{1 + 3\overrightarrow{k^2}\lambda_D^2} = \frac{\omega_p}{\left|\overrightarrow{k}\right|} \tag{2.3.7}$$

υ_g : la vitesses de groupe

υ_ϕ : la vitesses de phase de l'onde plasma électronique

A basse température, la vitesse de groupe tend vers zéro l'onde se ne propage pas. La vitesse de phase est le quotient de la fréquence plasma et du nombre d'onde. Elle peut donc atteindre des valeurs proches de la vitesse de la lumière pour des nombres d'onde suffisamment petits.

En revanche, lorsque la vitesse de phase devient comparable à la vitesse thermique des électrons, l'onde peut accélérer les électrons les plus chauds. Ainsi, elle cède de l'énergie aux électrons et s'amortit rapidement. En physique des plasmas, ceci est appelé l'effet Landau.

Dans le contexte de l'accélération de particules, nous sommes particulièrement intéressés par l'intensité du champ électrique qui accompagne l'onde. Elle se calcule facilement à partir de la loi de Gauss pour une onde plasma plane :

$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} = \frac{e\delta n}{\epsilon_0} \Rightarrow \left|\overrightarrow{E}_{\max}\right| = \frac{e\delta n_{\max}}{\epsilon \overrightarrow{k}} \tag{2.3.8}$$

Pour un plasma froid ($T_e = 0$) et une onde relativiste [1] ($v_\phi \approx c$), il vient :

$$E_{\max} = \frac{mc}{e} \cdot \omega_p \cdot \frac{\delta n}{n_0} = \frac{mc^2}{e} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_p} \cdot \frac{\delta n}{n_0} = 3,2\ MV \cdot \frac{1}{\lambda_p} \cdot \frac{\delta n}{n_0} \tag{2.3.9}$$

Avec une longueur d'onde plasma λ_p de $0,1\ mm$ et une perturbation de densité relative de 3%, ce qui est proche de l'expérience présente, le champ électrique atteint une valeur de $1\ GV/m$. Ceci indique l'intérêt des ondes plasma pour l'accélération.

2.4 Ondes ioniques :

Jusqu'alors nous avons considéré les ions comme immobiles. Ceci n'est pas tout à fait réaliste puisque, à température non-nulle, ils sont animés de leur mouvement thermique. Deux effets peuvent donner naissance à des ondes ioniques : la collision entre ions et l'interaction coulombienne à longue portée en raison de leur charge positive.

Pour la dernière interaction, la situation est complètement différente de celle des électrons : lorsque la densité ionique est perturbée, les électrons suivent quasiinstantanément le mouvement des ions et écrantent leur charge. Néanmoins, cet écrantage n'est pas parfait à cause du mouvement thermique des électrons. Les ions forment des zones de compression

[1] L'approximation du plasma froid reste valable pour une température électronique non-nulle lorsqu'on considère des ondes d'une longueur d'onde beaucoup plus grande que la longueur de Debye: $\lambda_D k \ll 1$. Lorsque $\lambda_D k \succ 0,3$, les ondes sont amorties de toute façon par l'effet Landau.

et dépression, comme pour les ondes soniques ordinaires. Les ions ont tendance à sortir des zones de compression, d'une part à cause des collisions entre ions, d'autre part à cause de l'écrantage imparfait de leur charge répulsive. Lors de leur mouvement, ils dépassent la position d'équilibre, ce qui donne naissance à des ondes ioniques [39]. La solution de l'équation fluide linéarisée pour les ions conduit à la relation de dispersion suivante :

$$\omega_i^2 = \overrightarrow{k_i^2}\left(\frac{3kT_i}{M} + \frac{\upsilon_s}{1+\overrightarrow{k^2}\lambda_D^2}\right) \tag{2.4.1}$$

Le premier terme a pour origine l'interaction coUisionnelle des ions, et le deuxième l'interaction coulombienne écrantée. Ici υ_s désigne la vitesse acoustique ionique, $\upsilon_s = (ZkT_e/M)^{\frac{1}{2}}$, et M et Z respectivement la masse et nombrede charge des ions. Pour $T_e \gg T_i$ et $\left|\overrightarrow{k_i}\right| \lambda_D \ll 1$, la vitesse de phase est proche de la vitesse acoustique. Les ondes ioniques sont alors des ondes à vitesse constante. D'où l'appellation fréquente d'onde acoustique ionique. Les ondes acoustiques ioniques existent même quand la température ionique est nulle. Elles se distinguent en ceci des ondes acoustiques ordinaires dans un gaz neutre.

Pour des grands vecteurs d'onde, les ondes ioniques deviennent des ondes de fréquence constante :

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{(Z_e)^2 n_i}{\epsilon_0 M}} \tag{2.4.2}$$

Cette fréquence est appelé fréquence plasma ionique. Il y a donc une complémentarité entre les ondes électroniques et ioniques en ce qui concerne le comportement de leurs relations de dispersion.

Nous verrons plus loin que les ondes ioniques jouent un rôle important dans les mécanismes qui limitent la croissance de l'onde électronique.

2.5 Onde acoustique ionique :

L'onde acoustique ionique est l'un des modes propres d'un plasma à deux composantes (électrons et ions) [30]. Ce mode de basse fréquence ($\omega \leq \omega_{pi}$) est principalement dû au

mouvement des ions. Plusieurs investigations théoriques et expérimentales ont été consacrées à ce type d'ondes [31]. Ces études indiquent l'existence de structures acoustiques ioniques solitaires dans les plasmas. La première observation expérimentale de ce type de solitons a été faite par Ikezi et al [32]. Il a été démontré que la température des ions ainsi que le phénomène de piégeage des électrons peut affecter ces structures solitaires [33]. Dans un plasma unidimensionnel et non magnétisé composé d'électrons et d'ions à charge positive, la dynamique de l'onde acoustique ionique est régie par le système d'équations hydrodynamiques suivant

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial \left(n_e u_e\right)}{\partial x} = 0 \tag{2.5.1}$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial u_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial u_e}{\partial t}\right) = n_e e E - \frac{\partial p_e}{\partial x} \tag{2.5.2}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial \left(n_i u_i\right)}{\partial x} = 0 \tag{2.5.3}$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}\right) = n_i e E - \frac{\partial p_i}{\partial x} \tag{2.5.4}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e}{\varepsilon_0}\left(n_i - n_e\right) \tag{2.5.5}$$

Où $n_{e,i}$ est la densité des électrons (ions), $u_{e,i}$ est la vitesse fluide électronique (ionique), $m_{e,i}$ est la masse de l'électron[(1)] (ion), E est le champ électrostatique et ε_0 est la permittivité du vide[(2)]. Notons que, dans notre travail la permittivité du milieu est supposée égale à celle du vide. Les termes de pression sont écrits sous la forme $p_{e,i} = \gamma_{e,i} T_{e,i} n_{e,i}$ où γ_e et γ_i représentent, respectivement, les indices adiabatiques électronique et ionique. En régime des faibles amplitudes, nous linéarisons les équations précédentes en réécrivant chaque

[(1)] $m_e = 1.38062.10^{-23}\ J.K^{-1}$

[(2)] $\varepsilon_0 = 8,8542.10^{-12}\ F/m$

grandeur physique sous la forme $G = G_0 + G_1$, où G_0 représente la valeur à l'équilibre et G_1 une perturbation de premier ordre. A partir des équations (2.6.1) , (2.6.5), nous obtenons alors

$$\frac{\partial n_{e1}}{\partial t} + \frac{\partial \left(n_{e0} u_{e1}\right)}{\partial x} = 0 \tag{2.5.6}$$

$$m_e n_{e0} \frac{\partial u_{e1}}{\partial t} = n_{e0} e E_1 - \gamma_e T_e \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} \tag{2.5.7}$$

$$\frac{\partial n_{i1}}{\partial t} + \frac{\partial \left(n_{i0} u_{i1}\right)}{\partial x} = 0 \tag{2.5.8}$$

$$m_i n_{i0} \frac{\partial u_{i1}}{\partial t} = -n_{i0} e E_1 - \gamma_i T_i \frac{\partial n_{i1}}{\partial x} \tag{2.5.9}$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{e}{\varepsilon_0} \left(n_{i1} - n_{e1}\right) \tag{2.5.10}$$

A ce stade, nous faisons appel à l'approximation plasma $n_e = n_i$, alors $n_{i0} = n_{e0}$ et $n_{i1} = n_{e1}$. Nous obtenons alors à partir des équations (2.6.6) et (2.6.8) au premier ordre $u_{e1} = u_{i1}$. En éliminant le champ électrique E et en sommant (2.6.7) et (2.6.9), nous obtenons

$$\left(m_e + m_i\right) n_{e0} \frac{\partial u_{e1}}{\partial t} = -\left(\gamma_e T_e + \gamma_i T_i\right) \frac{\partial n_{e1}}{\partial x} \tag{2.5.11}$$

Pour éliminer le terme de premier ordre u_{e1}, on prend la dérivée temporelle de l'équation (2.6.6)

$$\frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2} + n_{e0} \frac{\partial^2 u_{e1}}{\partial t \partial x} = 0 \tag{2.5.12}$$

puis en insérant l'expression de la vitesse u_{e1}, dans la dérivée spatiale de l'équation (2.6.11)

$$(m_e + m_i)\, n_{e0} \frac{\partial^2 u_{e1}}{\partial x \partial t} = -\left(\gamma_e T_e + \gamma_i T_i\right) \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial x^2} \tag{2.5.13}$$

nous obtenons

$$(m_e + m_i)\, n_{e0} \frac{\partial^2 u_{e1}}{\partial t^2} = \left(\gamma_e T_e + \gamma_i T_i\right) \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial x^2} \tag{2.5.14}$$

Le rapport $m_e \diagup m_i$ pouvant être négligé, cette dernière équation peut être réécrite sous la forme

$$\frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2} = \left(\frac{\gamma_e T_e + \gamma_i T_i}{m_i}\right) \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial x^2} \tag{2.5.15}$$

où $C_s = \sqrt{\frac{\gamma_e T_e + \gamma_i T_i}{m_i}}$ représente la vitesse acoustique. Pour établir la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique, nous supposons une solution de type onde plane que nous insérons dans l'équation (2.6.15) pour obtenir la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique suivante

$$\omega^2 = \left(\frac{\gamma_e T_e + \gamma_i T_i}{m_i}\right) k^2 \tag{2.5.16}$$

A noter que l'appellation acoustique provient de la similarité de la relation (2.6.16) avec celle des ondes sonores dans un gaz neutre. La relation (2.6.16) est l'expression la plus simple de la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique dans le cas classique et est limitée aux faibles valeurs du nombre d'onde k.

Tenons maintenant compte de la force électrostatique et donc de l'équation de Poisson (2.6.5). La masse de l'électron étant très faible, le membre de gauche de l'équation (2.6.7)

ou terme d'inertie peut être négligé, nous obtenons ainsi une expression reliant la densité électronique au champ électrostatique, soit

$$\frac{\partial n_{e1}}{\partial x} = \frac{en_0}{\partial x} E_1 \Longrightarrow \frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{\gamma_e T_e}{en_0} \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial x^2} \tag{2.5.17}$$

A partir de l'équation de Poisson nous avons

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{e}{\varepsilon_0} \left(n_{i1} - n_{e1} \right) \tag{2.5.18}$$

$$\Longrightarrow \frac{\gamma_e T_e}{en_0} \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial x^2} = \frac{e}{\varepsilon_0} \left(n_{i1} - n_{e1} \right) \Longrightarrow n_{e1} = \frac{1}{\left(1 + k^2 \lambda_{De}^2 \right)} n_{i1} \tag{2.5.19}$$

Pour la densité ionique n_{i1}, nous procédons comme précédemment et nous obtenons, à partir des équations (2.6.8) et (2.6.9), l'équation suivante

$$-m_i n_{i0} \frac{1}{n_{i0}} \frac{\partial^2 n_{i1}}{\partial t^2} = -n_{i0} e \frac{\partial E_1}{\partial x} - \gamma_i T_i \frac{\partial^2 n_{i1}}{\partial x^2} \tag{2.5.20}$$

d'où

$$\frac{\partial^2 n_{i1}}{\partial t^2} = \frac{\gamma_e T_e}{m_i} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{\varepsilon_0 \gamma_e T_e}{e^2 n_0} k^2 \right)} n_{i1} \right] + \frac{\gamma_i T_i}{m_i} \frac{\partial^2 n_{i1}}{\partial x^2} \tag{2.5.21}$$

à partir de laquelle, nous établissons la relation de dispersion générale de l'onde acoustique ionique

$$\omega^2 = \left(\frac{\gamma_i T_i}{m_i} \right) k^2 + \frac{k^2 \gamma_e T_e / m_i}{1 + \gamma_e k^2 \lambda_{De}^2} \tag{2.5.22}$$

où λ_{De} est la longueur de Debye électronique.

2.6 Électrons relativistes :

Une deuxième population énergétique se rencontre communément dans les plasmas thermonucléaires, ce sont les électrons rapides possédant des énergies dans la bande [100 KeV - 10 MeV]. L'origine de cette population d'électrons rapides peut être :

• soit l'accélération dû au champ électrique dans les décharges tokamak à basse densité,

• soit la diffusion quasi-linéaire dans les expériences de génération non-inductive de courant dans les décharges tokamak longues,

• soit l'interaction d'un pulse laser intense avec un plasma dans les expériences d'allumage rapide en fusion inertielle. La dynamique de ces électrons est contrôlée par deux processus,

• le ralentissement sur les électrons thermiques du plasmas et

• l'isotropisation sur les ions.

Au delà de quelques dizaines de MeV le rayonnement doit être pris en compte dans l'équation de Landau. Considérons un électron rapide décrit par la fonction de distribution $f_r(p,t) = f_r(p,\theta,t)\,(\cos\theta = p \cdot u/p)$. Cet électron rapide possède une impulsion initiale p_0 faisant un angle θ_0 par rapport à une direction de référence $u\,(\cos\theta_0 = p_0 u_0/p_0)$, qui dans un tokamak est celle du champ magnétique. La fonction de distribution initiale est donc donnée par :

$$f_r\,(p,t=0)\,\frac{\delta\,(p-p_0)}{2\pi p_0^2}\delta\,(\cos\theta_0 - \cos\theta) \tag{2.6.1}$$

Cet électron interagit avec les électrons du plasma décrit par la distribution $f_e\,(p_1)$ et les ions décrit par la distribution $f_i\,(p_2)$; ces deux distributions sont statiques.

$$f_e\,(p_1) = n_e\frac{\delta p_1}{4\pi p_1^2}, \qquad\qquad f_i\,(p_2) = n_i\frac{\delta p_2}{4\pi p_2^2} \tag{2.6.2}$$

Dans ce modèle de cible, nous avons négligé l'élargissement des fonctions de distribution f_e et f_i (élargissement décrivant la température finie du plasma) car l'ordering des vitesses des électrons, ions et électrons rapides s'établi comme suit : $p^2 \gg m_e kT_e$ et $p^2 \gg m_i kT_i$.

Le temps caractéristique de ralentissement et de diffusion pour les électrons relativiste est défini par : $\tau_e = 4\pi\varepsilon_0^2 m_e^2 c^3 \diagup c^4 n_e \Lambda$; $f_r\left(p,t\right)$ obéit à une équation de Landau du type :

$$\frac{\partial f_r}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial p}\cdot\frac{\langle\delta p\rangle}{\delta t} f_r + \frac{\partial}{\partial p}\cdot\frac{\partial}{\partial p}\cdot\frac{\langle\delta p\delta p\rangle}{2\delta t} f_r \tag{2.6.3}$$

Mais, les expressions des coefficients de friction $\langle\delta p\rangle \diagup \delta t$ et de diffusion $\langle\delta p\delta p\rangle \diagup 2\delta t$ doivent être étendues au cas du régime relativiste. Pour ce faire, les intégrales du type

$$\delta v_{\shortparallel} = \left(\delta v\cdot v\right)\frac{v}{v^2} = -\frac{v}{4\pi\varepsilon_0 m_e}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{Ze^2 t}{\left(v^2t^2+b^2\right)^{\frac{3}{2}}}dt = 0 \tag{2.6.4}$$

$$\delta v_{\perp} = \frac{v\times\left(\delta v\times v\right)}{v^2} = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0 m_e}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{Ze^2}{\left(v^2t^2+b^2\right)^{\frac{3}{2}}}dt = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 m_e b^2 v}b$$

Doivent être calculées à partir de l'expression du terme inertiel relativiste dans l'équation de Newton : $mdv \diagup dt \rightarrow dp \diagup dt = dm\gamma v \diagup dt$. Ensuite, la sommation sur l'ensemble des particules du plasma permet d'exprimer ces coefficients relativistes. Dans la suite du problème nous utiliserons un système d'unités adapté à ce régime relativiste : $m_e = c = e = 1$. Le résultat final est donné par :

$$\frac{\partial f_r}{\partial t} = \frac{1}{\tau_e}\frac{1}{P^2}\frac{\partial}{\partial P}\gamma^2 f_r + \frac{1}{\tau_e}\frac{Z+1}{2}\frac{\gamma}{p^3}\frac{1}{\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) f_r \tag{2.6.5}$$

Cette équation cinétique relativiste décrit le ralentissement dû aux collisions électron rapide-électrons (premier terme du membre de droite) et la diffusion angulaire dû aux électrons et ions (deuxième terme du membre de droite). La solution correspondant aux conditions initiales (2.7.1) est obtenue en développant la fonction f_r sur une base de polynômes de Legendre, l'opérateur de diffusion angulaire est ainsi diagonalisé, puis l'équation différentielle ordinaire du premier ordre sur l'impulsion résolu par quadrature. La solution ainsi établi :

$$f_r(p,\theta,t) = \frac{\delta\left[\arctan(p) - p - \arctan(p_0) + p_0 - \frac{t}{\tau_e}\right]}{4\pi\gamma^2} \times \sum_{l=0}^{l=+\infty} (2l+1)\left[\frac{p(\gamma_0+1)}{p(\gamma+1)}\right]^{\frac{(Z+1)/(l+1)}{2}} p_l(\cos\theta)\, p_l \tag{2.6.6}$$

décrit la combinaison d'un ralentissement et d'une diffusion illustrée par la figure 2.6.1

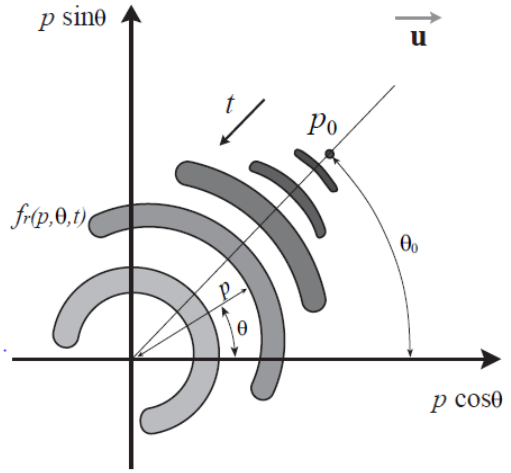


Figure 2.6.1 : Ralentissement et diffusion angulaire pour les électrons relativistes [34].

La solution (2.7.6) est particulièrement utile pour étudier la génération de courant dans les tokamaks et le dépôt rapide d'énergie en fusion inertielle [34].

2.7 Le piégeage de la particule par l'onde :

L'approche du piégeage permet d'avoir une vue complémentaire sur l'accélération de particules dans le champ de l'onde. On étudie le mouvement de la particule dans le référentiel de l'onde. Dans ce référentiel, la particule se meut dans un potentiel statique. Nous supposons que l'enveloppe de l'onde est constante sur une longueur L, nous négligeons la croissance de l'onde.

Avec la transformation de Lorentz :

$$\Lambda_p = \begin{pmatrix} \gamma_p & -\beta_p\gamma_p \\ -\beta_p\gamma_p & \gamma_p \end{pmatrix} \tag{2.7.1}$$

on obtient la coordonnée x', le temps t' et l'énergie $mc^2\gamma'$ de la particule dans le référentiel de l'onde :

$$x' = \gamma_p \left(x - \beta_p ct\right) \tag{2.7.2}$$

$$ct' = \gamma_p \left(-\beta_p ct + ct\right) \tag{2.7.3}$$

$$\gamma' = \gamma\gamma_p \left(1 - \beta\beta_p\right) \tag{2.7.4}$$

On résout l'équation du mouvement en utilisant la loi de la conservation d'énergie

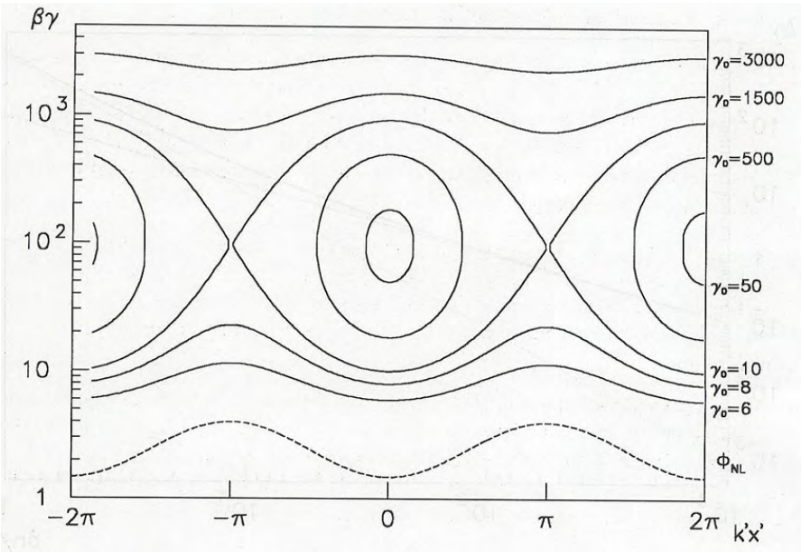


Figure 2.7.1 : Les trajectoires des particules dans l'espace des phases $(x'p)$ pour différentes valeurs de l'énergie d'injection $\left(\gamma_p = 96 \text{ et } \delta = 0,02\right)$. Le potentiel de l'onde (en unités arbitraires) est représenté en trait tireté [40].

dans le référentiel de l'onde (en unités de mc^2) :

$$T' + V' = \gamma' + \gamma_p\beta_p^2\delta\cos\left(k_p'x' - \varphi\right) = const. \tag{2.7.5}$$

où $k_p^{'} = k_p / \gamma_p$. Dans le référentiel de l'onde, le potentiel de l'onde est multiplié par γ_p. En effet, la coordonnée $x^{'}$ décrit le déphasage entre l'onde et la particule. On obtient l'impulsion normalisée $p / (mc^2) = \beta\gamma$ de la particule dans le référentiel du laboratoire après la transformation de Lorentz inverse :

$$\gamma = \gamma^{'}\gamma_p \left(1 \pm \beta_p \sqrt{1 - \gamma^{'-2}}\right) \tag{2.7.6}$$

La figure 2.7.1 montre les trajectoires dans l'espace des phases $(x^{'}p)$ ainsi obtenues pour une phase d'injection $\varphi = 0$ et pour différentes valeurs de l'énergie d'injection γ_0. On distingue trois types de trajectoires :

• Lorsque la vitesse initiale des particules est très inférieure à la vitesse de phase de l'onde, elles ne sont accélérées que très peu. En effet, dans le référentiel de l'onde, elles se meuvent presque avec la vitesse de l'onde de droite à gauche selon $x^{'}$. Afin de les accélérer dans le référentiel du laboratoire, on doit freiner leur mouvement vers la gauche dans le référentiel de l'onde. On doit donc les injecter à un minimum du potentiel de l'onde, afin qu'elles "remontent la côte". Néanmoins, leur vitesse initiale dans le référentiel de l'onde est trop élevée : les particules dépassent la crête et sont ralenties.

• Lorsque la vitesse initiale dépasse un certain seuil, la direction du mouvement dans le référentiel de l'onde est renversée. Les particules décrivent alors des trajectoires fermées dans l'espace des phases : elles sont "piégées" dans un puits de potentiel de l'onde et elles restent en moyenne en phase avec l'onde. Lorsqu'elles dépassent le minimum de nouveau, elles sont ralenties et oscillent dans le puits de potentiel.

• Lorsque la vitesse initiale est beaucoup plus grande que celle de l'onde, les particules ne sont plus piégées : elles dépassent la crête et sont ralenties et accélérées en alternance. Elles sont accélérées de manière optimale, lorsqu'elles sont injectées à un maximum du potentiel et éjectées lorsqu'elles atteignent le minimum.

Afin qu'une particule soit piégée, son énergie cinétique dans le référentiel de l'onde ne doit pas dépasser la profondeur du potentiel $\Delta V^{'} = V^{'}_{\max} - V^{'}_{\min} = 2\gamma_p \beta_p^2 \delta$. La transformation inverse 1, 70 admet deux solutions correspondant aux deux signes possibles de $\beta^{'}$ et

nous obtenons l'énergie dans le référentiel du laboratoire minimale γ et maximale γ_+ d'une particule piégée en posant $\gamma' = \Delta V'$:

$$\gamma_\pm = \gamma_p \left(1 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right) \pm \sqrt{\gamma_p^2 - 1}\sqrt{\left(1 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right)^2 - 1} \tag{2.7.7}$$

Pour la limite où $\left(1 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right)^2 \gg 1$, les deux solutions γ_- et γ_+ perennent les formules suivantes

$$\gamma_- \approx \frac{\gamma_p}{2\left(1 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right)} \tag{2.7.8}$$

$$\gamma_+ \approx 2\gamma_p \left(1 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right) \tag{2.7.9}$$

Avec les paramètres de l'expérience présente $\left(\gamma_p = 96 \text{ et } \delta = 0,02\right)$, on obtient :

$$\gamma_- = 10 \quad \text{et} \quad \gamma_+ = 918 \tag{2.7.10}$$

l'énergie d'injection ($\gamma_0 = 60$) des électrons est donc malheureusement trop basse pour qu'ils s'accrochent sur l'onde.

L'énergie de sortie maximale des particules sous-critiques $\left(\gamma_0 \prec \gamma_-\right)$ est donnée par $\gamma'_{sortie} = \gamma'_0 - \Delta V'$. Les particules sont freinées de manière maximale dans le référentiel de l'onde. Il vient :

$$\gamma_{sortie} = \gamma_p \left(\gamma'_0 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right) - \sqrt{\gamma_p^2 - 1}\sqrt{\left(\gamma'_0 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right)^2 - 1} = 11,5 \tag{2.7.11}$$

où la valeur numérique correspond aux paramètres expérimentaux. Pour des particules avec $\gamma \succ \gamma_-$, l'énergie de sortie maximale est γ_+, puisqu'elles peuvent se mouvoir sur la séparatrice dans la figure 2.7.1 , à condition qu'elles soient injectées avec la bonne phase.

Finalement, l'énergie de sortie maximale de particules plus rapides que l'onde est donnée par $\gamma'_{sortie} = \gamma'_0 - \Delta V'$. les particules profitent de tout le champ accélérateur de l'onde. Il vient :

$$\gamma_{sortie} = \gamma_p \left(\gamma'_0 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right) - \sqrt{\gamma_p^2 - 1}\sqrt{\left(\gamma'_0 + 2\gamma_p \beta_p^2 \delta\right)^2 - 1} \approx \gamma_0 + 4\gamma_p^2 \delta \tag{2.7.12}$$

où l'approximation est valable pour des particules ultra-relativistes. Le gain d'énergie par rapport àl'énergie initiale est alors le plus impressionant dans le cas du piégeage : $\gamma_{sortie} \diagup \gamma_0$ vaut presque 100.

L'approche du piégeage permet aussi de calculer la longueur d'accélération optimale. En effet, elle est égale à la moitié de la longueur d'onde plasma dans le référentiel de l'onde : les particules injectées avec la bonne phase doivent être éjectées au moment où la longueur intégrée de leur parcours dans le référentiel de l'onde atteint la demi-longueur d'onde plasma $\gamma_p \lambda_p \diagup 2$. Ceci impose une condition sur la "durée" de l'onde dans son référentiel et donc sur la longueur L de son enveloppe dans le référentiel du laboratoire. Le résultat de ce calcul se trouve dans [40]. Nous bornons à citer les expressions asymptotiques.

Lorsque la vitesse des particules est sous-critique, on retrouve l'expression :

$$L \approx \frac{1}{2} \frac{v_0}{v_p - v_0} \gamma_p \approx \gamma_0^2 \lambda_p \tag{2.7.13}$$

Pour $\gamma_0 = 6$, on trouve $L \diagup \lambda_p \approx 36$ ce qui est en accord avec ce que nous avons trouvé plus haut avec un profil uniforme sur une longueur L dans l'approximation linéaire.

Les particules piégées sur la séparatrice passent un temps infini au point critique: leur longueur optimale d'accélération est, strictement parlant, infinie. Néanmoins l'accélération est presque optimale lorsque $L \approx 2\gamma_p^2 \lambda_p$.

Pour des particules ultra-relativistes, on a approximativement $L \approx \gamma_p^2 \lambda_p$ ce qui donne avec les paramètres expérimentaux une longueur optimale de 1 m. Ici nous rencontrons un des problèmes possibles des accélérateurs laser futurs : actuellement, on ne sait pas créer une onde intense et cohérente sur une telle longueur.

Rappelons ici que nous avons supposé un profil longitudinal constant. Dans la section précédente nous avons vu que le gain d'énergie dépend du profil longitudinal. Il est notamment plus petit pour un profil gaussien ou d'Airy. Si l'on voulait inclure un profil non-constant dans le traitement du piégeage, il faudrait résoudre l'équation du mouvement des particules avec un potentiel qui dépend du temps dans le repère de l'onde équation (2.8.5). Le résultat sera bien évidemment identique à celui du traitement du mouvement dans le référentiel du laboratoire. L'approche du piégeage est donc surtout intéressante pour la compréhension du mécanisme d'accélération.

Chapitre 3

Etude Piégeage des électrons relativistes non extensifs :

Dans ce chapitre, on présente les équations de continuité pour les électrons et pour les ions, et aussi l'équation de transport de la quantité de mouvement des électrons. Par la suite, pour lier les densités des électrons et les densités des ions ainsi que le potentiel électrostatique, nous utilisons l'équation de Poisson, et nous commençons par l'étude les effets de piégeage des électrons relativistes non extensifs sur la dynamique de l'onde ionique acoustique, et nous présentons le calcule de potentiel de Sagdeev.

3.1 Equations de continuité :

La forme de l'équation de continuité est décrite de la façon suivant :

pour les électrons

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \left(n_e v_e \right) = S_e \tag{3.1.1}$$

pour les ions

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \nabla \left(n_p v_p \right) = S_p \tag{3.1.2}$$

$$S_e = S_p = n_e \upsilon_i \tag{3.1.3}$$

Avec υ_i la fréquence d'ionisation et v_e la vitesse moyenne des électrons et S_e le terme source décrivant la variation de la fonction de distribution sous l'effet de collisions. Il représente le bilan des réactions où il ya création ou pertes d'élactrons par collisions inélastiques [35].

3.2 Equation de transport de la quantité de mouvement des électrons :

Dans un gaz faiblement ionise, on peut écrire des équations hydrodynamiques, séparément pour chacune des composantes du gaz : électrons, ions, neutres. on s'intéresse ici à l'équation de transport de la quantité de mouvement du gaz d'électrons qui s'écrit [10].

$$n_e m_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \overrightarrow{v_e} \cdot \nabla\right) \overrightarrow{v_e} = n_e q_e \left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v_e} \times \overrightarrow{B}\right) - n_e m_e \nabla\phi - \nabla \cdot \overline{\overline{\Psi_e}} + \overrightarrow{P_e} \tag{3.2.1}$$

Dans cette equation n_e et v_e sont la densité et la vitesse macroscopique du fluide électronique, $\overline{\overline{\Psi_e}}$ le tenseur de pression cinétique de ce gaz, $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ les champs électriques et magnétiques, le potentiel du champ de gravitation, et $\overrightarrow{P_e}$ le terme d'interaction par collision.

- $n_e q_e \left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v_e} \times \overrightarrow{B}\right)$, la force électromagnétique,
- $-n_e m_e \nabla\phi$, la force gravitationnelle (qu'on peut en général négliger à l'échelle d'un plasma de laboratoire),
- $-\nabla \cdot \overline{\overline{\Psi_e}}$, la résultante des forces de pression (qu'on écrira souvent $-\nabla p_e$ en supposant la pression isotrope),

3.3 Equation de poisson :

Pour lier les densités des électrons et les densités des ions ainsi que le potentiel électrostatique, on utilise l'équation de Poisson donnée par [36].

$$\nabla^2\phi = 4\pi e \left(n_e - n_i\right) \tag{3.3.1}$$

Avec, ϕ : potentiel électrostatique dans le plasma,

n_e : densité des électrons,

n_i : densité des ionis,

Pour la densité des électrons on à pris l'expression de Ourabah et al [37].

$$n(r) = \frac{(mc)^2}{3\pi^2\hbar^3} z^3 \left[1 + 3\frac{I_1^{(q)}}{\beta mc^2} \frac{[1+z^2]^{1/2}}{z^2} 3\frac{I_2^{(q)}}{(\beta mc^2)^2} \frac{2z^2+1}{z^4} + \cdots \right] \tag{3.3.2}$$

$$\text{avec} \qquad z = \sinh(\theta_0) = \left[\frac{(\mu + mc^2 + e\phi)^2}{m^2c^4} \right]^{1/2} \tag{3.3.3}$$

Pour les dérivée des ions (voir le calcul) :

pour $\phi = 0$ on obtient l'expression de la densité électrique

$$n(\overrightarrow{r})_{\phi=0} = \frac{(mc)^3}{3\pi^2\hbar} z^3 \tag{3.3.4}$$

mais avec

$$z(\phi = 0) = \left[\frac{(\mu + mc^2)^2}{m^2c^4} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.3.5}$$

Maintenant, on étudie les effets de piégeage des électrons relativistes non extensifs sur la dynamique de l'onde ionique acoustique.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i u_i)}{\partial x} = 0 \tag{3.3.6}$$

$$m_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) = -e\frac{\partial \phi}{\partial x} \tag{3.3.7}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e (n_e - n_i) \tag{3.3.8}$$

dans un repére stationnaire $\zeta = x - ut$, $\tau = t$

$$\begin{aligned} \Longrightarrow \quad & \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial x} \\ = \quad & \frac{\partial}{\partial \zeta} + 0 = \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{aligned} \tag{3.3.9}$$

$$\begin{aligned} \Longrightarrow \quad & \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t} \\ = \quad & -u\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau} \end{aligned} \tag{3.3.10}$$

on remplace les équations (3.4.9) et (3.4.10) dans les équations (3.4.6),(3.4.7) , (3.4.8) on obtient :

$$-u\frac{\partial}{\partial \zeta}n_i + \frac{\partial}{\partial \tau}n_i + \frac{\partial}{\partial \zeta}n_i u_i = 0 \tag{3.3.11}$$

$$m_i\left(-u\frac{\partial}{\partial \zeta}u_i + \frac{\partial}{\partial \tau}u_i + u_i\frac{\partial}{\partial \zeta}u_i\right) = -e\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \tag{3.3.12}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} = 4\pi e\left(n_e - n_i\right) \tag{3.3.13}$$

$\frac{\partial}{\partial \tau} \longrightarrow 0$ (puisque les solutions sont stationnaires)

$$-u\frac{\partial}{\partial \zeta}n_i + \frac{\partial}{\partial \zeta}n_i u_i = 0 \tag{3.3.14}$$

$$-u\frac{\partial}{\partial \zeta}u_i + u_i\frac{\partial}{\partial \zeta}u_i = -\frac{e}{m}\frac{\partial}{\partial \zeta}\phi \tag{3.3.15}$$

Implique que

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[-un_i + n_i u_i\right] = 0 \tag{3.3.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[-u_i u_i + \frac{1}{2}u_i^2 + \frac{e}{m}\phi\right] = 0 \tag{3.3.17}$$

Puisque

$$u_i\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i^2 \tag{3.3.18}$$

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i^2 = \frac{\partial}{\partial\zeta}u_i u_i = u_i\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i + u_i\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i = 2u_i\frac{\partial}{\partial\zeta}u_i \tag{3.3.19}$$

Donc

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[-un_i + n_i u_i\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad -un_i + n_i u_i = c_1^{st} \tag{3.3.20}$$

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[-uu_i + \frac{1}{2}u_i^2 + \frac{e}{m}\phi\right] = 0 \quad \Longrightarrow \quad -uu_i + \frac{1}{2}u_i^2 + \frac{e}{m}\phi = c_2^{st} \tag{3.3.21}$$

Maintenent en tenant compte les conditions aux limites $\phi \to 0$, $u_i \to 0$ et $n_i \to n_{i0}$ on trouve :

$$-un_i + n_i u_i = c_1^{st} \quad \Longrightarrow \quad c_1^{st} = -un_{i0} \tag{3.3.22}$$

$$-uu_i + \frac{1}{2}u_i^2 + \frac{e}{m}\phi = c_2^{st} \quad \Longrightarrow \quad c_2^{st} = 0 \tag{3.3.23}$$

on obtient maintenent :

$$-un_i + n_i u_i = -un_{i0} \quad \Longrightarrow \quad n_i\left(u_i - u\right) = -un_{i0} \tag{3.3.24}$$

$$-uu_i + \frac{1}{2}u_i^2 + \frac{e}{m}\phi = 0 \implies u_i^2 - 2uu_i + 2\frac{e}{m}\phi = 0 \tag{3.3.25}$$

Alors :

$$(u_i - u) = \frac{1}{n_i}(-un_{i0}) \implies (u_i - u) = -u\frac{n_{i0}}{n_i} \tag{3.3.26}$$

$$u_i^2 - 2uu_i + 2\frac{e}{m}\phi = 0 \implies (u_i - u)^2 = u^2 - 2\frac{e}{m}\phi \tag{3.3.27}$$

$$(-un_{i0})^2 = \left[u^2\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)\right] \implies |-un_{i0}| = \left|u\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}}\right| \tag{3.3.28}$$

De (3.4.26) et (3.4.27) nous obtenons

$$u\frac{n_{i0}}{n_i} = u\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.3.29}$$

Donc

$$\frac{n_i}{n_{i0}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}}} \implies n_i = n_{i0}\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.3.30}$$

Avec : $n_{i0} = n_{e0}$

Potentiel de Sagdeev :

A ce stade, on injecte les expressions de (n_i) et (n_e) dans l'équation de poisson ainsi

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2} = 4\pi e\left(n_e - n_i\right) \tag{3.3.31}$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2} = 4\pi e\left\{\frac{(mc)^3}{3\pi^2\hbar^2}z^3\left(1 + 3\frac{I_1^{(q)}}{\beta mc^2}\frac{[1+z^2]^{\frac{1}{2}}}{z^2} + 3\frac{I_2^{(q)}}{(\beta mc^2)}\frac{2z^2+1}{z^4}\cdots\right) - n_{i0}\left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{3.3.32}$$

En multipliant les deux membres de (3.4.32) par $\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}$

$\Longrightarrow$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}=\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\left[4\pi e\left\{\frac{(mc)^3}{3\pi^2\hbar^2}z^3\left(1+3\frac{I_1^{(q)}}{\beta mc^2}\frac{[1+z^2]^{\frac{1}{2}}}{z^2}+3\frac{I_2^{(q)}}{(\beta mc^2)}\frac{2z^2+1}{z^4}\cdots\right)-n_{i0}\left(1-\frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}}\right\}\right] \tag{3.3.33}$$

on note que

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)^2 &= \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)=\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}+\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2} \\ &= 2\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}\end{aligned} \tag{3.3.34}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\frac{\partial^2\phi}{\partial\zeta^2}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\zeta}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)^2$$

$$\frac{d}{d\zeta}\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{d\zeta}\right)^2=\frac{d\phi}{d\zeta}\frac{d^2\phi}{d\zeta^2} \tag{3.3.35}$$

$$\frac{1}{2}d\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)^2=d\phi\frac{d^2\phi}{d\zeta^2}$$

l'équation (3.4.33) donne

$$\frac{d\phi}{d\zeta}\left(\frac{d^2\phi}{d\zeta^2}\right)=\frac{d}{d\zeta}\phi\left[4\pi e\left\{\frac{(mc)^3}{3\pi^2\hbar^2}z^3\left(1+3\frac{I_1^{(q)}}{\beta mc^2}\frac{[1+z^2]^{\frac{1}{2}}}{z^2}+3\frac{I_2^{(q)}}{(\beta mc^2)}\frac{2z^2+1}{z^4}\cdots\right)-n_{i0}\left(1-\frac{2e}{mu^2}\phi\right)^{\frac{1}{2}}\right.\right. \tag{3.3.36}$$

En intégrant cette équation $\left(\text{en tenant compte conditions aux limites, } \phi\to 0,\ \frac{d\phi}{d\xi}\to 0,\ \frac{n_i}{n_{i0}}\to 1\right)$

on obtient

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\zeta}\right)^2+V(\phi)=0 \tag{3.3.37}$$

Avec

$$V(\phi) = \int 4\pi e \left\{ \frac{(mc)^3}{3\pi^2\hbar^2} z^3 \left(1 + 3\frac{I_1^{(q)}}{\beta mc^2} \frac{[1+z^2]^{\frac{1}{2}}}{z^2} + 3\frac{I_2^{(q)}}{(\beta mc^2)} \frac{2z^2+1}{z^4} \cdots \right) - n_{i0} \left(1 - \frac{2e}{mu^2}\phi \right)^{\frac{1}{2}} \right\} d\phi \tag{3.3.38}$$

3.4 Résultats et discussion:

Les calculs ont été effectués sous Matlab en utilisant le solveur ode23s pour la détermination du profil du potentiel électrostatique ϕ. Les résultats sont représentés par les figures 1-7.

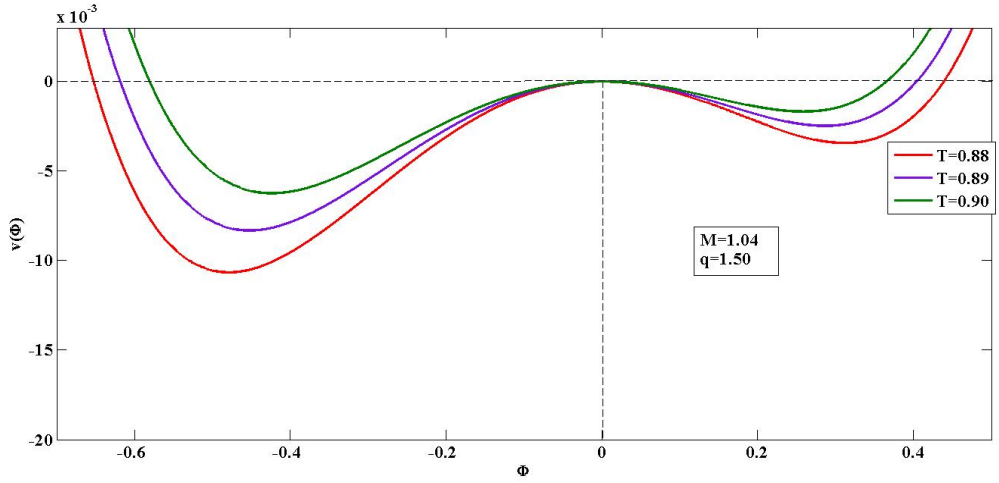


Figure 3.4.1 : Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.88; T=0.89; T=0.90; M=1.04 et q=1.50.

La figure 3.4.1 montre la variation du pseudo-potentiel $V(\phi)$ en fonction du potentiel électrostatique ϕ pour une valeur du paramètre de non extensivité du plasma $q = 1.5$, et un nombre de Mach $M = 1.04$ et pour différentes valeurs de la température T. L'allure de cette figure confirme la coexistence des structures raréfactives et compressives pour des températures $T \sim 0.9$. on ramarque, qu'une augmentation du non extensivité des électrons permet la coexistence de structures solitaires associées à des valeurs bien plus grandes de la

température. L'augmentation du non extensivité permet d'avoir un domaine plus large de la température où les structures solitaires peuvent coexister.

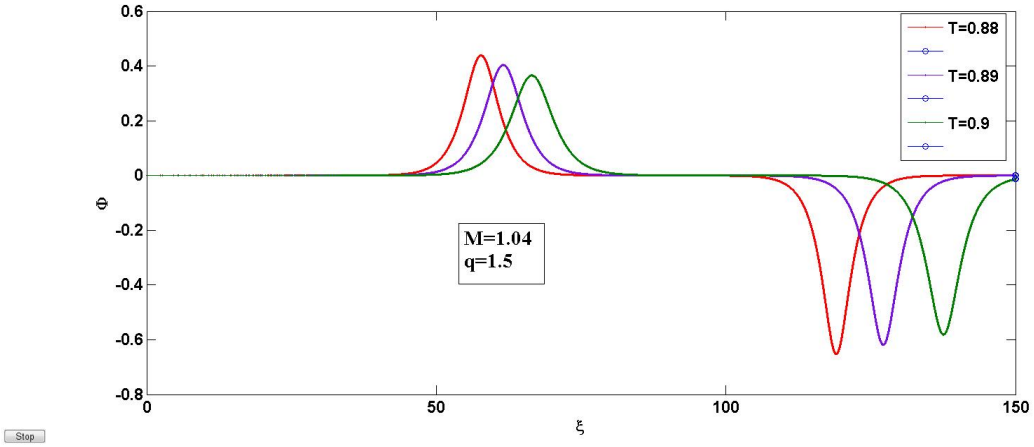


Figure 3.4.2 : Coexistence des structures solitaires compressives et raréfactives, en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs de la température T, avec M = 1.04 et

La figure 3.4.2 montre la variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale ζ, associée au pseudo-potentiel de Sagdeev de la figure 3.4.1 , on note que les structures raréfactives ($\phi \prec 0$) ont des amplitudes plus grandes que les structures compressives ($\phi \succ 0$). Fait intéressant, dans le modèle présenté par Shah [37], avec une non extensivité égale à l'unité, la valeur critique de la température associée, au-delà de laquelle la coexistence des deux structures solitaires est permise est autour de (T = 0.8). on remarque qu'une augmentation dans la valeur du paramètre non extensif q, induit un décalage vers des valeurs supérieures de la température critique T_c

Dans les figures 3.4.3 et 3.4.4 , on à tracé le potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale N pour différentes valeurs de la température T, avec M = 0.9. ces figures exhibent la coexistence de structures solitaires compressive et raréfactive, pour deux valeurs du paramètre non extensif : q = 1.1 et q = 1.2 respectivement, comme l'atteste d'ailleurs la structure en forme de pseudo-potentiel de Sagdeev associé (figures 3.4.5 et 3.4.6), on à tracé la variation du pseudo-potentiel $V(\phi)$ en fonction du potentiel électrostatique ϕ pour différentes valeurs de la température T = 0.90; T = 0.91 et T = 0.92 avec M = 0.9 et q = 1.2, dans la figure 3.4.5 et T = 0.90; T = 0.91 et T = 0.92 avec M = 0.9 et q = 1.1, dans la figure 3.4.6 . Les résultats révèlent que les effets non extensifs affectent de

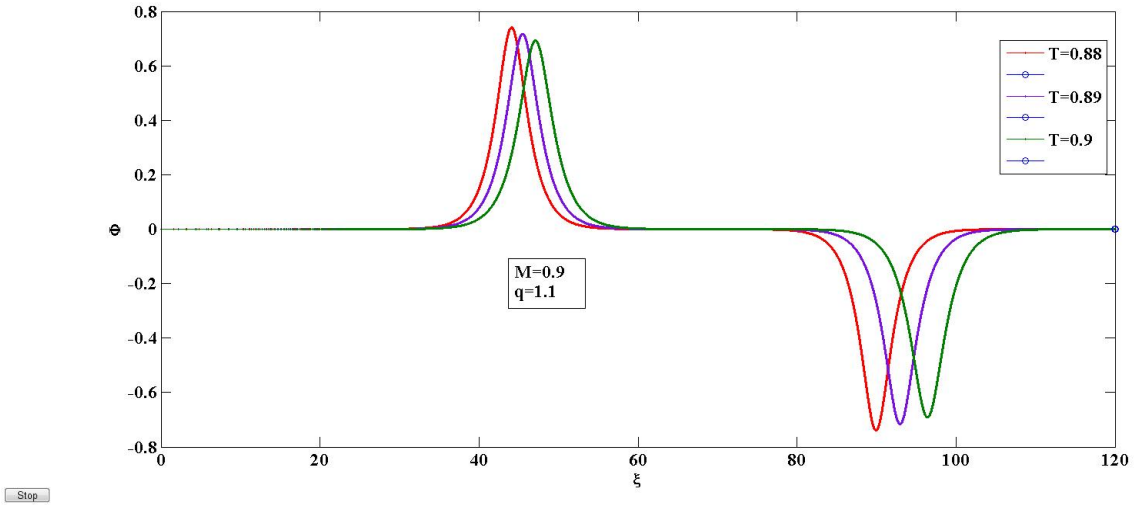


Figure 3.4.3 : Variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnéespatiale ζ pour différentes valeurs de la température T, avec M = 0.9 et q = 1.1

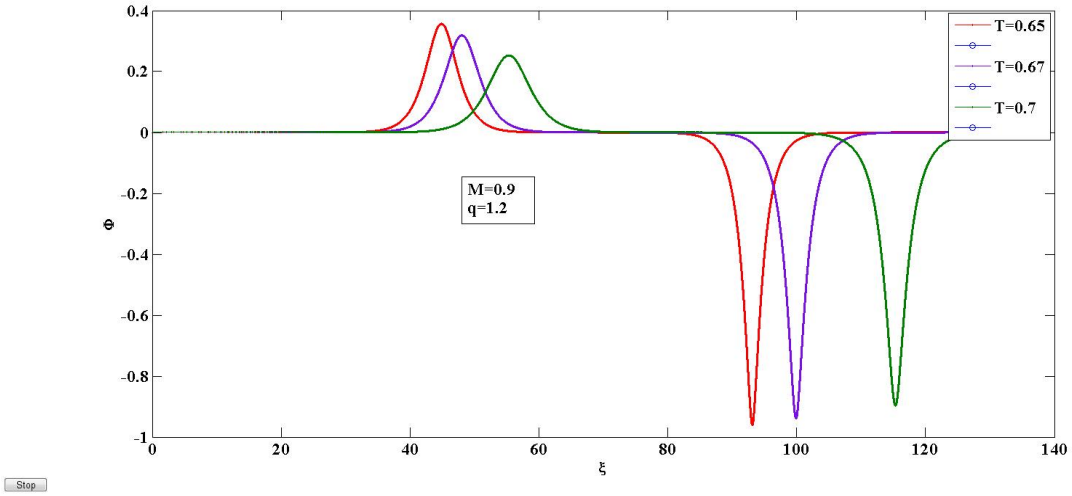


Figure 3.4.4 : Variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs de la température T, avec M = 0.9 et q = 1.2.

manière significative le profil de l'onde acoustique, ainsi, dans la figure 3.4.3 , pour q = 1.1, on trouve la valeur de la température critique associée $T_c \sim 0.88$ et dans la figure 3.4.4 , q = 1.2, on trouve la valeur de la température critique associée $T_c \sim 0.65$ au-delà desquelles la coexistence des structures solitaires de compression et de raréfaction est permise. Ceci montre ainsi les effets du non extensivité et de la température thermique.

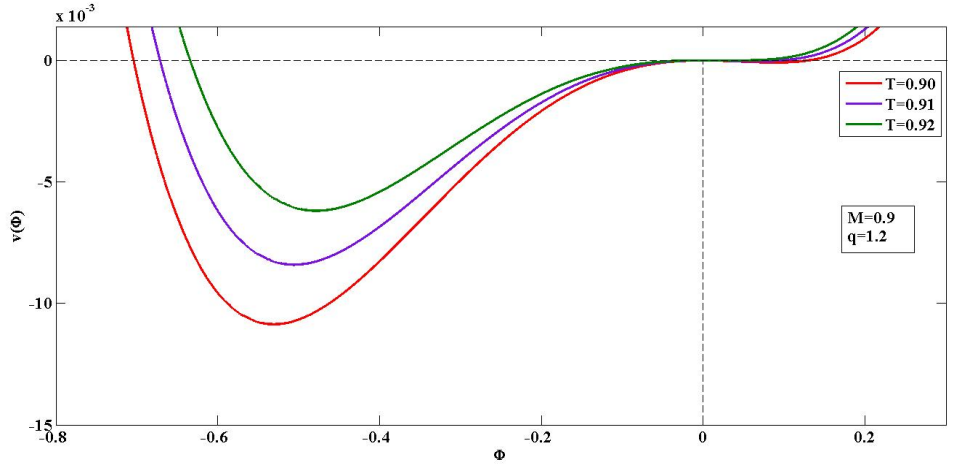


Figure 3.4.5 : Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.90; T=0.91; T=0.92;

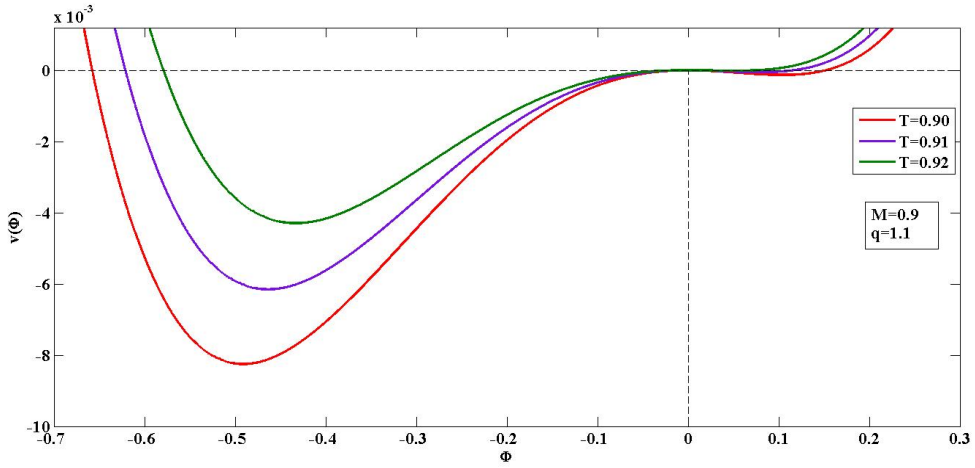


Figure 3.4.6 : Variation du pseudo-potentiel V (ϕ) en fonction du potentiel électrostatique ϕ associé à la solution en ondes solitaires pour les valeurs T=0.90; T=0.91; T=0.92;

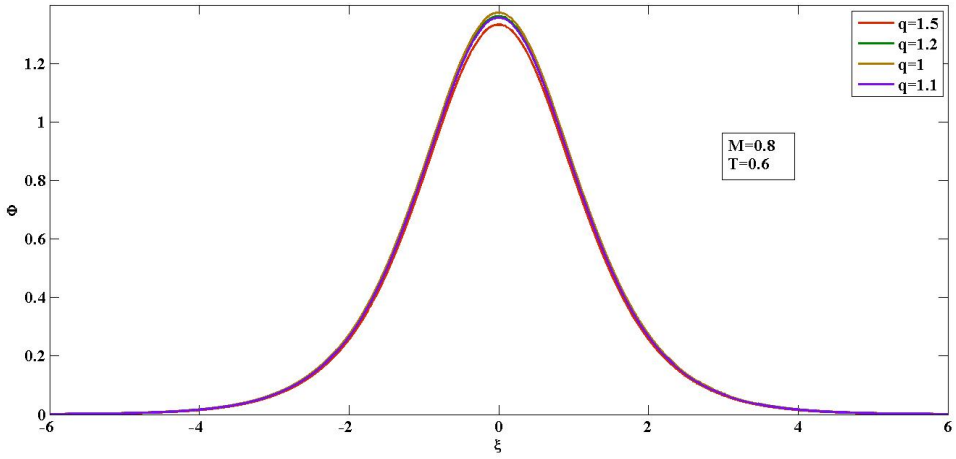


Figure 3.4.7 : Tracé de la variation du potentiel électrostatique ϕ en fonction de la coordonnée spatiale ζ pour diérentes valeurs du paramètre non-extensif q, avec M = 0.8

La figure 3.4.7 montre les variations du potentiel de piégeage ϕ en fonction de la coordonnée spatiale N. on note qu'une augmentation du paramètre non extensif q se reflète par une diminution de l'amplitude et de la largeur du soliton.

Conclusion

Ce mémoire de fin d'étude a eu pour objectif d'étudier l'effet de corrections relativistes sur les ondes acoustiques ioniques dans un plasma non magnétisé et le piégeage des électrons relativistes non extensifs par des ondes acoustique ionique dans un plasma dégénéré. Pour ce faire on donne la reponse de prablématique, on commence par définir les caractéristiques de l'état plasma, en citant les différentes catégories du plasma selon les différentes échelles spatiales et temporelles et leurs domaines d'application. On a aussi présenté les différents modèles utilisés pour étudier ces différents types des plasmas, et on a donné une brève illustration sur les différentes statistiques selon le classement du plasma à étudier. on à, par la suite, focaliser notre travail sur l'étude piégeages des électrons relativistes non extensive par des ondes acoustique ionique dans un plasma dégénéré et non magnétisé. Nous nous sommes intéressés à l'effet de la correction relativiste sur le piégeage des électrons dans un plasma dégénéré par un champ électrostatique se comportant comme une onde interagissant avec les électrons sous processus adiabatique, dans le cadre de la statistique non extensive (statistique de Tsallis). On utilise, pour cela, on utilise l'expression de la densité électronique établis par K Ourabeh [37] dans le cas de la nouvelle formulation du model de Thomas–Fermi, en tenant compte des effets thermique, non extensif et relativistes. Cette densité contient de nouveaux termes proportionnels à T, qui peuvent dominer (à très basses températures) la correction thermique ($\sim T^2$), qui existe déjà dans l'expression de la densité de particules, calculée à partir de la fonction de distribution Fermi-Dirac habituelle. On a aussi déterminé analytiquement l'expression de la densité des ions toujours dans les mêmes conditions. Ces expressions des densités électronique et ionique ont étaient introduite dans l'équation de poisson pour déterminer le potentiel électrostatique, dans lequel les particules peuvent être piégées. Après normalisation, on a utilisé le solver ode Matlab pour résoudre

l'équation au dérivé partielle concernant le potentiel plasma. Les résultats montrent les propriétés (amplitude, largeur, nature . . . etc.) sont sensiblement affectées, les corrections sont clairement remarquables, soit dans la coexistence de ces structures (compressives ou raréfactives), ou bien, dans la gamme d'existence des solitons par rapport à la température. on trouve que la nouvelle contribution de la température de notre modèle plasma permet la possibilité d'existence d'onde acoustique ionique solitaire avec une vitesse acoustique quantique supérieure à la vitesse acoustique de Fermi C_F. En outre, on note qu'une augmentation de la valeur du paramètre non extensif q, induit un décalage vers des valeurs supérieures de la température critique T_C, au-delà de laquelle la coexistence des structures solitaires compressives et raréfactives se réalise.

Bibliographie

[1] L. Tonks, I. Langmuir, « Oscillations in Ionized Gases », Physical Review, Vol 33, (1929).

[2] R. Abd Jelil, «Modélisation de la relation entre les paramètres du procédé plasma et les caractéristique de la qualité du matériau textile par apprentissage de données physiques », thèse doctorat de l'université de LILLE 1, (2010).

[3] M.A. Lieberman and A. J. Lichtenberg « Principles of Plasma Dischargeand Materials Processing» Second Edition,

Printed in the U.S.A, ISBN 0-471-72001-1 (2005).

[4] C. Sarra-Bournet, « Design Et Réalisation D'un Réacteur Plasma à Pression Atmosphérique Pour Des Traitements De Surfaces Dans Le Domaine Des Biomatériaux», Mémoire présenté pour l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.), Université Laval QUÉBEC (2007)

[5] J. Delcroix, Plasma physics. No. vol. 1 in Plasma Physics, Wiley, 1965.

[6] Richard Fitzpatrick. «Introduction to Plasma Physics», PHY380L, spring 1998, the University of Texas, pp (6-11).

[7] S. Rebiai. « Étude des propriétés physico-chimiques et électrique de films minces organosilicies déposés par plasmas froids », Thèse de doctorat de l'université de Mentouri de Constantine (2003).

[8] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics (Academic, New York, 1965).

[9] F. F.Chen, Jane P. Chang « Principles of Plasma Processing», university of California, Los Angeles, pp (1, 4,16-18), 2002.

[10] J. L. Delcroix et A. Bers, Physique des Plasmas, Tome 1 (CNRS Editions, Inter-Editions, Paris, 1994).

[11] J.Luc«Introduction 'a la Physique des Plasmas» Raimbault Laboratoire de Physique des Plasmas jean-luc.raimbault@lpp. polytechnique.fr

[12] J. L. Delcroix et A. Bers, «Physique des plasmas » Tome 1, dirigé par Abraham Delcrox Editions EDP Sciences. «Utilisation industrielle actuelle et potentielle des plasmas : synthèses, traitement des poudres, traitements métallurgiques, traitements de surface», P. Fauchais Rev. Phys. Appl. (Paris) 15, 1281-1301 (1980)

[13] «Plasmas froids : cinétiques, transports et transferts», Granier, Agnès, publication de l'université de saint Etienne France 2005

[14] J. Rax, Physique des plasmas : Cours et applications. Physique, Dunod, 2005.

[15] O. Buneman, Computer simulation using particles (rw hockney and jw eastwood), 1983. O. Buneman, Computer simulation using particles (rw hockney and jw eastwood), 1983.

[16] J. M. Dawson, Particle simulation of plasmas, Reviews of modern

[17] physics, vol. 55, no. 2, p. 403, 1983.

[18] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, Computer simulation using particles. crc Press, 1988.

[19] C. Birdsall and A. Langdon, Plasma Physics via Computer Simulation. Series in Plasma Physics and Fluid Dynamics, Taylor & Francis, 2004.

[20] A. Sinquin, Plasmas et modélisation. http ://www.math.unicaen.fr/lmno/semana/documents/dive

[21] J. Claustre, B. Chaudhury, G. Fubiani, and J.-P. Boeuf, 2d and 3d pic-mcc simulations of a low temperature magnetized plasma on cpu and gpu, in APS Meeting Abstracts, 2012.

[22] D. Winske and N. Omidi, Hybrid codes, Computer space plasma physics : Simulation techniques and software, pp. 103 160, 1993.

[23] M. Moisan and J. Pelletier, Plasmas collisionnels : Physique des décharges RF et micro-onde. Grenoble Sciences, EDP Sciences, 2014.

[24] J.Luc, Raimbault, Introduction a la physique des plasmas. http ://www.lpp.fr/IMG/pdf/m2apim2012.pdf. Master 2 APIM et PIE Laboratoire de Physique des Plasmas. UniversitÉ Paris-Sud 11, 2012-2013.

[25] B. Chéron, « Théorie Cinétique : Gaz et plasmas », , Editions ellipes

[26] C. Ngô, et H. Ngô "Physique statistique, Introduction 3^eédition 2008 Christian Ngô et Hélène Ngô "Physique statistique,

[27] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Statistical Physics, Part 1 (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1980).

[28] C. Ngo, et H. Ngo, Introduction à la Physique Statistique (Dunod, Paris, 2007).

[29] C. Tsallis, J. Stat. Phys. 52, 479 (1988).

[30] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics (Academic, New York, 1965).

[31] N. A. Krall et A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics (McGraw-Hill, New York, 1973).

[32] H. Ikezi, R. Taylor et D. Baker, Phys. Rev. Lett. 25, 11 (1970).

[33] H. Schamel, Plasma Phys. 14, 205 (1972).

[34] J. Marcel, Rax Physique des plasma Préface de Bernard Bigot

[35] G. J. M. Hagelaar, G. M. W. Kroesen "Modeling of the mocrodischares in plasma adrassed liquid cristal displays"

[36] H. A. Shah[1], W. Masood[2], M. N. S. Qureshi,1 and N. L. Tsintsadze[1,3]

1Physics Department, GC University, Lahore 54000, Pakistan

2Theoretical Plasma Physics Division, PINSTE, P.O. Nilore, Islamabad 44000, Pakistan

3Institute of Physics, Georgian Academy of Sciences, Tblisi 380077, Georgia

[37] K. Ourabah, M. Tribeche, Relativistic formulation of the generalized nonextensive Thomas–Fermi model. Faculty of Physics, Theoretical Physics Laboratory (TPL), Plasma Physics Group (PPG), University of Bab-Ezzouar, USTHB, B.P. 32, El Alia, Algiers 16111, Algeria

[38] J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, Wiley (1965)

[39] P. Mora et F. Amiranoff, Electron accélération in arelativistic électron plasma wave, J. Appl. Phys. 66(8) (1989)

[40] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Vol. 1, Plénum Press, New York (1984)

[41] M. Vandamme, Les plasmas froids, nouvelle stratégie thérapeutique en cancérologie. PhD thesis, Université d'Orléans, 2012.