République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Yahia Farès de Médéa
Faculté des Sciences et de Technologie



Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister

Spécialité : *Génie Mécanique*
Option : *Énergétique Numérique*

Effet de la présence d'un champ magnétique sur l'écoulement et le transfert de chaleur

Présenté par :

Mr. BOUDAOUD YOUCEF

Devant le jury composé de :

Pr. S. HANINI	**Professeur à l'UYF, MEDEA**	**Président**
Dr. M. ANNOUN	**Maitre de Conférences, l'UYF, MEDEA**	**Examinateur**
Dr. A. ABDELLAH EL-HADJ	**Maitre de Conférences, l'UYF, MEDEA**	**Examinateur**
Dr A.KORICHI	**Maitre de Conférence, UYFM**	**Directeur de Mémoire**

Juillet 2011

Dédicaces

A

Mes parents,

Toute ma famille,

Tous mes proches,

Tous mes amis,

Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.

ملخص :

إن تدفق السوائل الناقلة للكهرباء مع انتقال الحرارة في وجود مجال مغناطيسي يتواجد في العديد من التطبيقات. و كمثال على ذلك المفاعلات النووية الحرارية، ومولدات الطاقة، والجيولوجيا والتعدين وغيرها.

في هذه المذكرة قدمنا دراسة محاكاة عددية باستخدام برنامج Fluent لتدفق كهرومغناطيسي في وجود الانتقال الحراري المختلط في قناة عمودية. الشكل الهندسي للنموذج الفيزيائي يخضع إلى تدفئة الجدار الأول وتبريد الجدار الثاني. الدراسة سمحت لنا التحقق من صحة نتائج النموذج MHD المستخدم في برنامج Fluent مقارنة مع الحل التحليلي لتدفق هارتمان. إن تحليل بيانات السرعة ودرجة الحرارة يدل على أن المجال المغناطيسي الخارجي يؤثر على تركيبة التدفق ويغير بياناته. كما أن زيادة عدد هارتمان (قوة الحقل المغناطيسي) يؤثر على التدفق عن طريق التسخين بفعل جول ويؤدي إلى زيادة في انخفاض الضغط. و بصفة عامة، إ ن تأثير تطبيق المجال المغناطيسي على نقل الحرارة ضعيف في إطار شروط ومعطيات هذه المذكرة.

كلمات البحث : الانتقال الحراري المختلط، التدفق الديناميكي المغناطيسي، المحاكاة الرقمية.

Résumé

L’écoulement des fluides conducteurs d’électricité accompagné du transfert de chaleur en présence d’un champ magnétique est rencontré dans de nombreuses applications. On cite notamment les réacteurs thermonucléaires, les générateurs d’énergie, géologie, métallurgie, etc.

Dans ce mémoire nous avons présenté une étude de simulation numérique au moyen du code Fluent d’un écoulement MHD, en convection mixte dans un canal vertical. La configuration géométrique du modèle physique est soumise à un chauffage sur une paroi et un refroidissement sur l’autre. L’étude, nous a permis de valider les résultats du modèle MHD du code Fluent par comparaison avec la solution analytique de l’écoulement de Hartmann. L'analyse des profils de vitesse et de température montre que le champ magnétique transversal externe influe sur l’écoulement et modifie ces profils. L’augmentation du nombre de Hartmann (l’intensité du champ magnétique) influe sur la dissipation par chauffage de Joule et entraine une augmentation de la chute de pression. En général, l’effet de l’application du champ magnétique sur le transfert de chaleur est faible dans la limite des conditions de travail de ce mémoire.

Mots Clés *:* convection mixte, MHD flow, simulation numérique.

Abstract

The flow of electrically conducting fluids with heat transfer in the presence of a magnetic field is encountered in many applications. Such as the thermonuclear reactor, power, generators, geology, metallurgy, etc.

In this memory, we presented a study of numerical simulation of MHD mixed convection in a vertical channel using the Fluent code. The geometric configuration of the physical model is subject to a heating on one wall and cooling on the other. The study allowed us to validate the MHD model results of fluent code in comparison with the analytical solution of the Hartmann flow. Analysis of velocity and temperature profiles shows that the external transverse magnetic field affects the flow and changes these profiles. The increase of Hartmann number (the magnetic field strength) affects the Joule heating dissipation and leads to an increase in pressure drop. In general, the effect of applying magnetic field on heat transfer is low in the working conditions of this memory.

Keywords *:* mixed convection, MHD flow, numerical simulation.

Remerciements

*Je remercie avant tout **ALLAH** le tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce modeste travail.*

De prime abord, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et mes vifs remerciements à mes professeurs de l'université Université de D.Y.F. Médéa, Faculté des Sciences et de Technologie, pour avoir nous encadré durant les études de post de graduation.

*Ce travail a été réalisé sous la direction du **Dr A. Korichi**, Maitre de Conférences à l'université de D.Y.F. Médéa, qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour sa confiance, ses précieux conseils, son enthousiasme et son soutien sans faille.*

*Je tiens à adresser mes remerciements au Professeur **S.Hanini** de l'université Yahia Fares de MEDEA pour avoir accepté de présider ce Jury.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **A. ABDELLAH EL-HADJ**, Maitre de Conférences à l'Université Yahia Fares de MEDEA, et Monsieur **M. ANNOUN**, Maitre de Conférences de l'Université Yahia Fares de MEDEA pour avoir accepté de faire partie du jury en tant qu'examinateurs.*

La réalisation de ce travail s'appuie également sur un environnement qui est essentiel. Je désire remercier la direction du Centre Nucléaire de BIRINE et mes responsables hiérarchique de la Division Sureté Nucléaire et Radioprotection de m'avoir autorisé à poursuivre mes études et m'aidé durant cette formation.

Mes vifs remerciements à ma famille, ma femme pour leur soutien inconditionnel sans lequel ce manuscrit n'aurait le jour. Sans oublier de remercier tous mes collègues de travail et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin d'achever ce mémoire.

SOMMAIRE

Dédicace…….....*i*

الخلاصة, Résumé**,** Abstract……...*ii*

Remerciements…….....*iii*

Sommaire…….....*iv*

Liste des figures…….....*viii*

Liste des tableaux…….....*xi*

Liste des abréviations……*xii*

Introduction Générale……1

Chapitre I : Aperçue sur les écoulements MHD laminaires dans les conduits et les Canaux

I.1 Généralités…….....4

I.2 Rappels sur la physique de la magnétohydrodynamique (MHD)……...6

I.3 Les Fluides Conducteurs d'électricité ……...6

I.4 Les Champs magnétiques ……..7

I.5 Les Nombres adimensionnels…….....8

I.5.1 Le Nombre de Reynolds Re……...9

I.5.2 Le paramètre d'interaction N……..9

I.5.3 Le Nombre de Hartmann Ha ……...10

I.5.4 Le Nombre de Reynolds magnétique Re_m…….....10

I.5.5 Le nombre de Grashof…….....11

I.5.6 Le Nombre de Grashof modifié (paramètre de Flottaison)……...11

I.5.7 Le Nombre de Brinkman……...11

I.5.8 Le nombre de Prandtl……12

I.6 Écoulements MHD laminaires dans les conduits et les canaux……12

I.6.1 L'écoulement de Hartmann ……12

I.6.2 Les Ecoulements MHD dans les conduits rectangulaires……14

I.6.2.1 Phénomène de base……14

I.6.2.2 Couches de Hartmann……18

I.6.2.3 Couches latérales……...18

I.7 Transition du laminaire au turbulent en écoulement MHD……..22

I.8 Perte de charge en écoulements MHD dans les conduits et les canaux……23

Chapitre II : Etude bibliographique (applications de MHD et synthèse Bibliographique)

II.1 Introduction…….....26
II.2 Les Applications de la MHD…….26
II.2.1 La Géophysique ……..26
II.2.2 L'Astrophysique…….....27
II.2.3 L'industrie et les applications technologiques……...27
II.2.3.1 Les débitmètres électromagnétiques……..27
II.2.3.2 Les Pompes MHD…….28
II.2.3.3 Production d'électricité Magnétohydrodynamique……....29
II.2.3.4 Couvertures tritigènes dans les réacteurs de fusion Nucléaire……...29
II.2.3.5 Applications de la MHD en Métallurgie……...31
II.3 Revues Bibliographique.……...33
II.3.1 Ecoulements en convection naturelle en présence d'un champ magnétique….....34
II.3.2 Ecoulements en convection mixte en présence d'un champ magnétique……38
II.3.3 Ecoulements forcée dans les conduits sous un champ magnétique uniforme…….41

Chapitre III : Formulation Mathématique Du Problème

III.1 Introduction…….46
III.2 Géométrie et Modèle Mathématique……46
III.3 Équations gouvernantes ……...47
III.3.1 Equation de Maxwells ……..48
III.3.1.1 La loi d'Ohm…….……49
III.3.1.2 Equation d'induction…….49
III.3.1.3 Potentiel électrique……50
III.3.1.4 Force de Lorentz et dissipation de Joule……51
III.3.2 Hypothèses……....52
III.3.2.1 Hypothèses magnétohydrodynamiques…….52
III.3.2.1 Hypothèses hydrodynamiques……...53
III.3.3 Equations hydrodynamique……...53
III.3.4 Equation de la MHD…….54
III.4 Equations adimensionnelles et paramètres gouvernants……..55
III.5 Conditions aux limites……..57
III.5.1 Hydrodynamiques……57

III.5.2 Thermiques……...58
III.5.3 Electriques……58

Chapitre IV : Solution Numérique au Moyen du CFD Fluent

IV.1 Généralités sur les codes CFD……..62
IV.2 Etapes de simulation des problèmes CFD……63
IV.2.1 Identification du problème……63
IV.2.2 Prétraitement……65
IV.2.3 Calcul et surveillance la solution……..66
IV.2.4 Post-traitement……..66
IV.3 Présentation du code Fluent……..67
IV.3.1 Configuration du solveur Fluent……67
IV.3.1.1 Les solveurs disponibles……..67
IV.3.1.2 Choix d'un solveur……..68
IV.3.1.3 La Discrétisation (Méthodes d'interpolation) ……....69
IV.3.1.4 Couplage pression-vitesse……....70
IV.4 Le Modèle MHD sous Fluent……....71
IV.4.1 Introduction……....71
IV.4.2 Modèle magnétohydrodynamique……..71
IV.4.3. Utilisation du module MHD du code Fluent……72
IV.4.3.1 Installation et chargement du modèle MHD……...72
IV.4.3.2 Configuration du modèle MHD……..73
IV.4.4 Solutions MHD et de post-traitement……....81
IV.4.4.1 Initialisation du modèle MHD……...81
IV.4.4.2 Itération…….....81
IV.4.4.3 post-traitement……...82
IV.4.4.4 Limitations……82

CHAPITRE V : Résultats et Discussions

V.1 Introduction……...85
V.2 Propriétés physiques du fluide……..85
V.3 Procédure de Résolution……....85
V.4 Independence des résultats vis-vis du maillage……86
V.5 Validation des résultats du modèle MHD du code Fluent……88
V.6 Présentation des résultats……...90

V.6.1. Champ dynamique……..91
V.6.2. Champ Thermique……...98
V.6.3. Étude paramétrique (effets des paramètres magnétiques, thermo-hydrodynamique, Thermo-physique) ……...103
V.6.3.1.Effet de l'intensité du champ magnétique et du paramètre de flottaison.103
V.6.3.2. Effet du nombre de Grashof sur le champ dynamique ……...105
V.6.3.3. Effet de Gr et de Ha sur le coefficient de friction Cf……...107
V.6.3.4. Effet du nombre de Brinkman (dissipation visqueuse) ……...109
V.6.3.5. Effet du chauffage de Joule……..111
V.6.3.6. Effet du nombre de Prandtl (Pr)……...111
V.6.3.7. Ecoulement descendant et ascendant……...112

Conclusion Générale……..117

BIBLIOGRAPHIE……....120

ANNEXE……...125

LISTE DES FIGURES

Figure ***page***

Fig. I.1 : Configuration géométrique d'écoulement de poiseuille-Hartmann et profil de vitesse d'un écoulement poiseuille Hartmann……...13
Fig. I.2 : Profil d'écoulement de poiseuille-Hartmann…….14
Fig. I.3 : Forces de Lorentz et courants électriques induits dans un écoulement MHD……..15
Fig. I.4 : Schéma de base phénoménologique d'un écoulement MHD dans un conduit et profils typique de vitesse au centre du conduit, z=0 fonction de y……...16
Fig. I.5 :Représentation schématique des lignes de courant pour Murs de différentes conductivités……...17
Fig. I.6 : Murs parfaitement isolants, la même configuration de la fig. I-4 (a) …….....19
Fig. I.7 : Conduit carré avec Murs parfaitement conducteurs…….20
Fig. I.8 : Conduit carré avec des murs de Hartmann parfaitement conducteur ($y = \pm\delta$) et des murs latéraux parfaitement isolant ($z = \pm\delta$).……20
Fig. I.9 : Profil de vitesse en forme de la lettre M……....21
Fig. I.10 : Régime laminaire et la transition vers le turbulent en écoulement MHD…….....23
Fig. II.1 : Principe de fonctionnement d'un débitmètre électromagnétique…….28
Fig. II.2 : Principe du pompage électromagnétique…….28
Fig. II.3 : Principe de production d'électricité MHD……...29
Fig. II.4 : Schéma d'un réacteur à fusion…….30
Fig. II.5 : Ecoulement MHD type dans un conduit du réacteur à fusion……..31
Fig. II.6 : Principe de l'agitation électromagnétique……....32
Fig. III.1 : Configuration physique…….....47
Fig. III.2 : Exemple des murs solide conducteurs…….59
Fig. IV.1 : Discrétisations en volumes finis d'u écoulement dans un tube……...63
Fig. IV.2 : Vue générale sur la modélisation CFD……...64
Fig. IV.3 : Isolation de l'élément à étudier……...64
Fig. IV.4 : Les différents types d'éléments d'un maillage…….65
Fig. IV.5. (a)-(b) : Maillage structuré et non structuré……65
Fig. IV.6: Les différents solveurs dans le code Fluent…….68
Fig. IV.7 : Activation du panneau du modèle MHD…….74
Fig. IV.8 : Panneau du modèle MHD……...74
Fig. IV.9 : Panneau du modèle MHD pour Patch un champ magnétique externe…….....76

Fig. IV.10 : Panneau du modèle MHD pour la spécification d'un champ en mouvement.....76
Fig. IV.11 : Panneau du modèle MHD pour importer le champ magnétique externe…….77
Fig. IV.12 : Application du champ extérieur B_0……...77
Fig. IV.13 : Application des conditions aux limites sur les zones…….78
Fig. IV.14 : Modification des propriétés matérielles dans les conditions aux limites……..78
Fig. IV.15 : Application des conditions aux limites type Mur……...79
Fig. IV.16 : Conditions aux limites type Mur dans la méthode potentiel électrique……....80
Fig. IV.17 : Contrôle de la solution dans le Panneau du modèle MHD……...80
Fig. V.1 : Maillage du domaine de calcul…….86
Fig. V.2 : Profils des vitesses à la sortie du canal pour trois types de grilles de Maillage…..87
Fig. V.3 : Profils de vitesse de poiseuille, de Hartmann et la solution Numérique pour différentes valeurs de Ha……...89
Fig. V.4 : Profils de vitesse de la solution numérique, solution de Poiseuille-Hartmann et la solution analytique d'Umavathi pour la valeur de Ha=2……..90
Fig. V.5 : Profils de vitesse à la sortie du canal (Pr=0.011) …….....91
Fig. V.6 : Vecteurs vitesses à la sortie du canal……...92
Fig. V.7 : Lignes de courant à l'entré du canal……....93
Fig. V.8 : Vecteurs vitesses à la sortie du canal……...94
Fig. V.9 : Lignes de courant à l'entré du canal……95
Fig. V.10 : Coefficient de friction le long des parois chaude et froide (Pr=0.011).....97
Fig. V.11 : Chute de pression le long d'axe du canal (Pr=0.011) ……..98
Fig. V.12 : Profils de température à la sortie du canal pour (Pr=0.011) ……...98
Fig. V.13 : Contours des températures (isothermes) pour Ha=2, GR=100…….....99
Fig. V.14 : Contours des températures (isothermes) pour Ha=2, GR=500……..100
Fig. V.15 : Nombre de Nusselt local en fonction de la longueur coté chaud et froid (Pr=0.011)……..102
Fig. V.16 : Effet du nombre de Hartmann sur les profils de vitesses (Pr=0.011)…….103
Fig. V.17 : Variation de nombre de Nusselt local en fonction de la longueur coté chaud….104
Fig. V.18 : Variation de nombre de Nusselt local en fonction de la longueur coté froid…...104
Fig. V.19 : Variation de nombre de Nusselt Moyen en fonction du paramètre de flottaison coté chaud et froid (Pr=0.011) ……105
Fig. V.20 : Profils de vitesse (Ha=2, Pr=0.011) ……...106
Fig. V.21 : Profils de vitesse (Ha=5, Pr=0.011) ……...106
Fig. V.22 : Coefficients de friction le long des parois chaude et froide (Pr=0.011)…….108

Fig. V.23 : Coefficients de friction moyens en fonction du GR et Ha pour Pr = 0.011, (a) : paroi chaude (b) : paroi froide……..109

Fig. V.24 : Profils de vitesses à la sortie du canal pour Ha=2 GR=100 et 600.….....110

Fig. V.25 : Profils des températures à la sortie du canal Ha=2, GR≈0 et Br = 0, 0.5,1…...110

Fig. V.26 : Profils des températures (effet de Joule pour Br ≈0,1 et Ha=2,20) ……..111

Fig. V.27 : Effet du nombre de Pandtl sur les profils de vitesses (Pr=1.1)……112

Fig. V.28 : Variation de nombre de Nusselt Moyen en fonction du paramètre de flottaison coté chaud et froid (Pr=1.1) ……112

Fig. V.29 : Comparaison des Champs de vitesses pour les deux écoulements ascendant et descendant……..114

Fig. V.30. (a)-(b) : Lignes de courant pour les deux écoulements ascendant et descendant (GR=600 et Ha =2) ……115

LISTE DES TABLEAUX

Tableau ***page***

Tab. I.1 : Ordre de grandeur de la conductivité électrique des milieux liquides……...7

Tab. III.1 : Sélection des paramètres adimensionnels rapportés aux Réacteurs Expérimentaux de fusion…….....57

Tab. IV.1 : scalaires utilisateurs définies dans le modèle MHD……..75

Tab. IV.2 : Vecteurs MHD……...…….82

Tab. V.1 : Vérification de la sensibilité de la grille…….*88*

Liste des symboles

Symbole ……Dimension

$\vec{A}$: Potentiel magnétique vectoriel……..[Vs/m]

a : Longueur du conduit…….....[m]

$\vec{B}$: Champ magnétique…….……..……..[$Tesla$]

b : Largeur du conduit…….....[m]

$\overrightarrow{B_0}$: Champ magnétique appliqué…….……[$Tesla$]

Br : Nombre de Brinkman…….……..

C_f : Coefficient de friction local ……..……..……...[$N.m^{-2}$]

C_p : Chaleur spécifique à pression constante du fluide…….……..[$Jkg^{-1}K^{-1}$]

$C_{p,w}$: Chaleur spécifique à pression constante du mur…….……...[$Jkg^{-1}K^{-1}$]

c_w : Conductance (conductibilité) du mur……...

$\vec{D}$: Induction du champ électrique ……[C/m^{-2}]

$D = 2L$: Diamètre hydraulique…….……[m]

$\vec{E}$: Champ électrique…….…….....[Vm^{-1}]

$\overrightarrow{E_0}$: Champ électrique appliqué…….…….....[Vm^{-1}]

e_w : Épaisseur du mur…….…….....[m]

$\vec{F}$: Force de Lorentz……[N]

$\overrightarrow{\mathrm{f_b}}$: Force de flottabilité……[N]

$\vec{f_L}$: Force MHD par densité de volume……..[N/m^3]

g : Accélération de la pesanteur……..……....[m/s^2]

GR : Facteur de flottaison (Gr/Re) …….……..

Gr : Nombre de Grashof……..…….……....

h : Coefficient de transfert thermique par convection…….……..[$W/°\mathrm{C}m^2$]

$\vec{H}$: Induction du champ magnétique…….. …….……...[Wbm^{-2}]

Ha : Nombre de Hartmann…….……..

$\vec{\mathrm{J}}$: Densité volumique de courant…..……[$\mathrm{A/m}^2$]

$\overrightarrow{J_d}$: Densité de courant diffusif……...[$\mathrm{A/m}^2$]

$\vec{J}_i$: Densité de courant induite……....[$\mathrm{A/m}^2$]

k : Conductivité thermique du fluide……....[$Wm^{-1}K^{-1}$]

k_w : Conductivité thermique du mur……...[$Wm^{-1}K^{-1}$]

L : Largeur du canal …….…….....$[m]$

L_c : Longueur caractéristique…….$[m]$

N : Paramètre d'interaction…….

$\vec{n}$: Vecteur unitaire normal à la frontière……...

Nu : Nombre de Nusselt……..…….…….....

P : Pression…….…….. $[N/m^2]$

Pr : Nombre de Prandtl …….……..

Q : Charges électriques…….....$[C]$

q : Densité de charge électrique…… $[C/m^2]$

q_e : Charge électrique de la particule……..$[C]$

q_j : La dissipation de Joule……...$[W/m^3]$

$R = {Re}/{Ha}$: Nombre adimensionnel……..

Re : Nombre de Reynolds ……..……..

Re_m: Nombre de Reynolds magnétique……

T : Température…….……...[°C]

T_1, T_2 : Température chaude et froide aux frontières prescrites…….……...[°C]

T_0 : Température de référence à l'entrée du canal…… [°C]

t : Temps……...$[s]$

u : Composante de vitesse adimensionnelle dans la direction des X…….

U : Composante de la vitesse dans la direction des X…….....$[ms^{-1}]$

U_0 : Vitesse de référence…….…….…….....$[ms^{-1}]$

U_m: Vitesse moyenne……... $[ms^{-1}]$

V : Composante de vitesse dans la direction des Y …….……...$[ms^{-1}]$

$x,$: Coordonnée adimensionnelle transversale…..…….…….…….……

X, Y, Z : Cordonnées cartésiennes…….…….…….$[m]$

Symboles Grec

α : Diffusivité thermique…….....$[m^2/s]$

β : Coefficient d'expansion thermique ……..……..... $[K^{-1}]$

Γ : Frontière entre le solide et le fluide ……..……

Δp : Chute de pression……...$\left[\frac{N}{m^2}\right]$

ΔT : Différence de température…….....$[°C]$

δ_{Ha} : Couche de Hartmann…….....$[m]$

δ_S : Couche latérale de Shercliff……$[m]$

δ : La moitie de la largeur du conduit ……$[m]$

ε : Permittivité diélectrique du fluide……..$[CV^{-1}m^{-1}]$

$\eta = (\mu\sigma)^{-1}$: La diffusivité magnétique du fluide conducteur……...$[m^2s^{-1}]$

θ : Température adimensionnelle …….…….....

λ : La conductivité thermique…….……..$[Wm^{-1}K^{-1}]$

μ : Viscosité dynamique…….……..$[Kgm^{-1}s^{-1}]$

μ_r : Perméabilité magnétique relative……..

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide……....$[H/m^{-1}]$

υ : Viscosité cinématique …….……...$[m^2s^{-1}]$

ξ : Coefficient de perte de charge…….…….…….....

ρ : Masse volumique…….……..$[Kg/m^3]$

ρ_e : Densité de charge électrique……$[C/\ m^3]$

ρ_w : Masse volumique du mur…….…….....$[kg/m^3]$

ρ_0 : Masse volumique de référence…….....$[kg/m^3]$

$\sum$: Frontière du fluide …….…….…….

σ : Conductivité électrique du fluide ……$\left[\Omega^{-1}m^{-1}\right]$

σ_w : Conductivité du Mur…….……..$\left[\Omega^{-1}m^{-1}\ \right]$

σ_{wH} : Conductivité électrique des murs de Hartmann……$\left[\Omega^{-1}m^{-1}\ \right]$

σ_{wS} : Conductivité électrique des murs latéraux…….. $\left[\Omega^{-1}m^{-1}\ \right]$

τ_w : Contrainte tangentielle à la paroi…….…….....$[N.m^{-2}\ ]$

Φ : Terme de dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie…….....

φ : Potentiel électrique scalaire …….....$[V]$

φ_w : Potentiel électrique à la paroi…….....$[V]$

Autres symboles

$\frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial x}$: Les dérives partielles dans les cordonnées cartésiennes □*x, y, z*□

$\frac{\partial}{\partial t}$: Opérateur de dérivé partiel par rapport au temps.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction générale

La magnétohydrodynamique (MHD en abrégé) s'intéresse à la dynamique des fluides conducteurs d'électricité et leurs interactions avec un champ magnétique. Une discipline qui résulte du couplage de l'hydrodynamique et de l'électromagnétisme. Il a été montré que l'interaction des courants induits par le champ magnétique donne lieu à une force supplémentaire volumétrique qui peut fortement affecter le débit et mettre de nouveaux phénomènes au problème de la dynamique des fluides.

La MHD a retenu l'attention de nombreux chercheurs en raison de son implication croissante dans de nombreux domaines, notamment en astrophysique, en métallurgie, dessalement de l'eau de mer, ….. Les principales caractéristiques du phénomène MHD sont les forces engendrées par les effets électromagnétiques qui affectent de manière significative le mouvement du fluide. Elle devient importante chaque fois que la force électromagnétique est de même ordre de grandeur que la force d'inertie et la force de viscosité du fluide.

L'interaction entre un fluide en mouvement avec un champ magnétique donne lieu à une grande variété de phénomènes, qui peuvent être exploitées selon le besoin, dans de nombreux milieux industriels et technologiques, où les fluides électriquement conducteurs peuvent être rencontrés.

Ces phénomènes sont exploités, à la fois dans les dispositifs techniques, tels que les pompes MHD et les débitmètres électromagnétiques, et dans les procédés industriels pour contrôler et manipuler divers matériaux. Les champs statiques sont maintenant utilisés pour contrôler les mouvements des fluides et supprimer les fluctuations indésirables turbulentes dans certaines applications. Par exemple, dans la coulée de l'acier, pendant sa solidification afin d'offrir un produit de haute qualité. Un autre exemple est fourni par la croissance de cristaux semi-conducteurs, où un niveau de pureté très élevé peut être obtenu par contrôle électromagnétique. Au contraire, les champs magnétiques oscillants peuvent être utilisés pour brasser le métal en fusion alors qu'il se solidifie et donc atteindre un niveau élevé d'homogénéité sans l'intrusion d'un dispositif d'agitation [22].

Les différents procédés industriels et les systèmes techniques où les effets MHD sont rencontrés, montrent que le champ magnétique représente un moyen polyvalent et non-intrusif pour contrôler et influencer l'écoulement et le transfert de chaleur des métaux liquides. Par conséquent, il peut être employé de développer des nouvelles méthodes de production et d'améliorer les processus existants afin d'obtenir des matières de haute qualité.

Dans ce mémoire, nous nous focalisons sur l'étude de l'écoulement et transfert de chaleur d'un fluide conducteur dans un conduit vertical en convection mixte en présence d'un champ magnétique transversal. Cette étude est accomplie en utilisant la simulation numérique à l'aide du module MHD intégré dans le code Fluent®, pour la résolution des équations couplées du champ dynamique de Navier-Stocks et les équations du champ magnétique de Maxwell. L'investigation porte essentiellement sur les effets des paramètres de contrôle du problème, sur la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur.

Les grandes lignes de ce mémoire sont les suivantes : Dans le premier chapitre, nous introduisons des généralités liées à notre problème physique : un rappel sur la physique de la MHD et les fluides conducteurs d'électricité et les champs magnétiques ; un aperçu sur les écoulements MHD laminaires dans les conduits et les canaux est présenté.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons les applications industrielles et techniques de la MHD, et une recherche bibliographique portant sur les effets magnétiques sur la convection naturelle, mixte et forcée dans les écoulements MHD.

Dans le troisième chapitre, nous exposons la formulation mathématique du problème, c'est à dire, la définition du modèle physique proposé, les équations de base régissant ce modèle physique ainsi que tous les paramètres de contrôle.

Le quatrième chapitre comprend un bref aperçu sur les CFD, en particulier le logiciel commercial Fluent® et une présentation détaillé du modèle magnétohydrodynamique dans Fluent.

Dans le cinquième chapitre, nous présentons d'abord une validation des résultats du modèle MHD du code Fluent® d'un écoulement MHD par comparaisons avec les résultats de la littérature, ensuite une investigation détaillée sur les écoulements MHD en convection mixte dans un canal vertical est effectuée. Dans cette investigation, nous avons analysé les effets des forces électromagnétiques sur l'écoulement, la distribution de vitesse, la chute de pression et le transfert de chaleur mis en jeu. A la fin du chapitre, nous présentons une étude paramétrique où l'effet des différents paramètres de contrôle a été effectué.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale qui trace les principaux résultats obtenus dans cette étude ainsi que les perspectives à envisagées éventuellement dans le futur.

CHAPITRE I

APERÇUE SUR LES ECOULEMENTS MHD LAMINAIRES DANS LES CONDUITS ET LES CANAUX

I.1 Généralités

La magnétohydrodynamique (en abréviation MHD) est une discipline scientifique qui décrit le mouvement des fluides conducteurs de l'électricité (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques.

De tels écoulements sont rencontrés dans de nombreux phénomènes dans la nature (noyaux terrestre, Plasmas solaire, etc.) ainsi que dans une grande variété d'applications, de processus industriels notamment en métallurgie, dans les échangeurs de chaleur des réacteurs à fusion nucléaire…etc. Elle s'applique aux métaux liquides (mercure, métaux alcalins fondus), aux gaz faiblement ionisés, aux plasmas et aux solutions aqueuses.

Ce type d'écoulement, dont la description combine à la fois les équations de l'électromagnétisme (induction, loi d'Ohm) et de l'hydrodynamique (Navier-Stockes), provoque une riche variété de phénomènes magnétohydrodynamiques, de comportement difficilement prévisible théoriquement et numériquement.

Depuis la première moitié du 19ème siècle (1832), Faraday et ses contemporains ont su l'existence des courants induits dans les médias conducteurs, solides ou liquides, en mouvement en présence d'un champ magnétique. En fait, deux événements séparés mais fortement liés peuvent être décrits :

- les courants induits créent un champ magnétique induit en accord avec la loi d'ampère.
- l'interaction entre les courants induits et le champ total, donne lieu à une force appelée force de Lorentz qui influe sur le mouvement original du milieu conducteur.

Ces deux effets fondamentaux de la magnétohydrodynamique expriment l'interaction mutuelle entre le champ liquide en mouvement et le champ électromagnétique qui constitue le domaine d'étude de la M.H.D.

L'importance de l'interaction est caractérisée par un nombre sans dimensions Re_m appelé nombre de Reynolds magnétique ; Re_m est proportionnel à la conductivité électrique du fluide, à sa vitesse et aux dimensions de l'écoulement. L'interaction est généralement faible ($Re_m < 1$) dans les métaux liquides et les gaz faiblement ionisés, et forte ($Re_m > 1$) dans les plasmas.

Les lois du magnétisme et de l'écoulement des fluides ne sont pas une innovation du XX^{ème} siècle, cependant la MHD n'est devenue un sujet à part que dans la fin des années trente. La raison, sans doute, c'est qu'il y avait peu d'intérêt pour les ingénieurs du XIX^{ème} siècle à capitaliser les possibilités offertes par la MHD. Ainsi, alors qu'il ya eu quelques expériences isolées par les physiciens du XIX^{ème} siècle tels que Faraday, qui a essayé de mesurer la tension aux bornes de la rivière Thames induite par son mouvement à travers le champ magnétique terrestre, le sujet temporise jusqu'au la fin du siècle. Les choses ont commencé à changer lorsque les astrophysiciens ont réalisé à quel point les champs magnétiques et les plasmas sont omniprésents partout dans l'univers. Cela a abouti en 1942 avec la découverte de l'onde d'Alfvén par le physicien suédois H. Alvén, qui fut le premier à employer le terme magnétohydrodynamique. Vers la même époque, les géophysiciens ont commencé à soupçonner que le champ magnétique de la terre est généré par effet dynamo dans le métal liquide de son noyau, une première hypothèse avancée en 1919 par Larmor dans le contexte du champ magnétique du soleil. Une période d'intenses recherches et de suivi continue à ce jour.

D'autre part, les physiciens du plasma ont acquis une participation intéressante en MHD dans les années cinquante même temps que la conquête de la fusion thermonucléaire contrôlée s'est accélérée. Ils se sont particulièrement intéressés à l'étude des instabilités des plasmas confinés par les champs magnétiques, de grands progrès dans la théorie de la stabilité ont été faits à la suite.

Les pionniers de la MHD appliquée pour se déplacer ont été les américains O.M. Phillips, et S. Way, qui ont analysé les principes de base de cette application. En 1975, le chercheur français Jean-Pierre Petit, basé au CNRS à Marseille, fut le premier à décrire la MHD comme moyen de déplacement dans l'air. A cette époque on rêvait aussi de produire de l'électricité grâce à la MHD en faisant passer des gaz très chauds dans un champ magnétique, qui a suscité beaucoup d'espoirs, malheureusement déçus à défaut des problèmes techniques infranchissables.

La MHD s'est développée rapidement et devenu un champ d'effort scientifique de grande importance dans divers contextes : géomagnétisme et magnétisme planétaire, astrophysique et technologie des métaux liquide.

Aujourd'hui, la MHD intéresse les militaires russes, français et américains et certainement d'autres pays. Mais ces travaux restent confidentiels, classés secret défense, c'est pourquoi nous ne savons pas aujourd'hui où en est réellement sur la recherche de la MHD.

I.2 Rappels sur la physique de la magnétohydrodynamique (MHD)

Il est intéressant de décrire les phénomènes physiques qui auront lieu lors d'un écoulement de fluide conducteur d'électricité en présence d'un champ magnétique. Pratiquement, un tel champ magnétique est produit par des sources de courant électrique qui peuvent être externe au champ (champ magnétique appliqué) ou bien induites par les mouvements du fluide lui-même. Ces phénomènes peuvent être séparés en trois étapes différentes :

- Pendant que le fluide conducteur d'électricité se déplace à travers les lignes de champ magnétique, une force électromotrice se développe en accord à la loi d'induction de Faraday. Par conséquent, les courants électriques apparaissent dans le fluide.
- Ces courants électriques donnent naissance à un champ magnétique induit selon la loi d'Ampère.
- Le champ magnétique global (appliqué plus induit) s'interagit avec les courants électriques pour produire la force de Lorentz, dont l'action généralement s'oppose au mouvement.

Ceci accentue le fait que, si un champ magnétique peut modifier le mouvement d'un fluide conducteur d'électricité, la réciproque est également vrai.

I.3 Les fluides conducteurs d'électricité

Un fluide conducteur d'électricité est un milieu dans lequel il y a des charges libres qui sont en mouvement. La conductivité électrique notée σ (1/Ohm×m), est l'aptitude d'un fluide conducteur à réagir avec un champ magnétique. Parmi les fluides conducteurs d'électricité on trouve les métaux liquides, les solutions électrolytes et les plasmas, dont voici un bref aperçu :

- Les métaux liquides : Les métaux liquides sont couramment utilisés dans l'industrie pour leurs propriétés spécifiques, en particulier leurs conductivités électriques et thermiques. On peut citer à titre indicatif, le mercure, le Galium, le sodium et d'autre alliage …etc.

Les métaux liquides sont aussi utilisés comme fluides caloporteurs en raison de leur bonne conductivité thermique. Les métaux alcalins, en particulier le sodium, sont utilisés pour le

refroidissement dans les centrales nucléaires. Des pompes magnétohydrodynamiques ont été développées pour cet usage.

En métallurgie, les métaux sont fondus pour leurs mises en forme, comme l'aluminium, le contrôle de leurs écoulements grâce à la MHD, représente un enjeu économique de taille.

-Les électrolytes : Composés permettant le passage du courant électrique par déplacement d'ions quand ils sont à l'état liquide ou en solution. Autrement dit, il s'agit de substances chimiques comme les sels solubles (Nacl + l'eau) ou sels fondus (FLiBe à 500°c).

-Les plasmas : En physique, un plasma décrit un état de la matière constitué de particules chargées (d'ions et d'électrons), tout comme l'état solide, l'état liquide ou l'état gazeux. Le terme plasma, appelé aussi « quatrième état de la matière ».
Le tableau I.1 donne l'ordre de grandeurs de la conductivité électrique de quelques fluides utilisés en MHD.

Liquide	σ ***[1/Ohm×m]***
Electrolytes *faibles*	10^{-4} to 10^{-2}
Electrolytes *fortes* *L'eau+25% NaCl (20℃)* *H_2SO_4 (20℃) pure*	10^{1} to 10^{2} 21.6 73.6
Sels fondues *(FLiNaBe, FLiBe à 500℃)*	~ 150
Métaux liquides *Mercure (20℃)*	10^{6} to 10^{7} 1.0×10^{6}

Tab. I.1 : Ordre de grandeur de la conductivité électrique des milieux liquides [1]

I.4 Les Champs magnétiques

Le champ magnétique (induction magnétique, ou densité de flux magnétique) est une grandeur physique caractérisée par une intensité et une direction, définie en tout point de l'espace et déterminée par la position et l'orientation d'aimants, d'électroaimants et le déplacement de charges électriques. La présence de ce champ se traduit par l'existence d'une force agissant sur les charges électriques en mouvement (force de Lorentz), et de divers effets affectant certains

matériaux (paramagnétisme, diamagnétisme ou ferromagnétisme, selon les cas). L'évolution du champ magnétique est décrite par les équations de Maxwell.

Les applications du champ magnétique sont nombreuses dans la vie courante, elles prennent part de l'orientation des boussoles aux grandes utilisations industrielles tels que la construction d'alternateurs et de moteurs électriques, le stockage d'informations sur bandes magnétiques ou disques durs etc. [58].

L'unité utilisée pour quantifier l'intensité du champ magnétique est le tesla (T), c'est une unité dérivée du système SI. On définit un tesla par un flux d'induction magnétique d'un weber par mètre carré.

Les champs magnétiques de très forte intensité sont utilisés dans les accélérateurs de particules ou les tokamaks pour focaliser un faisceau de particules très énergétiques dans le but de les faire entrer en collision. Les utilisations médicales, comme l'IRM, impliquent des champs d'intensité allant jusqu'à 6 T. Les spectromètres RMN peuvent atteindre des intensités jusqu'à 23,5 T.
A titre indicatif, on donne l'ordre de grandeur de quelques champs magnétiques [1]:

- La Terre : $0.5\ 10^{-4}$ T
- Le Soleil : 10^{-4} T, jusqu'à 0.4 T
- Jupiter : 10^{-2} T (le plus fort champ magnétique planétaire dans le système solaire)
- Les aimants de laboratoire permanent : 1-2 T
- Electromagnets : 25-50 T
- Réacteur de fusion (ARIES RS) : 12 T
- Réacteur de fusion expérimental (NSTX) : 1.5 T

I.5 Les Nombres adimensionnels

Les écoulements magnétohydrodynamiques sont étudiés pour une large gamme des matériaux et des conditions de fonctionnement : de l'eau de mer, en cas de propulsion naval magnétique, aux sels fondus, en cas de réacteurs rapides de fission, en passant par les métaux liquides, en cas des échangeurs des réacteurs à fusion.

La gamme de ces matériaux balaye plusieurs ordres de grandeur de densités, de viscosité et de conductivités, ainsi que les conditions de fonctionnement ; d'un faible champ magnétique d'une installation au laboratoire au plus fort champ magnétique des enroulements supraconducteurs.

Aussi, des températures modérées de l'eau de mer à celles extrêmement haute en moulage continue d'acier.

Pour faire face aux divers problèmes, l'analyse dimensionnelle de l'ensemble d'équations obtenues doit être accomplie. En fait, il est possible de récrire le modèle mathématique sous une forme indépendante des propriétés thermo-physiques du fluide, utilisant un ensemble de paramètres obtenus en tant que rapports sans dimensions.

I.5.1 Le nombre de Reynolds Re

Le nombre de Reynolds joue un rôle crucial dans la turbulence et dans la dynamique des fluides en général. Il peut être interprété comme le rapport de l'ordre de grandeur des forces d'inerties à l'ordre de grandeur des forces visqueuses. Il traduit l'importance du terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes, par rapport aux termes visqueux. Re est défini comme étant le rapport :

$$Re = \frac{U\,L}{\nu} = \frac{forces\ d'inertie}{forces\ visqueuses} \cong \frac{|(\vec{U}.\nabla)\vec{U}|}{|\nu\nabla^2\vec{U}|} \qquad I.1$$

Dans le cas de très faible nombre de Reynolds, $Re \ll 1$, la viscosité à un effet considérable sur l'écoulement en entier, dans le cas contraire le rôle dominant dans l'écoulement est joué par les forces d'inertie.

I.5.2 Le paramètre d'interaction N

Le paramètre d'interaction N est défini par :

$$N = \frac{\sigma\,L\,B^2}{\rho\,U} = \frac{Forces\ électromagnetiques}{Forces\ d'inertie} \cong \frac{|(\vec{J}\times\vec{B})|/\rho}{|(\vec{U}.\nabla)\vec{U}|} \qquad I.2$$

Il représente dimensionnellement, le rapport de la force de Lorentz $\vec{J}\times\vec{B}$ à la force d'inertie du fluide (le terme convectif : $(\vec{U}.\nabla)\vec{U}$). Il traduit l'importance de l'action d'un champ magnétique sur le mouvement du fluide,

Quand $N \ll 1$, les termes non linéaires de N dominent la force de Lorentz et le champ magnétique a seulement un effet dynamique faible sur l'écoulement. En revanche, quand $N \gg 1$ la force de Lorentz est sensiblement plus grande que l'inertie et l'effet du champ magnétique devient significatif.

I.5.3 Nombre de Hartmann Ha

Le rapport des forces électromagnétique aux forces visqueuses mène à un autre groupe adimensionnel, c'est le nombre de Hartmann :

$$Ha^2 = \frac{Forces\ électromagnetiques}{Forces\ visqueuses} \cong \frac{|(\vec{J} \times \vec{B})|}{|\nu \nabla^2 \vec{U}|}, \qquad I.3.a$$

Ce qui peut être exprimé comme suit :

$$Ha = LB\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}} = \sqrt{N\ Re} \qquad I.3.b$$

Parmi les trois nombres Re, N et Ha au moins, deux paramètres sont nécessaires pour caractériser les problèmes magnétohydrodynamiques.

Par convention nous choisissons (Re, N) quand l'inertie joue un rôle significatif, comme dans la turbulence homogène en pleine développement ; et (Re,Ha) quand les phénomènes visqueuses sont d'importance primaire, comme en présence des couches limites [3]. A titre d'indication le nombre de Hartmann, dans les réacteurs de fusion, est susceptible d'être aussi grand que 104 en raison de l'intensité du champ magnétique.

I.5.4 Le Nombre de Reynolds magnétique Re_m

Le nombre de Reynolds magnétique est définie par:

$$Re_m = \frac{U\,L}{\eta} = \frac{Convection\ de\ champ\ magnétique}{diffusion\ de\ champ\ magnétique} = \frac{Champ\ induit}{Champ\ appliqué} \cong \frac{|(\vec{U}.\nabla)\vec{B}|}{|\eta \nabla^2 \vec{B}|} \qquad I.4$$

Le nombre de Reynolds magnétique permet de connaître le régime dans lequel le système étudié se trouve, il est généralement petit dans les expériences de laboratoires (Re_m~1 et < 50) et grand dans les objets cosmiques. Il est indicatif du rapport de la force de la convection à la diffusion dans l'équation d'induction. Selon ce nombre adimensionnel, on distingue deux principaux types d'écoulement MHD [58]:

i. **La MHD résistive,** dite à faible nombre de Reynolds magnétique ($Re_m \leq 1$), C'est le domaine de la magnétohydrodynamique des métaux liquides et les fluides faiblement magnétisés non parfaitement conducteurs. Dans cette situation, la diffusion magnétique surmonte complètement l'intensification du champ magnétique due au mouvement du fluide. Dans un fluide considéré comme conducteur non parfait, le champ magnétique peut se déplacer à travers le fluide suivant une loi de diffusion magnétique où la constante de diffusion est la résistivité du fluide. Cette diffusion conduit à une rupture dans la

topologie magnétique (non reconnexion des lignes de champ magnétique). Le champ additionnel, qui est induit par le fluide, est relativement faible.

ii. **La MHD idéale,** dite aussi à fort nombre de Reynolds magnétique ($Re_m \gg 1$), le fluide est fortement magnétisé, il est traité comme ayant peu ou pas de résistance électrique et on l'assimile à un conducteur parfait "conductivité presque infinie". Dans un tel cas, les effets inductifs dominent la diffusion. C'est habituellement le cas en astrophysique où en raison des dimensions des objets impliqués, le nombre de Reynolds magnétique typique est de l'ordre 10^4 à $10^{10.}$ Dans ce régime la loi de Lenz s'applique de telle sorte que le fluide et les lignes de champ magnétique sont intimement liés : on dit que les lignes de champ sont "gelées" (*frozen in*) dans le fluide. D'ailleurs, les mouvements du fluide peuvent mener à la croissance de l'intensité du champ magnétique dont l'origine est purement interne, ce phénomène connu sous le nom d'effet de dynamo. Ce type d' MHD est rencontré dans les plasmas chauds, tels que les plasmas astrophysiques et thermonucléaires d'origine naturelle (étoiles) ou artificielle (tokamaks).

I.5.5 Le nombre de Grashof

Le nombre de Grashof (Gr) caractérise la convection libre dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. IL permet de caractériser le transfert thermique dû au déplacement naturel d'un fluide. Il est définit de la manière suivante :

$$Gr = \frac{g.\beta.\Delta T.{L_c}^3.\rho^2}{\mu^2} \qquad I.5$$

I.5.6 Le Nombre de Grashof modifié (paramètre de Flottaison) GR

Le nombre de Grashof (paramètre de flottaison) modifié est défini comme étant le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds.

I.5.7 Le Nombre de Brinkman

Le nombre de Brinkman (Br) est utilisé en transfert thermique et sert principalement pour la mise en forme de liquides visqueux tels les polymères. Il donne le rapport entre l'énergie des forces visqueuses dissipée et l'énergie transférée par conduction thermique. Il est définit de la manière suivante :

$$Br = \frac{\mu.v^2}{\lambda.\Delta T} \qquad I.6$$

Plus le nombre est élevé, plus l'énergie dissipée par les forces visqueuses est importante par rapport à l'évacuation de cette énergie, ce qui indique une hausse de température.

I.5.8 Le nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl (Pr) représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique (α). Il est définit de la manière suivante :

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\mu}{\frac{\lambda}{C_p}} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho C_p}} = \frac{\upsilon}{\alpha} \qquad I.7$$

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un Prandtl faible (exemple: métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

I.6 Écoulements MHD laminaires dans les conduits et les canaux

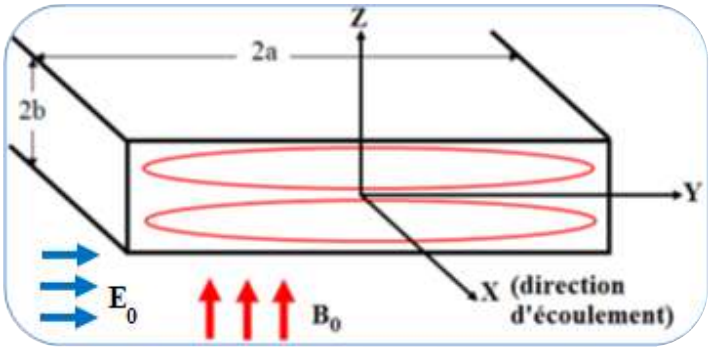
I.6.1 Ecoulement de Hartmann

L'écoulement de Hartmann ou poiseuille-Hartmann, c'est le problème MHD fondamental analogue à l'écoulement plan de poiseuille avec application d'un champ magnétique transversal. C'est l'un des rares problèmes MHD dont la solution analytique existe. Cet écoulement est un cas de test convenable pour l'évaluation des codes de calcul en MHD. Les deux plaques peuvent être d'une conductivité fini ou infini.

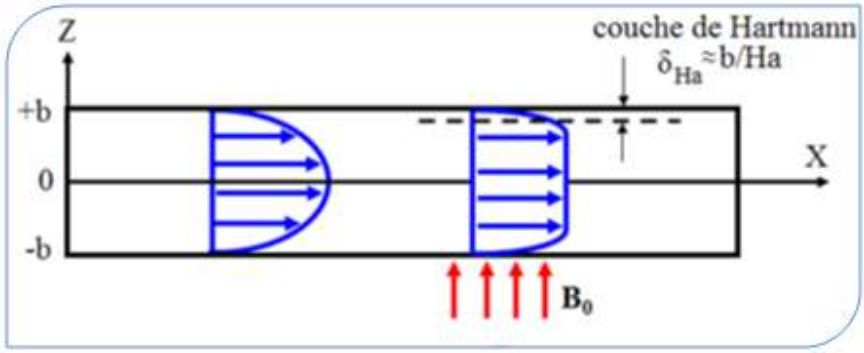
Si nous considérons un conduit rectangulaire avec un grand rapport d'aspect a/b>> 1 (fig. I.1.a), l'écoulement de Hartmann est régit, dans ce cas, par les équations de maxwell, l'équation d'Ohm et l'équation de quantité de mouvement ; en tenant compte que la vitesse doit être nulle à $z = \pm b$, le système suivant peut être résolu analytiquement après projection sur l'axe X et Z :

$$\begin{cases} div(\vec{B}) = 0 \\ \overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \mu_r \vec{j} \\ \vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{U}\, X\, \vec{B}\,) \\ \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U}.\vec{\nabla})\vec{U} = -\frac{1}{\rho}.\vec{\nabla}P + \upsilon.\nabla^2\vec{U} + \frac{1}{\rho} \times (\vec{J} X \vec{B}) \end{cases} \qquad I.8$$

La solution analytique est donnée à la fois pour la distribution du profil de vitesse et les courants induits.



(a)



(b)

Fig. I.1 : (a) Configuration géométrique d'écoulement de Hartmann
(b) profil de vitesse d'un écoulement de Hartmann [1]

Le profil de vitesse adimensionnel dans ce cas est donné par l'équation [59] :

$$\frac{U}{U_m} = \frac{Ha}{Ha - \tanh Ha}\left[1 - \frac{\cosh(Ha \times z/b)}{\cosh Ha}\right] \qquad 1.9$$

Si le nombre de Hartmann Ha augmente, le profil de vitesse s'aplati de plus en plus au niveau du milieu du conduit Cet effet est connu sous le nom **"l'effet de Hartmann" (**fig. I.2).

La couche mince, située près du mur, où le changement de vitesse de l'écoulement passe de zéro à U_m est appelé **"couche de Hartmann".**

L'effet de Hartmann est causé par la force de Lorentz, qui accélère le fluide dans les couches de Hartmann et le ralentit à l'intérieur.

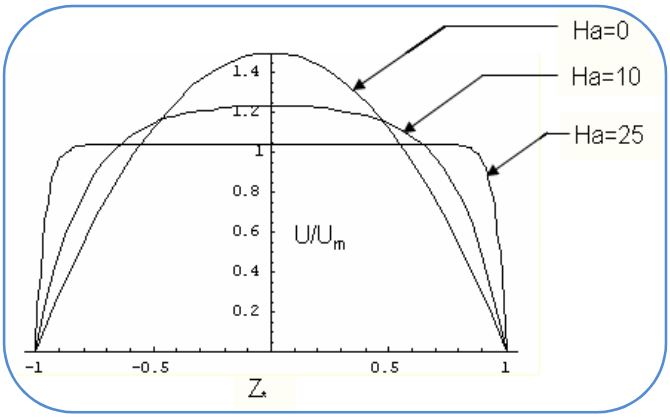


Fig. I.2 : Profil d'écoulement de poiseuille-Hartmann [1]

I.6.2 Les Ecoulements MHD dans les conduits rectangulaires

I.6.2.1 Phénomène de base

Il est claire qu'une bonne compréhension des phénomènes magnétohydrodynamique dans les géométries simples est plus que nécessaire pour l'étude des phénomènes plus compliqués qui se produisent dans des dispositifs comportant des écoulements de magnétohydrodynamique.

Afin de mieux illustrer le phénomène physique, nous considérons le conduit représenté sur la figure I.3.

La force de Lorentz $\vec{F}=Q\vec{u}\ X\ \vec{B}$ qui agit sur les charges électriques Q, en convection par le fluide, donne lieu à une densité de courant induite $\vec{J_i} = \sigma\vec{u}\ X\ \vec{B}$. En même temps, la séparation de charges crie à travers le conduit une distribution du potentiel électrique φ; ceci a comme conséquence un courant électrique diffusif de densité $\overrightarrow{J_d}= -\sigma\vec{\nabla}\varphi$ opposé à $\overrightarrow{J_i}$. La densité de courant total est $\vec{J} = \sigma(\vec{u}\ X\ \vec{B} - \vec{\nabla}\varphi)$ (fig. I.4). L'interaction entre la densité de courant $\vec{J}$ et l'induction magnétique du champ $\vec{B}$ donne lieu à une force MHD par densité de volume $\vec{f_L}=\vec{J}X\vec{B}$; ceci peut localement s'opposer ou aider le mouvement du fluide et ce selon que le courant induit ou diffusif $\vec{J_i}$ ou $\overrightarrow{J_d}$ régnant [50].

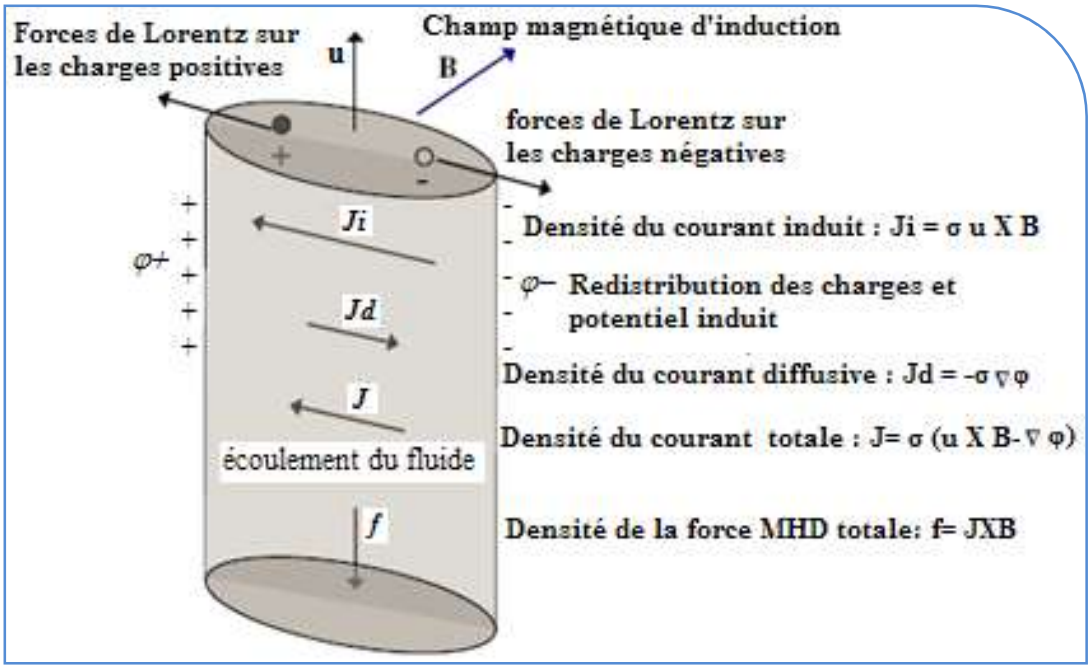
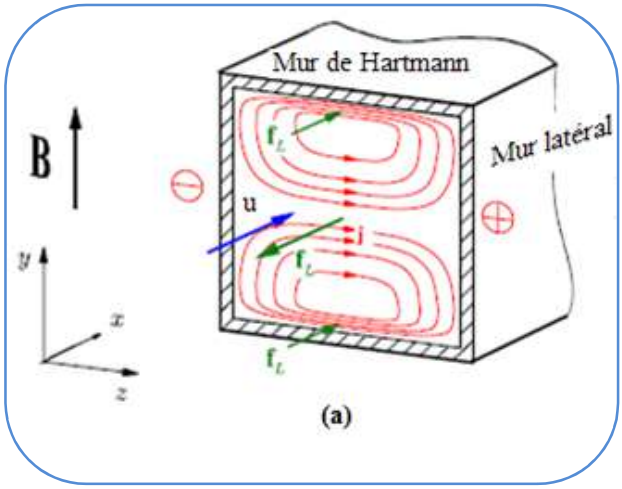


Fig. I.3 : Forces de Lorentz et courants électriques induits dans un écoulement MHD [50]

Pour mieux illustrer le phénomène, considérons l'écoulement laminaire permanent dans un conduit à section carrée de dimension 2δ × 2δ (fig. I.4.a). Un fluide électriquement conducteur s'écoule dans le conduit sous l'action d'un gradient de pression constant et une vitesse constante $\vec{U} = (u, 0, 0)$. Un champ magnétique externe uniforme, $\vec{B} = (0, B, 0)$, est appliqué perpendiculairement à l'axe principal du conduit. Le profil typique de vitesse est reporté dans la figure I.5(b).



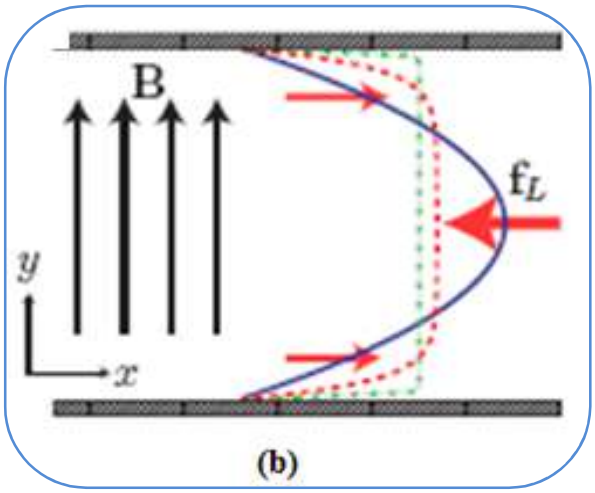


Figure I.4 : (a) schéma de base phénoménologique d'un écoulement MHD dans un conduit. (b) profils typique de vitesse au centre du conduit, z=0 fonction de y. —: écoulement hydrodynamique, − − −: écoulement MHD faible Ha, − · − écoulement MHD Ha élevé [34]

Dans le centre du conduit, l'interaction du champ magnétique avec le mouvement du fluide induit un champ électrique $\vec{U}X\vec{B}$, et donc un courant électrique $\vec{J}$. Par conséquent, une tension apparaît entre les parois latérales (fig. I.4(a)). Si les murs sont faits d'un matériau électriquement isolant, le courant ne peut quitter le domaine du fluide, en raison de la condition de conservation de charge, les chemins de courant doivent être fermés au sein du fluide. Dans la couche limite visqueuse, où la vitesse est faible, le courant électrique est entraîné le long du mur par un gradient du potentiel.

La force de Lorentz est directement spécifiée par la composante du courant qui est perpendiculaire au champ magnétique : $\overrightarrow{f_L}=\vec{J}\,X\,\vec{B}$. Dans la région centre du conduit, où la vitesse maximale est atteinte, habituellement appelé le noyau, les forces électromagnétiques s'opposent au mouvement du fluide et réduit ainsi sa vitesse; ce freinage magnétique conduit à un profil de vitesse aplati.

Près des murs de Hartmann, comme la vitesse s'annule en raison des conditions de non glissement, le courant diffusif règne et les forces électromagnétiques résultantes facilitent le mouvement du fluide (elles s'opposent au freinage visqueux), en conduisant à un profil de vitesse raide dans les couches limites mince (appelé couches de Hartmann). Des couches limites semblables sont formées sur les murs latéraux mais plus profondément.

La force de Lorentz contribue à la chute de pression globale. Pour un champ magnétique très fort, la contribution électromagnétique à la chute de pression peut même dominer les forces visqueuses.

Les effets du champ magnétique sur l'écoulement d'un fluide conducteur d'électricité dépendent de la façon dont les boucles de courant s'établissent dans le domaine. Sur la figure I.5, sont représentées les lignes de courant pour le cas de murs solides de différentes conductivités. L'intensité des courants totaux dans le fluide (et donc les forces MHD totales) dépend de la résistance globale rencontrées par les boucles des courants, qui inclue la résistance intérieure de l'écoulement, la résistance des couches de Hartmann et des parois solides (résistances de retour) [50].

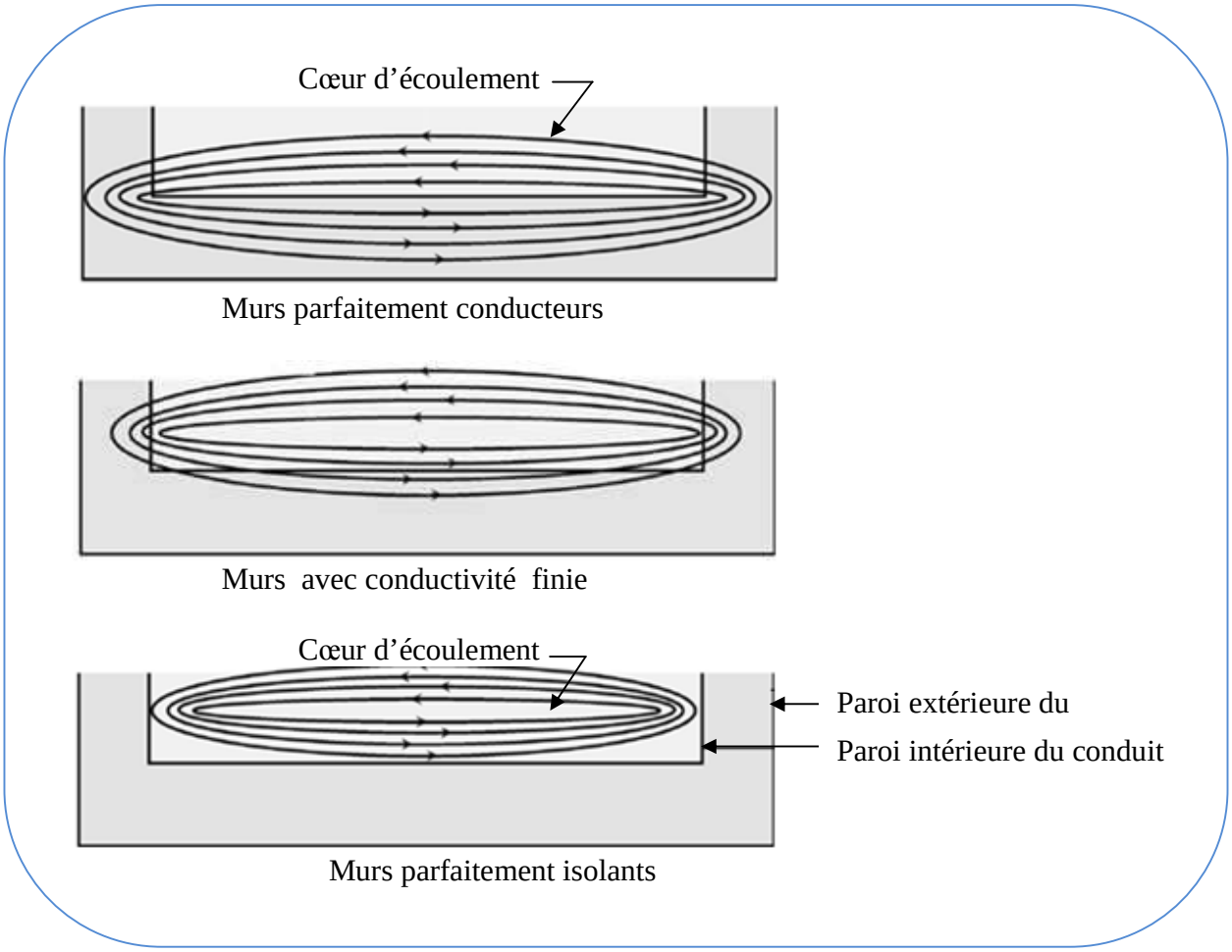


Fig. I.5 : représentation schématique des lignes de courant pour murs de différentes conductivités [50]

Dans le cas des parois de conductivité élevés, les boucles de courant se ferment entièrement dans les murs, la résistance de retour devient négligeable et la seule résistance électrique à la boucle est la résistance intérieure du fluide. Comme conséquence, les forces MHD s'opposent au mouvement du fluide partout, les courants globaux et les forces de freinage MHD sont les plus élevés, et l'atténuation magnétohydrodynamique de la vitesse d'écoulement est plus importante.

Dans le cas des parois électriquement isolantes, les boucles de courant se ferment à travers les couches minces de Hartmann; la résistance électrique de la boucle est plus élevée, tandis que les courants sont faibles, et de même pour les effets de freinage MHD. Un comportement intermédiaire est obtenu pour les murs de conductivité finie.

I.6.2.2 Couches de Hartmann

Les couches de Hartmann qui se trouvent au voisinage des parois de Hartmann dans les conduits des écoulements MHD présentent les mêmes caractéristiques que les écoulements de Hartmann-poiseuille. L'épaisseur de cette couche est donnée par : $\delta_{\mathrm{Ha}} = Ha^{-1}\delta$. Ce type de dépendance au nombre de Hartmann s'écrit habituellement $\delta_{\mathrm{Ha}} \sim \mathrm{O}(Ha^{-1})$, δ (la moitie de la largeur du conduit).

I.6.2.3 Couches latérales

Près des murs bilatéraux (murs parallèles au champ), on trouve les couches latérales ou couches de Shercliff. Dans ces couches, le courant électrique est presque parallèle au champ magnétique, et on s'attendait à un comportement hydrodynamique du champ d'écoulement. Toutefois, il s'avère que le champ magnétique affecte aussi bien le profil dans cette région, mais d'une manière complètement différente. Une des caractéristiques les plus remarquables de ces couches latérales est que, dans certains cas, les vitesses peuvent être beaucoup plus grandes que celle dans le noyau de l'écoulement. Afin de comprendre ce phénomène, le rôle du mur bordant doit être discuté plus d'avantage.

Le profil de vitesse dépend fortement de la conductivité du matériau enveloppant. En effet, elle influe sur l'intensité et la distribution du courant électrique, et delà, sur la force de Lorentz dans le fluide. Pour illustrer ces effets, nous présentons quatre cas séparément [34] :

Conduit parfaitement isolant

Ce cas a été étudié d'abord par Shercliff (1953), les chemins du courant se ferment à travers les couches limites visqueuses. Puisque les couches de Hartmann sont relativement minces, leur résistance électrique est grande et l'intensité du courant électrique est faible. La solution trouvée montre que l'épaisseur typique de la couche latérale δ_S, est de l'ordre $O\left(Ha^{-1/2}\right)$. Le profil de vitesse et les lignes de courant sont représentés sur la figure I.6.

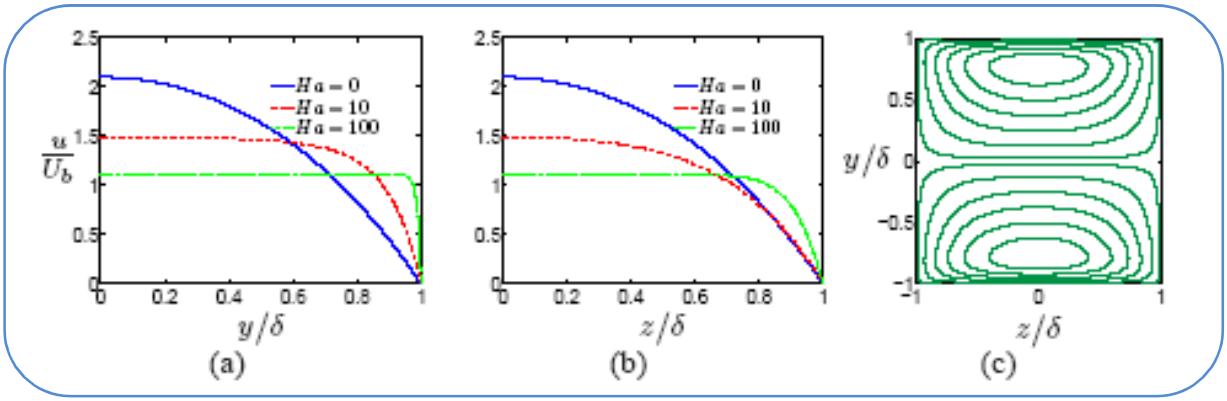


Fig. I.6 : Murs parfaitement isolants, la même configuration de la fig. I.4(a)
(a) - (b) : Profils de vitesse le long des deux lignes centrales z = 0 et y = 0, respectivement.
(c) : Modèle typique des courants électriques dans la section transversale du conduit [34]

Conduit parfaitement conducteur

Pour des murs parfaitement conducteurs, c'est-à-dire $\sigma_w \to \infty$, une fraction significative des courants forme une boucle à travers ces murs où elle ne rencontre aucune résistance. Par conséquent, nous nous prévoyons une force de Lorentz beaucoup plus forte et delà, une chute de pression électromagnétique importante pour les frontières conductrices comparées au cas isolantes. La solution analytique de ce problème montre que l'épaisseur de la couche latérale demeure inchangeable, comme dans le cas précédent (c.-à-d. $\delta_S \sim O\left(Ha^{-1/2}\right)$).

En outre, on peut observer que les lignes de courants sont légèrement courbées pendant qu'on s'approche des murs latéraux (fig. I.7(c)). La composante du courant perpendiculaire au champ magnétique est moins intense dans la couche latérale qu'au centre du conduit, ceci donne lieu à un maximum local dans le profil de vitesse. Ce phénomène est appelé une survitesse, il est a été noté qu'il n'est évident que si $Ha \geq 30$.

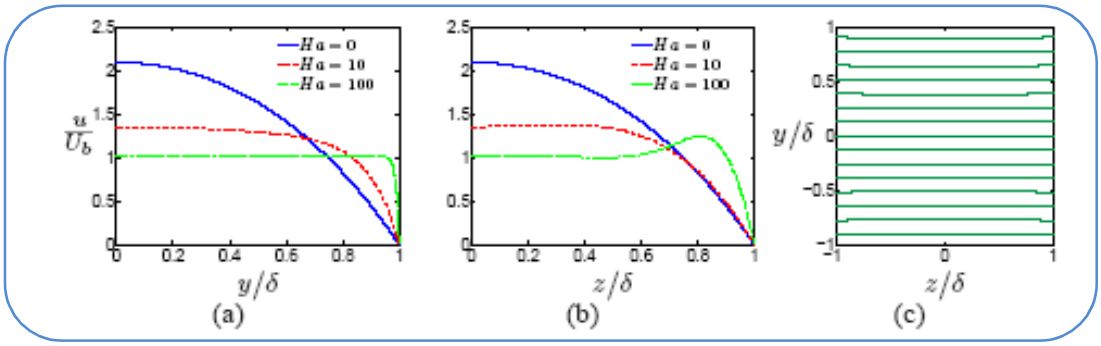


Fig. I.7 : Conduit carré avec Murs parfaitement conducteurs.
(a) –(b) : Profils de vitesse adimensionnels au centre du conduit.
(c) : Modèle typique des courants électriques dans la section transversale du conduit [34]

Conduit avec murs de Hartmann conducteurs et murs latéraux parfaitement isolants

Ce cas a été résolu avec plusieurs autres combinaisons des conductivités de mur par Hunt (1965). Pour des murs de Hartmann parfaitement conducteurs ($\sigma_{wH} \to \infty$) et des murs latéraux parfaitement isolants ($\sigma_{wS} = 0$), nous pouvons observer en même temps :

− Une forte atténuation dans le noyau, car l'intensité des courants induits peuvent être très grande (fig. I.8(a)).

− Une disparition de la force de Lorentz dans la couche latérale, car les courants électriques sont presque parallèles au champ magnétique (fig. I.8(c)).

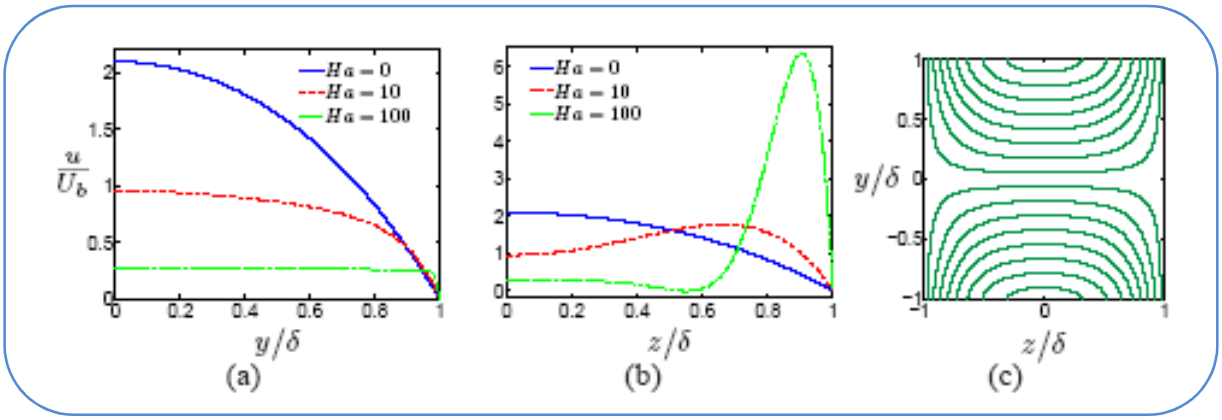


Fig. I.8 : Conduit carré avec des murs de Hartmann parfaitement conducteur (y = ±δ) et des murs latéraux parfaitement isolant (z = ±δ).
(a) - (b) : Profils de vitesse adimensionnels au centre du conduit.
(c) : Modèle typique des courants électriques dans la section transversale du conduit [34]

Comme conséquence, des vitesses élevées sont produites dans les couches latérales pour permettre aux forces visqueuses d'équilibrer le gradient de pression. À la différence du cas précédent, la vitesse dans la couche latérale est de l'ordre de $O(\mathrm{Ha})$. Pour cette raison, ce phénomène est qualifié comme un jet plutôt qu'une survitesse.

Quand $Ha \to \infty$ la fraction de masse de l'écoulement portée par les jets augmente, alors que la masse du fluide en écoulement dans le noyau tend vers zéro. Le profil de vitesse au centre du conduit le long de la direction z prend la forme de la lettre M, appelé communément le profil en forme M (Fig. I.9). Il est à noté également qu'à proximité de la région du jet, une faible inversion de l'écoulement (c.-à-d. vitesse négative) est observé pour Ha est ≥ 89.

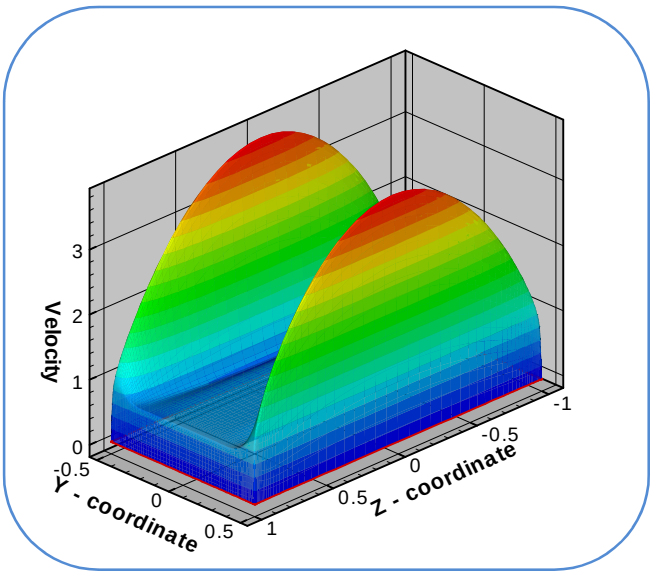


Fig. I.9 : Profil de vitesse en forme de la lettre M [1]

Conduit avec Murs de conductivité finie

Pour $0 < \sigma_w < \infty$, c'est le cas le plus intéressant d'un point de vue pratique, aucune solution exacte aux équations d'écoulement laminaire n'est donnée pour ce cas. Toutefois plusieurs analyses asymptotiques, valide au champ magnétique très élevé, ont été établis. Elles sont basées sur des hypothèses de l'ordre de grandeur des différents termes dans les équations gouvernantes. Les études ont montré que le profil de vitesse, en particulier la vitesse dans le côté latéral, est régis principalement par l'importance relative du paramètre de conductibilité de mur, c_w, et du nombre de Hartmann, Ha. Dans ces conditions, diverses situations peuvent être distinguées :

− Si $c_w \ll Ha^{-1}$: L'écoulement est identique à l'écoulement dans un conduit isolant (c.-à-d. pas de jets ou de survitesse).

− Si $Ha^{-1} \ll c_w \ll Ha^{-1/2}$: Apparition d'un jet de faible intensité. La vitesse dans la couche latérale est de l'ordre de $O(c_w . Ha)$.

− Si $Ha^{-1/2} \ll c_w \ll 1$: Apparition d'un jet dont l'intensité est de l'ordre de $O(Ha)^{1/2}$.

− Si $1 \ll c_w \ll Ha^{1/2}$: Développement d'un jet dont l'intensité est de l'ordre de $O\left(Ha^{1/2} {c_w}^{-1}\right)$.

− Si $c_w \gg Ha^{1/2}$: L'écoulement est identique à l'écoulement dans un conduit parfaitement conducteur (c.-à-d. survitesse de l'ordre de $O(1)$.

En résumé, pour un champ magnétique modéré à un champ fort (un nombre de Hartmann moyen à un nombre élevé), les propriétés principales des écoulements magnétohydrodynamique laminaires dans un conduit sont :

- Une distribution de densité de courant presque homogène, menant lieu à une force de Lorentz homogène dans le noyau. Le profil de vitesse dans cette région est très plat.
- Près des murs de Hartmann, des couches limites très minces sont observés, leurs épaisseurs est de l'ordre de $O\ (Ha^{-1})$.
- Près des murs latéraux, les couches limites d'une manière analogue que les couches de Hartmann. Leur épaisseur diminue également avec l'augmentation du nombre Ha mais avec une intensité moindre, $O\left(Ha^{-1/2}\right)$. Selon la conductivité des frontières, la vitesse dans la couche latérale peut être plus grande que la vitesse dans le noyau et peut exhiber un maximum local (survitesse, ou jet).

I.7 Transition du laminaire au turbulent en écoulement MHD

Des expériences récentes, menées sur un tore réel contenant du mercure, ont montré que la transition d'un écoulement MHD laminaire vers un régime turbulent dépend d'un nombre adimensionnel R qui est le rapport du nombre de Reynolds au nombre de Hartmann ($R = {Re}/{Ha}$), et la transition est observée à partir de $R_c = 380$ et ce quelque soient les nombres de Reynolds ou de Hartmann. [42].

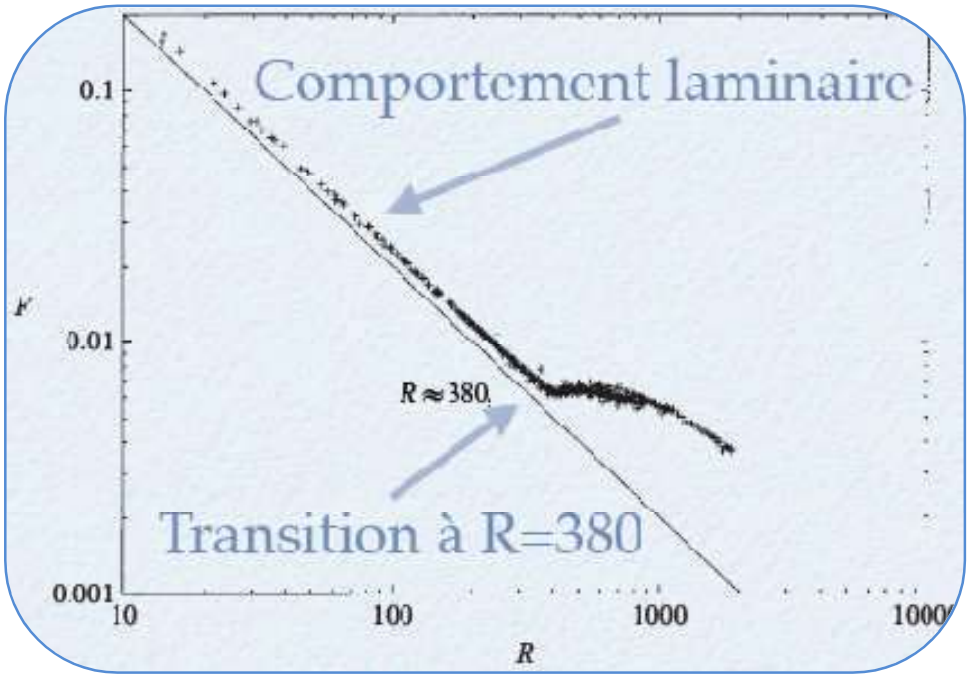


Fig. I.10 : Régime laminaire et transition vers le turbulent en écoulement MHD [42]

I.8 Perte de charge en écoulements MHD laminaires dans les conduits et les canaux

La Chute de Pression Magnétohydrodynamique dans un canal (fig. I.1(a)) est donnée par la relation (Mohamed Abdou, 2007) :

$$\Delta p = \xi \ \frac{l}{2b}\frac{\rho U_m{}^2}{2} \qquad I.10$$

Le coefficient ξ est donné par :

$$\xi \ = \frac{8}{Re}\ \frac{Ha^2}{c_w+1}\ \frac{c_w Ha+\tanh Ha}{Ha-\tanh Ha} \qquad I.11$$

Puisque

$$Re = \frac{U_m 2b}{\upsilon}, \qquad I.12$$

$$Ha = B_0 b\sqrt{\frac{\sigma}{\nu\rho}} \qquad I.13$$

On aura :

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \frac{1}{3}\ \frac{Ha^2}{c_w+1}\ \frac{c_w Ha+\tanh Ha}{Ha-\tanh Ha} \qquad I.14$$

Si le nombre $Ha \to 0$, $\xi \to \xi_0 = \frac{24}{Re}$,

On distingue deux cas de figure :

- Murs non conducteurs$(c_w = 0), Ha \gg 1$:)

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \frac{1}{3} Ha \qquad I.15$$

- Murs conducteurs$(c_w > 0), Ha \gg 1$:)

$$\frac{\xi}{\xi_0} = \frac{1}{3} \frac{c_w}{c_w+1} Ha^2 \qquad I.16$$

A noter que : $c_w = \frac{e_w \sigma_w}{b\sigma}$;

CHAPITRE II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE (Applications de MHD et Synthèse Bibliographique)

II.1 Introduction

Bien qu'un effort mondial considérable ait été entrepris dans ce domaine dans la plupart des pays industrialisés, toutefois les recherches sont rapidement abandonnées face à des obstacles techniques apparemment insurmontables. L'intérêt à la MHD a baissé évidemment et l'impression générale qui a duré pendant un moment était que " la MHD ne fonctionne pas". Depuis lors, l'intérêt a été graduellement rétabli suite à l'apparition de nouvelles applications industrielles intéressantes de la MHD. Historiquement, la MHD a connu un recul datant des années 1970, dû à l'échec de la production d'électricité MHD utilisant le plasma chaud à très haute vitesse comme fluide conducteur.

Les applications de la MHD sont présentes dans beaucoup de domaines. Cependant, les recherches actuelles s'accentuent avec de bonnes perspectives dans les domaines suivant :

- Procédés de solidification sous un champ magnétique, dont l'objectif est de commander la convection naturelle par champ magnétique afin d'obtenir une croissance en cristal homogène.
- Refroidissement des réacteurs à fusion thermonucléaires.
- Études de la commande magnétique de la turbulence.
- Étude de l'effet de dynamo pour les balances astrophysiques de la MHD.

II.2 Les Applications de la MHD

Il y a lieu de rappeler la grande diversité des domaines d'intérêts de la MHD, qui vont de l'astrophysique et la géophysique à l'ensemble des techniques industrielles utilisant les fluides conducteurs, à la fusion thermonucléaire et l'énergie nucléaire. Quelques brefs détails sont exposés dans ce chapitre.

II.2.1 La Géophysique

Le noyau fluide de la terre se compose principalement du fer fondu. C'est ici qu'on croit que le champ magnétique de la terre est produit. L'étude et la solution des équations de la magnétohydrodynamique devraient nous permettre d'expliquer des phénomènes tels que le changement progressif du champ avec le temps et les inversions peu fréquentes et irrégulières du champ. La magnétohydrodynamique peut également être employée pour décrire l'ionosphère.

II.2.2 L'Astrophysique

La MHD a également trouvée un champ très riche d'applications dans l'astrophysique; En effet, la matière de l'univers est composée de plasma à plus de 99 %, dont les étoiles, les milieux interplanétaire et interstellaire etc.

Les applications s'étendent sur un spectre large couvrant, entre autres, la physique spatiale et l'étude des environnements planétaires, la physique de la couronne solaire, la formation stellaire, etc.

A titre d'exemple le Soleil dont la grande partie se compose d'hydrogène ionisé, l'application des équations de la MHD dans ce cas, nous permet de comprendre et d'expliquer beaucoup de phénomènes physique entre autre le chauffage de la corona qui atteint des températures jusqu'à 10^6 K.

II.2.3 L'industrie et les applications technologiques

La MHD est aussi directement au cœur des applications technologiques sous forme de machines électromagnétiques sans pièce mobile, appelées des convertisseurs MHD (générateurs et accélérateur MHD) qui agissent sur le fluide au moyen de la force électromagnétique.

Nous présentons une description de quelques processus industriels et systèmes techniques où les effets de la MHD sont utilisés :

II.2.3.1 Débitmètres électromagnétiques

Les débitmètres électromagnétiques peuvent être employés pour mesurer avec précision le débit des liquides conducteur d'électricité dans un conduit en présence d'un champ magnétique. Ils sont utilisés couramment dans l'industrie pétrolière, chimique, pharmacologie …etc. Leur fonctionnement est basé sur la loi d'induction de Faradays, qui stipule qu'une tension est induite dans un conducteur se déplaçant dans un champ magnétique. L'importance de la tension induite E est directement proportionnelle à la vitesse du conducteur V, la largeur D de conducteur, et la force du champ magnétique B,

$$E \propto B\, D\, V \qquad \text{II.1}$$

Ce principe est appliqué à un fluide conducteur qui traverse un champ magnétique perpendiculaire au sens d'écoulement (Fig. II.1). La tension induite dans le fluide est mesurée au moyen de deux électrodes, installées diamétralement opposées.

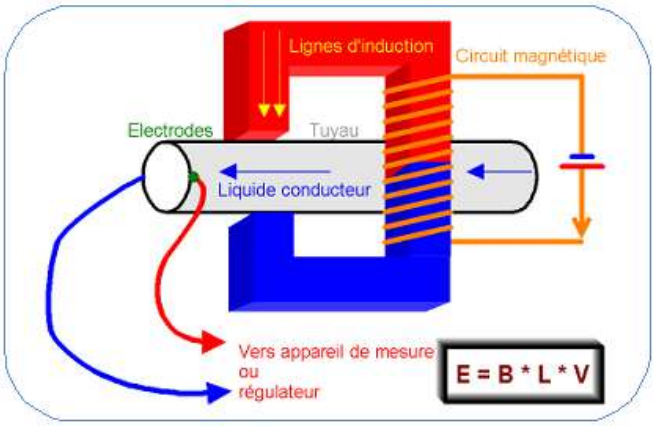


Fig. II.1 : Principe de fonctionnement d'un débitmètre électromagnétique [58]

II.2.3.2 Les Pompes MHD

Les forces électromagnétiques peuvent être employées pour pomper les métaux liquides dans l'industrie chimique, en métallurgie et dans les systèmes de refroidissement des centrales nucléaires.

Dans une pompe MHD, le fluide conducteur d'électricité est confiné dans un conduit isolant où des électrodes plates sont installées pour produire un champ électrique orthogonal au champ magnétique externe appliqué. La force électromotrice exercée par les électrodes plates crée un courant, et le mouvement des charges est accéléré par la présence du champ magnétique. Une installation typique d'un tel dispositif est donnée sur la figure II.2.

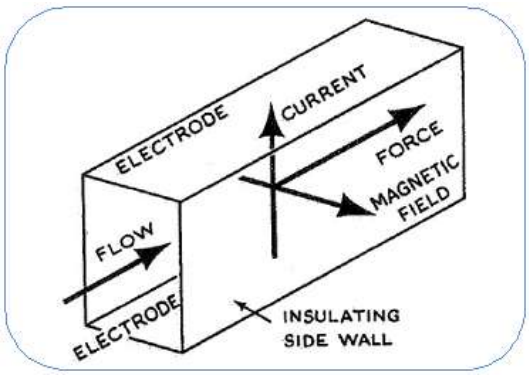


Fig. II.2 : Principe du pompage électromagnétique [54]

L'absence des pièces mobiles, roulements et joints dans les pompes MHD, élimine les fuites et facilite l'entretien de ces équipements. A titre d'indication dans les réacteurs nucléaires avec un métal liquide comme caloporteur, les pompes électromagnétique ont fonctionné pendant des décennies.

II.2.3.3 Production d'électricité Magnétohydrodynamique

Dans ce processus, l'énergie cinétique du fluide (métal liquide ou un plasma) est transformée en énergie électrique. Quand un fluide conducteur d'électricité entre dans une conduite, au-dessous de deux pôles d'un aimant, avec une vitesse u un courant induit est produit selon la loi d'Ohm et recueilli aux bornes d'électrodes immergées et commutées à une charge (Fig. II.3). Le fluide joue le rôle d'un rotor et le conduit le rôle d'un stator. L'avantage de ce type de production de l'électricité est l'absence des machines mobiles, qui permet de fonctionner à des températures beaucoup plus élevées que dans d'autres systèmes de production d'électricité. En conséquence, des rendements plus élevés peuvent être atteints. L'électricité peut être produite avec un système en cycle ouvert ou fermé.

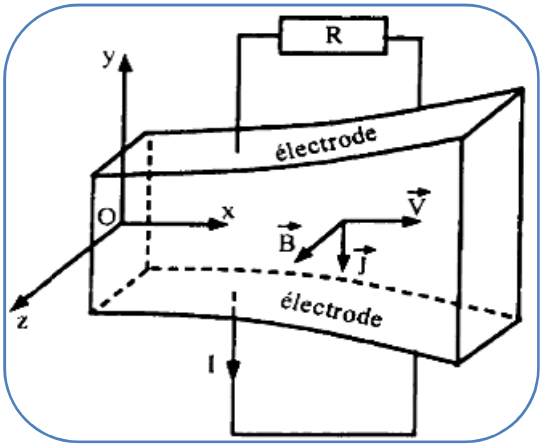


Fig. II.3 : Principe de production d'électricité MHD [58]

Une installation MHD/vapeur peut réaliser des efficacités jusqu'à 60% avec moins d'incidences sur l'environnement que d'autre type de technologie. Des efficacités considérables avec plus de 65- 70 % peuvent être atteintes si un cycle triple est utilisé, y compris un générateur MHD, une turbine à gaz et une turbine à vapeur.

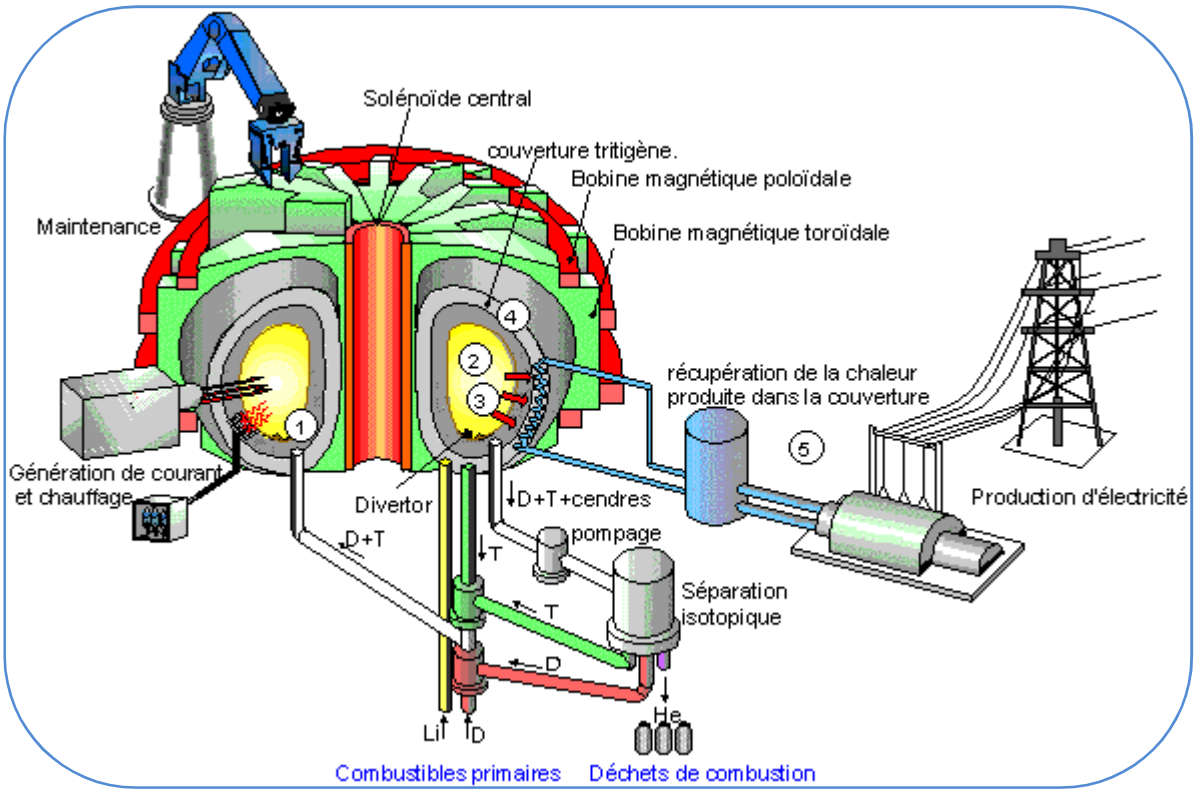
II.2.3.4 Couvertures tritigènes dans les réacteurs de fusion Nucléaire

L'énergie de fusion a été identifiée comme source prometteuse pendant d'un demi de siècle et si on admet que les centrales industrielles ne seront pas opérationnelles dans le siècle à venir, la recherche est très active dans ce domaine. Les effets de la MHD sont importants dans la dite couverture " blanket ", composant fondamental des futurs réacteurs à fusion nucléaire. Il est situé entre le plasma et les refroidisseurs magnétiques de champ (Fig. II.4).

La couverture tritigène doit remplir plusieurs fonctions. Tout d'abord, elle rassemble les neutrons rapides émis par les réactions de fusion et convertisse leur énergie en chaleur, et

protège les aimants supraconducteurs de tout rayonnement préjudiciable. Elle contient du lithium qui doit régénérer le tritium par une réaction nucléaire entre le lithium et un neutron rapide. Le tritium est le carburant de la fusion rare d'existence en nature.

La couverture tritigène est parcourue par un fluide caloporteur qui transporte l'énergie de fusion déposée par les neutrons dans sa structure vers le générateur d'électricité. Sa conception doit avoir un compromis entre les performances énergétiques (rendement maximal de génération d'électricité), de la régénération de tritium et la tenue thermomécanique après irradiation.



1) Injection du combustible; 2) Plasma en confinement; 3) énergie
4) Couverture de Tritigène; 5) Turbine et production d'électricité.

Fig. II.4 : Schéma d'un Réacteur à fusion [58]

Un des types de couvertures tritigènes est la couverture "HCLL" (Helium Cooled Liquid Lithium) utilisant l'eutectique Pb-17Li comme matériau tritigène et multiplicateur de neutrons et l'hélium comme fluide caloporteur avec une température de sortie de 500 °C.

Dans l'écoulement MHD à canaux des couvertures tritigènes, l'interaction des courants électriques induits avec le champ magnétique du confinement appliqué au plasma donne lieu à des effets magnétohydrodynamiques spécifiques dus à la force de Lorentz opposante à

l'écoulement. Ces effets sont multiples, on cite la chute de pression MHD importante, des modifications de la turbulence, distorsion des profils de vitesses, changements du transfert de la chaleur et de masse et d'autres phénomènes MHD.

La chute de pression MHD dans un canal de paroi mince peut être exprimée par la relation (M. Abdou, 2007) :

$$\Delta P_{MHD} = LJB \approx c_w L\sigma VB^2 = \frac{\sigma_w e_w}{\sigma b} L\sigma VB^2 \qquad II.1$$

$c_w = \frac{\sigma_w e_w}{\sigma b}$: représente la mesure de la conductance relative des courants induits.

L : Longueur caractéristique d'écoulement

J : Densité de courant

B : Induction magnétique

V : Vitesse d'écoulement

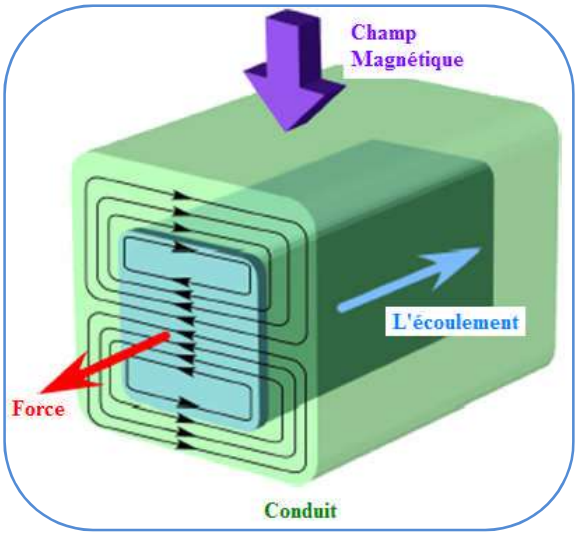


Fig. II.5 : Écoulement MHD type dans un conduit du réacteur à fusion [1]

II.2.3.5 Applications de la MHD en Métallurgie

L'application des forces électromagnétiques dans le processus d'élaboration des métaux a été identifiée comme étant prometteuse du point de vue technologique. Elle se base sur le fait que les champs magnétiques peuvent influencer l'écoulement des fluides conducteur d'électricité par différentes manières.

L'influence de la force électromagnétique sur le métal liquide est connue pour être un élément de processus technologiques moderne en métallurgie ferreuse et non ferreuse. Avec l'aide du champ électromagnétique il est possible de remuer le métal dans les machines de fonte et pendant le traitement hors four. Par conséquent, le traitement de l'alliage obtenu

devient très simple et la qualité du métal augmente, et cela avec une consommation d'énergie réduite.

Aussi, l'application d'un champ magnétique statique peut atténuer le mouvement du fluide et supprimer les fluctuations turbulentes non désirées. Ceci est dû à la présence des courants induits qui mène à la dissipation de Joule et à la conversion conséquente de l'énergie cinétique en chaleur. Ce phénomène est employé, par exemple, dans la coulée continue de grandes galettes en acier pour supprimer le mouvement du gicleur submergé qui alimente le moule.

De même dans la croissance des cristaux des semi-conducteurs des écoulements turbulents sont souvent indésirable. L'application des champs magnétiques réguliers fournit des moyens commandes pour l'atténuation des fluctuations turbulentes et pour la laminarisation des écoulements. Cependant, les détails de la façon dont un champ magnétique affecte la transition à la turbulence sont encore mal compris.

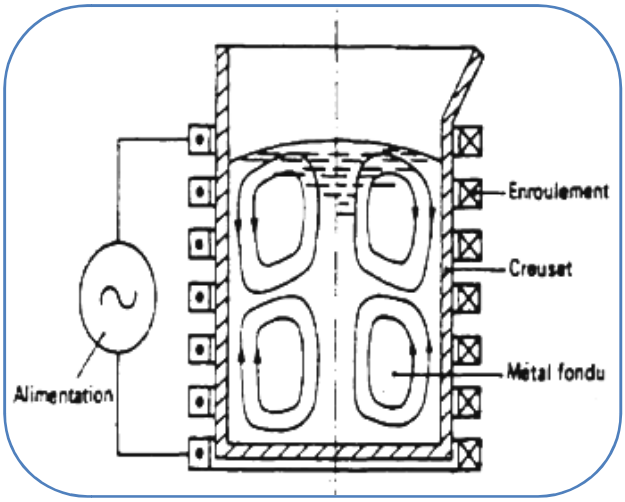


Fig. II.6 : Principe de l'agitation électromagnétique [58]

Par ailleurs, des champs magnétiques tournants peuvent produire un mouvement de tourbillonnement employé pour remuer les fontes. Par exemple dans l'homogénéisation de la partie liquide de lingots partiellement solidifiés pour obtenir des produits d'homogénéité et de pureté élevée.

Le traitement électromagnétique des matériaux inclut également la stabilisation des fontes et les surfaces libres, la soudure laser et le traitement de surface, la production des poudres très fines, les semi-conducteurs, les superalliages de haute performance et l'aluminium. Un système d'agitation électromagnétique typique est représenté sur la figure II.6.

II.3 Revue bibliographique

Durant les dernières années, un intérêt croissant a été porté à l'étude des effets magnétohydrodynamiques sur les écoulements de convection mixte et naturelle. Un tel intérêt à la matière est dû aux grand nombre d'applications technologiques possibles. Ainsi, en métallurgie où la qualité des matériaux produit dans le régime de cristallogenèse contrôlée, peut être influencée par les effets d'un champ magnétique imposé externe.

Récemment, étant augmenté les efforts vers la réalisation des machines de fusion nucléaire, les effets de la magnétohydrodynamique sur écoulements des métaux liquides sont étudiés pour améliorer la conception des composants critiques, tels que les couvertures des réacteurs expérimentaux.

Afin d'exploiter une utilisation efficace des phénomènes électromagnétiques dans les processus industriels et les systèmes techniques, une bonne compréhension des effets de l'application d'un champ magnétique sur l'écoulement des fluides conducteurs d'électricité dans les canaux et les divers éléments géométriques, est nécessaire. L'intérêt est majeur, car ces géométries sont les composants de base des dispositifs et des installations industriels.

Des données numériques et expérimentales sont nécessaires donc pour prévoir la chute de pression, la distribution de courant électrique et les structures d'écoulement qui caractérisent les écoulements magnétohydrodynamique dans de telles géométries. Les expériences au laboratoire sont parfois difficiles et trop couteuse, d'ailleurs, les limitations techniques peuvent constituer une entrave dans beaucoup de cas. A cet effet, les simulations numériques représentent un outil très important pour étudier ces écoulements et compléter, ainsi les résultats expérimentaux. Une combinaison des données expérimentales, des calculs numériques et des solutions analytiques permet de couvrir un éventail de paramètres qui décrivent les conditions de fonctionnement de tels systèmes.
L'étude des écoulements MHD a suscité un grand nombre de travaux ces dernières années, cet intérêt est dû à l'implication de la MHD dans différents secteurs.

Dans le cadre de ce travail, une revue de différentes investigations effectuées dans le passé sur l'effet de la présence d'un champ magnétique sur la structure de l'écoulement d'un fluide électriquement conducteur, et par conséquent sur le transfert de chaleur est effectuée.

A cet effet, nous présentons dans ce chapitre, une revue bibliographique des travaux en rapport avec les écoulements MHD classés en trois catégories et ce selon le régime d'écoulement: libre, forcée et mixte, en se référant aux applications les plus répandues.

II.3.1 Ecoulements en convection naturelle sous MHD

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraîne un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles. Contrairement à la convection forcée, dont le mouvement du fluide est dû à un apport externe d'énergie, la convection naturelle a pour origine les variations de la masse volumique au sein même du fluide liées aux variations de sa température. La structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les conditions thermiques qui la déclenchent, la nature du fluide et la géométrie de l'espace où a lieu le processus.

En écoulement MHD, la force électromagnétique de Lorentz donne lieu à un freinage du mouvement du fluide, particulièrement dans le noyau de l'écoulement. Ce freinage est la cause d'une chute de pression plus élevée comparée aux écoulements hydrodynamiques. Cependant, dans certaines sous-régions d'écoulement telles que les couches parallèles situées le long des parois parallèles au champ magnétique, la force de Lorentz peut agir dans la direction de l'écoulement et donc provoquer des jets importants.

Dans les processus de production d'un cristal, l'écoulement de convection est la principale cause de quelques défauts macroscopiques, il est souhaitable de supprimer cet écoulement nuisible. Un des moyens efficaces pratiqués dans l'industrie pour le contrôle du flux thermique est l'atténuation magnétique, qui se produit par l'interaction entre l'écoulement du métal fondu, conducteur d'électricité, et un champ magnétique appliqué pour créer la force de Lorentz qui va atténuer l'écoulement de convection dans le coulé. L'effet d'atténuation dépend de la force du champ magnétique appliqué, de son orientation et le respect du sens d'écoulement de convection. De même, l'effet d'atténuation des oscillations est observé dans la mesure de la température et les mesures directes d'écoulement dans les métaux liquides par application du champ magnétique.

L'écoulement de convection en présence d'un champ magnétique existe dans les couvertures tritigènes des réacteurs à fusion où le Pb-17Li est soumis à un chauffage très fort, provoquant un écoulement flottable.

La convection flottable en présence d'un champ magnétique a été étudiée par plusieurs auteurs. Des travaux analytiques, numériques et expérimentaux ont été menés pour des géométries avec différents rapport d'aspects. Diverses orientations du champ magnétique et du gradient de température, avec présence du transfert de chaleur purement diffusif ou

convectif ont été reportés. A notre connaissance, les travaux les plus importants traitant la convection naturelle sous MHD seront présentés dans ce qui suit :

La première investigation portant sur l'interaction entre un champ magnétique externe et la convection naturelle d'un fluide conducteur d'électricité semble avoir été faite par Sparrow et Cess (1961). Elle s'intéresse à un écoulement en régime de type couche limite laminaire sur une plaque verticale isotherme. Il a été trouvé que pour des métaux liquides, le transfert de chaleur par convection naturelle pouvait être notablement affecté par la présence d'un champ magnétique; alors qu'avec d'autres fluides ces effets étaient très faibles.

Ozoe et Okada (1989) ont conduit une investigation sur l'effet des champs magnétiques externes, exercés dans les trois directions, sur la convection naturelle tridimensionnelle dans une cavité cubique. Ils ont observé que le champ magnétique externe perpendiculaire à la couche verticale est le plus efficace pour supprimer la convection. Par contre, celui qui est parallèle aux parois verticales chauffées et refroidies est le moins efficace, bien qu'il soit perpendiculaire à la circulation de l'écoulement principal le long des frontières verticales et horizontales.

Alchaar et al (1995) ont fait une investigation analytique et numérique sur l'effet d'un champ magnétique transverse sur la convection naturelle d'un fluide conducteur d'électricité dans une cavité rectangulaire horizontale. Cette dernière est chauffée par un coté et refroidi par l'autre (paroi verticale) et les parois horizontales sont considérées adiabatiques. Leurs résultats montrent que, pour des valeurs du nombre de Hartmann élevés, qu'en dehors des deux couches de Hartmann, le gradient de vitesse au cœur de la cavité est constant.

Rudraiah et al. (1995) ont effectué une étude sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale remplie d'un fluide électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique. Deux parois verticales sont chauffées à des températures constantes tandis que les parois horizontales sont maintenues adiabatiques. Ils ont conclu que l'effet principal de l'imposition d'un champ magnétique est de diminuer le taux global de transfert thermique entre les parois chaudes et froides. Pour un nombre de Grashof élevé, l'augmentation de l'intensité du champ magnétique aplatit la crête de la vitesse près de la paroi.

Ben Hadid et al. (1996) ont effectué une analyse numérique de l'écoulement tridimensionnel du mercure (Pr=0,026) dans une cavité cylindrique avec un rapport d'aspect égale à 4. Leurs résultats sont en bon accord avec les évaluations analytiques de Garandet et

al. (1992) pour l'atténuation des vitesses. Cette approche a été prolongée pour une cavité rectangulaire par Ben Hadid et al. (1999), où ils incluent les effets de la surface libre.

En l'absence d'un champ magnétique, le nombre de Rayleigh, Ra, mesure l'importance des forces flottables comparées à la dissipation visqueuse et au transfert de chaleur diffusif. D'autres études ont montré que le champ magnétique peut réduire le nombre de Rayleigh effectif. Dans une étude de Cowley (1996), il a été observé que pour un champ magnétique fort, le groupe de paramètres adimensionnels Ra/Ha^2 joue un rôle analogue à celui du nombre de Rayleigh en l'absence du champ magnétique.

Une des propriétés les plus importantes de ce genre d'écoulement a été notée par N. Ma et Walker (1995) et Alboussière et al. (1996). Leurs travaux ont montré que l'importance de l'écoulement de convection peut varier selon si la température est symétrique ou antisymétrique dans la direction normale au champ magnétique. Le même phénomène a été étudié avec plus de détails par Aleksandrova (2001) et Aleksandrova et Molokov (2000, 2002, 2004). Ils ont démontré que la structure de l'écoulement flottable dépend de plusieurs facteurs, tels que l'orientation du champ par rapport à la pesanteur, la conductivité thermique des murs, la symétrie de la température relative au champ magnétique et les flux thermiques dans chacune des trois directions.

Bessaih et al. (1999) ont reporté une étude numérique sur l'écoulement magnétohydro-dynamique laminaire d'un métal liquide contenu dans une enceinte cylindrique ayant un rapport d'aspect égal à 1 et dont la paroi supérieure est en rotation. L'ensemble est soumis à un champ magnétique externe vertical. Les auteurs ont montré que l'on peut contrôler l'écoulement primaire par un bon choix de la conductivité électrique des parois de l'enceinte en question.

Bühler (1998) et Di Piazza (1999) ont effectué une analyse numérique et analytique pour des configurations entièrement tridimensionnelles. Ces études traitent les cavités cubiques avec des sources de chaleur internes constantes. En l'absence d'un champ magnétique, si le gradient thermique imposé responsable de la convection flottable est suffisamment élevé, l'écoulement deviendra instable. En d'autre terme, il existe un nombre de Rayleigh critique, Ra_c, au-dessus duquel l'écoulement est instable. Il est à souligner que l'application d'un champ magnétique uniforme donne lieu généralement à l'atténuation des oscillations instastionnaires et à l'augmentation du nombre de Rayleigh critique. Il a été trouvé que Ra_c augmente avec Ha.

Bessaih et al. (2003) ont effectué une étude combinée numérique et analytique dans une enceinte cylindrique de métal liquide (Pr=0.015) ayant un rapport d'aspect égal à 2 et soumise à un gradient vertical de température et un champ magnétique. Ils ont observé la forte dépendance de la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur avec le champ magnétique et la conductivité électrique des parois constituant l'enceinte cylindrique.

Juel et al. (2003) ont présenté une étude expérimentale de l'effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire remplie avec du gallium fondu (Pr=0,025). En particulier l'étude de la suppression de la convection lorsque le champ magnétique constant est appliqué séparément dans chacune des trois directions principales de l'écoulement. Le plus fort amortissement de l'écoulement est trouvé pour un champ magnétique vertical, qui en accord avec la théorie. Ils ont observé que l'application d'un champ transversale à l'écoulement offre un plus grand amortissement que la direction longitudinale qui est en désaccord avec la théorie.

S. Molokov et al (2003) ont effectué des simulations des écoulements tridimensionnels en convection libre dans une cavité rectangulaire avec des murs conducteurs sous l'action d'un champ magnétique horizontal fort. Selon l'intensité du champ magnétique, deux approches ont été employées, la première c'est des méthodes asymptotiques pour des valeurs élevées du nombre de Hartmann et la seconde est numérique pour des valeurs modérées. Ils ont constaté la présence des jets avec vitesses de l'ordre de $O(Ha^2)$ dans les couches parallèles.

A. Kharicha et al. (2004) ont présenté une étude numérique de la convection libre en présence d'un champ magnétique fort dans une géométrie qui correspond à la conception actuelle des conduits utilisés dans la couverture HCLL (Helium Cooled Liquid Lithium), avec murs minces électriquement conducteurs. L'écoulement d'une inertie importante est couplé au transfert de chaleur provoqué par le flux de neutrons. L'effet de la direction de la pesanteur sur l'écoulement a été considéré (conduit vertical et horizontal). Un résultat remarquable concernant leur analyse est que l'écoulement induit par flottabilité peut atteindre, ou même surmonter, l'ampleur de l'écoulement forcé imposé, qui est exigé pour l'enlèvement de tritium dans les modules des couvertures HCLL.

Hof et al. (2005) ont étudié expérimentalement l'effet d'un champ magnétique sur la stabilité de la convection du gallium liquide contenu dans une cavité rectangulaire sous un gradient de température horizontal. Un champ magnétique uniforme est appliqué dans les trois

directions, séparément. Ils ont montré que l'efficacité du champ magnétique dépend fortement de son orientation par rapport au gradient de la température. Leurs résultats montrent que les champs magnétiques verticaux et transversaux suppriment les oscillations qui se produisent au début de la convection.

Berrahil et al. (2007) ont effectué une étude de l'écoulement MHD d'un métal liquide dans une cavité rectangulaire, différentiellement chauffée, pour un nombre de Grashof $Gr=10^6$ et une gamme du nombre de Hartmann qui varie de 0 à 100.

Les résultats obtenus montrent que l'application du champ magnétique selon la direction *y* entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Il engendre une diminution du transfert de chaleur et réduit considérablement les vitesses.

II.3.2 Ecoulements en convection mixte en présence d'un champ magnétique

Les travaux effectués sur les écoulements MHD en convection mixte semble peu documenter comparé ceux en convection naturelle. Quelques investigateurs ont considéré différents aspect de problèmes d'écoulement de convection mixte magnétohydrodynamique tels que un flux thermique variable sur mur, les effets de dissipation visqueuse, l'orientation du champ magnétique, la présence d'un milieu poreux, la conductivité des murs,…etc.

Aldoss et al. (1995) ont étudié l'écoulement de convection mixte sur une plaque verticale incorporée dans un milieu poreux en présence d'un champ magnétique. Le modèle non Darcien, en tenant en compte des effets inertiels, est utilisé pour la modélisation du problème. Il a été observé que le nombre de Nusselt local et la contrainte de cisaillement pariétale locale sont très sensibles à l'intensité du champ magnétique en régime de convection mixte.

Al-Khawaja et al. (1999) ont étudié numériquement la solution d'un écoulement de convection libre et forcée laminaire, stationnaire, totalement développé d'un fluide conducteur de l'électricité circulant dans un canal circulaire horizontal. Le canal, électriquement isolé, est soumis à un flux de chaleur uniforme vertical et un à champ magnétique transversal. L'étude s'étend sur des gammes des nombres de Grashof de 0 à 10^6 et de Hartmann de 0 à 500. Pour des valeurs du nombre de Hartmann élevées, un raffinement du maillage dans la direction radiale dans la couche limite de Hartmann et des techniques de relaxation ont été nécessaires pour avoir la convergence de la solution. Les profils de vitesse

et de température, des nombres de Nusselt local et moyenne ont été reportés. En général, les résultats trouvés sont en bon accord avec la littérature

Chamkha et al (2004) ont effectué une analyse pour étudier les effets du chauffage (refroidissement) localisé en présence d'un champ magnétique pour un écoulement en convection mixte sur une plaque verticale. La dissipation visqueuse, le chauffage Ohmique et l'effet Hall ont négligés. Ils ont remarquées que le chauffage (refroidissement) localisé dans une section de la surface entraine une discontinuité finie dans la formulation mathématique du problème et augmente ainsi sa complexité. Afin de surmonter cette difficulté, une distribution non uniforme de la température de la paroi est appliquée à des sections finies de la plaque.

Ils ont trouvé que l'effet du chauffage ou du refroidissement localisé s'avère très significatif sur le transfert de chaleur, cependant son effet sur le coefficient de frottement est relativement faible. La force de flottabilité et le champ magnétique augmentent le coefficient de frottement et le transfert de chaleur.

Umawathi et al. (2005) ont étudié la convection mixte dans un canal vertical en considérant les effets de la dissipation visqueuse et du chauffage de Joule. Les parois du canal sont maintenues à des températures constantes égales (ou différentes). Ils ont déterminé la vitesse et la distribution de la température analytiquement au moyen de séries de perturbation, et numériquement, par la méthode de différences finies. Ils ont trouvé que la dissipation visqueuse augmente l'écoulement inverse en écoulement descendant alors qu'elle va à l'encontre de l'écoulement dans le cas ascendant.

Sposito et Ciofalo (2006) ont étudié l'écoulement de convection mixte, totalement développé, en présence d'un champ magnétique dans un canal vertical délimité par deux parois parallèles infinies. L'écoulement est considéré comme unidimensionnel, incompressible avec l'approximation de Boussinesq. Ils ont obtenu la solution analytique de la distribution de température, du champ de vitesse et le potentiel électrique sous différentes conditions électriques aux frontières.

Krishna et al. (2006) ont étudié la convection mixte hydromagnétique à travers un milieu poreux dans un tube sous l'action d'un champ magnétique axial uniforme. La paroi du tube est maintenue à une température non uniforme. Les équations sont résolues analytiquement pour obtenir la vitesse, la température, et le champ magnétique induit. L'effet de différents paramètres sur les champs dynamique, thermique et magnétique est étudié.

Bhupendra et al. (2007) ont présenté une analyse de l'écoulement en convection mixte d'un fluide incompressible visqueux sur une plaque plane poreuse verticale infinie en présence d'une source de chaleur. Ils ont traité l'effet Hall sur le transfert combiné de chaleur et de masse en présence d'un champ magnétique. Des solutions approximatives ont été obtenues et discutées pour différentes paramètres d'écoulement, qui s'avèrent dépendantes des paramètres du nombre de Hartmann, de Prandtl, de Grashof, du Schmidt, du paramètre de Hall et le paramètre de la source de chaleur.

Boukhari et Bessaih (2007) ont étudié l'écoulement de convection mixte d'un fluide à faible nombre de Prandtl confiné dans une enceinte cylindrique ayant un rapport de forme égal à 2, avec et sans champs magnétique. La méthode des volumes finis a été utilisée afin de résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement (Navier-Stokes), d'énergie et du potentiel électrique. Ils ont établi des diagrammes de stabilité d'après les résultats numériques de cette investigation. Ces diagrammes mettent en évidence la dépendance des valeurs critiques du nombre de Reynolds et de la fréquence d'oscillations. Cette dépendance s'accentue avec l'augmentation du nombre de Hartmann.

Barletta et Celli (2008) ont étudié la convection mixte dans un canal plan vertical en présence d'un champ magnétique uniforme externe, orthogonal au sens d'écoulement, en régime totalement développé. L'effet Joule et la dissipation visqueuse ont été pris en compte dans leur investigation. Leur étude démontre l'existence des solutions duelles pour chaque valeur du nombre de Hartmann dans un intervalle liée au rapport du nombre de Grashof et du nombre de Reynolds, en dehors de cet intervalle les solutions parallèles n'existent pas.

Barletta et al. (2008) ont étudié un écoulement parallèle, totalement développé, dans une région annulaire remplie d'un milieu poreux entourant un câble électrique. En tenant compte des effets des forces de flottabilités, de la MHD, ainsi que de la génération de flux de chaleur par chauffage de Joule et de la dissipation visqueuse. L'approximation de Boussinesq et le modèle de Darcy ont été utilisés pour la formulation de la convection mixte. La solution a été obtenue par la méthode des séries analytiques et par l'intégration numérique. L'effet de la variation du champ magnétique radial sur la vitesse du fluide et la distribution de température est analysé. Ils ont conclu qu'une force magnétique sensiblement forte tend à empêcher l'écoulement même pour un gradient de pression hydrodynamique élevé.

Tomarchio (2009) a présenté des solutions numériques et analytiques pour un écoulement MHD en convection mixte des fluides conducteurs d'électricité dans des géométries simple en 1D et 2D en régime périodique permanent. Leurs résultats ont prouvé

que l'effet du champ magnétique a une grande influence sur l'échange thermique et sur l'écoulement de fluide.

II.3.3 Ecoulements forcés dans les conduits en présence d'un champ magnétique

Une vaste littérature est disponible traitant les écoulements isothermes (sans transfert de chaleur) sous MHD. Les premiers travaux relatifs aux écoulements MHD en convection forcée disponibles, traitent les écoulements MHD laminaire totalement développés dans les conduits sous un champ magnétique uniforme. Ce type d'écoulement est caractérisé par le fait que toutes les quantités physiques, excepté la pression, ne varient pas le long du sens d'écoulement. Pour la variation de la pression, le gradient est constant dans le sens du mouvement.

Pour Les écoulements magnétohydrodynamique bidimensionnels (2D) en canal, il y a deux classes des solutions analytiques. La première comporte la solution exacte, qui peut être représentée par une série de Fourier ; la seconde, peut être obtenue par une approximation asymptotique pour les grands nombres de Hartmann, Ha.

Des solutions exactes ont été développées par Hartmann (1937) pour un problème unidimensionnel d'un écoulement MHD laminaire entre deux plaques parallèles infinies dans un champ magnétique uniforme normal aux deux surfaces.

Shercliff (1953) a développé une solution exacte pour les écoulements MHD en 2D dans les conduits avec des murs isolants. Ses résultats montrent l'existence d'un deuxième type de couches limites près des murs parallèles au champ magnétique, qui est connu sous le nom de couches latérales ou parallèles. Chang et Lundgren (1961) et Uflyand (1961) ont obtenu des solutions exactes pour des écoulements MHD dans des canaux avec des murs parfaitement conducteurs.

Hunt (1965) a analysé le cas des écoulements MHD dans les conduits avec des murs de Hartmann parfaitement conducteurs et des cotés conducteurs minces et le cas avec des murs de Hartmann d'une conductivité arbitraire et des murs latéraux isolants. Il a aussi examiné la solution pour un nombre de Hartmann élevé. Ces résultats montrent que la variation de la conductivité des murs latéraux a un effet important sur le profil de vitesse dans les couches limites parallèles et sur le flux volumique porté par ces couches.

Temperley et Todd (1971) ont traité l'écoulement MHD totalement développé dans les conduits avec des parois conductrices minces caractérisées par un rapport de conductance c de l'ordre de 1 (rapport entre la conductance électrique des parois à celle du fluide). Ils ont

appliqué un procédé général d'expansion valide pour des nombres de Hartmann élevés. Le même écoulement a été étudié par Walker (1981) avec un rapport de conductance $c_w < 0.1$ au moyen d'expansions asymptotiques. Il a analysé des diverses combinaisons de la conductivité des murs latéraux et des couches parallèles, sous l'hypothèse que les murs de Hartmann sont mieux conducteurs que les couches limites adjacentes ($\mathrm{Ha}^{-1} \leq c_w \leq 1$). Pour de larges valeurs du nombre de Hartmann, ces résultats montrent l'existence d'une zone plate non-visqueuse au cœur de l'écoulement, délimitée par différents types de couches visqueuse prés des parois de Hartmann et latérales,

Pour l'étude des écoulements MHD en 3D, deux différentes approches ont été employées ; la première est la simulation numérique directe en tenant compte de tous les effets physiques, la seconde est l'utilisation de la méthode asymptotique, valide pour des nombres de Hartmann et des paramètres d'interaction élevés (Kulikovskii, 1968). Avec cette approche la région d'écoulement peut être divisée en un noyau, où l'équilibre entre la pression et les forces de Lorentz est établi ; et des couches visqueuses minces où les forces électromagnétiques et visqueuses sont dominantes.

Le développement des réacteurs à fusion a mené à un intérêt croissant pour l'étude de phénomène MHD en 3D liés à la présence des couches internes. Plusieurs travaux décrits les écoulements MHD dans les géométries proches à celles rencontrées en technologie de fusion, telles que les expansions et les contractions où l'écoulement est acheminé aux grandes cavités au moyen de tubes de faible diamètres.

Walker et al. (1972) ont analysés les écoulements MHD dans des canaux lisses non conducteurs avec élargissement, utilisant une approximation inertielle. Dans un autre travail, Walker (1981) a considéré des murs conducteurs minces et un nombre de Hartmann avec le paramètre d'interaction élevés. Ce problème a été étudié plus tard par Bühler (2003) à l'aide des techniques asymptotiques, qui a considéré les écoulements MHD dans un conduit constitué par deux canaux de section transversale différentes et uniformes reliés par un élargissement. Dans cette situation, les couches visqueuses internes deviennent importantes (phénomènes 3D). Par conséquent les conduits avec élargissement brusque donne lieu à une grande interaction MHD.

Un grand nombre d'études sur les écoulements MHD ont été conduits en deux dimensions et ont supposé des conditions d'écoulement totalement développé où des dans canaux de longueur infinies pour négliger la troisième dimension, voir par exemple Bühler,

Ciofalo et Cricchio (2001). Quelques articles ont traité les problèmes MHD entièrement tridimensionnel, voir par exemple, Di Piazza et Ciofalo (2002). Cependant, pour les problèmes MHD en deux ou en trois dimensions, on trouve rarement des solutions exactes ; généralement une combinaison d'analyse asymptotique et des méthodes numériques doivent être utilisées.

Mistrangelo (2006) a présenté un outil numérique basé sur une prolongation du code commercial CFX, qui a été développé pour étudier des écoulements MHD dans les géométries arbitraires et pour n'importe quelle orientation du champ magnétique imposé. Il a pris comme exemple d'application l'écoulement MHD dans des expansions brusques, en se concentrant sur les effets des forces du champ magnétique et d'inertie sur l'écoulement et la distribution de courant ainsi que les chutes de pression provoquées par les courants électriques tridimensionnels induits.

Les résultats montrent que l'augmentation du champ magnétique appliqué, donne lieu à des recirculations qui se forment en aval de l'élargissement. La présence de zones stagnantes pourrait présenter un problème pour les applications techniques, car elle peut affecter le transfert de chaleur en conduisant à l'apparition de points chauds. L'effet des forces d'inertie sur la distribution d'écoulement est réalisée par une étude paramétrique qui montre que pour un nombre de Hartmann constant, les effets d'inerties sont importants, même lorsque le paramètre d'interaction est élevé (N = 3000). La chute de pression et la taille des recirculations sont fortement affectées par les forces d'inertie.

Kinte (2009) a présenté un travail, dont lequel il a considéré deux types de problèmes. Dans un premier temps, il a étudié la turbulence homogène qui a permis de mettre en évidence les comportements du fluide loin de toute paroi solide. L'influence du champ magnétique dans ce cas, consiste à dissiper les fluctuations turbulentes et à rendre le champ de vitesse anisotrope (homogénéiser l'écoulement). Utilisant les simulations numériques, il a traité la distribution du champ de vitesse ainsi que le transfert d'énergie dans l'espace spectral, l'anisotropie des différentes échelles turbulentes de l'écoulement. Dans un deuxième temps, le travail a porté sur l'écoulement dans une conduite rectangulaire soumise à un champ magnétique et dont les parois sont conductrices d'électricité. La particularité de cet écoulement réside dans les zones de vitesse élevées qui se développent le long des parois parallèles au champ magnétique. Celles-ci donnent lieu à un intense cisaillement qui a généralement pour effet de rendre l'écoulement instable. La simulation numérique de ce

problème a permis l'étude des instabilités au sein du fluide et de la transition du régime laminaire vers la turbulence.

Dans ce chapitre, nous avons présenté une vue large et simplifiée sur l'ensemble des recherches magnétohydrodynamique et les applications qui ont été envisagées et qui sont maintenant une réalité. Les principaux travaux traitant les écoulements de convection magnétohydrodynamique naturelle, mixte et forcée dans les canaux et les conduits ont été détaillés. Le prochain chapitre sera consacré aux équations mathématiques gouvernant l'écoulement MHD en convection mixte, à partir des équations de quantité de mouvement, d'énergie et les équations de Maxwell combinés.

CHAPITRE III

FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

III.1 Introduction

Dans ce chapitre sont présentées les équations mathématiques régissant l'écoulement et le transfert de chaleur misent d'un fluide conducteur en jeu en présence d'un champ magnétique. Les écoulements MHD sont modélisés par un couplage des équations de Maxwell et de Navier-Stokes. Ce type d'écoulement présente une richesse de comportement difficilement prévisible théoriquement et numériquement. En effet, la non linéarité de ces équations et la complexité des phénomènes rencontrés (interaction écoulement-champ, couche limite, instabilité, géométrique du milieu ...) rendent la résolution directe impossible.

Les équations régissant le système sont donc l'équation de continuité, l'équation fondamentale de la dynamique et les quartes équations de Maxwell. Comme mentionné précédemment, les courants électriques dépendent du champ magnétique qui à son tour dépend du champ de vitesse. Nous avons besoin d'autres équations supplémentaires pour fermer le système. Pour cela, feront appel à l'équation d'induction et la loi d'Ohm reliant la densité de courant électrique au champ électrique, et permettant ainsi le calcul de la force électromagnétique agissant sur le fluide. Cette force doit être prise en compte dans l'équation de Navier Stocks.

III.2 Géométrie et Modèle physique

Le modèle physique traité dans cette étude est un canal vertical en 2D, l'écoulement du fluide électriquement conducteur de vitesse $\overrightarrow{U}$ est ascendant/descendant. L'une des parois est soumise à une température T_1 et l'autre à une température T_2 . Un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$ est appliqué perpendiculairement sur les parois du canal (figure III.1).

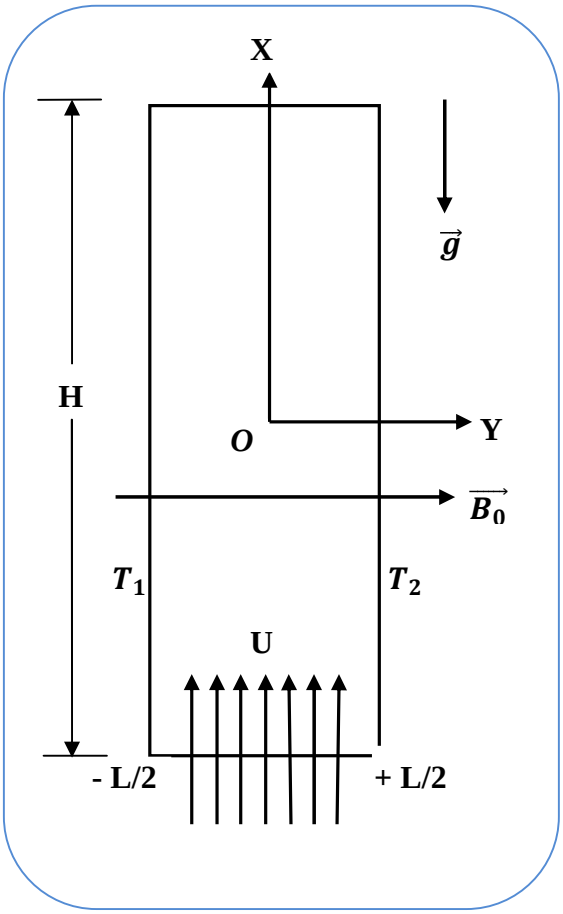


Fig. III.1 : Configuration physique

III.3 Équations gouvernantes

Bien que les équations gouvernantes régissant le phénomène du transfert convectif en présence d'un champ magnétique peuvent être trouvées dans n'importe quel ouvrage spécialisé, nous avons jugé utile de les rappeler dans ce chapitre et ce afin de rapprocher la compréhension et de trouver des justificatifs crédibles pour les phénomènes qui seront observés [44].

Ce paragraphe est donc, dédié au rappel des équations régissant l'écoulement MHD dans un conduit. Les équations de Navier-Stokes de la mécanique des fluides classiques, sont adaptées à cette situation et coupler aux équations de Maxwell. Avant tout, on doit établir l'équation d'induction et le potentiel électrique et formuler l'expression de la force de Lorentz à partir des équations de Maxwell, et la loi d'Ohm.

III.3.1 Equations de Maxwells

Pour décrire les phénomènes électromagnétiques, on a eu recours aux équations de Maxwell qui mettent en relation, au travers d'équations différentielles (ou intégrales), la densité de courant $\overrightarrow{J}$, le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ et le champ électrique $\overrightarrow{E}$.

Les équations régissant un champ magnétique dans un milieu fluide de permittivité ε , et de perméabilité μ_r sont les suivantes (R.Moreau, 1990) :

- La loi de Gauss :

$$div(\vec{D}) = q \qquad III.1$$

- Le flux magnétique :

$$div(\vec{B}) = 0 \qquad III.2$$

- La loi de Faraday :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad III.3$$

- La loi d'Ampère :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \overrightarrow{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad III.4$$

Pour un milieu matériel quelconque, nous avons :

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad III.5$$

$$\overrightarrow{H} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B} \qquad III.6$$

Avec :

q : densité de charge électrique en C/m^{3,} et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ kg m/A^2 S^2

$\overrightarrow{D}$: champ d'induction électrique

$\overrightarrow{H}$: champ d'induction magnétique

Les équations (III.1) à (III.4) s'écrivent sous la forme suivante :

- $div(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon}$ *III.7*

L'équation (III.7) exprime que le flux du champ électrique à travers toute surface fermée est égal à la somme des charges intérieures divisée par ε, elle est connue sous le nom du théorème de Gauss. Il montre que le champ électrique peut diverger à partir de points où se trouvent des charges électriques. Ce théorème, issu d'une équation indépendante du temps, est donc valable en régime permanent comme en régime variable.

- $div(\vec{B}) = 0$ *III.8*

L'équation (III.8) montre que le flux de $\vec{B}$ à travers toute surface fermée est nul. C'est une propriété intrinsèque du champ $\overrightarrow{B}$, qui montre que le champ magnétique ne peut diverger à partir de points de l'espace, où il n'existe pas de charges magnétiques. Cette équation exprime la conservation du flux d'induction magnétique dans l'espace. Elle est indépendante du temps et s'applique donc à tout champ magnétique, en régime permanent comme en régime variable.

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad III.9$$

L'équation (III.9), exprime la loi d'induction de Faraday qui décrit tous les phénomènes d'induction et montre qu'un champ magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle, et qui s'écrit autrement : $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \overrightarrow{rot}(\vec{E}) = 0.$

$$\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\mu_r(\vec{J} + \varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \approx \mu_0\mu_r\vec{j} \qquad III.10$$

L'équation (III.10), exprime la loi d'Ampère qui relie le champ magnétique à ses sources et au champ électrique, c'est-à-dire avec la densité de courant de déplacement $\varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ et la densité de courant de conduction $\vec{J}$. On négligeant les courants de déplacement, l'équation (III.10) se simplifie en : $\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\mu_r\vec{j}$

III.3.1.1 La Loi d'Ohm

Les quatre équations sont complétées par la loi d'Ohm qui lie la densité de courant $\vec{\boldsymbol{J}}$ au champ électrique $\vec{\boldsymbol{E}}$, qui indique que la densité de courant est proportionnelle au champ électrique. Si nous supposons que le milieu est linéaire et isotrope, la loi d'Ohm dans un conducteur s'écrit :

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad III.11$$

Quand le milieu est en mouvement, le champ électrique doit être modifié par la transformation approximative de Lorentz $\vec{E} \rightarrow \vec{E} + \vec{U}\ X\ \vec{B}$ et la loi d'Ohm alors peut être réécrite :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{U}\ X\ \vec{B}\ ) \qquad III.11a$$

Où σ est la conductivité électrique du fluide en mouvement.

III.3.1.2 Equation de l'induction magnétique (champ magnétique)

Substituant $\vec{E}$ dans la loi de faraday (III.9) par sa valeur donnée par la loi d'ohm, et utilisant la loi d'ampère (III.10), on obtient alors l'équation de l'induction qui décrit l'évolution du vecteur champ magnétique dans un fluide en mouvement :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \times \vec{E}$$

$$= -\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{J}}{\sigma} - \vec{U} \times \vec{B}\right)$$

$$= \vec{\nabla} \times \left(\vec{U} \times \vec{B}\right) - \frac{1}{\mu\sigma}\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

Notant que : $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\nabla^2 \vec{B}$, ceci simplifie l'équation précédente, qui se ramène à :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left(\vec{U} \times \vec{B}\right) + \eta \nabla^2 \vec{B} \qquad \textit{III.12}$$

Où $\eta = (\mu\sigma)^{-1}$ est la diffusivité magnétique du fluide conducteur. Cette équation constitue l'équation de transport pour le champ$\vec{B}$.

Le membre droit de l'équation (III.12) montre que deux termes contribuent à l'évolution du champ $\vec{B}$:

- **L'induction magnétique :** décrite par le premier terme, elle traduit l'action du mouvement fluide conducteur sur le champ magnétique (et par le champ magnétique).
- **Dissipation par effet Joule :** décrite par le deuxième terme, elle traduit la diffusion du champ magnétique résultant de la dissipation des courants électriques dans le fluide conducteur, la grandeur η est un paramètre caractéristique qui doit être vue comme étant le coefficient de diffusion.

On utilisant l'identité vectorielle, nous pouvons récrire l'équation de transport du champ magnétique comme suit :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{U} . \vec{\nabla}\right)\vec{B} = \left(\vec{B} . \vec{\nabla}\right)\vec{U} + \eta \nabla^2 \vec{B} \qquad \textit{III.12.a}$$

Cette équation permet de distinguer le terme de convection $\left(\vec{U} . \vec{\nabla}\right)\vec{B}$ et le terme source, $\left(\vec{B} . \vec{\nabla}\right)\vec{U}$ qui représente l'intensification du champ magnétique par étirement mécanique des lignes de champ.

III.3.1.3 Potentiel électrique

Pour décrire les phénomènes survenant dans un fluide conducteur en écoulement soumis à un champ magnétique et pour tenir compte des courants induits, une équation supplémentaire doit être inclue dans le système. L'équation (III.8) assure l'existence d'un potentiel magnétique vectoriel $\vec{A}$ satisfaisant :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \;\; et \;\; \vec{\nabla} . \vec{A} = 0 \qquad \textit{III.13}$$

En injectant cette nouvelle variable dans la loi de Faraday (III.9), on obtient :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{E}\right) = 0 \qquad \textit{III.14}$$

Et donc l'existence d'un potentiel électrique scalaire φ tel que :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{E} = -\vec{\nabla}\varphi \qquad III.15$$

En réécrivant la loi d'Ohm comme suit :

$$\overrightarrow{J} = \sigma\left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi + \vec{U} \wedge \vec{B}\right), \qquad III.16$$

Notons que pour un milieu suffisamment conducteur, l'équation (III.10) implique l'équation de continuité (principe de conservation de charge) suivante :

$$\vec{\nabla}.\vec{J} = 0 \qquad III.17$$

Le potentiel électrique est ainsi donné par :

$$\nabla^2\varphi = \vec{\nabla}.\left(\vec{U} \times \vec{B}\right) \qquad III.18$$

Cette équation scalaire, décrit le champ du potentiel électrique qui est établi dans le fluide conducteur en raison de son écoulement à travers le champ magnétique.

La condition au limite pour le potentiel électrique est donnée par :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \left(\vec{U} \times \vec{B}\right)_{frontière}.\vec{n} \qquad III.19$$

Pour une frontière isolante, où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la frontière, et

$$\varphi = \varphi_0 \qquad III.20$$

Pour une frontière conductrice, où φ_0 est le potentiel spécifié à la frontière.

III.3.1.4 Force de Lorentz et dissipation de Joule

Considérons d'abord la force que subit une particule fluide mobile dans un champ électromagnétique, elle est donnée par la somme de forces de Coulomb et de Lorentz :

$$\overrightarrow{F_L} = q_e(\vec{E} + \vec{U}\, X\vec{B}), \qquad III.21$$

Où q_e est la charge électrique de la particule, $\vec{U}$ sa vitesse, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont les champs électriques et magnétiques, respectivement. Si cette équation est sommée sur le volume élémentaire, $\sum q_e$ devient la densité de charge, ρ_e et $q_e\vec{U}$ devient la densité de courant, $\vec{J}$. Par conséquent la force totale par unité de volume agissant sur un petit élément du fluide est donné par :

$$\overrightarrow{F_L} = \rho_e\, \overrightarrow{E} + \vec{J}\, X\, \vec{B} \qquad III.22$$

Cependant, dans la plupart des situations pratiques impliquant les métaux liquides, au niveau macroscopique nous pouvons, supposer que la neutralité de charge est assurée. En d'autres termes, ceci signifie que la densité de charges ρ_e est si petite que :$\rho_e\overrightarrow{E} \ll \vec{J}\, X\, \vec{B}$. Cette hypothèse s'appelle la quasi-neutralité, qui implique que le champ électrostatique disparaît complètement. En conséquence, l'équation (III.22) se simplifie comme suit :

$$\overrightarrow{F_L} = \vec{J}\, X\, \vec{B} \qquad III.23$$

C'est l'expression générale de la force de Lorentz par unité de volume du fluide, qui peut être réécrite en fonction du potentiel électrique :

$$\overrightarrow{F_L} = \sigma\left(-\nabla\varphi + \vec{U} \times \vec{B}\right) \wedge \vec{B} \qquad III.24$$

La dissipation de Joule : c'es l'énergie dissipative due à l'écoulement du courant dans le fluide peut être écrite sous la forme :

$$q_j == \frac{1}{\sigma}|J|^2 = |-\nabla\varphi + (\vec{U}\, X\vec{B})|^2 \qquad III.25$$

Appelé encore le terme de chauffage de joule, qui va être additionné dans le membre droit de l'équation d'énergie (III.33).

III.3.2 Hypothèses

Il est intéressant de délimiter le domaine d'étude ainsi que la validité des équations de la magnétohydrodynamique (approximation de la MHD), en l'occurrence les hypothèses magnétique et hydrodynamique générale sur l'écoulement du fluide.

III.3.2.1 Hypothèses magnétohydrodynamiques

Les écoulements des fluides conducteurs d'électricité que nous abordons dans le présent travail sont caractérisés par :

- **Le modèle de faible Reynolds magnétique**

Notre problème est résolue dans l'approximation de faible induction de sorte que le nombre de Reynolds magnétique : $Re_m = \frac{U\,L}{\eta} \ll 1$, à savoir le champ magnétique induit est négligeable comparé au champ imposé. Par conséquent, tout le champ magnétique est simplement donné par le champ magnétique appliqué $\vec{B}_0$. Négliger le champ magnétique induit signifie que le champ d'induction magnétique est dominé par diffusion et il n'est pas affecté par le mouvement du fluide. C'est le domaine de la MHD des métaux liquide dans la plupart des situations pratiques.

- Le courant de déplacement : $(\sim \partial\vec{E}/\partial t)$ présenté par Maxwell dans la loi d'Ampère, qui représente l'influence des champs électriques variables dans le temps sur le champ magnétique. Ce courant est également négligé puisque son influence sur les écoulements magnétohydrodynamique est d'une grandeur très faible [34].

III.3.2.2 Hypothèses hydrodynamiques

Le fluide étant supposé Newtonien, incompressible et l'écoulement est stationnaire et censé être laminaire en présence d'un champ magnétique transversal. En supposant que le champ de température est homogène, tous les paramètres sont supposés indépendants de la température à l'exception de la masse volumique où l'hypothèse de Boussinesq est appliquée. La dissipation visqueuse est prise en compte dans la formulation.

- Hypothèse de Boussinesq

Cette hypothèse consiste à la simplification de l'équation d'état du fluide. Les variations de la masse volumique au sein du fluide sont faibles ; ainsi, il est possible de considérer que le fluide est incompressible. Les variations de ρ sont négligées partout, exceptées dans le terme de poussée qui est à l'origine du mouvement flottant, où elle peut être rapprochée utilisant la série de Taylor. L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température par la relation suivante :

$$\rho \cong \ \rho_0 - \rho_0 \beta (T - T_0) \qquad \textit{III.26}$$

III.3.3 Equations hydrodynamiques

Les équations régissant l'écoulement et le transfert de chaleur sont les équations de continuité, de quantité de mouvement (Navier-Stokes) et l'équation d'énergie, qui expriment la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans un système cartésien X,Y, Z est :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\rho \, \vec{U}\right) = 0 \qquad \textit{III.27}$$

En notation indexé :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_i}(\rho U_i) = 0 \qquad \textit{III.28}$$

Qui, après simplification devient :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \qquad \textit{III.29}$$

- **Equations de quantité de mouvement :**

L'équation de quantité de mouvement s'écrit de la manière suivante :

$$\rho . \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} . \vec{\nabla} \vec{U}\right) = \ \rho . \vec{g} - \ \vec{\nabla} P + \ \mu \nabla^2 \vec{U} + \overrightarrow{f_b} \qquad \textit{III.30}$$

Avec $\overrightarrow{f_b}$: la force de flottabilité, on appliquant l'approximation de Boussinesq, la flottabilité peut s'écrire *:*

$$\overrightarrow{f_b} = -\rho_0[1-\beta(T-T_0)]\vec{g}. \qquad III.31$$

D'une autre manière :

$$\begin{cases} U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}+W\frac{\partial U}{\partial Z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial X}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2}\right) \\ U\frac{\partial V}{\partial X}+v\frac{\partial V}{\partial Y}+w\frac{\partial V}{\partial Z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial Y}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2}\right)+g\beta(T-T_0) \\ U\frac{\partial W}{\partial X}+V\frac{\partial W}{\partial Y}+W\frac{\partial W}{\partial Z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial Z}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2}\right) \end{cases} \qquad III.32$$

- **Equation de conservation d'énergie :**

$$\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}+\overrightarrow{U}.\nabla T\right)=k\nabla^2 T+\mu\Phi \qquad III.33$$

Avec Φ : est le terme de dissipation visqueuse.

D'une autre manière :

$$U\frac{\partial T}{\partial X}+V\frac{\partial T}{\partial Y}+W\frac{\partial T}{\partial Z}=\frac{k}{\rho C_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}\right)+\frac{\mu}{\rho C_p}\Phi \qquad III.33a$$

III.3.4 Equations de La MHD

Les équations de la MHD font intervenir le couplage entre les équations du magnétisme de Maxwell et les équations de mécanique de fluide de Navier-Stockes, essentiellement au niveau du calcul de la force agissant sur le fluide. Le calcul de ces forces (Lorentz) nécessite la connaissance de la densité de courant $\vec{J}$ et le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ dans le fluide. Avec l'équation d'induction et la loi d'Ohm, l'ensemble des équations régissant le mouvement d'un fluide dans un conduit en présence d'un champ magnétique est complet. Dans L'équation de Navier-Stockes, nous allons inclure la force de Lorentz volumétrique qui prend en compte l'effet du champ magnétique sur l'écoulement du fluide, et dans l'équation d'énergie le terme de chauffage de Joule.

Les équations requises peuvent être récapitulées ainsi comme suit :

- Equation de Navier Stock avec la force de Lorentz

$$\frac{\partial\vec{U}}{\partial t}+\left(\vec{U}.\vec{\nabla}\right)\vec{U}=-\frac{1}{\rho_0}.\vec{\nabla}P+\upsilon.\nabla^2\vec{U}+\beta(T-T_0)\vec{g}+\frac{1}{\rho_0}\times\left(\vec{J}\wedge\vec{B}\right) \qquad III.34$$

- L'équation de continuité

$$\nabla.\vec{U}=0 \qquad III.35$$

- Loi d'Ampère

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{B}\right)=\mu_0\mu_r(\overrightarrow{J}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})\approx\mu_0\mu_r\vec{j} \qquad III.36$$

- Loi d Faraday

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E}\right)=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad III.37$$

- La loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{U} \wedge \overrightarrow{B}) \qquad III.38$$

- Equation de conservation d'énergie :

$$U\frac{\partial T}{\partial X} + V\frac{\partial T}{\partial Y} + W\frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{k}{\rho C_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}\right) + \frac{\mu}{\rho C_p}\Phi + \frac{1}{\rho C_p.\sigma}|J|^2 \qquad III.39$$

La combinaison des équations (III.36) à (III.38) donne l'équation d'induction du champ magnétique ou l'équation du potentiel électrique.

Si nous considérons l'écoulement circulant dans un canal vertical ayant une largeur de 2L, le système des coordonnées est pris avec un axe des Y transversal à l'écoulement ; son origine correspond à ce que la position des murs verticaux est à $Y = +L/2$ et $Y = -L/2$, l'axe des X est parallèle à l'accélération de la pesanteur mais avec une direction opposé. Les équations gouvernantes simplifiées sont données respectivement par :

- Continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad III.40$$

- Quantité de mouvement en X :

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial X} + g\beta(T - T_0) + \upsilon\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) - \frac{1}{\rho_0}\sigma.{B_0}^2 U \qquad III.41$$

- Quantité de mouvement en Y :

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + v\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial Y} + \upsilon\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \qquad III.42$$

- Energie :

$$U\frac{\partial T}{\partial X} + V\frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}\right) + \frac{\mu}{\rho C_p}\left(\frac{dU}{dy}\right)^2 + \frac{\sigma.{B_0}^2.U^2}{\rho c_p} \qquad III.43$$

III.4 Equations adimensionnelles et paramètres gouvernants :

Nous supposons que les parois du canal sont isothermes, la température de la frontière à $Y = -L/2$ est T_1, alors que la température à $Y = +L/2$ est T_2 avec $T_2 > T_1$.

Si nous utilisons les paramètres adimensionnels suivants mis à l'échelle appropriée :

$$\begin{cases} u = \frac{U}{U_0}\ , \quad v = \frac{V}{U_0}\ , \quad x = \frac{X}{D}\ , \quad y = \frac{Y}{D}\ , \\ \theta = \frac{T-T_0}{T_2-T_1} \\ Re = \frac{U_0 D}{\vartheta}\ ,\ Pr = \frac{\vartheta}{\alpha}\ ,\ Gr = \frac{g\beta\Delta T D^3}{\nu^2},\quad Br = \frac{\mu {U_0}^2}{k\Delta T} \\ Ha^2 = \frac{\sigma.{B_0}^2.D^2}{\mu}\ ,\ GR = \frac{Gr}{Re}\ , \\ T_0 = \frac{T_2+T_1}{2}\ , \end{cases} \qquad III.44$$

Donc Les équations (III.40) à (III.43) sous forme adimensionnelles deviennent :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad III.45$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Gr}{Re^2}\theta + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{Ha^2}{Re}u \qquad III.46$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad III.47$$

$$u\frac{\partial \theta}{\partial x} + v\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{RePr}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right) + \frac{Br}{RePr}\left(\frac{du}{dy}\right)^2 + \frac{Ha^2 Br}{RePr}u^2 \qquad III.48$$

Ces équations montrent que sous l'influence d'un gradient de pression extérieur imposé et les forces MHD provoquées par l'interaction de l'écoulement avec le champ d'induction magnétique B, dirigée selon y ; les forces de flottabilité causées par un différentiel chauffage des deux parois, peut facilement donner naissance à une convection mixte MHD.

L'hypothèse d'écoulement parallèle en convection mixte implique que les forces de flottabilité ne sont pas trop intenses, elle est réaliste juste pour des valeurs du nombre de Grashof suffisamment petites.

Donc les groupes adimensionnels spécifiques à notre problème qui donnent une idée sur l'importance relative de différentes forces agissant sur l'écoulement sont le nombre de Grashof, le nombre de Reynolds Re, le nombre de Prandtl Pr, le nombre de Hartmann Ha et le nombre de Brinkman Br.

A titre d'exemple, on donne une sélection des paramètres adimensionnels rapportés au dispositif expérimental de fusion (Tableau III.1). Il est à noter que pour une même valeur du nombre de Reynolds, le modèle d'écoulement change du turbulent au laminaire pour une augmentation du nombre de Hartmann Ha. En fait, comme il a été mentionné, un des effets d'un champ magnétique transversal sur l'écoulement d'un fluide électriquement conducteur, est de supprimer presque totalement toute fluctuation (comme la turbulence) dans le champ de vitesse.

	ITER,ARIES	***C-MOD***	***NSTX***
Nombre de Hartmann, $\boldsymbol{Ha}$	~10^3-10^5	~500-1000	~50-500
Paramètre d'interaction, $\boldsymbol{N}$	~10^3-10^5	~50-10^4	~0.1-1
Nombre de Reynolds, $\boldsymbol{Re}$	~10^4-10^5	~10^4-10^5	~10^4 -10^5
$\boldsymbol{Ha/Re}$	~0.1	~0.03	~0.003
Régimes d'écoulements	MHD laminaire	MHD laminaire, faible turbulence	MHD turbulent

Tab. III.1 : Sélection des paramètres adimensionnels rapportés aux Réacteurs Expérimentaux de fusion [54]

III.5 Conditions aux limites

Les problèmes des écoulements MHD doivent être complétés par des conditions aux limites et initiales appropriées. Divers types d'états de frontières seront adoptés pour la fermeture du système d'équations (III.40) à (III.43), à savoir les conditions de frontière dynamiques, thermiques et électriques.

III.5.1 Hydrodynamiques

Ces conditions définissent le comportement dynamique du système à la frontière du domaine. L'écoulement est délimité par des parois imperméables, ce qui nous conduit à une condition aux limites de non glissement sur les parois ($\vec{U}(\sum, t)$=0), où $\sum$ est la frontière du domaine. La composante du vecteur vitesse $\vec{U}$ qui présente le non glissement selon la direction X est U.
La condition aux limites imposée à la sortie du conduit est la pression atmosphérique, tandis qu'à l'entrée une vitesse U_0 est imposée.

La condition d'un écoulement totalement développé implique que $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$, on obtient donc $\frac{\partial V}{\partial Y} = 0$.

En résumé, les conditions aux limites dynamiques adimensionnelles sont :

$$\left\{\begin{array}{c} 0 \ll x \ll H/D \quad et \quad y = -1 \ : \ u = v = 0 \\ 0 \ll x \ll H/D \quad et \quad y = +1 \ : u = v = 0 \\ -1 \ll y \ll +1 \quad et \quad x = 0 \quad : \ u = u_0 \ , v = 0 \\ -1 \ll y \ll +1 \quad et \quad x = H/D \quad : \ \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \end{array}\right\} \qquad III.49$$

III.5.2 Thermiques

Les conditions aux frontières thermiques sont exprimées par un chauffage au mur droit à une température T_2 et un refroidissement au mur gauche à une température de T_1 et T_0 la température du fluide à l'entrée du canal.

En résumé, les conditions aux limites thermiques sont :

$$\left\{\begin{array}{c} 0 \ll x \ll H/D \quad et \quad y = -1 : \theta = \theta_1 \\ 0 \ll x \ll H/D \quad et \quad y = +1 : \theta = \theta_2 \\ -1 \ll y \ll +1 \; et \; x = 0 : \theta = \theta_0 \end{array}\right\} \qquad III.49.a$$

III.5.3 Electriques

La nature du matériau des parois a une grande influence sur la solution des problèmes d'écoulement en convection MHD dans les conduits. En effet, la fermeture du courant électrique dépend fortement de cette nature à travers les propriétés électriques des parois. En conséquence, la force de Lorentz et la distribution de vitesse sont régies par ces propriétés. Selon l'épaisseur, la conductivité électrique, et la perméabilité magnétique des murs, diverses combinaisons possibles des états de frontière électriques peuvent être envisagées.

Puisque la densité de courant est un champ de vecteur solénoïdal, nous pouvons montrer que la composante normale doit être continue à travers l'interface solide. En intégrant l'équation de conservation de charge sur le volume enfermant l'interface, ce qui donne lieu à :

$$\int_V \vec{\nabla}.\vec{J}dV = \oint_{\sum} \vec{J}.d\vec{s} = \left(\overrightarrow{J_1} - \overrightarrow{J_2}\right).\overrightarrow{n} = 0 \qquad III.50$$

À l'interface entre le mur solide et le fluide, la quantité du courant traversant la frontière sera déterminée par la conductivité du milieu externe, σ_w.

A ce titre, trois états de frontières principaux sont à identifier selon la valeur du σ_w à savoir :

- **Mur isolant :**

Dans ce cas, $\sigma_w = 0$ et aucun courant ne peut pénétrer à travers le domaine externe. Ceci peut être formulé par :

$$\vec{J}.\vec{n} = J_n = 0 \qquad sur \ \sum \qquad ou \qquad \vec{J}.\vec{n}\big|_{\sum} = 0 \qquad III.51$$

Ceci peut être traduit en condition sur le potentiel φ en exprimant la loi d'Ohm au mur et tenir en compte de la condition de frontière de non glissement :

$$J_n = -\sigma\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \rightarrow \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \qquad sur \ \sum \qquad III.52$$

Où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la frontière $\sum$. Cette situation représente des applications pratiques des phénomènes de magnétohydrodynamique, comme dans les compteurs de débit électromagnétique. D'ailleurs, l'isolation électrique parfaite découple le problème électrodynamique dans le fluide de celui dans les murs.

- **Mur parfaitement conducteur :**

Pour un mur parfaitement conducteur, avec $\sigma_w = \infty$, le potentiel doit être uniforme afin de garder le courant électrique à une valeur finie. La distribution du potentiel électrique à travers la frontière du domaine est constante,

$$\varphi(\sum, t) = \varphi_0\,, \qquad sur \sum \qquad III.53$$

qui peut être arbitrairement mis à zéro,

$$\varphi = 0, \qquad sur \sum \qquad III.54$$

Cette circonstance est moins réaliste que celle discutée avant, et trouve peu applications pratiques. Encore, le problème électrodynamique dans le fluide et dans le mur est découplé.

- **Mur Conducteur :**

Si les murs ont une conductivité finie, $0 < \sigma_w < \infty$, la solution du problème électrodynamique dans le mûr solide autour du fluide est couplé avec celle à l'intérieur du fluide. Ceci dit que les deux problèmes doivent être résolues simultanément avec l'addition des conditions complémentaire des conditions de frontières intérieures entre le fluide et les mûrs. La figure (III.2) montre un exemple typique de cette situation : l'écoulement d'un fluide liquide dans un conduit en acier. Dans ce cas, la continuité du potentiel électrique et la composante normale du vecteur $\vec{J}$ sont toujours vérifiées à la frontière Γ entre les domaines fluide et solide, en d'autres termes :

$$\vec{J}.\vec{n}\big|_\Gamma = \overrightarrow{J_w}.\vec{n}\big|_\Gamma\,; \qquad \varphi|_\Gamma = \varphi_w|_\Gamma\,, \qquad III.55$$

Ce qui constitue, ensemble avec l'équation de Poisson pour le potentiel électrique,

$$\nabla^2\varphi_w = 0, \qquad III.56$$

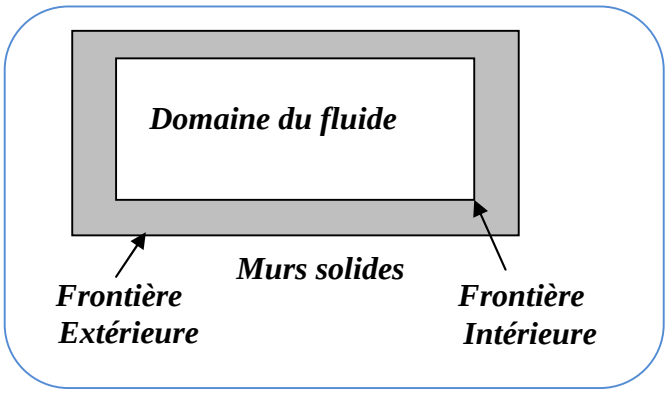


Fig. III.2 : Exemple des murs solide conducteurs [54]

Et l'équation de la chaleur dans le domaine solide,

$$\rho_w . C_{p,w} \frac{DT_w}{Dt} = \nabla . (k_w . \nabla T_w), \qquad III.57$$

Les équations additionnelles (III.55) à (III.57) doivent être incorporées et résolues simultanément avec le système d'équation défini dans le domaine du fluide.

Les conclusions tirées pour les murs parfaitement isolants ou parfaitement conducteurs sont alors transférés à la frontière externe des murs conducteurs,

$$\overrightarrow{J_w} . \vec{n}\big|_{\sum} = 0, \qquad III.58$$

Ce qui fournit la fermeture finale du système d'équations.

- **Cas des murs conducteurs minces**

Afin de simplifier la solution du problème de murs conducteurs mentionné ci-dessus, sans résoudre simultanément la distribution de la température, du courant et du potentiel électrique dans le domaine murs solide, il est possible d'utiliser l'approximation de murs mince. Cette approximation implique que si le mur est suffisamment mince, les variations de la température et le potentiel électrique à travers l'épaisseur du mur peuvent être négligés, ainsi que la densité de courant normale aux murs eux-mêmes.

Ceci nous permet d'écrire les équations de fermeture suivantes, qui doivent être résolues dans le domaine solide :

$$\vec{J} . \vec{n}\big|_{\Gamma} = \nabla . (c_w . \nabla \varphi_w); \qquad \varphi|_{\Gamma} = \varphi_w|_{\Gamma} = \varphi_w|_{\sum}, \qquad III.59$$

Où c_w est le paramètre de conductance, donné par :

$$c_w = \frac{\sigma_w e_w}{\sigma . L} \qquad III.60$$

Qui représente le rapport du produit de l'épaisseur et la résistance électrique des murs à celui du fluide. Cette approche est largement employée dans la solution des problèmes pratiques de l'écoulement des métaux liquides dans des canaux métalliques.

CHAPITRE IV

SOLUTION NUMERIQUE AU MOYEN DU CFD FLUENT

IV.1 Généralités sur les codes CFD

La dynamique des fluides computationnelle (CFD) est la science qui prédit l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et de masse, les réactions chimiques etc., en résolvant numériquement l'ensemble des équations des bilans suivantes:

- Conservation de la masse
- Conservation de quantité de mouvement
- Conservation de l'énergie
- Conservation des espèces
- Effets des forces du corps
- Etc.

Les CFD sont utilisés dans plusieurs domaines à savoir l'aérospatiale, l'industrie automobile, le biomédicale, les procédés chimiques, en HVAC, l'hydraulique, la marine, l'industrie du gaz et du pétrole, la production d'énergie, environnement et d'autres …

L'analyse et le design au moyen des CFD sont basés sur la simulation plutôt que de "construire et de tester". Les CFD permettent l'étude des phénomènes physiques difficiles à réaliser ou couteux en expérimentations, en particulier dans les modèles à grande échelle (navires et avions). Ils fournissent une base de données de haute fidélité pour le diagnostic et la prédiction du champ d'écoulement.

Les résultats des analyses CFD sont pertinents dans les études conceptuelles de nouveaux designs, le développement de produits détaillées, la résolution des problèmes d'industrie. Ils sont complément aux essais d'expérimentations en réduisant leurs coûts et l'acquisition d'une base de données.

Les solveurs CFD sont basés généralement sur la méthode des volumes finis ou sur la méthode des éléments finis. Dans la première méthode, la région du fluide est décomposée en un ensemble fini de volumes contrôle (figure IV.1).

- Les équations générales de conservation (transport), cités précédemment, sont résolues au niveau de ces volumes de contrôles.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\,\Phi\,dV}_{Accumulation} + \underbrace{\oint_A \rho\,\Phi\,V.dA}_{Convection} = \underbrace{\oint_A \Gamma\nabla\Phi.dA}_{Diffusion} + \underbrace{\int_V S_\Phi dV}_{Génération} \qquad IV.1$$

- Les équations aux dérivées partielles (des équations gouvernantes) sont discrétisées en un système d équations algébriques linéaires qui sont ensuite résolues sur un ordinateur.

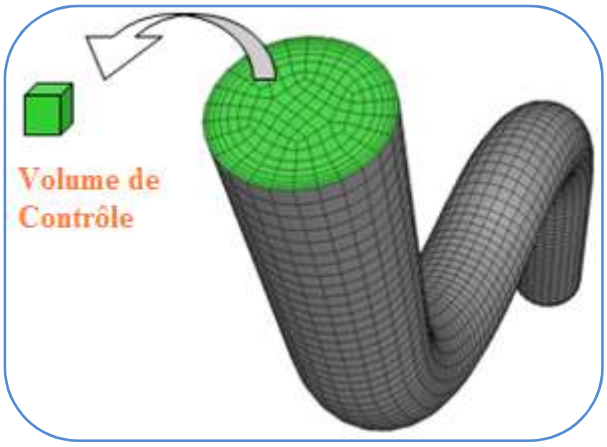


Fig. IV.1 : Discrétisations en volumes finis d'u écoulement dans un tube [9].

IV.2 Etapes de simulation des problèmes CFD

D'une manière générale, pour la simulation des problèmes de mécanique des fluides et le transfert de masse et de chaleur sous un code CFD, on suit les étapes suivantes (figure IV.2) :

IV.2.1 Identification du problème

1. Les modèles physiques utilisées (turbulence, compressibilité, radiation), le degré de précision nécessaire sont choisis selon les objectifs de modélisation, les résultats à chercher (chute de pression, débit massique)
2. Identifier le domaine à modéliser, le cas d'un élément à isoler de l'ensemble d'un système (figure IV.3). Il y a lieu à collecter les renseignements sur les conditions aux limites, et voir les hypothèses simplificatrices (symétrie, périodicité, …).

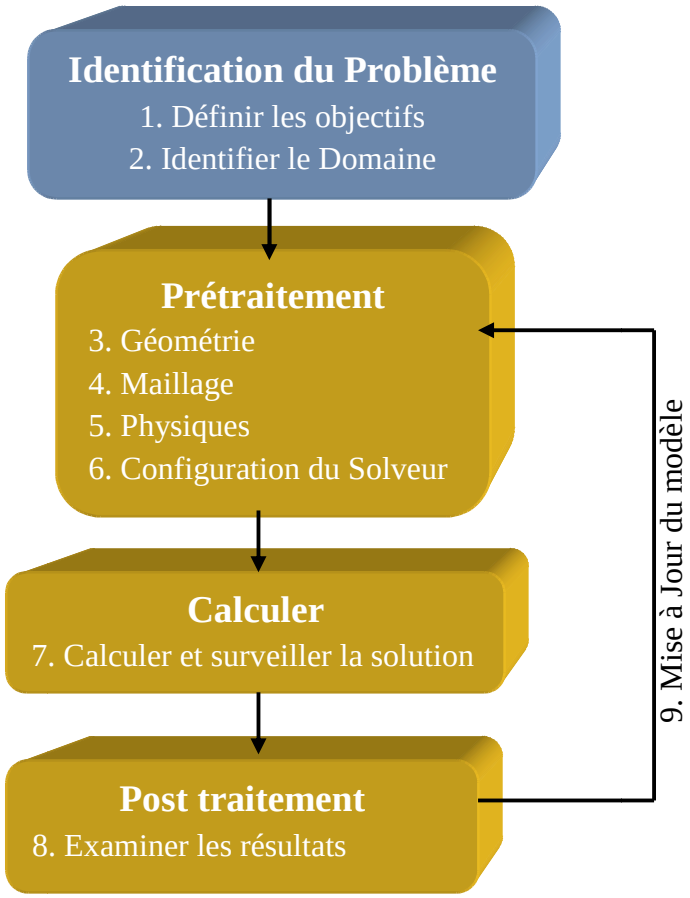


Fig. IV.2 : Vue générale sur la modélisation CFD [9]

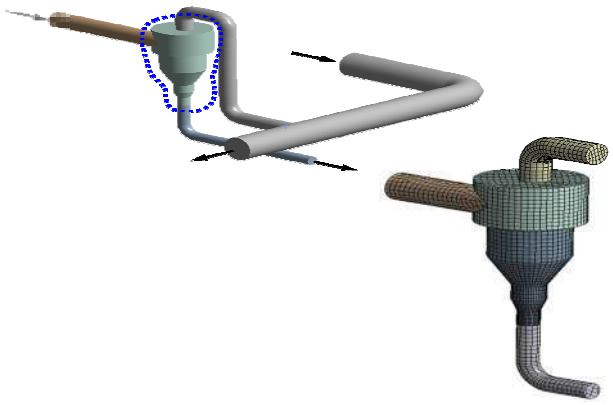


Fig. IV.3 : Isolation d'un élément à étudier [9]

IV.2.2 Prétraitement

1. Créer la géométrie du modèle, cette étape consiste à construire la géométrie du modèle physique à étudié. Dans le cas des géométries complexes, on peut faire appel à des logiciels spécialisés, ou même l'importation d'un fichier sous format image obtenu par un scanner.
2. Crée la grille du maillage à l'aide d'un mailleur. Le maillage doit inclure les caractéristiques géométriques du problème et permettre la capture des gradients concernés, par exemple : vitesse, pression, gradients de température, en prévoyant les régions de forts gradients. Choisir le maillage le plus approprié en accommodant aux ressources de l'ordinateur et à la précision désirée. Sous un CFD, plusieurs types de maillages sont possibles (figure IV.4) :

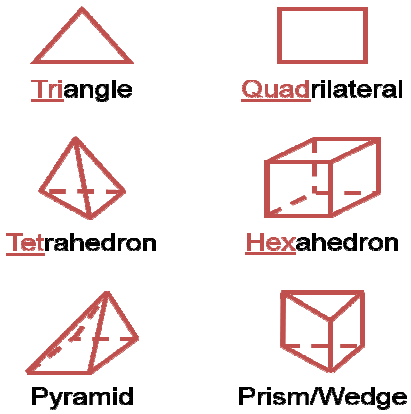
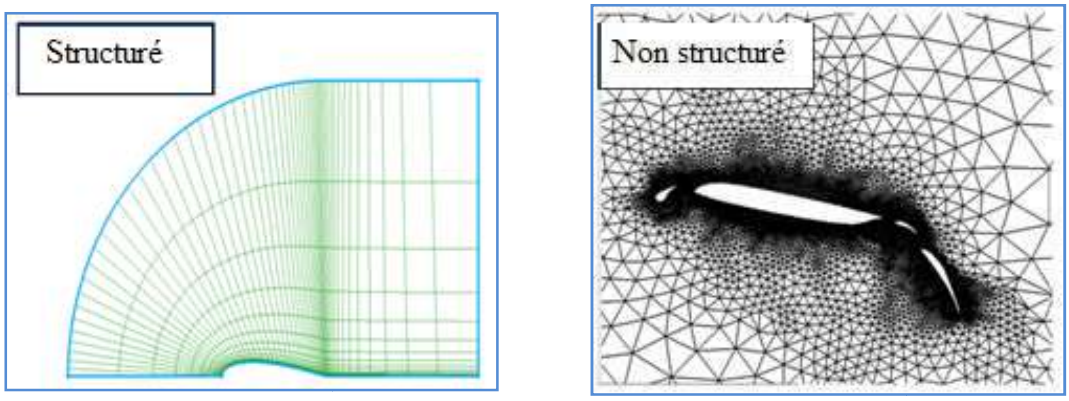


Fig. IV.4 : Les différents types d'éléments d'un maillage [9]

Les grilles peuvent être soit structurés (hexaèdres) ou non structurés (tétraédriques), tout dépend du type de schéma de discrétisation et l'application (fig. IV.5. (a)-(b)).



(a) (b)

Fig. IV.5. (a)-(b) : Maillage structuré et non structuré [9]

3. Configurer les paramètres du problème physique :

Pour un problème donné, il est à définir les propriétés des matériaux : des fluides, du solide, les mélanges, sélectionner les modèles physiques (turbulence, combustion, multiphase, etc.), prescrire les conditions opérationnelles, les conditions aux limites aux niveaux des frontières du domaine.

4. Définir les paramètres du solveur (schémas numériques, contrôle de convergence, ...), fournir des valeurs initiales ou utiliser celles d'une solution précédente, etc.

IV.2.3 Calcul et surveillance de la solution

Les équations de conservation sont discrétisées et résolues itérativement jusqu'à convergence. La convergence est atteinte lorsque les changements dans les variables de la solution d'une itération à l'autre deviennent négligeables. La précision d'une solution de convergence dépend de la pertinence et la précision des modèles physiques, la résolution du maillage et finalement les erreurs numériques.

IV.2.4 Post-traitement

1. Examiner les résultats de la solution et extraire les données utiles on utilisant les outils de visualisation et d'animation convenables, calculer les variables physiques recherchées et sauvegarder les résultats. Assurer la conservation des propriétés et corriger d'éventuelles erreurs des comportements physiques. Des résidus élevés peuvent être causés par quelques cellules de mauvaise qualité.
2. Examiner la révision des paramètres du modèle : envisager les modifications au modèle, il y a lieu de poser plusieurs questions à ce sujet, à compter du modèle physique, s'il est approprié (turbulence, l'écoulement transitoire, effets de compressibilité, effets 3D) ? les conditions aux limites sont correctes, appropriées ? le domaine du calcul est' il large?, les valeurs sont elles raisonnables ? le maillage est-il adéquat ? - Peut-on raffiner davantage pour améliorer les résultats ? la solution change de manière significative avec le maillage raffiné ? Le maillage et la solution sont ils indépendants ? - la résolution du maillage doit être améliorée?

IV.3 Présentation du code Fluent

Depuis plus de vingt ans, Fluent a été le leader dans le développement de logiciels CFD utilisés pour simuler, visualiser et analyser les écoulements des fluides et les transferts thermiques ainsi qu'une multitude de phénomènes associés, incluant les écoulements turbulents, réactifs, et multiphasiques dans n'importe quel géométries (simple ou complexe).

Fluent peut modéliser plusieurs phénomènes, on peut citer à titre exhaustif :

- Écoulement dans des géométries en 2D ou en 3D.
- Écoulement incompressible ou compressible.
- Analyse stationnaire ou en régime variable.
- Écoulement laminaire ou turbulent.
- Écoulement non-visqueux, Newtonien ou non-Newtonien.
- Transferts de chaleur (conduction, convection naturelle ou forcée et rayonnement).
- Mélange, réaction d'espèces chimiques et la combustion.
- Écoulement à travers les milieux poreux.
- Écoulements diphasiques.
- Écoulements à surface libre avec surfaces complexes.

IV.3.1 Configuration du solveur Fluent

IV.3.1.1 Solveurs disponibles

Il existe deux types de solveurs disponibles dans Fluent : l'un est basé sur **la pression,** l'autre est basé sur la densité [9].

- **Solveur basé sur la pression « pressure based solver » :** il prend la quantité de mouvement et la pression (ou la correction de pression) comme variables primaires.

Deux algorithmes sont disponibles avec le solveur basé sur la pression :

- **Solveur séparé «segregated »** : solveur qui résout la correction de la pression et quantité de mouvement de façon séquentielle (séparée).
- **Solveur couplé « Pressure – Based coupled (PBCS) »** : qui résout la pression et la quantité de mouvement simultanément.

- **Solveur basé sur la densité «Density-based solver (DBCS)» :** les équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et les espèces (si nécessaire) sont résolues sous forme vectorielle. Le solveur DBCS peut être exécuté soit en explicite ou en implicite.

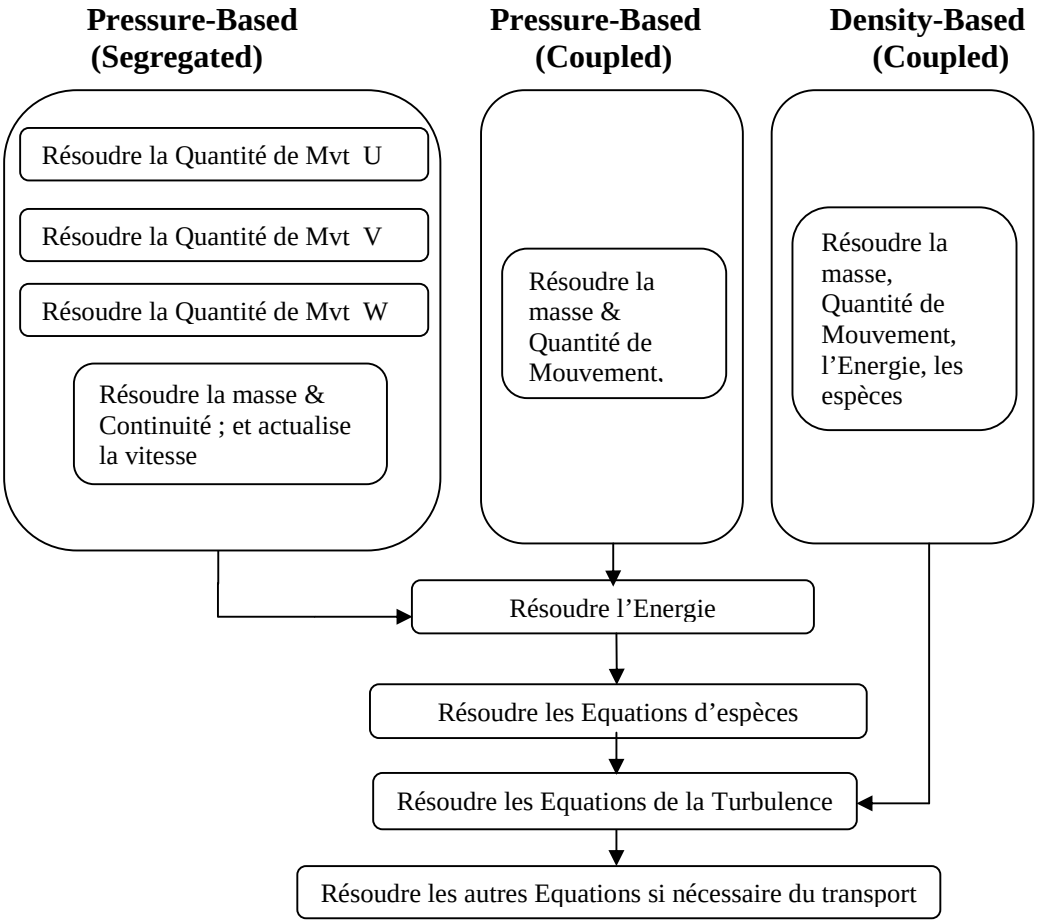


Fig. IV.6: Les différents solveurs dans le code Fluent [9]

IV.3.1.2 Choix d'un solveur

Les trois choix disponibles sont : Coupled-Implicit, Coupled-Explicit, ou Segregated (Implicite)

- Les « **Coupled solvers »** sont recommandés si une forte inter-dépendance existe entre la densité, l'énergie, les moments et/ou les espèces.

  Exemple : Ecoulement compressible a haute vitesse ou les écoulements réactifs.
- Le solveur « **Coupled-Implicit »** est généralement plus recommandé par rapport au solveur coupled-explicit. Le choix peut dépendre des deux critères suivants:
  - Temps nécessaire: Le solveur implicite est deux fois plus rapide (en gros).
  - Mémoire nécessaire: Le solveur implicite nécessite deux fois plus de mémoire que les solveurs coupled-explicit ou segregated-implicit.
- Le solveur **Coupled-Explicit** doit être utilisé uniquement pour les écoulements instationnaires quand le temps caractéristique du problème est du même ordre que les phénomènes acoustiques.

  Exemple : suivi d'une onde de choc
- Le solveur **Segregated (implicit)** est préférable dans tous les autres cas :

- Il nécessite moins de mémoire que le solveur coupled-implicit
- L'approche « Segregated » offre une flexibilité dans le traitement de la solution.

IV.3.1.3 Discrétisation (Méthodes d'interpolation) [9]

a) Les variables (stockées au centre des cellules) doivent être interpolées aux faces des volumes de contrôle:

$$\boldsymbol{V_{cell}}\frac{\boldsymbol{\partial}(\rho\Phi)}{\boldsymbol{\partial t}} + \boxed{\sum_{\boldsymbol{f}}^{\boldsymbol{Nfaces}} \rho_{\boldsymbol{f}} \boldsymbol{V_f} \Phi_{\boldsymbol{f}}.\boldsymbol{A_f}} = \sum_{\boldsymbol{f}}^{\boldsymbol{Nfaces}} \Gamma_\Phi \boldsymbol{\nabla}\Phi_{\boldsymbol{f}}.\boldsymbol{A_f} + \boldsymbol{S}_\Phi \boldsymbol{V_{cell}} \qquad \textit{IV.2}$$

b) Les termes de diffusion : toujours discrétisées en utilisant une différentiation centrale exacte du second ordre.

c) Les termes de convection : le schéma d'interpolation par défaut est le schéma d'upwind du premier ordre (les propriétés sont constantes tout au long de la cellule). Fluent propose de nombreux schémas pour l'interpolation des termes convectifs [9] :

- Schéma Upwind de premier ordre : facile à converger mais seulement de premier ordre.
- Schéma Upwind de deuxième ordre : essentiel avec un maillage tri/tet ou quand, l'écoulement n'est pas aligné avec le maillage. La convergence peut être lente.
- Schéma en lois de puissance : plus précis que le premier ordre quand $Re_{cell} < 5$ (type écoulements faible Reynolds).
- Interpolation Quick (quadratique Upwind) : appliquer au maillage quad/hex et hybrides, utilisé pour les écoulements rotatifs ou avec swirling, précis à l'ordre 3 pour un maillage régulier.

d) Méthodes d'interpolations des gradients :

1- Les gradients des variables recherchées sont nécessaires afin d'évaluer les flux diffusifs, les dérivés de vitesse, et pour des schémas de discrétisation d'ordre supérieur.

$$\boldsymbol{V_{cell}}\frac{\boldsymbol{\partial}(\rho\Phi)}{\boldsymbol{\partial t}} + \sum_{\boldsymbol{f}}^{\boldsymbol{Nfaces}} \rho_{\boldsymbol{f}} \boldsymbol{V_f} \Phi_{\boldsymbol{f}}.\boldsymbol{A_f} = \boxed{\sum_{\boldsymbol{f}}^{\boldsymbol{Nfaces}} \Gamma_\Phi \boldsymbol{\nabla}\Phi_{\boldsymbol{f}}.\boldsymbol{A_f}} + \boldsymbol{S}_\Phi \boldsymbol{V_{cell}} \qquad \textit{IV.3}$$

2- Les gradients des variables recherchés aux centres de cellule peuvent être déterminés selon trois approches :

- **Green-Gauss Cell-Based :** La méthode par défaut ; solution peut donner lieu à une erreur de diffusion.
- **Green-Gauss Node-Based :** Plus précis que le précédent; il minimise l'erreur de diffusion; Il est recommandée pour les maillages tri/tetra.
- **Least-Squares Cell-Based :** recommandé pour les maillages polyédriques.

3- Les gradients des variables recherchés aux faces sont calculés à l'aide du développement en série de Taylor multidimensionnelle.

e) Méthodes d'interpolation pour la pression :

Les schémas d'interpolation pour les pressions aux faces sont :

- **Standard :** schéma par défaut; précision réduite pour les écoulements avec de forts gradients de pression normaux à la surface près des frontières.
- **Linéaire :** à utiliser quand les autres options trouvent des difficultés de convergence ou des comportements non-physiques.
- **Deuxième ordre :** à utiliser pour les écoulements compressibles; ne pas utiliser dans les matériaux poreux, discontinuités, turbines ou méthodes VOF.
- **Body Force Weighted :** à utiliser quand les forces de gravité sont importantes, exemple en convection naturelle à Ra élevé ou écoulements fortement swirlés.
- **PRESTO! :** à utiliser avec les écoulements swirlés, les milieux poreux ou les domaines fortement courbés.

IV.3.1.4 Couplage vitesse-pression

Le couplage pression-vitesse se réfère à la manière dont la conservation de la masse est prise en compte quand on utilise le solveur séparé « segregated solver ». Quatre algorithmes, traitant ce couplage, sont disponibles sous Fluent [9] :

- **SIMPLE** (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) : schéma par défaut, il est robuste, convient pour une large catégorie de problèmes.
- **SIMPLEC (SIMPLE–Consistent)** : caractérisé par une convergence plus rapide pour les problèmes simples (par exemple des écoulements laminaires sans modèles physiques).
- **PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators)** : utile pour les écoulements instationnaires ou pour les schémas contentant des cellules avec des distorsions (skews) plus élevé que la moyenne.
- **Fractional Step Method (FSM)** : utilisé pour les écoulements instationnaires. Il est légèrement moins couteux en temps de calcul que le schéma Piso. En général, il est plus robuste que le schéma Piso sauf pour le cas utilisant le VOF.

IV.4 Le Modèle MHD sous Fluent

Dans cette partie, Nous présentons le module magnétohydrodynamique implémenté dans le logiciel Fluent est présenté. Commençons par les informations relatives au modèle MHD, une discussion du modèle ainsi qu'une description de son installation et son utilisation pour les simulations CFD, le post de traitement et en fin ces limitations [39].

IV.4.1 Introduction

Le module magnétohydrodynamique (MHD) est fourni en tant que module addon (outils en options) dans le logiciel Fluent. Il permet d'analyser le comportement d'écoulement des fluides conducteurs d'électricité sous l'influence des champs électromagnétiques constants (DC) ou alternatifs (AC). Le champ magnétique imposé de l'extérieur peut être activé soit par une simple sélection des fonctions intégrées ou par un fichier de données fourni par l'utilisateur en utilisant les fonctions UDF (user-defined functions) qui est chargé dans le code Fluent au moment de l'exécution. La configuration du modèle MHD et les paramètres sont introduits en utilisant les fenêtres de l'interface utilisateur graphique (GUI) du modèle MHD et par les commandes de l'interface utilisateur texte (TUI) décrites ci-dessous.

Notons que pour les écoulements multiphasiques, le modèle MHD est aussi compatible avec le modèle de phase discrète (DPM), le volume de fluide (VOF) et les approches de mélange Eulérien dans Fluent, y compris les effets d'une phase discrète sur la conductivité électrique du mélange.

IV.4.2 Modèle magnétohydrodynamique

Le couplage entre le champ d'écoulement d'un fluide et le champ magnétique peut être expliqué sur la base de deux effets fondamentaux : l'induction du courant électrique en raison du mouvement du fluide conducteur dans un champ magnétique, et l'effet de la force de Lorentz à la suite de l'interaction du champ magnétique et de courant d'électricité. En général, le courant électrique induit et la force de Lorentz ont tendance à s'opposer aux mécanismes qui les créent. Les mouvements qui donnent lieu à l'induction électromagnétique sont donc systématiquement freinés par la force résultante de Lorentz. L'induction électrique peut également se produire en présence d'un champ magnétique variable dans le temps. Les champs électromagnétiques sont décrits par des équations de Maxwell.

Généralement, deux approches peuvent être utilisées pour évaluer la densité de courant. L'une est dans la solution de l'équation d'induction magnétique, l'autre est à travers la résolution de l'équation du potentiel électrique.

a) Méthode d'induction magnétique

Dans la première approche, l'équation d'induction magnétique est dérivée de la loi d'Ohm et de l'équation du Maxwell. L'équation fournit le couplage entre le champ d'écoulement et le champ magnétique.

b) Méthode du potentiel électrique

La deuxième approche est la résolution de l'équation du potentiel électrique et le calcul de la densité du courant en utilisant la loi d'Ohm. Ainsi avec la connaissance du courant électrique induit, le couplage MHD est achevé.

IV.4.3 Utilisation du module MHD du code Fluent

Nous allons fournir brièvement les instructions de base pour installer le module MHD et résoudre les problèmes MHD sous le code Fluent.

IV.4.3.1 Installation et chargement du module MHD

Le module MHD est fournie en tant que module addon avec le logiciel Fluent, il est installé dans un répertoire appelé addons/mhd2.1 et nécessite une licence spéciale. Le module MHD consiste en une bibliothèque UDF et une bibliothèque des schémas précompilé, qui doit être chargé et activé avant le début des calculs.

Le module MHD est chargé dans Fluent via l'interface utilisateur en mode texte (TUI). Le module ne peut être chargé que lorsque un fichier *.msh ou *.cas est ouvert.

La commande texte pour charger le module est la suivante :

define ⟶ models ⟶ addon-module.

Une liste des modules addon est affichée:

Fluent Addon Modules:
0. none
1. MHD Model
2. Fiber Model
3. PEM Fuel Cell Model
4. SOFC Fuel Cell Model
5. Population Balance Model

Saisir le numéro de module: [1] 1

Sélectionnez le modèle MHD en entrant le numéro du module 1. Pendant le processus de chargement une bibliothèque contenant les interfaces graphiques et texte, et une bibliothèque UDF contenant un ensemble de fonctions utilisateur définies sont chargés dans Fluent.

Un message "Addon Module: mhd2.1 ... chargé! " confirme le chargement réussi du module. La configuration de base du modèle MHD est exécutée automatiquement lorsque le module MHD est chargé avec succès. L'installation comprend:

- La sélection de la méthode MHD par défaut
- Attribution du nombre requis de scalaires utilisateur définis et allocation de la case mémoire
- Désignation ou nomination des :
  - Scalaires utilisateur définis et allocations de case mémoire ;
  - Tous les UDF Hooks pour l'initialisation et l'ajustement MHD;
  - L'équation du flux MHD et les termes transitoire;
  - Conditions source pour les équations MHD ;
  - Termes sources supplémentaires pour l'équation de la quantité de mouvement et l'équation d'énergie ;
  - Les conditions aux limites MHD par défaut pour les frontières extérieures et intérieures ;
  - La mise en œuvre d'un ensemble de paramètres du modèle par défaut ;

La configuration du module MHD est enregistrée dans un fichier case du Fluent. Le module est chargé automatiquement lorsque le fichier est ensuite lu à nouveau dans Fluent. Pour décharger la bibliothèque précédemment enregistré du module MHD, on utilise la commande :

Define → User-Defined → Functions → Manage...

La configuration du modèle MHD enregistrée précédemment et les paramètres seront conservés.

IV.4.3.2 Configuration du modèle MHD

Après le chargement du module MHD, on peut accéder au module MHD à l'aide du panneau MHD GUI (graphical user interface) :

Define → Models → MHD...

Ou en utilisant les commandes texte TUI (text user interface)

define → models → mhd-model

Les deux commandes sont utilisées pour exécuter les taches suivantes :

• Activer / désactiver le modèle MHD.

• Sélectionnez la méthode MHD.

• Appliquer un champ magnétique externe.

• Régler ou configurer les conditions de frontières.

• Réglez les paramètres de contrôle de la solution.

Les tâches ainsi que la manipulation des différentes commandes sont détaillées dans la section suivante :

a) Activer le modèle MHD

Si le modèle MHD n'est pas activé après le chargement du module MHD pour la première fois, on peut l'activer en cliquant sur le bouton Activer MHD dans le panneau du modèle MHD modèle, comme illustré sur la figure (IV.7). Le groupe se développe à sa pleine taille, où toutes les commandes sont visibles, lorsque le modèle est activé, comme le montre la figure (IV.8).



Fig. IV.7 : Activation du panneau du modèle MHD [39]

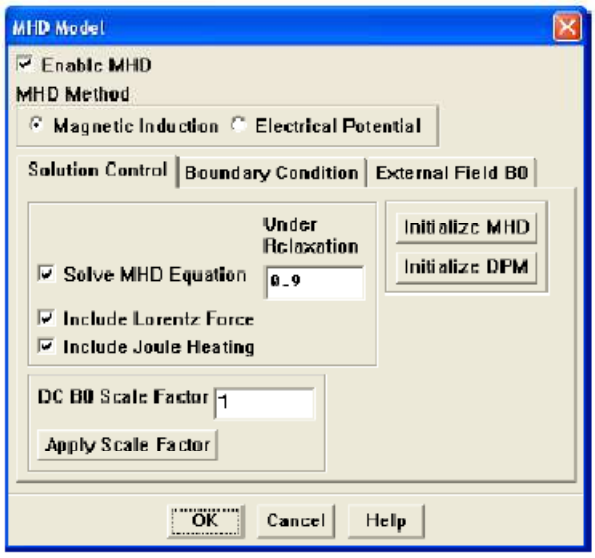


Fig. IV.8 : Panneau du modèle MHD [39]

b) Choix d'une méthode MHD

La méthode utilisée pour le calcul MHD peut être sélectionnée dans la case "MHD Method" dans le panneau du modèle MHD parmi les deux méthodes, induction magnétique out potentiel électrique.

- Pour la méthode d'induction magnétique, 2 ou 3 scalaires utilisateurs définis sont alloués pour la solution du champ magnétique induit dans le cas 2-D ou 3-D respectivement. Les scalaires sont répertoriés comme B_x, B_y et B_z représentant les composantes cartésiennes du vecteur du champ magnétique induit, exprimés en unité Tesla.

- Pour la méthode du potentiel électrique, un scalaire utilisateur défini est résolu pour le domaine du potentiel électrique exprimé en unité Volt.

Le Tableau (IV-1) énumère les scalaires définis par l'utilisateur pour les deux méthodes.

Méthode	Scalaire	Nom	Unité	Description
Induction	Scalar-0	B_x	Tesla	X Composante d champ magnétique induit (b_x)
	Scalar-1	B_y	Tesla	Y Composante d champ magnétique induit (b_y)
	Scalar-2 (3-D)	B_z	Tesla	Z Composante d champ magnétique induit (b_z)
Potentiel	Scalar-0	Phi	Volt	Potentiel électrique (φ)

Tab. IV.1 : Scalaires utilisateurs définies dans le modèle MHD [39]

c) Application d'un champ magnétique externe

L'application d'un champ magnétique externe sur le domaine de calcul se fait sous l'onglet "External Field B_0" dans le panneau du modèle MHD, comme le montre la figure (IV.9). Pour faire entrer le champ magnétique externe B_0, deux options sont disponibles, la première est le patch du domaine de calcul avec un type de champ constant (champ DC) et / ou variable (champ AC). L'autre option consiste à importer les données du champ à partir d'un fichier de données magnétiques fourni à part.

Avec l'option Patch activée, le champ alternatif peut être exprimée en fonction du temps (spécifié par sa fréquence) et dans l'espace (spécifié par une longueur d'onde, la direction de la propagation et la phase initiale). Les composantes spatiales sont définies sous le volet du B_0, comme le montre la figure (IV.9).

On peut également spécifier un champ en déplacement avec une forme d'onde qui est, soit une fonction sinusoïdale ou une fonction d'onde carrée (Figure IV.10).

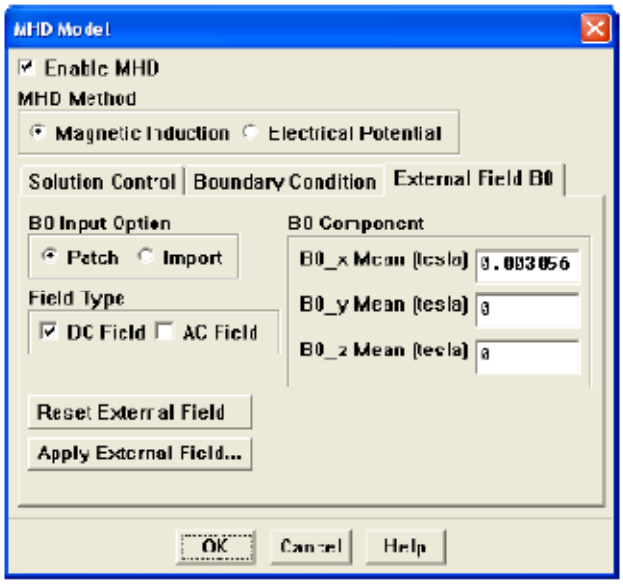


Fig. IV.9 : Panneau du modèle MHD pour Patch un champ magnétique externe [39]

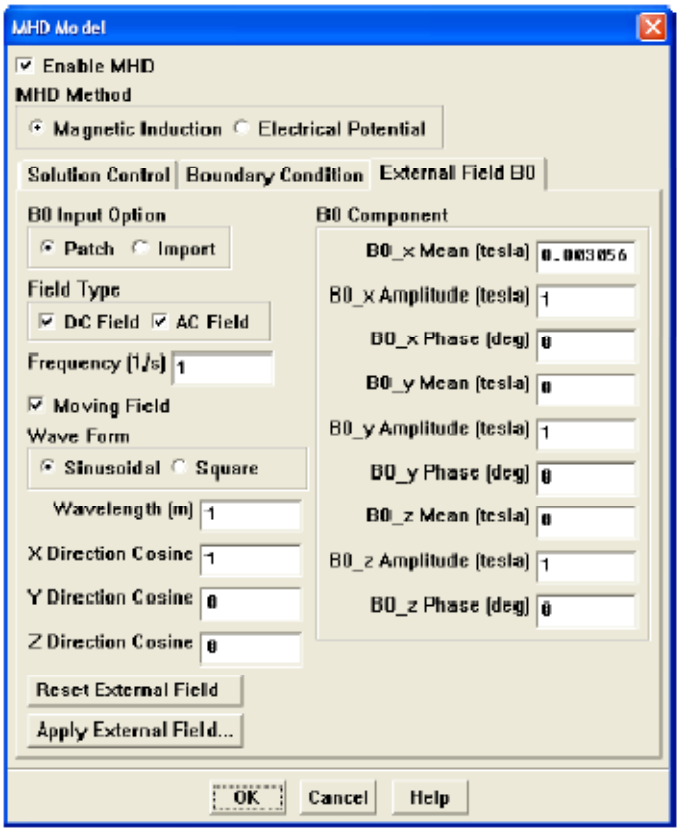


Fig. IV.10 : Panneau du modèle MHD pour la spécification d'un champ en mouvement [39]

Sous l'option "B_0 input Option" du panneau modèle MHD, comme le montre la figure (IV.11), on peut importer le fichier des données avec l'extention mag du champ magnétique

- Le bouton "Apply External field" ouvre le panneau du champ extérieur B_0 à appliquer comme le montre la figure (IV.12). Pour appliquer les données du champ extérieur aux zones ou aux régions dans le domaine de calcul, il faut sélectionner les noms des zones ou les noms de régions marquées à partir du panneau et cliquez sur le bouton "Appliquer".

- La commande Reset "External Field" permet la remise à zéro des variables du champ magnétique externe déjà définies.

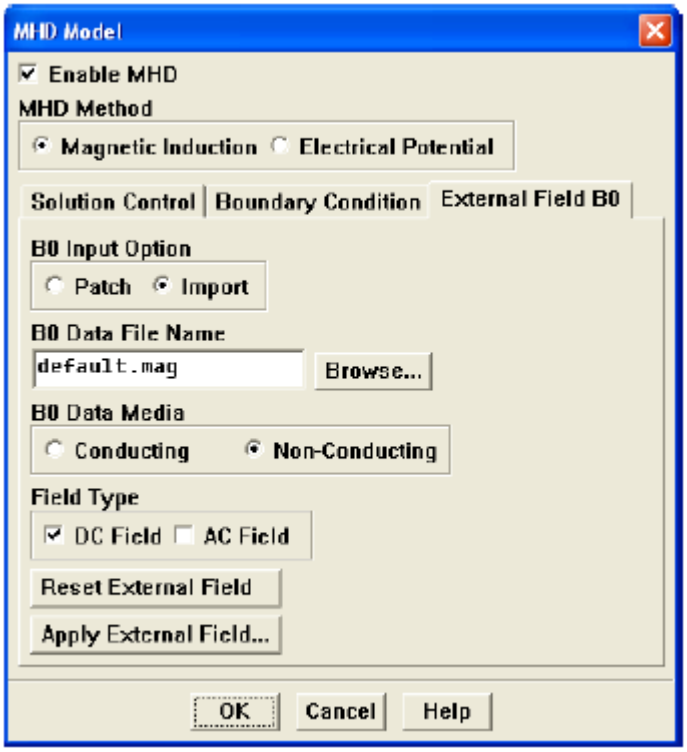


Fig. IV.11 : Panneau du modèle MHD pour importer le champ magnétique externe [39]



Fig. IV.12 : Application du champ extérieur $\overrightarrow{B_0}$ [39]

d) Application des conditions aux limites

Les conditions aux limites liées aux calculs MHD sont sous l'onglet "Boundary Condition" du panneau du modèle MHD. Elles peuvent être définies aux zones cellule et aux frontières murs. - Pour les zones cellule, seul le matériau associé peut être changé et ses propriétés peuvent être modifiées.

La figure (IV.13) montre le panneau pour application des conditions aux limites "Cell/Wall zone". Le matériau de zone cellule peut être sélectionné dans la liste déroulante des matériaux.

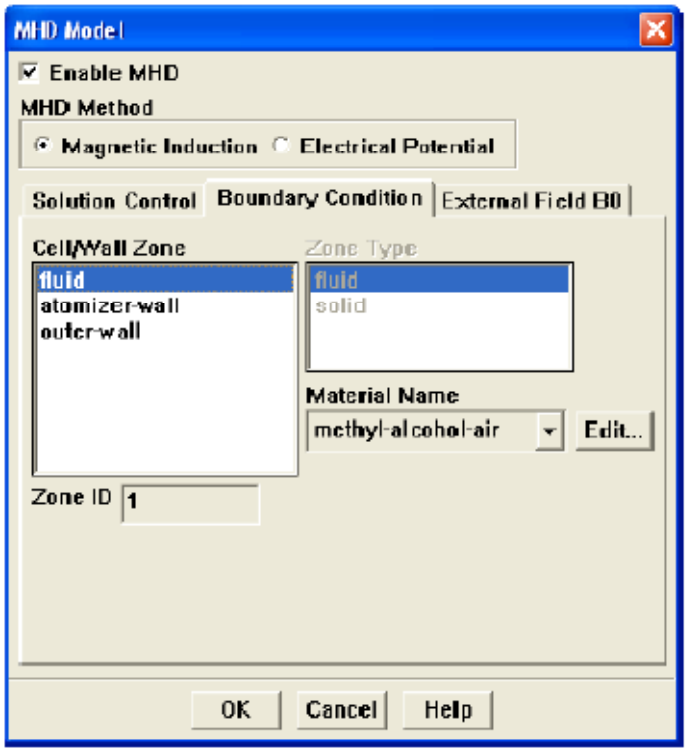


Fig. IV.13 : Application des conditions aux limites sur les zones [39]

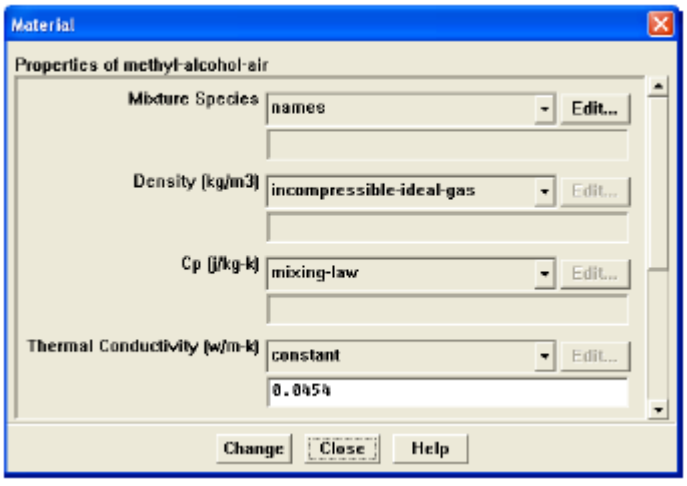


Fig. IV.14 : Modification des propriétés matérielles dans les conditions aux limites [39]

- Pour les frontières murs, la condition aux limite peut être définie parmi : mur isolant, mur conducteur, mur couplé ou mur mince. Le panneau d'application des conditions aux limites des murs est illustré à la figure (IV.15).

• Mur isolant est utilisée dans le cas où il n'ya pas circulation du courant électrique à travers la frontière.

• Mur conducteur est utilisé pour les frontières parfaitement conductrices.

• Mur couplé est utilisé pour les frontières murs entre solide/solide ou solide/fluide des zones où les équations de la MHD sont résolues.

• Frontière de type paroi mince peut être utilisée pour le mur externe qui a une conductivité électrique finie.

- Pour les murs conducteurs et les frontières murs minces, le matériau du mur peut être sélectionné dans la liste déroulante "Material Name", et ses propriétés peuvent être modifiées à travers le panneau des matériaux. Une épaisseur de la paroi doit être spécifiée pour les types des frontières murs minces.

Si la méthode du potentiel électrique est sélectionnée, la frontière mur conducteur est spécifiée à la frontière sous forme de tension ou de courant, comme le montre la figure (IV.16).

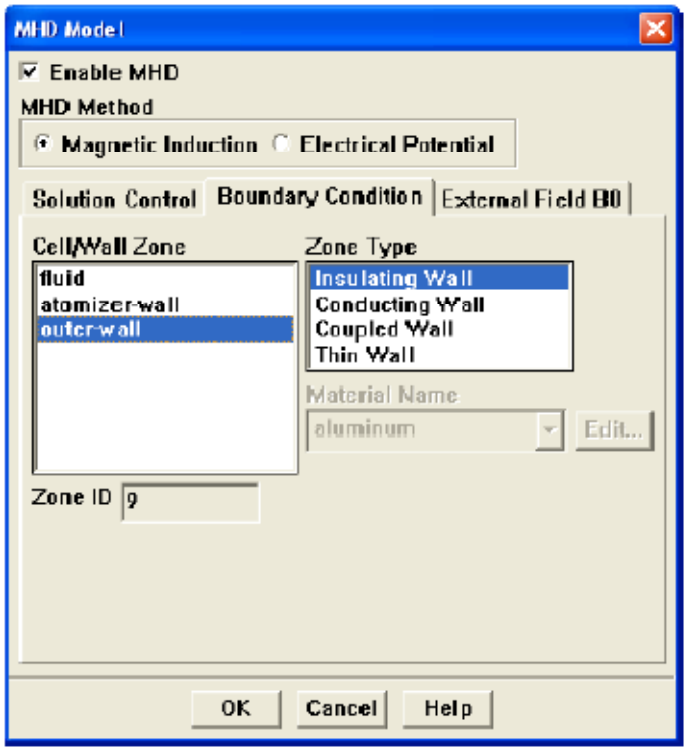


Fig. IV.15 : Application de condition aux limites type Mur [39]

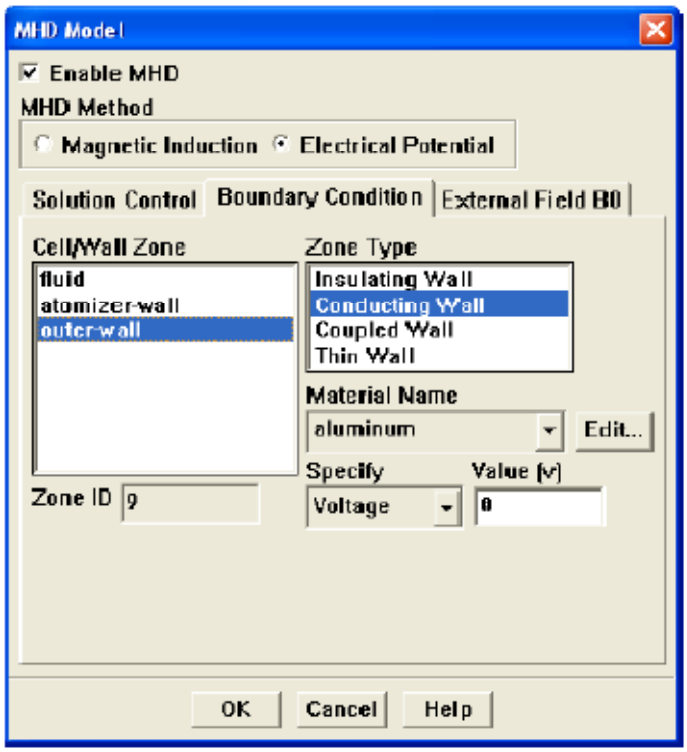


Fig. IV.16 : Conditions aux limites de type Mur dans la méthode potentiel électrique [39]

e) Contrôle de la Solution

Sous l'onglet "Solution control" du panneau du modèle MHD (figure IV17), un certain nombre de paramètres de contrôle du processus de la solution dans le calcul, peuvent être réglés. On peut aussi initialiser le modèle MHD en utilisant la commande "Initialize MHD".

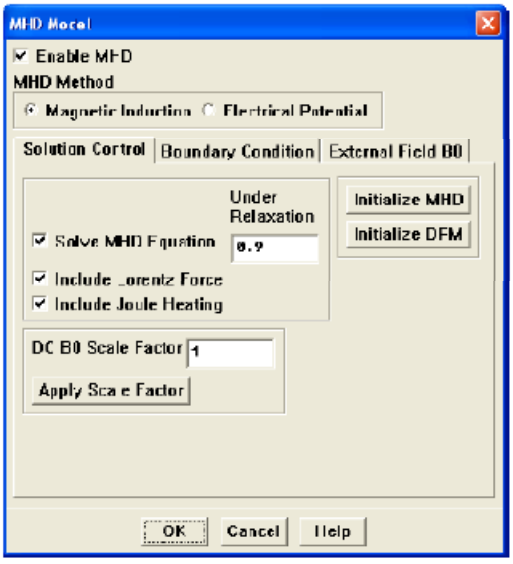


Fig. IV.17 : Contrôle de la solution dans le Panneau du modèle MHD [39]

On a la possibilité d'activer ou de désactiver la résolution de l'équation MHD. Lorsque la résolution de l'équation MHD est activée, un choix nous permet d'inclure la force de Lorentz et/ou le chauffage par effet Joule dans la solution des équations de quantité de mouvement et d'énergie.

Le facteur de sous relaxation pour les équations de la MHD peut aussi être ajusté afin d'assurer la convergence de la solution.

IV.4.4 Solutions MHD et post-traitement

IV.4.4.1 Initialisation du modèle MHD

L'initialisation du modèle MHD implique l'application du champ magnétique extérieur imposé et l'initialisation de tous les scalaires utilisateurs définis (UDFs) et les variables magnétiques en mémoire liées.

Quand un cas Fluent est initialisé, tous les scalaires définis par l'utilisateur et les variables de la mémoire sont mise à zéro. Les données du champ magnétique externe est défini à partir de l'onglet champ extérieur B_0 dans le panneau de MHD modèle.

La commande "Initialize MHD" sous l'onglet "Solution control" peut être utilisée pour initialiser le modèle au cours d'un processus de solution Fluent. Elle est utilisée lorsque les effets MHD sont ajoutés à un champ d'écoulement entièrement ou partiellement résolu, ou lorsque les paramètres du modèle sont modifiés au cours d'un calcul MHD. Cette opération efface seulement les variables scalaires et la plupart des locations de mémoire utilisées dans le modèle MHD, les variables des données du champ magnétique externe, en mémoire sont préservées.

IV.4.4.2 Itération

Comme stratégie, il est conseillé et même plus efficace de commencer les calculs MHD, en utilisant la solution d'un champ d'écoulement convergé précédemment. Avec cette approche, les équations de l'induction sont généralement faciles à converger.

Les facteurs de sous relaxation pour ces équations peuvent être choisis de 0,8 à 0,9, bien que pour des champs magnétiques très forts, des valeurs plus petites peuvent être nécessaires. Pour l'équation du potentiel électrique, la convergence est généralement lente. Toutefois, la valeur de sous relaxation de cette équation ne doit pas être mise à 1.

Comme les termes sources supplémentaires sont ajoutés aux équations dynamique et d'énergie, les facteurs de sous relaxation pour ces équations doivent, généralement, être réduit afin d'améliorer la vitesse de convergence. En cas de difficultés de convergence, une autre

stratégie efficace consiste à utiliser le "B_0 scale factor" dans l'onglet "control solution" (Figure IV.10). Ceci va graduellement augmenter l'effet MHD à sa grandeur réelle à travers une série de redémarrages.

IV.4.4.3 Post-traitement

Nous pouvons utiliser les outils standards de post-traitement de Fluent pour afficher les résultats des calculs MHD.

Les contours des variables MHD peuvent être affichés en utilisant le menu:

Display ⟶ Contours...

Les variables MHD peuvent être choisis parmi la liste des variables.

Les vecteurs de variables MHD, tel que le vecteur champ magnétique et le vecteur densité de courant, peuvent être affichées à l'aide du menu :

Display ⟶ Vectors...

Les champs des variables vecteurs MHD sont énumérés dans la liste déroulante du panneau vecteurs. Le tableau (IV-2) énumère les champs vecteurs MHD.

Name	**Unit**	**Description**
Champ induit-$\vec{B}$	Tesla	Vecteur champ magnétique induit
Champ externe-$\vec{B}$	Tesla	Vecteur champ magnétique externe appliqué
Densité de courant- $\vec{J}$	A/m^2	Vecteur champ de densité de courant induit
Champ électrique- $\vec{E}$	V/m	Vecteur densité de champ électrique
Force de Lorentz- $\vec{F}$	N/m^3	Vecteur force de Lorentz force

Tab. IV.2 : Vecteurs MHD [39]

IV.4.4.4 Limitations

Le modèle MHD possède des restrictions d'utilisation, nous indiquons ici l'essentiel cité en manuel d'utilisation du module MHD du logiciel Fluent. De nombreuses applications MHD impliquent l'utilisation simultanée d'autres fonctionnalités dans le logiciel Fluent, telles que la solidification, modélisation de surface libre avec l'approche du volume de fluide (VOF), DPM, polyphasés Eulérien. Les limitations les plus importantes sont comme suit :

- Comme indiqué dans la théorie du modèle magnétohydrodynamique, le module MHD suppose que le fluide est suffisamment conducteur pour que les termes de densité de charge et

courant de déplacement dans les équations de Maxwell puissent être négligés. Pour quelques de fluides conducteurs, cette hypothèse n'est pas valide.

- Pour les propriétés des matériaux électromagnétiques, seules les modèles à propriétés isotropes sont disponibles. Les fractions de volume multiphase ne sont pas fonction de la température, concentration des espèces, ou intensité du champ. Cependant, des champs magnétiques suffisamment puissants peuvent donner lieu à l'invalidité de l'hypothèse de constante perméabilité.
- Il est demandé de spécifier directement le champ magnétique appliqué. La spécification d'un courant électrique alternative imposé n'est pas permise.

CHAPITRE V

RÉSULTATS & DISCUSSION

V.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les principaux résultats obtenus par simulations numérique, au moyen du code Fluent, d'un écoulement magnétohydrodynamique laminaire en convection mixte dans un canal vertical. Les résultats de la simulation numérique ont été validés en utilisant les résultats analytiques disponibles dans la littérature.

V.2 Propriétés physiques du fluide

Dans cette étude deux fluides conducteurs ont été utilisés, le premier est le sodium. Un métal liquide, qui est le plus courant des métaux alcalins, connus pour ces propriétés physicochimiques et neutroniques. Il est connu, notamment, pour son utilisation comme caloporteur dans les réacteurs à neutrons rapides (RNR) des premières générations. A titre d'indication, en 2007, tous les réacteurs nucléaires à neutrons rapides (RNR) en fonctionnement sont conçus avec un circuit de refroidissement par du sodium liquide. De nombreuses innovations ont été étudiées afin d'améliorer son exploitation.

Dans ce travail, les propriétés thermo physiques du sodium liquide sont évaluées à partir des relations empiriques, à l'aide d'un programme Matlab élaboré pour ce but (Annexe A). Le nombre de Prandtl est pris égale à Pr = 0.011.

- Le second fluide que nous avons utilisé est l'eau de Mer, connu pour son utilisation dans le refroidissement des installations de puissance, de dessalement et de la propulsion magnétohydrodynamique. Les propriétés thermo-physiques de l'eau de mer sont fonction de la salinité (g/Kg), la température et de la pression, Nous avons pris le cas où le nombre de Prandtl égale à Pr=1.1. Les propriétés de l'eau de mer sont données par des tableaux en fonction de la salinité et la température en Annexe B.

V.3 Procédure de Résolution

Un fichier de données (extension.cas) est créé suite à la lecture du fichier contenant les détails de la géométrie (extension .msh). Après vérification du maillage, on fait le choix du type de solveur. Pour notre cas, un solveur découplé avec une formulation implicite en régime stationnaire 2D. Selon les phénomènes étudiés, d'autres équations peuvent être ajoutées (MHD, transfert de chaleur). Les autres étapes du menu "define" sont l'activation de l'équation d'énergie, du modèle MHD, le choix du fluide (sodium liquide ou l'eau de mer), les conditions opératoires (introduction de la gravite et de la pression de référence) et l'introduction des conditions aux limites. Le dernier menu utilisé pour lancer le calcul est le menu "solve". On doit choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisation, les facteurs de sous relaxations et les critères de convergence. Le calcul est initialisé d'après les

conditions aux limites, sans oublier l'opération "patch", qui consiste à fixer une valeur du champ magnétique sur l'ensemble du domine du calcul.

V.4 Independence des résultats vis-vis du maillage

Le domaine physique (fig. III.1) est divisé en un nombre de volumes suivant un maillage structuré non uniforme. La construction du modèle géométrique et son maillage ainsi que l'association des conditions aux limites est générée avec le préprocesseur "Gambit" (figure V.1).

Chaque nœud du maillage est repéré par deux indices I et J, donnant sa position suivant les directions X et Y.

Le choix du maillage a une grande influence sur la précision des résultats et sur le temps de calcul. En effet, un maillage grossier donne des résultats erronés et non irréalistes, tandis qu'un maillage très fin occupe trop d'espace mémoire et prends beaucoup de temps de calcul. Afin de voir succinctement ces effets nous avons effectué plusieurs tests de simulations pour différents maillages de résolution qui varie du simple au double ont été testés (40x120, 80x240, 100x300). Dans chaque cas, le maillage est séré près des parois et ce afin de capter les forts gradients de vitesse, de pression et de température.

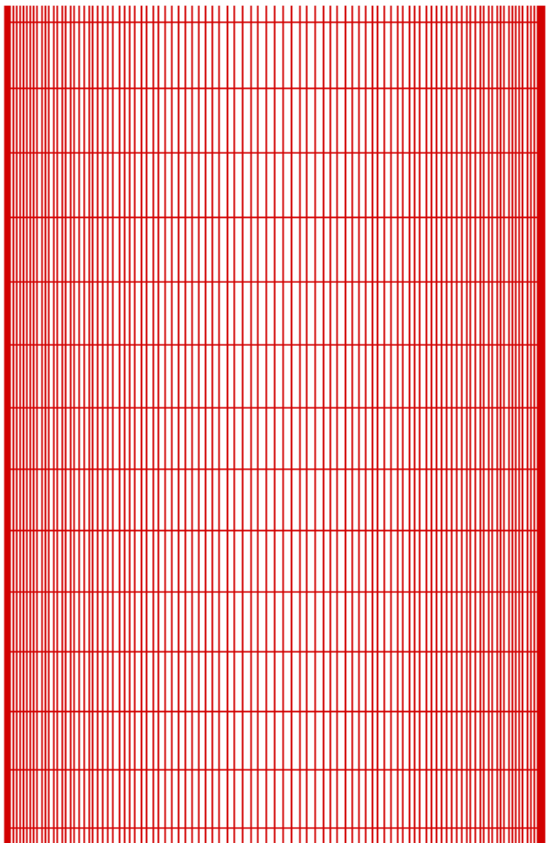


Fig.V.1 : Maillage du domaine de calcul

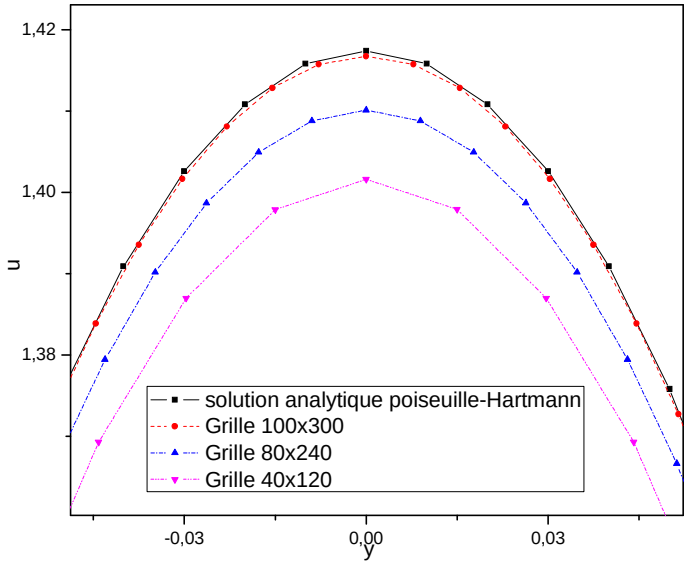


Fig. V.2 : Profils des vitesses à la sortie du canal pour trois types de grilles de Maillage

Le test d'indépendance des résultats vis-à-vis le maillage est effectué pour Re = 53,76, GR=100, Ha=2 et Pr=0,011. Les valeurs du nombre moyen de Nusselt Nu, un paramètre global, largement utilisé comme une mesure de sensibilité de la précision de la solution, est choisie comme variable de surveillance des résultats.

Sur la figure V.2, sont présentés les profils de la vitesse transversale à la sortie du canal obtenus pour les trois maillages, comparés avec la solution analytique de Poiseuille-Hartmann sous les mêmes conditions. Le profil de vitesse le plus proche à la solution analytique est obtenu pour un maillage de 100×300, au-delà de ce maillage, le temps de calcul augmente, mais pas de changement significatif observé sur les résultats (résultats non présentés pour raison de clarté).

Le tableau V.1 énumère les valeurs de Nusselt moyen et le temps d'exécution nécessaire pour chaque maillage. On remarque pour un maillage qui passe de 800×120 à 100×300, l'amélioration des résultats n'est que de 0,12%, cependant le temps de calcul est plus que doublé. Notons que le calcul est effectué sur un PC Intel Pentium R dual CPU avec 1.8 GHz et 2 GO de Ram.

Sur la base de ces tests, nous avons opté pour un maillage de (100×300) qui assure un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul.

Nœuds (éléments)	4961 (4800)≡40×120	19521 (19200)≡80×240	30401 (30000)≡100×300
$\overline{Nu}$	2,2378748	2,26855957	2,27149251
Temps (s)	43	392	797

Tab. V.1 : Vérification de la sensibilité de la grille à $Re=53.76$, $GR=100$, $Ha=2$, $Pr=0.011$

V.5 Validation des résultats du modèle MHD du code Fluent

Avant l'utilisation du code Fluent pour notre cas, nous avons jugé indispensable de valider le code de calcul par des résultats obtenus par d'autres auteurs, pour les mêmes conditions. Cependant, en écoulements sous MHD en canal, peu de travaux expérimentaux ou numériques, sont disponibles dans la littérature. De ce fait une confrontation directe pour permettre une validation complète de nos calculs a été très difficile voire même impossible. Nous nous sommes limités à une validation par des résultats analytiques qui traitent un cas similaire à notre étude.

A cet effet, une première validation a été faite avec l'écoulement de Poiseuille-Hartmann entre deux plans parallèles en présence d'un champ magnétique transversal, qui présente un bon cas de test pour l'évaluation du calcul MHD, et ce pour différentes valeur du nombre de Hartmann.

L'expression analytique du profil de vitesse de Poiseuille-Hartmann est donnée par [59] :

$$\frac{U}{U_m} = \frac{Ha}{Ha - \tanh Ha}\left[1 - \frac{\cosh\left(Ha \times \frac{z}{b}\right)}{\cosh Ha}\right], -b \ll z \ll b \qquad V.1$$

Sur la figure V.3 est présentée une comparaison entre les profils de vitesse à la sortie du canal obtenus numériquement et ceux de Poiseuille-Hartmann pour Ha=0, 2, 5 10 et 20.

Pour Ha=0 c'est la solution d'écoulement de Poiseuille (absence de champ magnétique). Il est clair que les solutions analytiques et numériques se coïncident. Avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique, l'effet est nettement visible sur l'écoulement ; dans chaque cas un bon accord entre les résultats obtenus et ceux de la solution analytique de Poiseuille-Hartmann est observé.

La valeur du nombre de Reynolds $Re = 53{,}76$ correspond à une vitesse d'écoulement de 2 Cm/s, elle n'est pas arbitraire, c'est le résultat de calcul pour avoir le régime laminaire et les nombres de Grashof modifiés GR dans la plage suivante : 0,1, 200, 400, 600 etc.

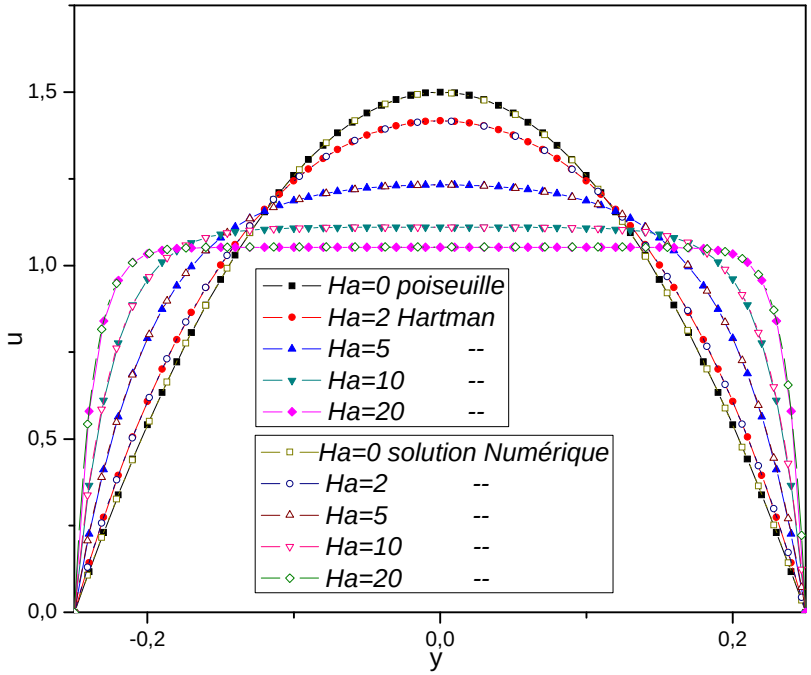


Fig.V.3 : Profils de vitesse de Poiseuille, de Hartmann et la solution Numérique pour différentes valeurs de Ha.

Une deuxième validation du calcul MHD a été faite avec la solution analytique d'Umavathi et Malashetty (2005), pour un écoulement en convection mixte dans canal vertical sous MHD, en tenant en compte des effets de dissipations visqueuse et ohmique. La figure V.4 montre une comparaison entre les résultats numériques et ceux obtenu par Umavathi et Malashetty (2005) (éq. V.2) pour un nombre de Hartmann Ha=2. Pour permettre une vision globale, la solution de Hartmann est reportée sur la même figure. On constate un léger écart de l'ordre de 12.79 % entre les deux solutions. A noter que la solution analytique d'Umavathi et Malashetty (2005) est obtenue pour des équations simplifiées basées sur des hypothèses émises pour faciliter la solution, elle est donnée par l'expression suivante [52] :

$$u = \frac{48}{Ha^2}\left[1 - \frac{Cosh(Ha.y)}{Cosh(\frac{Ha}{4})}\right] \qquad V.2$$

A l'issue des résultats de comparaison, on constate que les résultats de simulation numérique obtenus par le module MHD-Fluent sont en accord avec les résultats analytiques trouvés dans la littérature. Par conséquent, cela nous permettra d'étendre l'utilisation du module MHD de Fluent pour d'autres cas en rapport avec ces résultats.

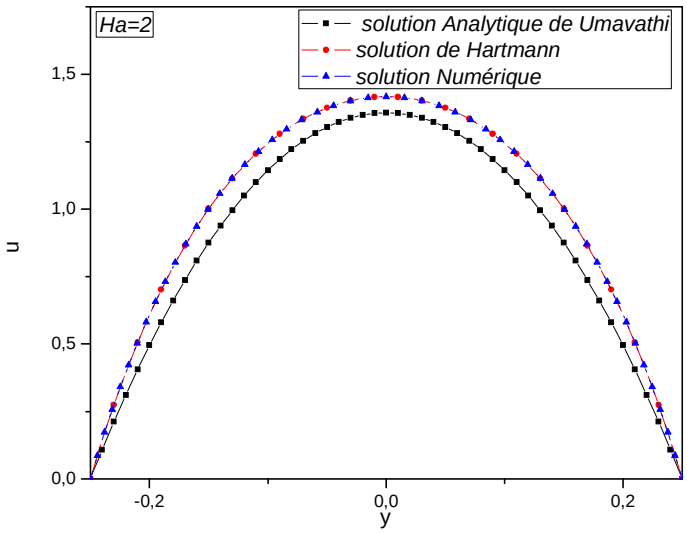


Fig. V.4 : Profils de vitesse de la solution numérique, solution de Poiseuille-Hartmann et la solution analytique d'Umavathi pour la valeur de Ha=2.

V.6 Présentation des résultats

Ce travail s'intéresse à l'écoulement et le transfert de chaleur par convection mixte sous MHD, dans un canal vertical en 2D. Selon le sens relatif de la convection forcée par rapport à celui de la convection libre, deux configurations ont été traitées, écoulement vers le bas, opposé à celui généré la convection libre (écoulement contrarié) et un écoulement vers le haut où les deux écoulements s'entraident (écoulement assisté). Pour chaque configuration, le calcul est effectué pour différents arrangements de paramètres caractérisant la thermo-hydrodynamique de l'écoulement, les propriétés du fluide et le champ magnétique, et ce afin de cerner l'étude et de quantifier l'effet des différentes conditions sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur mis en jeu. L'ensemble de ces effets est gouverné par les groupements adimensionnels suivant : nombres de Grashoff (Gr), de Prandtl (Pr), de Hartmann (Ha) et de Brinkman (Br). Leurs valeurs ont été prises comme suit : Gr=0 à 600 avec un pas de 100 ; nombre de Hartmann Ha=0, 2, 5, 10 et 20 ; nombre de Brinkman Br=0, 0,5, et 1 ; le nombre de Prandtl Pr=0.011 et 1,1.

L'ensemble des résultats est présenté soit sous forme qualitative, tels que les lignes de courant ou les vecteurs vitesses ou quantitative comme les profils de vitesses, la distribution de la température, l'évolution du nombre de Nusselt ou encore la chute de pression.

V.6.1 Champ dynamique

- **Profils de vitesses**

La figure V.5 présente les profils de vitesse à la sortie du canal obtenus pour deux valeurs du nombre de Grashof Gr=100 et 500 et deux valeurs du nombre de Hartmann Ha=0 (sans champ) et Ha=2. On remarque qu'en l'absence du champ magnétique, l'effet des forces de flottabilité est visible près de la paroi chaude pour Gr=100, où le débit provoque la poussée d'Archimède qui s'ajoute localement à celui imposé par la vitesse à l'entrée. En présence du champ magnétique le profil de vitesse commence à s'aplatir au centre, même à faible intensité du champ magnétique, à cause de la force de Lorentz qui tend à ralentir l'écoulement au centre et l'accélère près des parois. L'effet est aussi visible sur les lignes de courants et vecteurs de vitesse (fig. V.6 et fig.V.7).

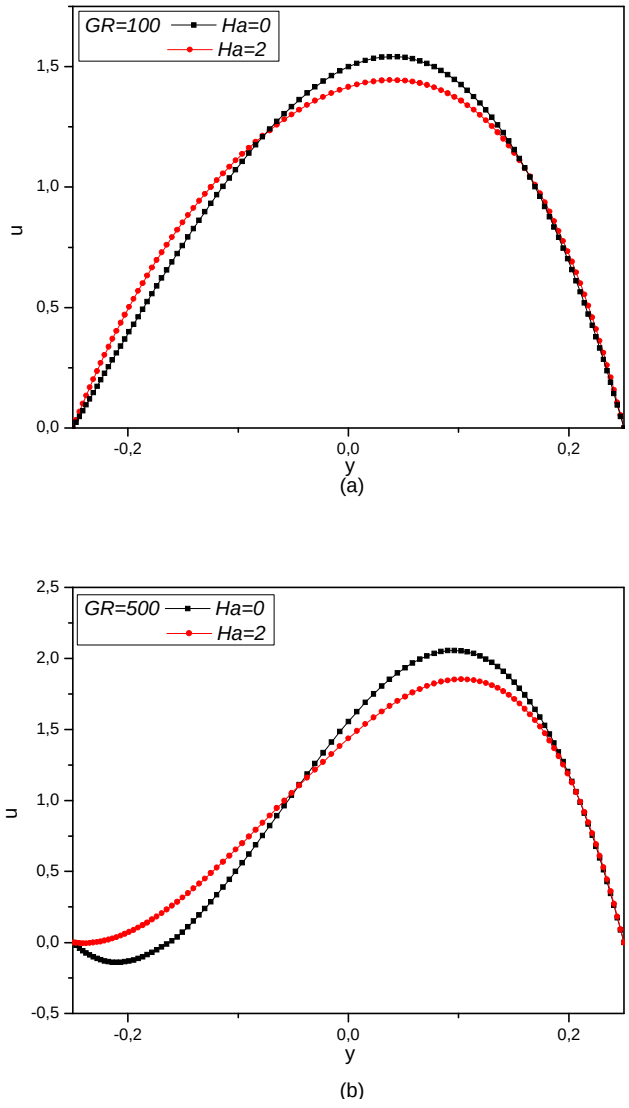


Fig. V.5: Profils de vitesse à la sortie du canal (Pr=0.011)

On remarque sur la figure V.5.b, l'effet combiné des forces de flottabilité et des forces de Lorenz. En effet, les forces de flottabilité, générées par la poussée d'Archimède, accélèrent le fluide dans les zones de faible masse volumique (près de la paroi chaude) et l'effet des forces de Lorenz quant à elles qui tendent à freiner l'écoulement. Ce dernier effet se manifeste par un profil aplati au centre du canal. Également, on remarque la pénétration d'un courant froid inverse à l'écoulement ascendant, à partir du haut du canal du côté de la paroi froide, qui marquée par des vitesses négatives. Ce phénomène est plus prononcé pour des valeurs de Grashof suffisamment élevés (figures V.8 et V.9). La présence de cet écoulement est expliquée par le fait que le débit global du fluide est imposé à l'entrée, l'accélération du fluide du côté de la paroi chaude doit être compensée ailleurs pour assurer la conservation de la masse. Il a été remarqué que l'écoulement inverse du côté de la paroi froide s'installe à partir d'un nombre de GR critique, dont sa détermination avec précision représente un travail à part.

- **Lignes de courant / vecteur vitesse**

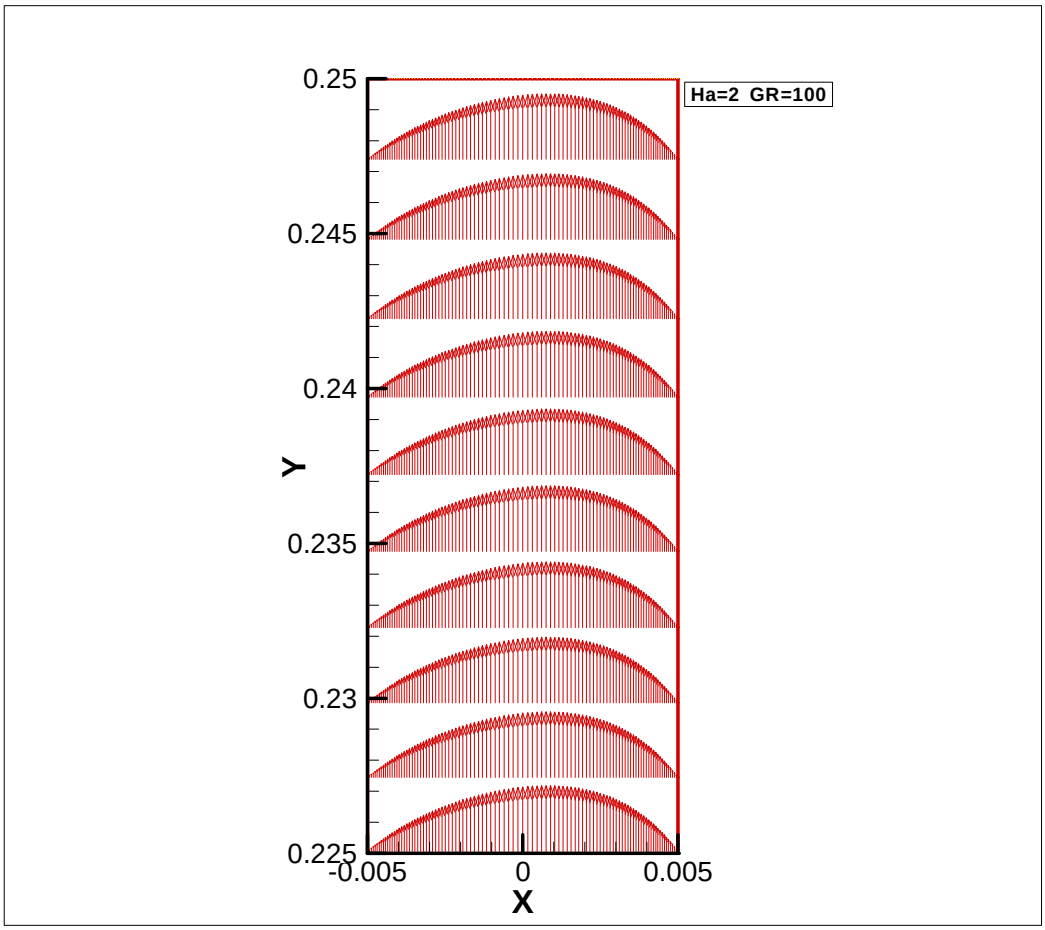


Fig. V.6 : Vecteurs vitesses à la sortie du canal

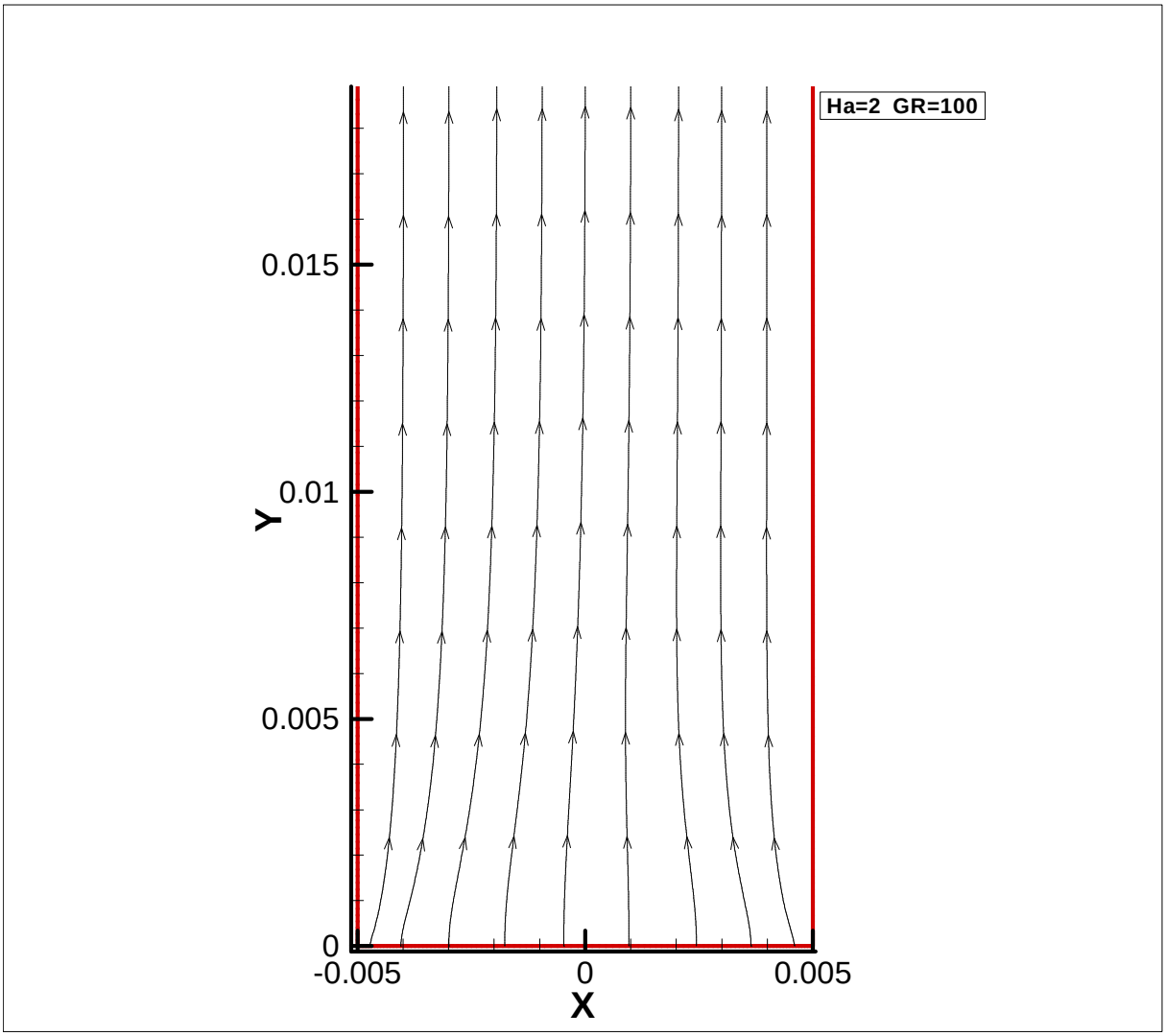


Fig. V.7 : Lignes de courant à l'entrée du canal.

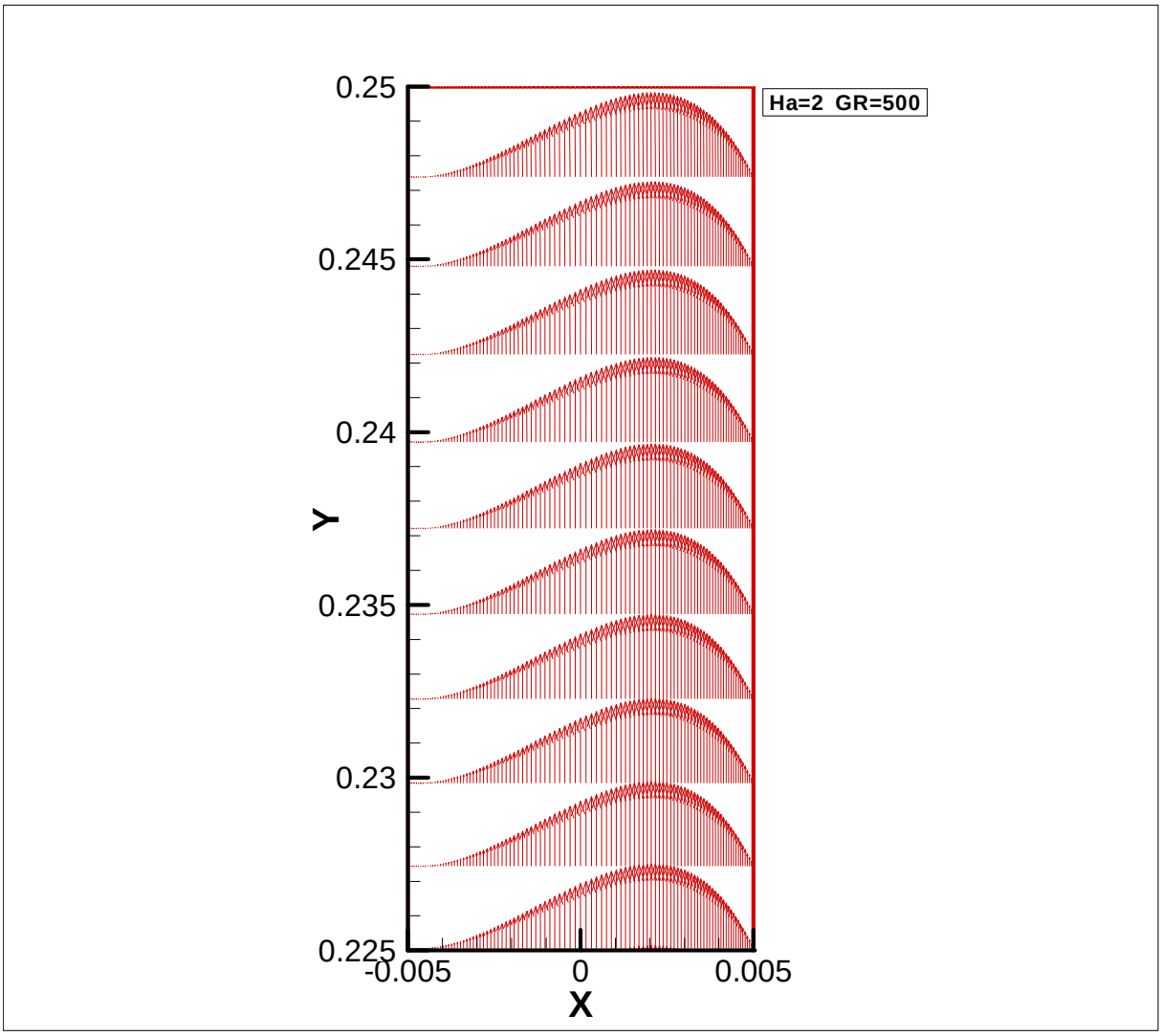


Fig. V.8: Vecteurs vitesses à la sortie du canal.

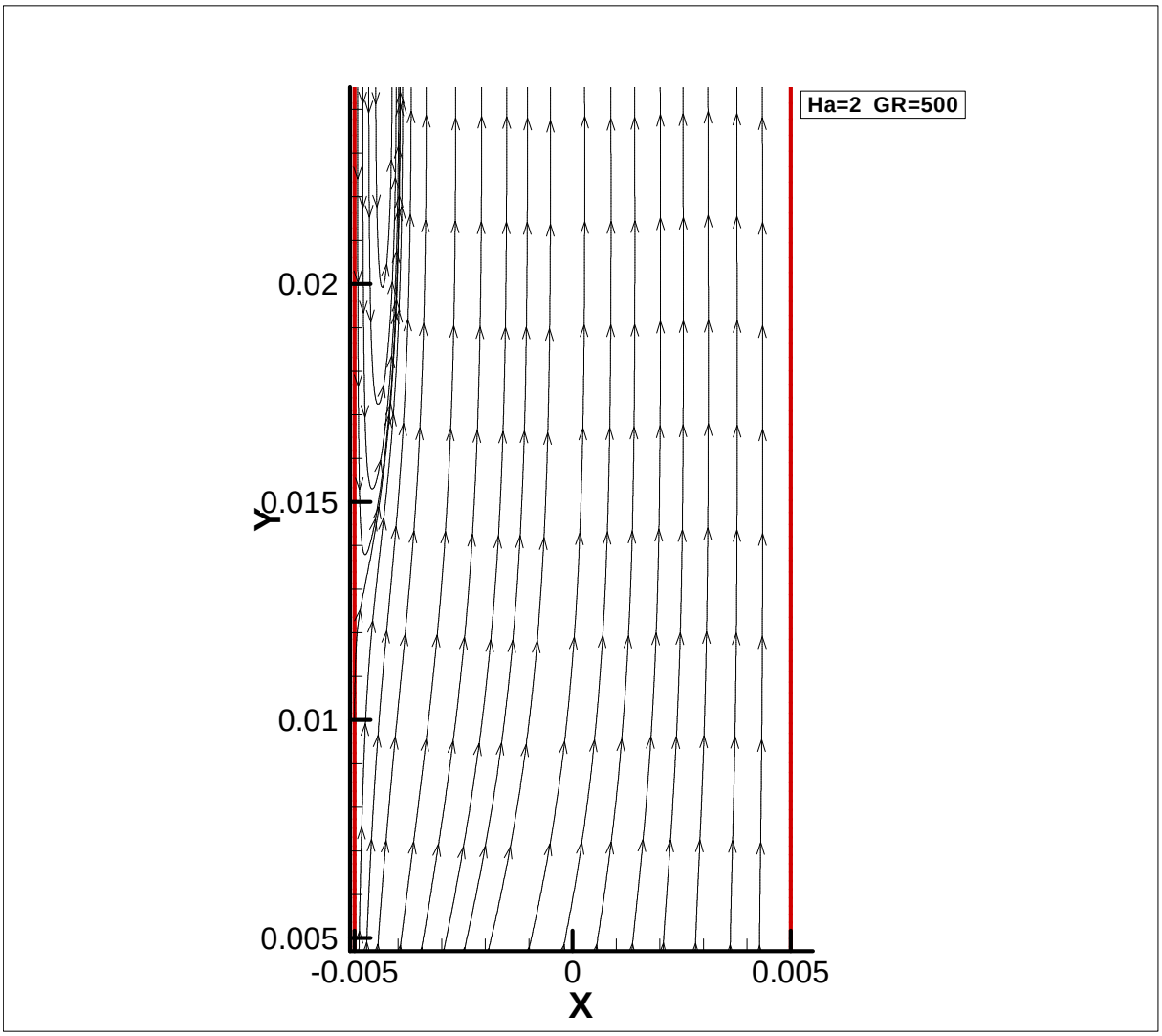


Fig. V.9 : Lignes de courant à l'entrée du canal.

- **Coefficients de friction et chute de pression**

Le coefficient de friction est un paramètre important dans les écoulements internes, il caractérise la puissance de pompage nécessaire pour acheminer l'écoulement. Dans un écoulement interne, le facteur de friction est défini par :

$$f = \frac{\bar{\tau}}{\frac{1}{2}\rho\bar{V}^2} = \frac{\left({}^{A}/_{P}\right)\left({}^{\Delta p}/_{L}\right)}{\frac{1}{2}\rho\bar{V}^2} = \frac{\left({}^{D_h}/_{4}\right)\left({}^{\Delta p}/_{L}\right)}{\frac{1}{2}\rho\bar{V}^2} \qquad V.3$$

Où A est la section transversale et P est le périmètre du conduit. En écoulement laminaire totalement développé le facteur de friction prend la forme suivante:

$$f = \frac{C}{ReD_h} \qquad V.4$$

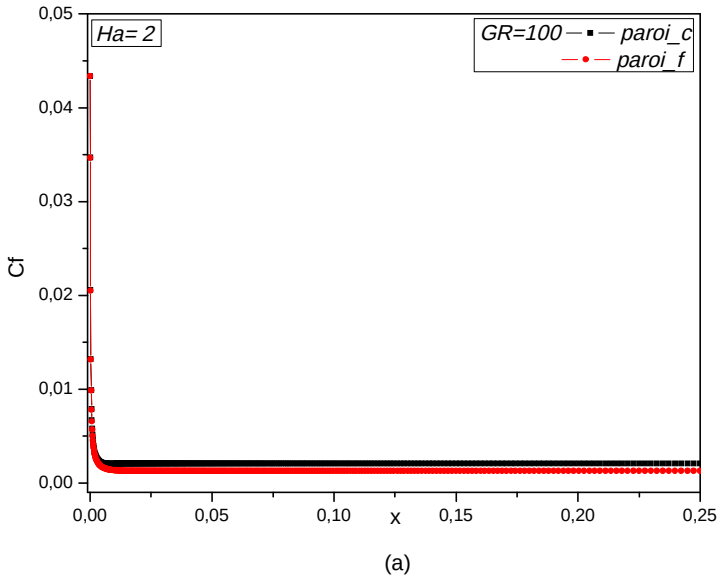
Où C est une constante qui est fonction de la forme et du rapport de la forme et l'aspect du conduit. La valeur de C dans le cas des plaques parallèles est de 24.

Le logiciel Fluent fournit le calcul du coefficient de friction qui est un paramètre non adimensionnel défini comme étant le rapport des contraintes de cisaillement à la paroi sur la pression dynamique de référence, $C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_{réf}{V_{réf}}^2}$ *V.5*

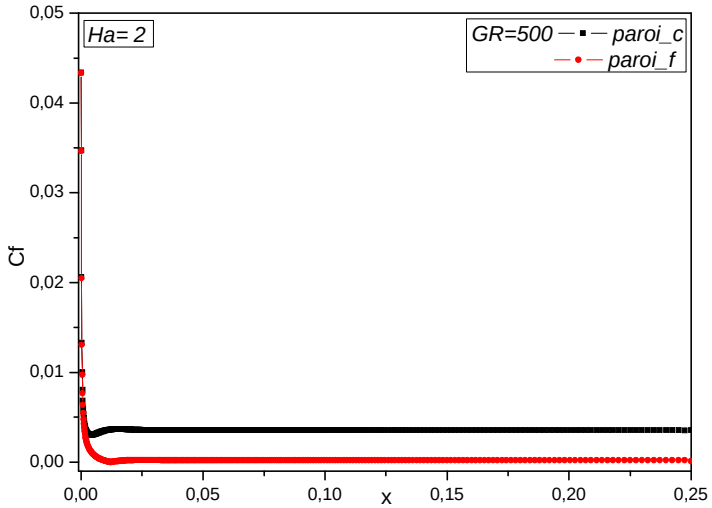
Avec τ_w est la contrainte tangentielle à la paroi,$\rho_{réf}$ et $V_{réf}$ sont respectivement la densité et la vitesse de références, défini dans le panneau des valeurs de références du code de fluent.

Sur la figure V.10, est représenté le coefficient de friction du côté de la paroi chaude et celui de la paroi froide pour GR=100, 500 et Ha=2. On remarque que les coefficients de friction local du côté de la paroi chaude est plus important que celui du côté de la paroi froide. Puisque le gradient de vitesse est plus important du côté de la paroi chaude par rapport à celui du côté de la paroi froide, et la contrainte est proportionnelle à ce gradient.

Dans le même contexte, nous avons opté de représenter sur la figure V.11 la chute de pression pour les deux cas précédents (GR=100, GR=500) et ce en présence du champ magnétique. On remarque que la présence du champ magnétique augmente la chute de pression ce qui en accord avec les travaux antérieurs.



(a)



(b)

Fig. V.10: Coefficient de friction le long des parois chaude et froide (Pr=0.011)

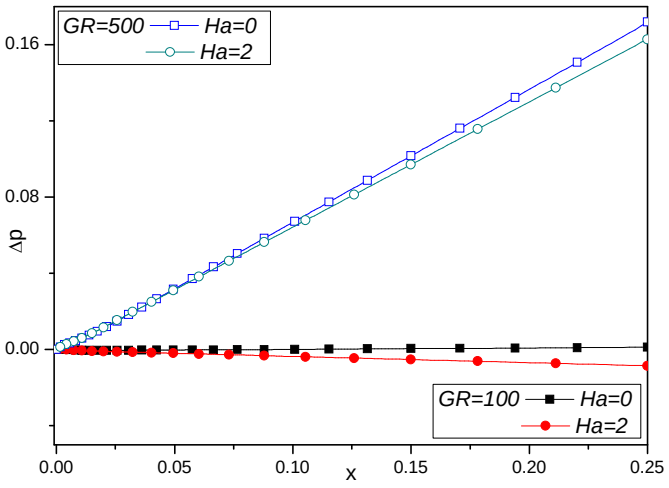


Fig. V.11 : Chute de pression le long d'axe du canal (Pr=0.011)

V.6.2 Champ Thermique

- **Profils de température à la sortie du canal**

La figure V.12 présente les profils des températures à la sortie du canal pour GR=100, 500 et Ha=2, qui montre une variation linéaire entre les deux valeurs de températures imposées aux parois. Dans ce cas le nombre de Brinkman est très faible (Br≈ 0) c'est-à-dire la dissipation visqueuse est négligeable, la chaleur est transférée par conduction pure et nous constatons que le régime de conduction se manifeste seulement pour Br≈0.

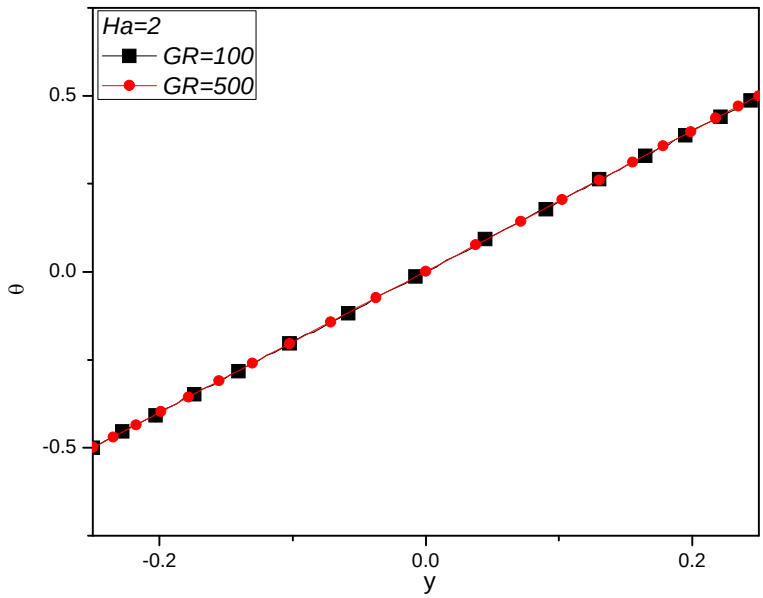


Fig. V.12 : Profils de température à la sortie du canal pour (Pr=0.011)

- **Contours des isothermes**

Les figures V.13 et V.14 montrent les contours des températures (isothermes) pour les mêmes valeurs (GR=100, 500 et Ha=2). La différence principale est au niveau de la vitesse d'établissement du régime, on remarque que pour GR=500, le développement est très rapide, comparé au cas de GR=100. L'intensité de la poussée d'Archimède, qui s'ajoute aux effets inertiels, contribue à l'établissement de la température.

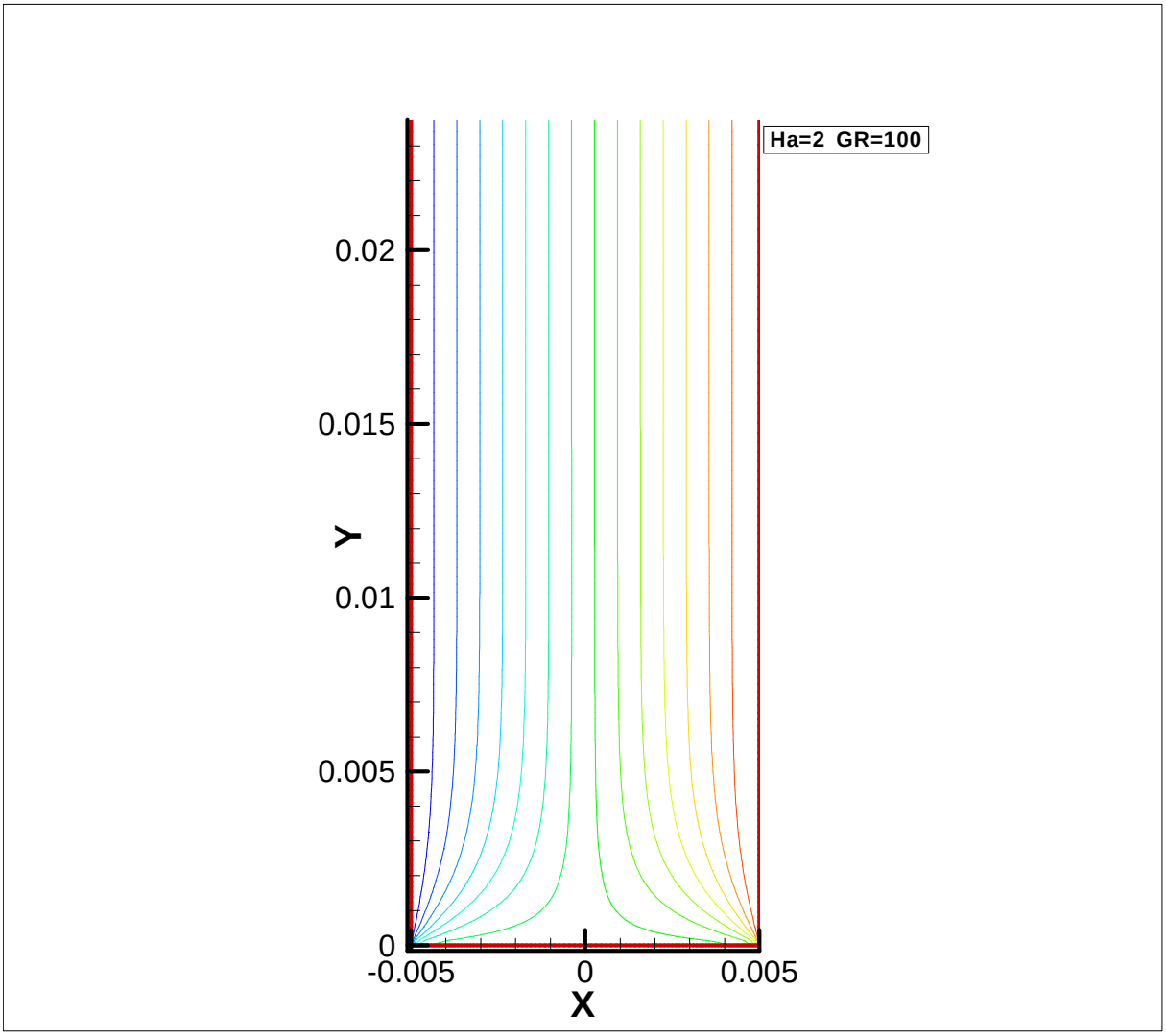


Fig. V.13 : Contours des températures (isothermes) pour Ha=2, GR=100

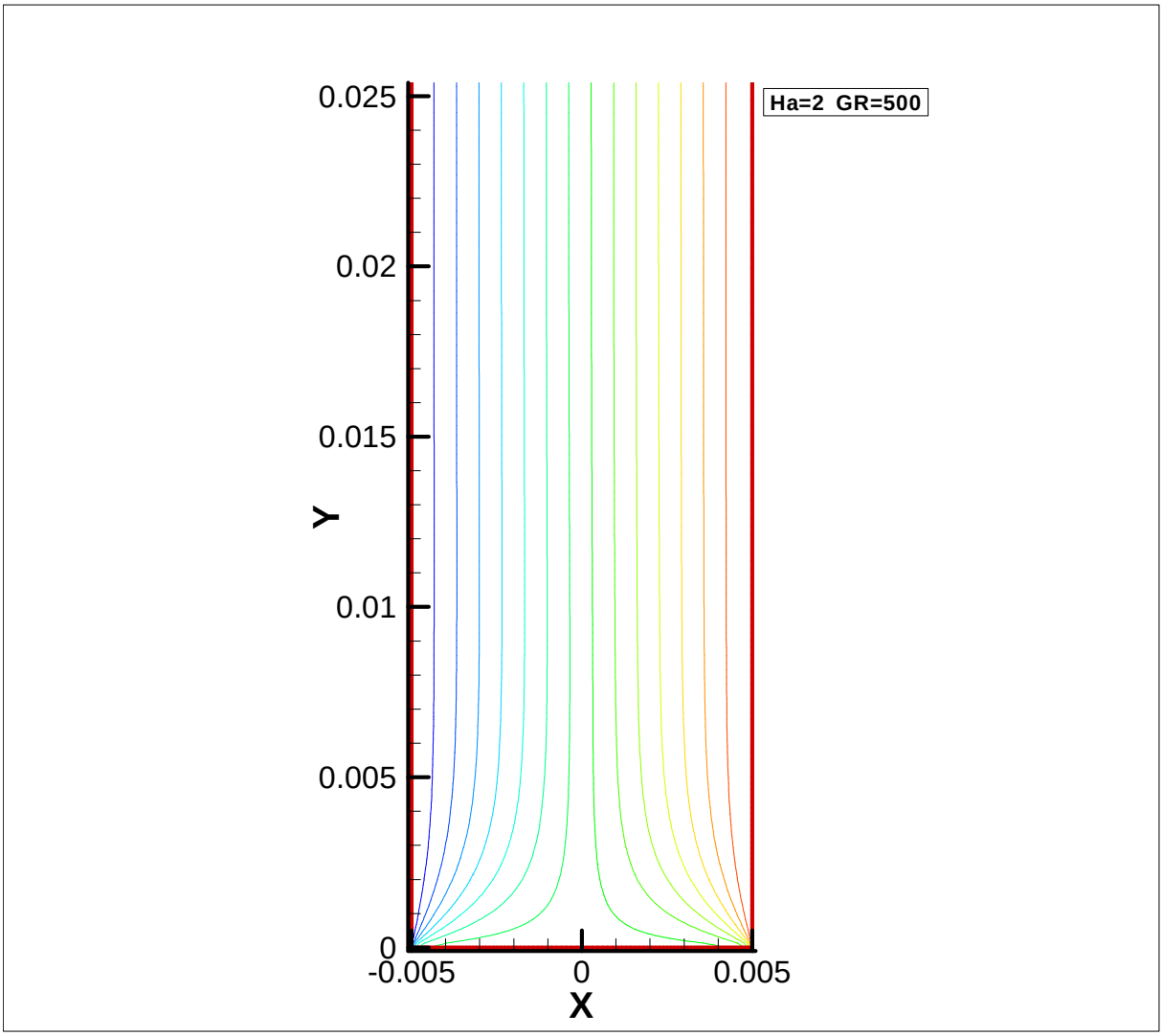


Fig. V.14 : Contours des températures (isothermes) pour Ha=2, GR=500

- **Nombre de Nusselt**

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel qui représente le rapport du flux de chaleur transféré par convection à celui transféré par conduction, il est défini par :

$$Nu = \frac{Flux\ convectif}{Flux\ conductif} = \frac{h(T_w - T_\infty)}{k\frac{(T_w - T_\infty)}{L_c}} = \frac{hL_c}{k} \qquad V.6$$

La longueur caractéristique $L_c$dépend de la géométrie siège de l'écoulement. Dans notre cas L_c est le diamètre hydraulique du canal, T_w, T_∞ sont respectivement, la température de la paroi et la température de référence.

Comme tout nombre sans dimension, la valeur du nombre de Nusselt dépend fortement des grandeurs de référence choisies, et de la signification physique que l'on entend à lui donner (locale ou globale par exemple). Il est notamment important de savoir, lors de l'utilisation d'une corrélation, si le coefficient de convection h a été défini par rapport à une température de référence fixe, ou à une température de mélange locale.

Le nombre de Nusselt en convection mixte pour les écoulements internes et externes en absence du champ magnétique est corrélé par l'expression de la forme (Incropera et al, 2007) :

$$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n \qquad V.7$$

La meilleure corrélation est pour n= 3, les indices F et N correspondent à la convection forcée et naturelle respectivement.

L'effet de flottaison sur le transfert de chaleur en convection mixte est fortement lié à la direction relative de la force de flottaison par rapport à l'écoulement. Trois cas sont possibles ; ils correspondent à la force de flottaison et le mouvement d'écoulement de même sens, de sens opposé, et de direction perpendiculaire (écoulement transversal).

Pour des géométries spécifique les nombres de Nussselt Nu_F et Nu_N sont donnés par des corrélations existantes pour la convection forcée et naturelle respectivement. Le signe (+) à côté droit dans l'équation est appliqué pour l'écoulement transversale et même sens et le signe (-) pour l'écoulement opposé.

Le coefficient de transfert thermique convectif est donné par :$h = \frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}}{(T_w - T_\infty)}$ *V.8*

Pour évaluer le terme $\frac{\partial T}{\partial y}$ en une position i donnée, nous avons pris la température le long de l'axe des X dans deux volumes de contrôles les plus proches de la paroi comme suit :

$$\frac{\partial T_i}{\partial y} = \frac{\frac{(T_w - T_i)}{\Delta X_{wi}} + \frac{(T_i - T_j)}{\Delta X_{ij}}}{2} \qquad V.9$$

Et le nombre de Nusselt local peut être obtenue par : $Nu_i = \frac{\left(\frac{\partial T_i}{\partial y}\right).L_c}{(T_w - T_\infty)}$ *V.10*

Et le nombre de Nusselt moyen est donné par : $\overline{Nu} = \frac{1}{L}\int Nu(x)dx = \frac{1}{L}\sum Nu(x).\Delta x_k$ *V.11*

$L = \sum_{k=1} \Delta x_k$ *V.12*

Sur la figure V.15 est représenté le nombre de Nusselt local côté chaud et côté froid pour GR=100, 500 et Ha=2. On constate que pour GR=100, le nombre de Nusselt côté chaud et froid sont presque identiques, ils subissent une grande variation à l'entrée pour se stabiliser par la suite autour de la valeur de 2,2. Pour GR=500, on constate des oscillations du nombre de Nusselt qui sont due à l'interaction entre les forces qui règnent localement.

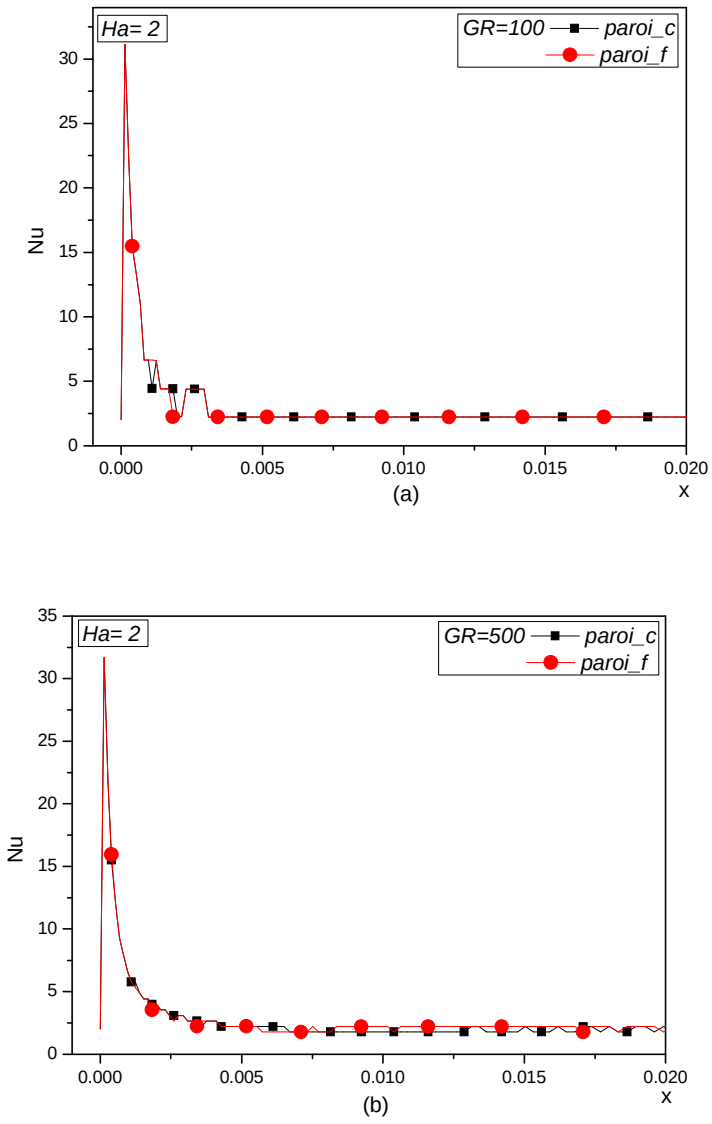


Fig. V.15 : Nombre de Nusselt local en fonction de la longueur chaud et froid (Pr=0.011)

V.6.3 Étude paramétrique (effets des paramètres magnétique, thermo-hydrodynamique, thermo-physique)

Dans cette section, une étude paramétrique traitant l'effet de quelques paramètres sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur est présenté. Comme paramètres, jugés importants, nous avons opté pour ceux caractérisant le champ magnétique, la thermo-hydrodynamique et les propriétés thermo-physiques du fluide. Ces différents facteurs peuvent être regroupés sous les grandeurs adimensionnelles suivant : le nombre de Hartmann, le nombre de Grashof, le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl. Pour chaque cas une large plage, couvrant les intervalles rencontrés dans des applications pratiques, est considérée.

V.6.3.1 Effet de l'intensité du champ magnétique et du paramètre de flottaison

a) Effet de Ha sur les profils des vitesses

Sur la figure V.16 est présenté les profils de vitesse pour des valeurs de GR=100 et 500, des valeurs de Ha de 0, 5, 10,20 et Pr=0.011. On remarque que l'augmentation d'un champ magnétique tend à éliminer l'écoulement inverse, observé près de la paroi froide, et à aplatir le profil de vitesse au milieu du canal. L'augmentation de l'intensité du champ magnétique tend aussi à augmenter le gradient de vitesse près des parois. En effet, dans une couche très mince (couche de Hartmann) proche des parois où la vitesse d'écoulement change de zéro à U, ce phénomène est très visible pour des valeurs élevées du nombre de Hartmann, même à fort effet de flottabilité. Du fait que le débit total traversant le canal est imposé et fixé à l'entrée, l'augmentation du débit local du au rétrécissement de la couche limite près des parois doit être compensé ailleurs.

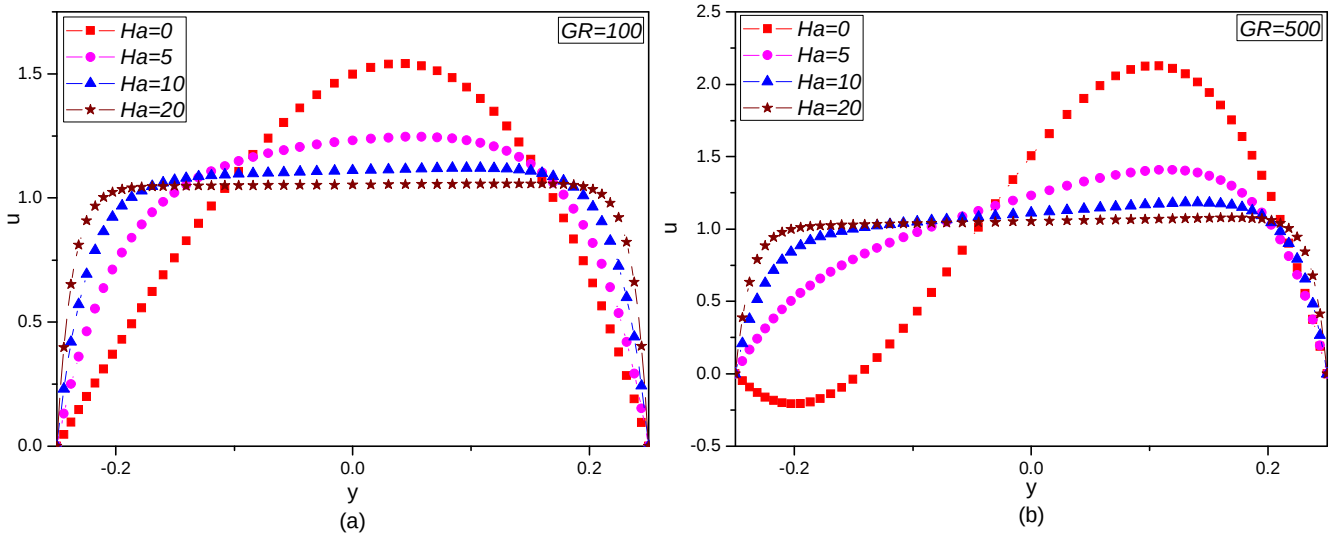


Fig. V.16: Effet du nombre de Hartmann sur les profils de vitesses (Pr=0.011)

b) Effet de Ha sur le nombre de Nusselt

En présence d'un champ magnétique, un fluide conducteur d'électricité circulant à l'intérieur d'un canal est assujetti à être affecté par d'énormes effets magnétohydrodynamiques, qui conduisent souvent à de forts gradients de pression et de faible taux de transfert de chaleur dans beaucoup de cas (Lixiang, 2010).

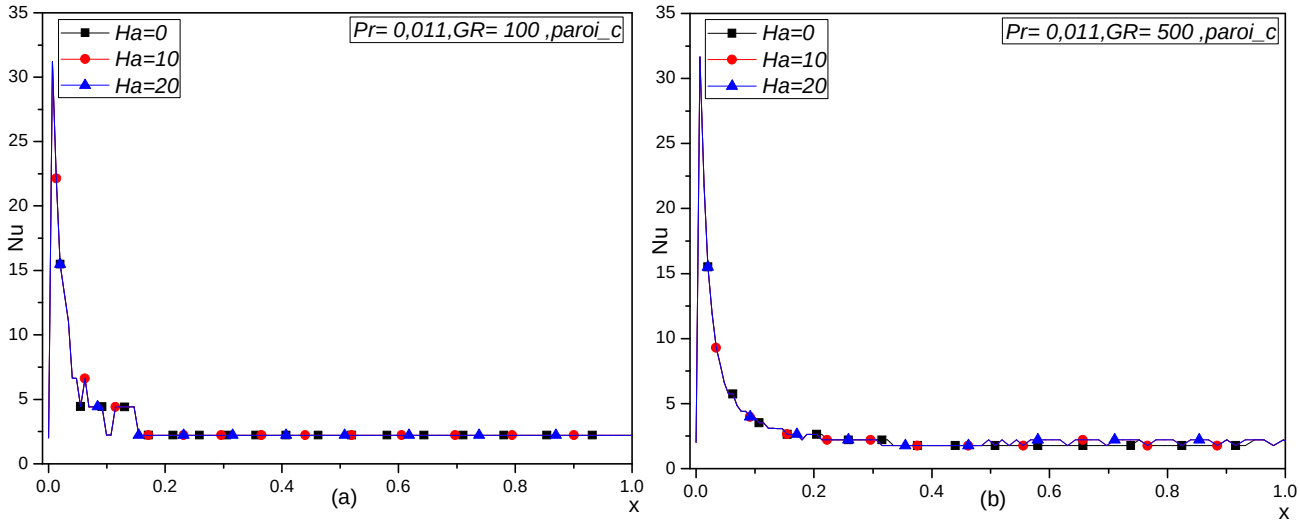


Fig. V.17 : Variation de nombre de Nusselt local en fonction de la longueur chaud Pr=0.011

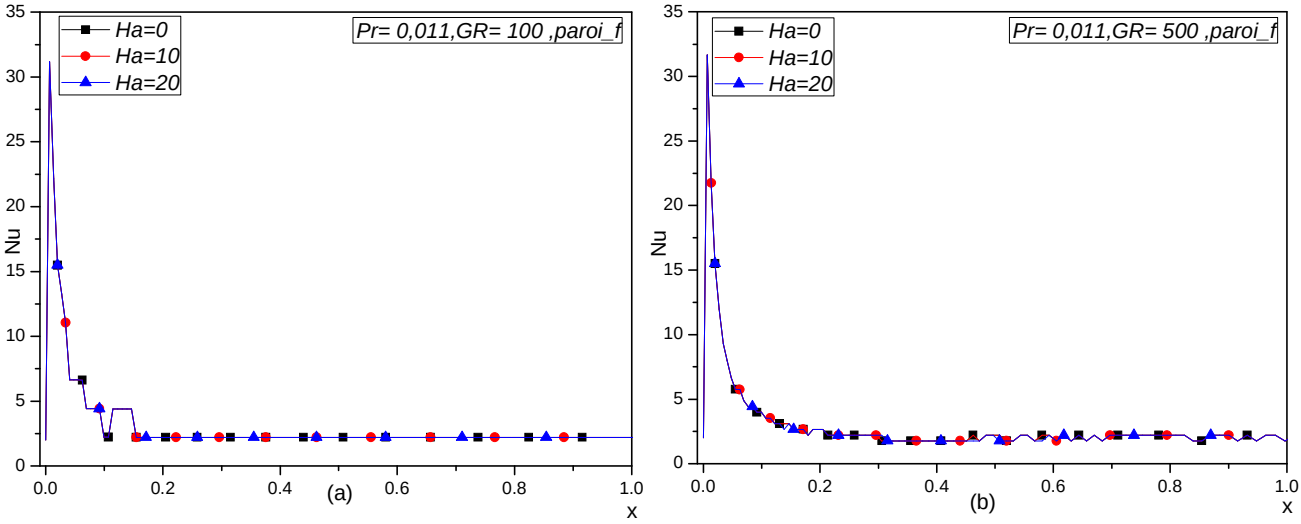


Fig. V.18 : Variation de nombre de Nusselt local en fonction de la longueur froid Pr=0.011.

Les figures V.17 et V.18 représentent le nombre de Nusselt local, chaud et froid, pour Ha=0, 10, 20, GR=100, 500 et Pr=0.011. On constate que pour les deux parois, le nombre du Nusselt est très élevé à l'entrée puis il diminue d'une manière asymptotique autour de la valeur de 2,2. On constate aussi que l'augmentation du champ magnétique a un faible effet sur le transfert de chaleur.

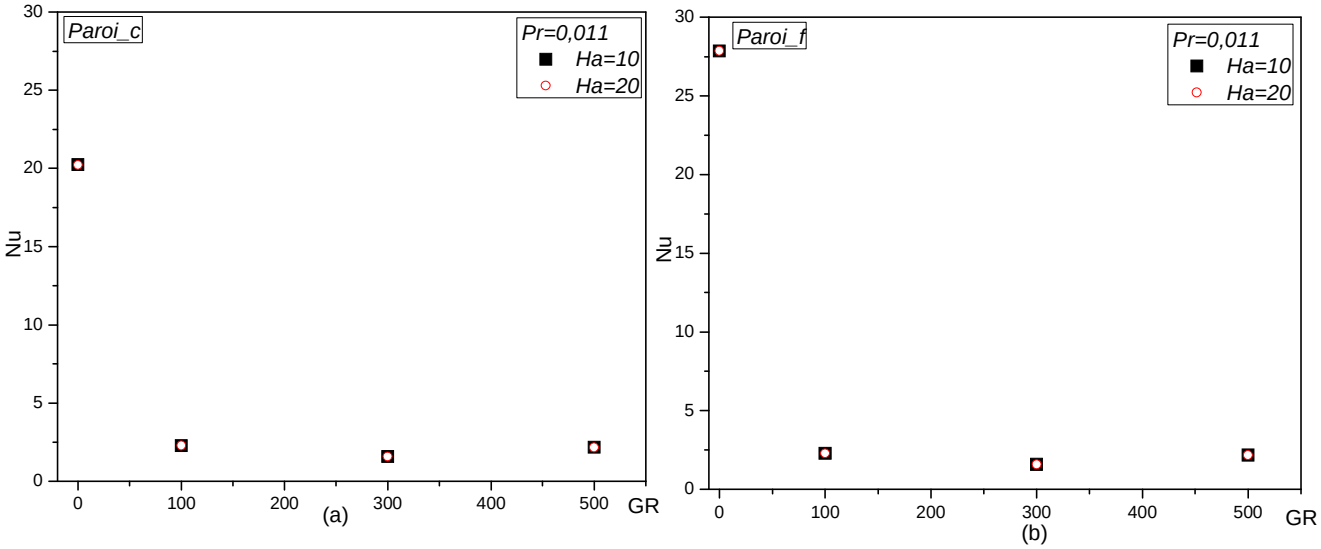


Fig. V.19: Variation de nombre de Nusselt Moyen en fonction du paramètre de flottaison chaud et froid (Pr=0.011)

Sur la figure V.19, il est représenté la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de GR et Pr=0.011, chaud et froid. On remarque que les courbes ont des allures identiques. De ce fait, on peut conclure que pratiquement le champ magnétique n'a pas d'effet majeur sur le transfert de chaleur, sous ces conditions. Ces résultats sont en accord avec ceux présentés par Umavathi et Malashetty [52].

V.6.3.2 Effet du nombre de Grashof sur le champ dynamique

Pour voir l'incidence du paramètre de flottaison GR en présence du champ magnétique, sont représentés sur la figure V.20 et V.21 les profils de vitesse à la sortie du canal pour différentes valeurs de GR et pour deux valeurs de Ha (Ha=2 et 5). Pour un champ modéré (Ha=2), l'écoulement inverse est observé pour une valeur du facteur de flottaison de 500, tandis que pour des valeurs élevées de l'intensité du champ magnétique, bien que l'effet reste visible, la force de Lorenz reste toujours dominante par rapport à la poussée d'Archimède. L'augmentation du facteur de flottaison va dans le sens de l'accélération du fluide dans la couche à proximité de la paroi chaude, en particulier à faible valeur de Ha. En présence d'un

champ magnétique élevé, la force de Lorentz est relativement dominante par rapport aux forces de flottaison. Notons que le rapport critique n'est pas déterminé dans cette étude.

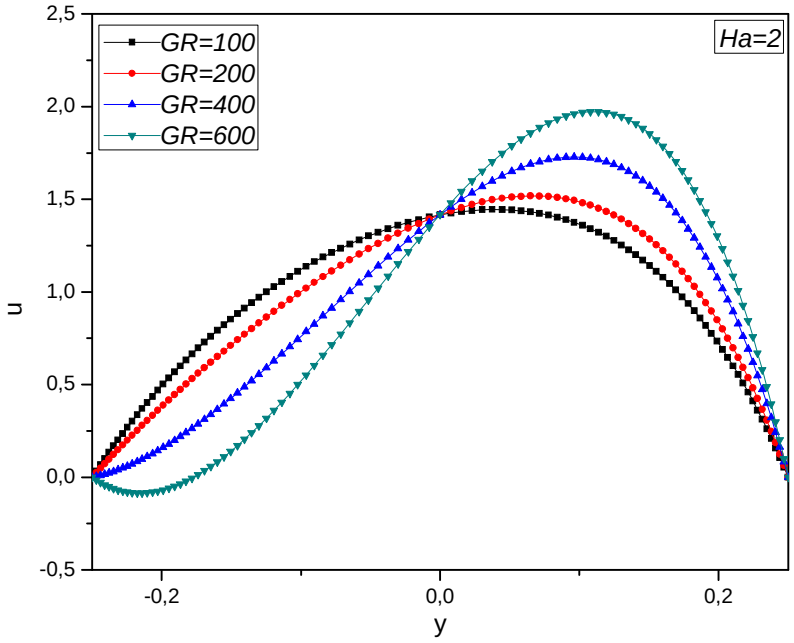


Fig. V.20: Profils de vitesse (Ha=2, Pr=0.011)

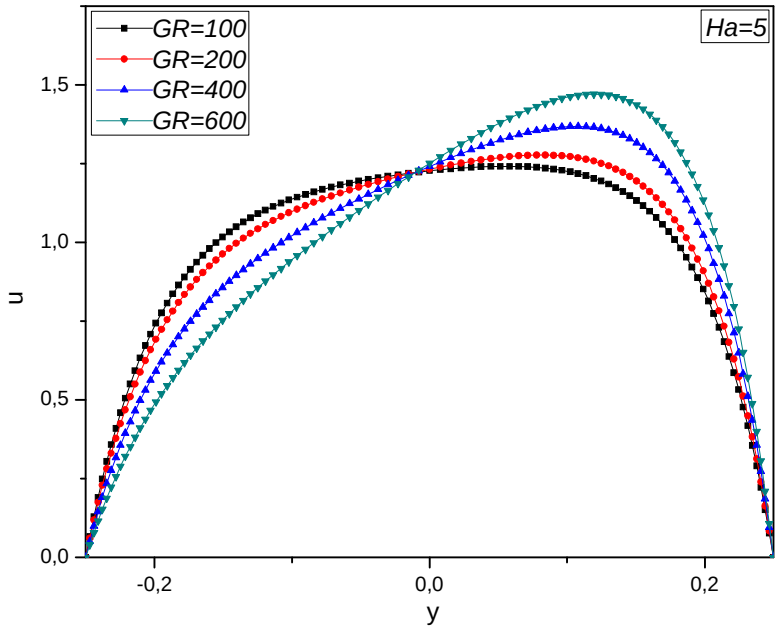
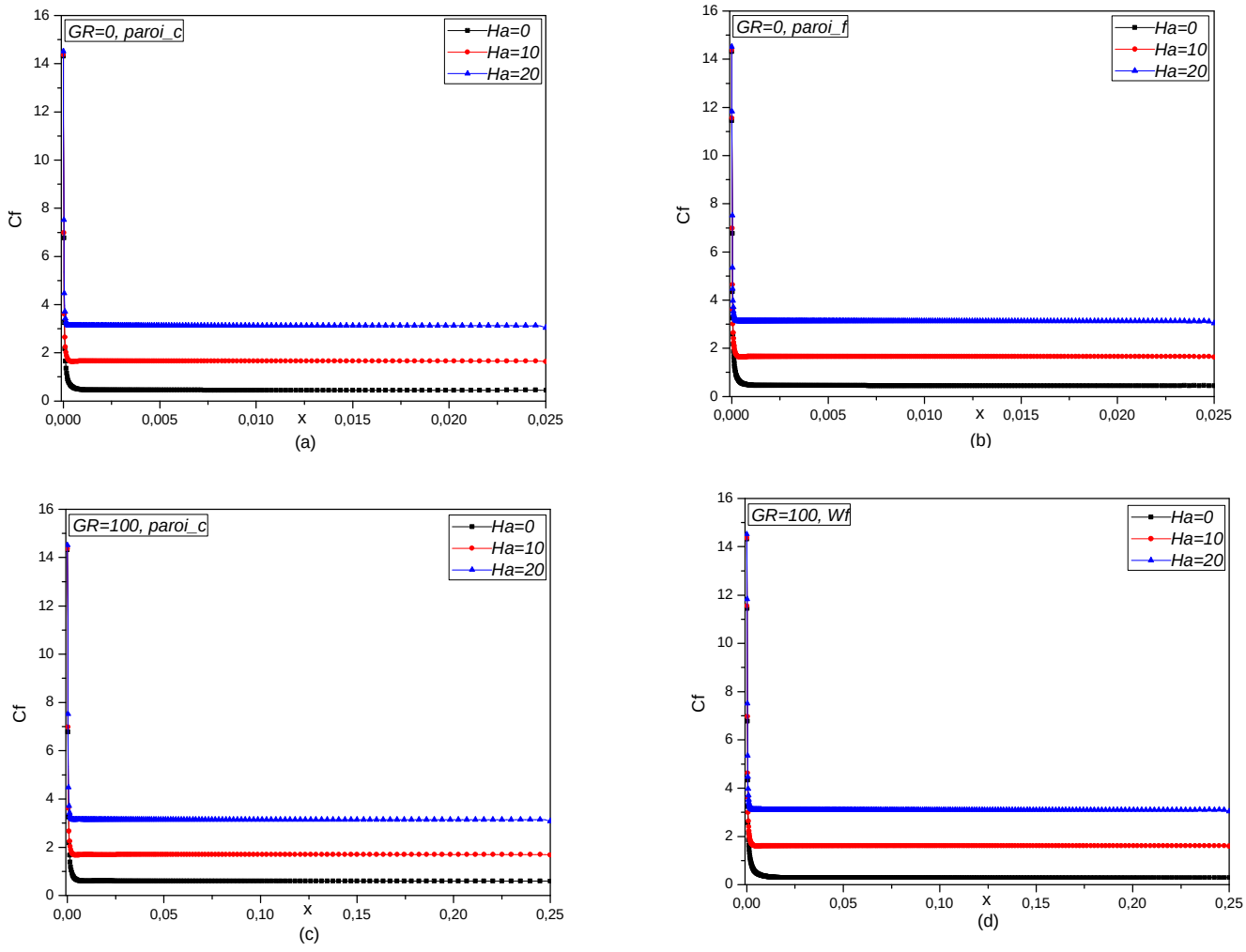


Fig. V.21 : Profils de vitesse (Ha=5, Pr=0.011)

V.6.3.3 Effet de GR et de Ha sur le coefficient de frictionCf

Pour les effets des deux paramètres (Ha et Gr) sur le coefficient de friction, nous avons jugé plus utile de les traiter conjointement. Dans ce but, le calcul du coefficient de friction local et moyen, paroi chaude et paroi froide, est effectué pour des valeurs de nombre de Hartmann de 0, 10, 20, des valeurs de GR=0,100, 500 et Pr=0.011. Les résultats du calcul sont présentés sur la figure V.22.



Comme nous avons indiqué plus haut, l'augmentation de l'intensité du champ magnétique entraine une augmentation de la résistance qui s'oppose au mouvement du fluide.

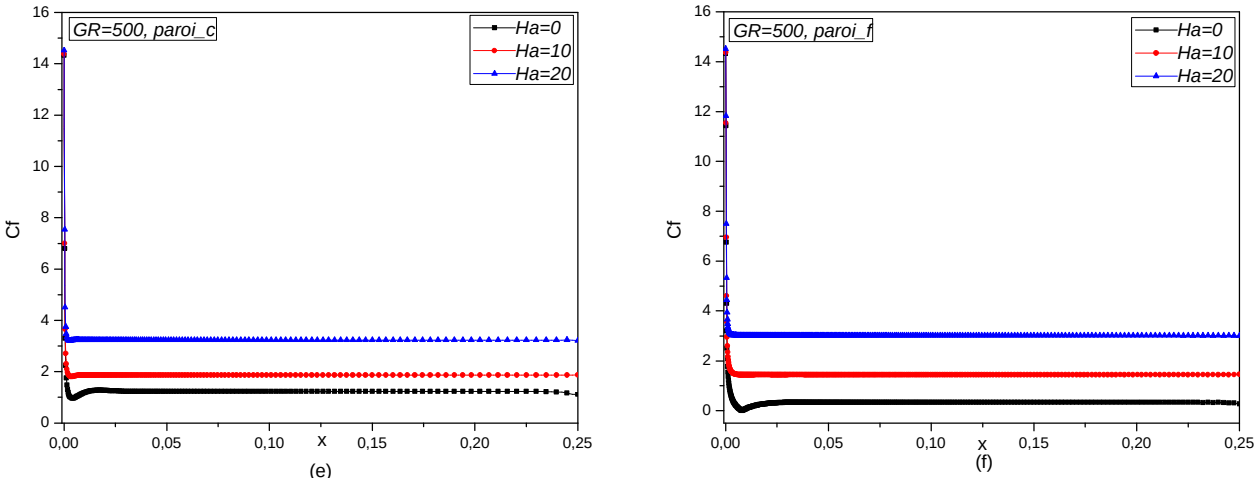


Fig. V.22:Coefficient de friction le long des parois chaude et froide (Pr=0.011)

Cet effet est concrétisé par l'augmentation du coefficient de friction entre le fluide et les parois du canal comme le confirme la figure V.22. On remarque que le coefficient de friction est maximum à l'entrée du canal et converge rapidement vers une valeur asymptotique pour les deux parois chaude et froide. Un léger écart est constaté sur le coefficient entre le côté chaud et froid, cela est plus visible pour grande valeurs de GR. En effet, du côté de la paroi chaude, la vitesse de l'écoulement est plus importante, en particulier pour de larges valeurs de GR où l'effet des forces de flottabilité devient dominant. En l'absence d'un champ magnétique, une diminution du coefficient de friction est observée à l'entrée du canal pour de larges valeurs de GR.

Pour mieux voir l'effet du paramètre de flottaison GR, nous avons représenté le coefficient de friction moyen $\overline{C_f}$ pour les deux parois, en fonction de GR (figure V.23). On remarque que le $\overline{C_f}$ côté paroi chaude, augmente linéairement avec le nombre de GR. Le phénomène inverse est observé au niveau de la paroi froide (fig. V.23.b). Cela est expliqué par le fait que l'augmentation de GR augmente la vitesse du fluide du côté de la paroi chaude et conduit à la création d'un courant inverse du côté de la paroi froide. Nous rappelons que le $\overline{C_f}$ est proportionnel au gradient de la vitesse près des parois.

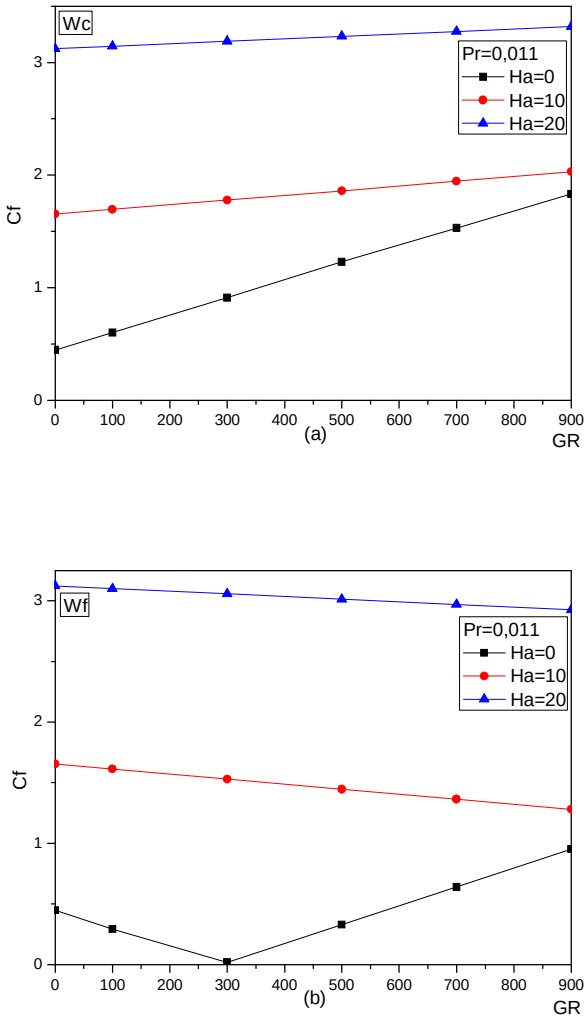


Fig. V.23 : Coefficients de friction moyens en fonction du GR et Ha pour Pr = 0.011
(a) paroi chaude (b) paroi froide

V.6.3.4 Effet du nombre de Brinkman (dissipation visqueuse)

a) sur les profils des vitesses

La figure V.24 montre les profils de vitesses obtenus pour deux valeurs du nombre de Brinkman et pour deux valeurs du facteur de flottaison. L'augmentation du nombre de Brinkman augmente la résistance qui s'oppose au mouvement du fluide. Pour un facteur de flottaison de 100, l'effet de la dissipation visqueuse est minime, un léger écart est observé au milieu du canal et un peu à droite du côté de la paroi froide. Pour des valeurs plus élevées du facteur de flottabilité, l'effet de la dissipation visqueuse est plus visible et tend à ralentir l'écoulement et à diminuer l'écoulement inverse.

Aussi sous ces conditions, l'énergie générée par force de dissipation est faible et ne peut augmenter la température du fluide de telle sorte à augmenter les forces de flottabilité.

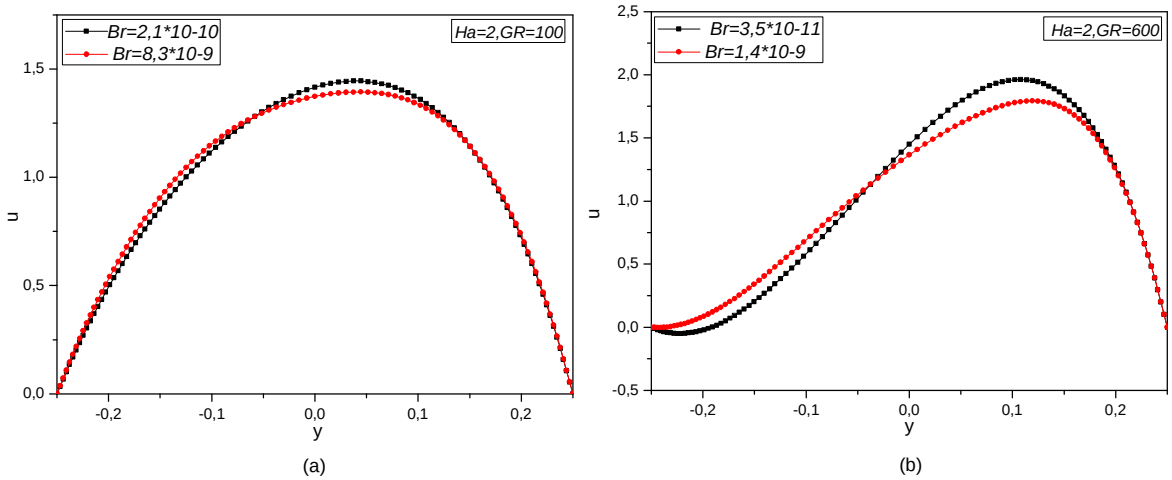


Fig. V.24: Profils de vitesses à la sortie du canal pour Ha=2, GR=100et 600

b) Sur les profils des températures

L'effet des forces visqueuses sur les profils des températures en présence d'un champ magnétique est illustré par sur la figure V.25 pour des valeurs du nombre de Brinkman de 0, 0.5 et 1 et un nombre de Hartmann égale à 2. Pour avoir un terme de dissipation visqueuse important, nous somme dans l'obligation de prendre le cas où les forces de flottaisons sont quasi nulle (GR≈0), ce qui permet d'atteindre une valeur de 0,5 ou 1. A faible Br, le profil de la température est quasi linéaire, dans ce cas, la chaleur est transférée par conduction pure. Pour des valeurs plus élevées de Br, la distribution de la température perd son profile linéaire, en particulier au milieu ou le transfert convectif est dominant.

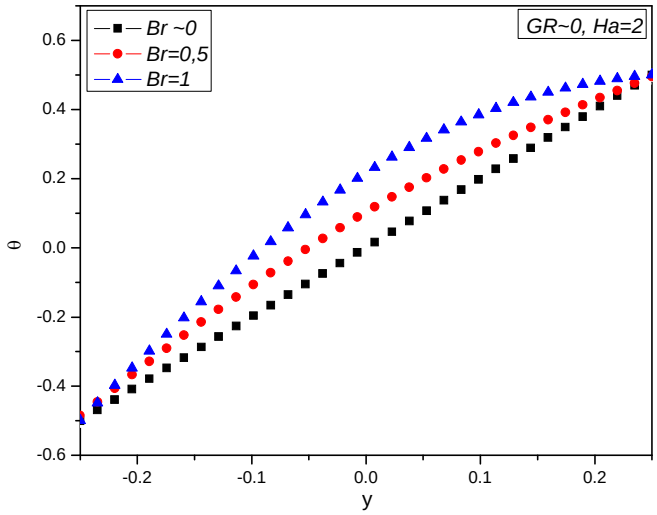


Fig. V.25 : Profils des températures à la sortie du canal Ha=2, GR≈0 et Br = 0, 0.5, 1.

V.6.3.5 Effet du chauffage de Joule

Contrairement à l'effet du terme de la dissipation visqueuse, le terme du chauffage de Joule pour les fluides conducteurs d'électricité est clairement visible sur les profils des températures adimensionnelles. La figure V.26 illustre cet effet pour deux valeurs de Ha (2 et 20) et deux valeurs Br (0 et 1). En effet, en tenant en compte l'effet de Joule, le profil de température prend une allure parabolique ; l'effet est plus prononcé pour des valeurs élevées du Ha. Ceci est le résultat que, pour un fluide conducteur, la génération de la chaleur par effet de Joule agit comme un terme source dans l'équation d'énergie. Cela contribue à l'augmentation de la température, en particulier loin des parois.

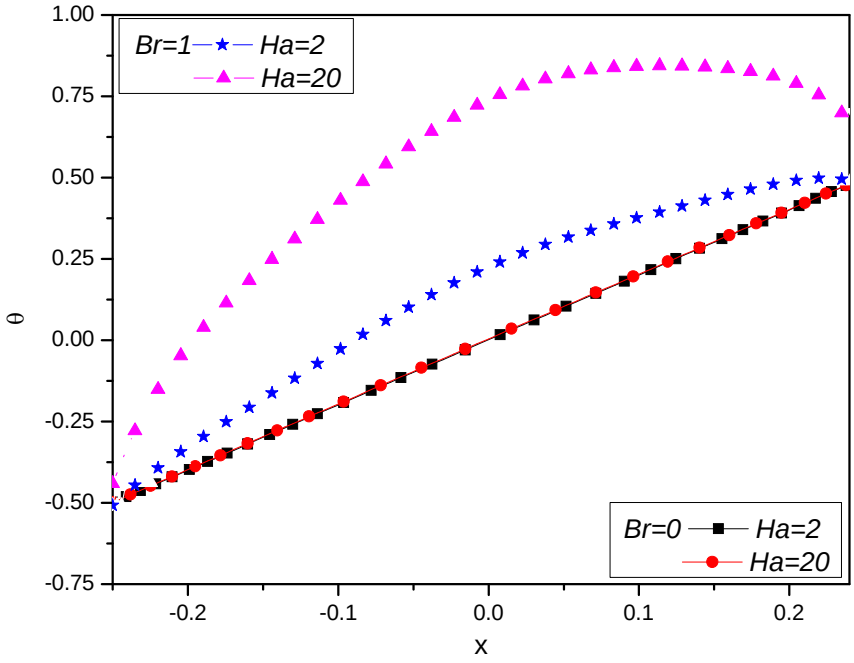


Fig. V.26 : Profils des températures (effet de Joule pour Br=0,1 et Ha=2,20)

V.6.3.6 Effet du nombre de Prandtl (*Pr*)

Pour l'effet du nombre de Prandtl, on constate qu'il n'a pas d'effet visible sur les profils de vitesses, d'ailleurs les profils sont identiques (fig.27) pour les mêmes valeurs de GR et Ha. Cependant, un léger effet est observé pour la variation du nombre de Nusselt moyenne en fonction du nombre de flottaison chaud et froid (fig. V.28) comparé à la figure V.19. En termes de valeurs moyennes, *P*r n'a pas d'effet significatif sur le transfert de chaleur.

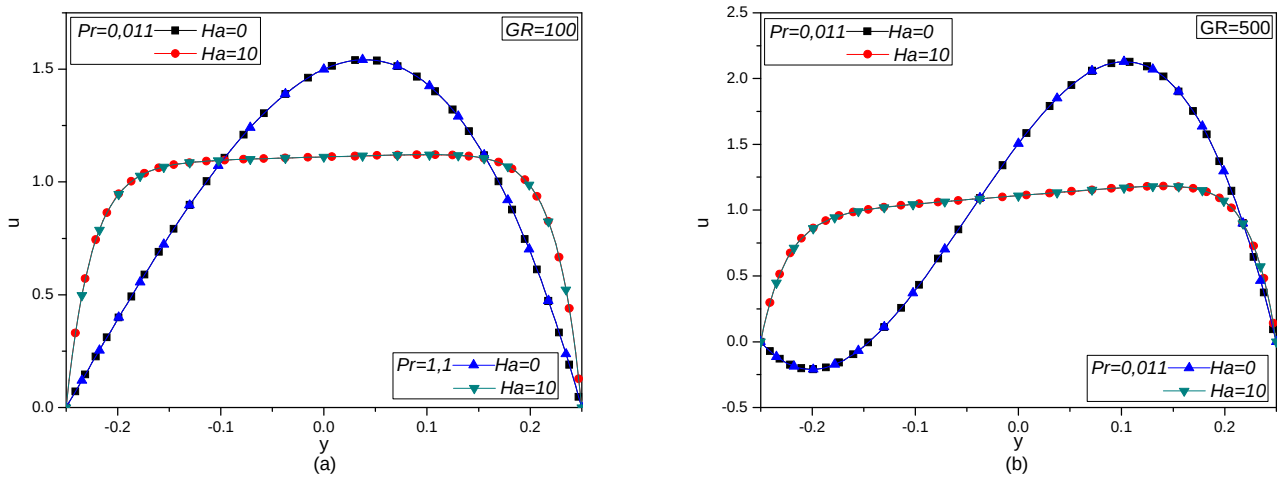


Fig. V.27: Effet du nombre de Prandtl sur les profils de vitesses

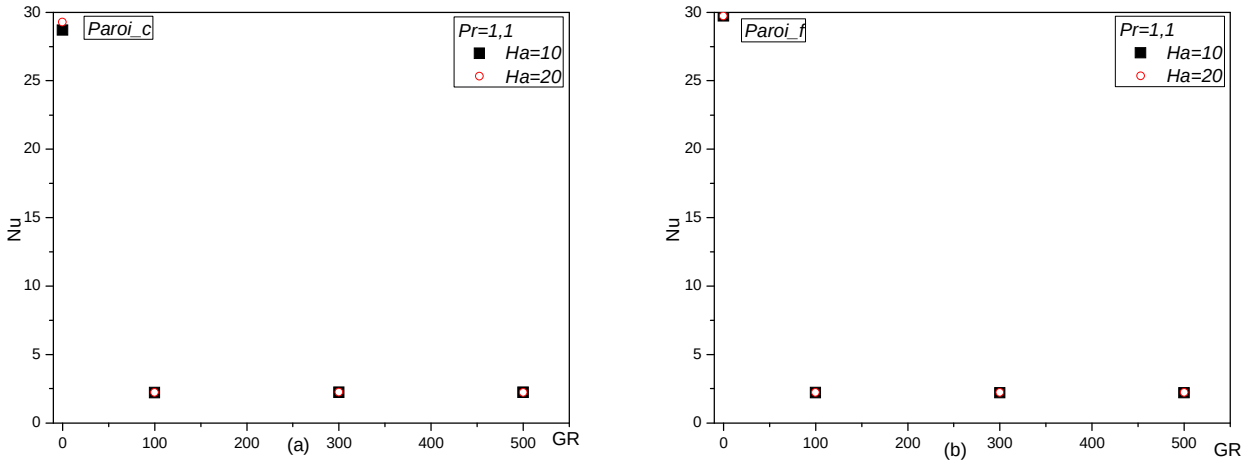
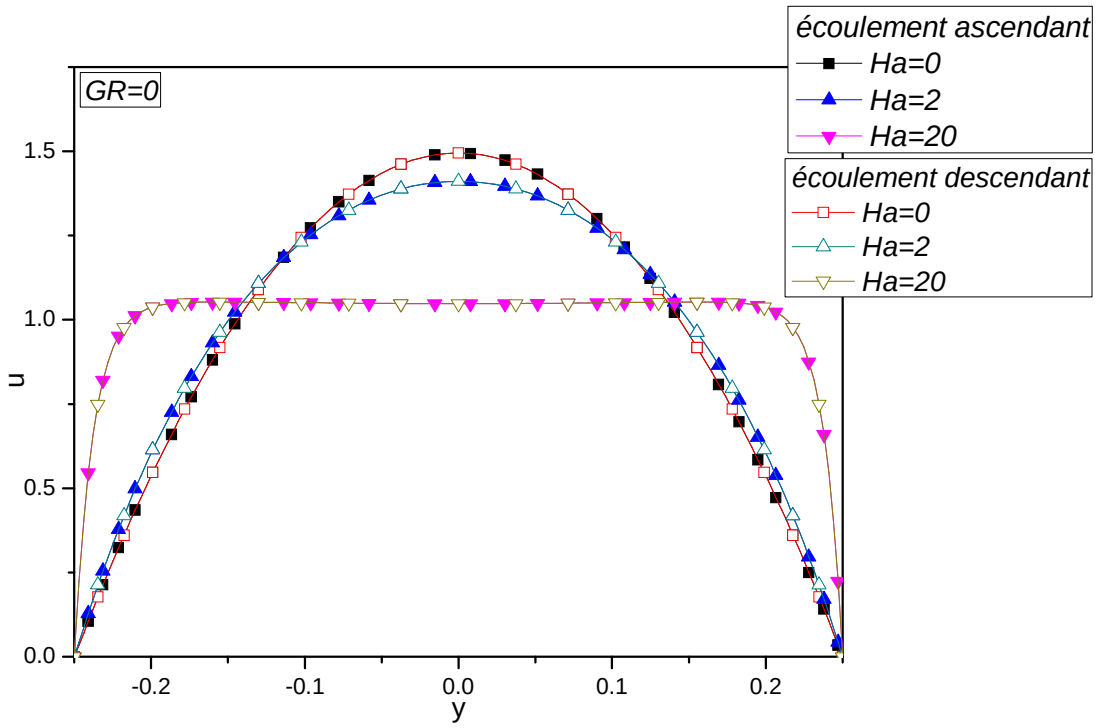


Fig. V.28 : Variation de nombre de Nusselt Moyen en fonction du paramètre de flottaison chaud et froid (Pr=1.1)

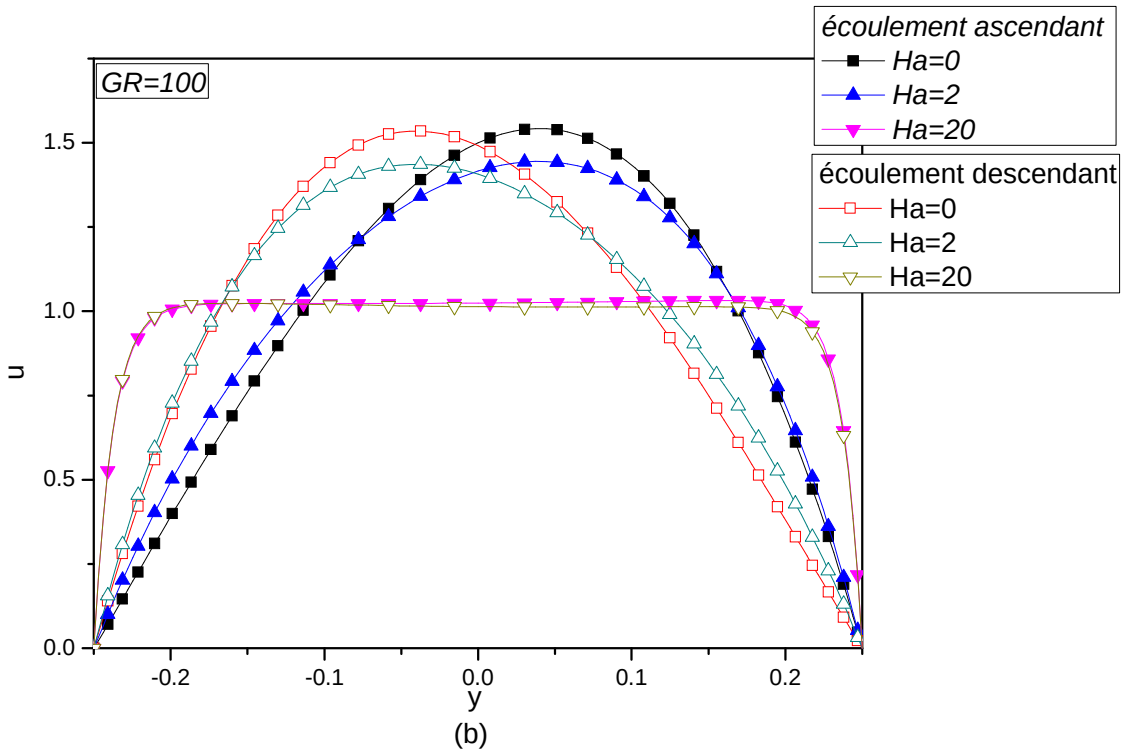
V.6.3.7 Effet du sens de l'écoulement

En convection mixte le sens relatif de l'écoulement par rapport à la pesanteur est d'une importance capitale. En effet selon le cas, la convection libre peut assister ou contrarier l'écoulement forcé imposé à l'entrée. Afin d'élucider ce phénomène et son interaction avec la présence d'un champ magnétique, nous avons considéré également le cas où l'écoulement forcée du fluide est descendant.

Les profils de vitesse, à la sortie du canal pour les deux cas ascendant et descendant, sont représentés sur la sur la figure V.29, pour trois valeurs du GR (0, 100 et 600) et trois valeurs de Ha (0, 2 et 20).


GR=0
écoulement ascendant
Ha=0
Ha=2
Ha=20
écoulement descendant
Ha=0
Ha=2
Ha=20
u
y
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.2
-0.1
0.0
0.1
0.2

(a)


GR=100
écoulement ascendant
Ha=0
Ha=2
Ha=20
écoulement descendant
Ha=0
Ha=2
Ha=20
u
y
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.2
-0.1
0.0
0.1
0.2

(b)

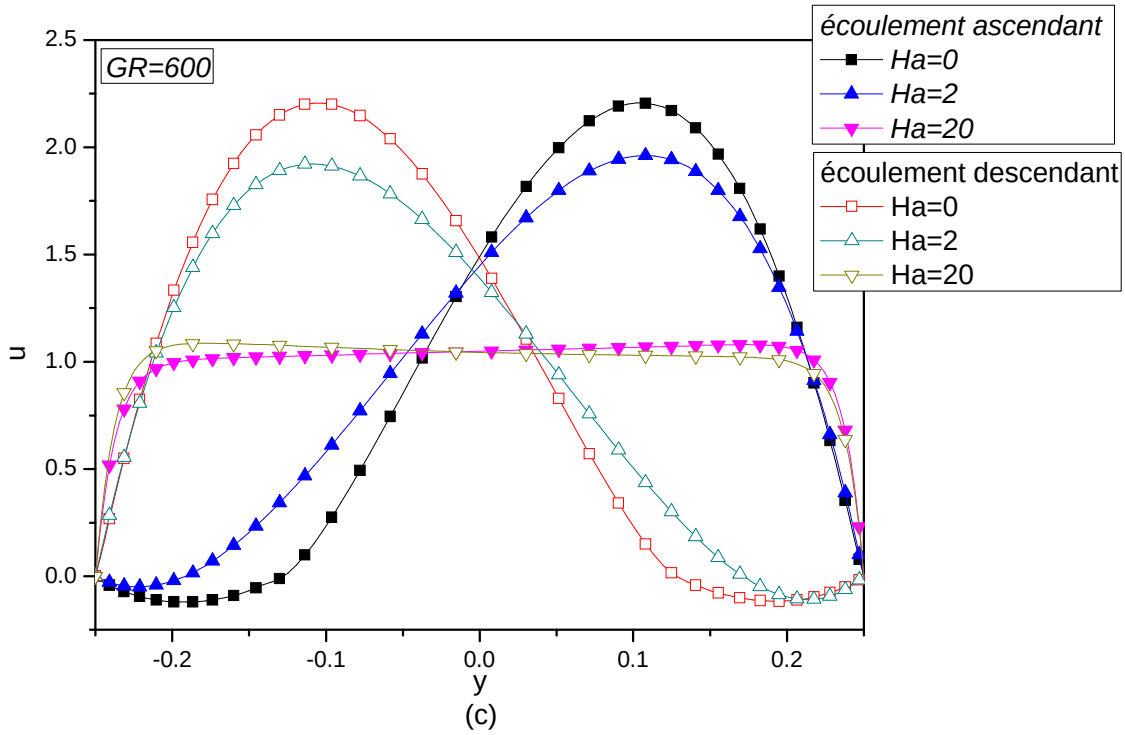
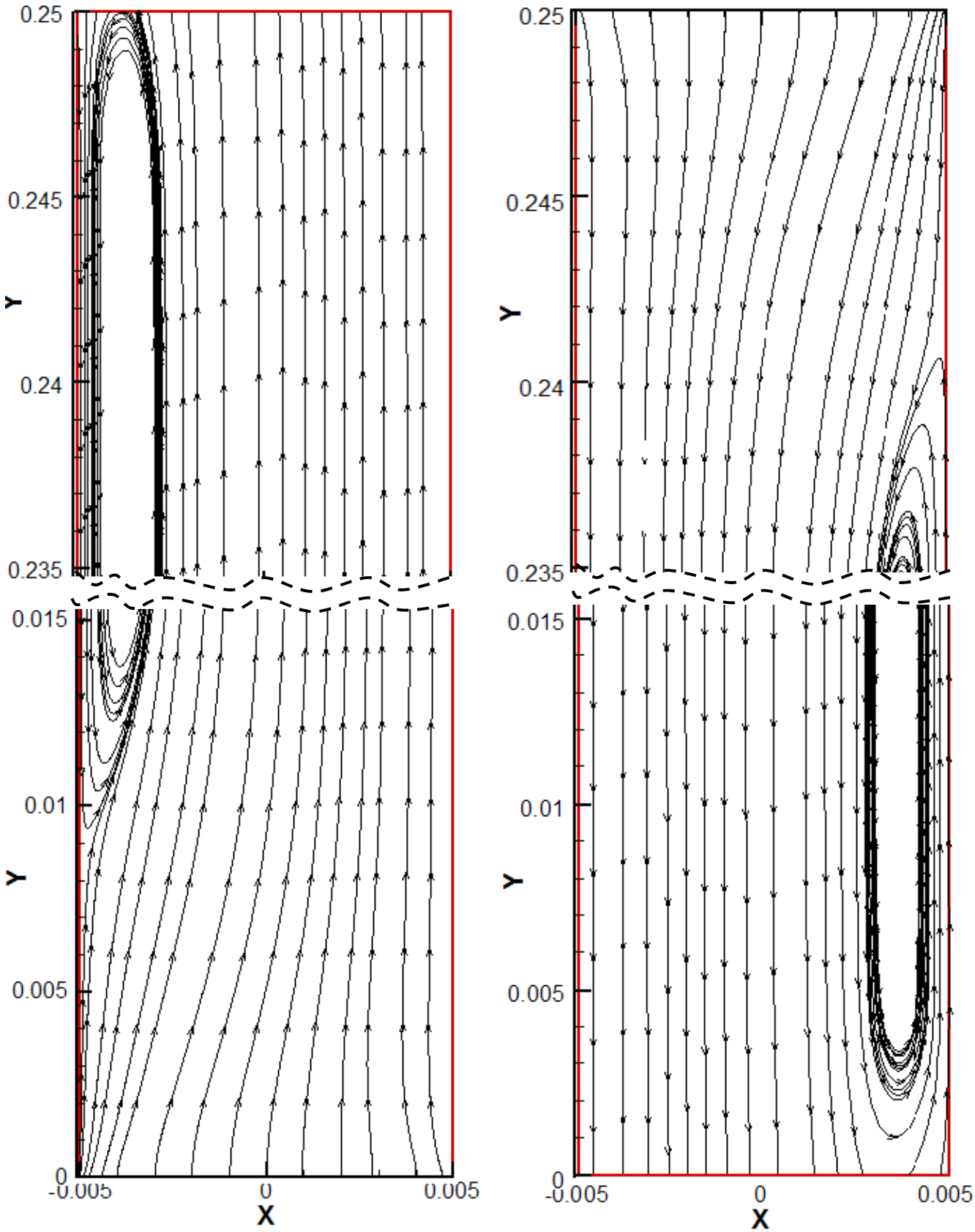


Fig. V.29 : Comparaison des champs de vitesses pour les deux écoulements ascendants et descendant.

Pour une valeur de GR≈0 (fig.V.29.a), les profils de vitesse sont symétriques par rapport à l'axe médian du canal. Les profils de l'écoulement ascendant se trouvent confondus avec ceux de l'écoulement descendant car la pesanteur est relativement faible par rapport aux forces d'inertie, cet effet est observé en l'absence du champ magnétique (Ha=0). Cependant, la force de Lorentz est dominante pour les deux sens d'écoulements à Ha=2 et Ha=20.En convection mixte (GR≠0) (fig.V.29.(b)-(c)), les profils de vitesses perdent leurs symétries et se décalent vers la paroi froide en écoulement ascendant et vers la paroi chaude en écoulement descendant. Cette dissymétrie est à cause des forces de flottabilité, qui agissent différemment pour les deux écoulements. Pour la configuration ascendante, ces forces aident l'écoulement, cependant pour la configuration descendante ces forces agissent de façon à contrarier l'écoulement où une interaction entre les deux forces prend effet près de la paroi chaude. Pour des valeurs plus élevés de Gr, un écoulement inverse prend place à la sortie du canal, près de la paroi froide en écoulement ascendant et près de la paroi chaude en écoulement descendant (Fig. V.30). Dans les deux configurations, cet écoulement va toujours dans le sens à équilibrer le débit global imposé à l'entrée du canal. En effet, toute accélération (décélération) de l'écoulement en une zone doit être compensée par une décélération (accélération) ailleurs, ce qui provoque l'inversion de l'écoulement.



(a) écoulement ascendant *(b) écoulement descendant*

Fig. V.30. (a)-(b) : Lignes de courant pour les deux écoulements ascendant et descendant (GR=600 et Ha =2)

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion générale

L'étude par simulation numérique des écoulements MHD s'avère indispensable, car les données d'expérimentation ne peuvent toujours être disponibles pour des raisons techniques ou de coût ; de ce fait l'analyse numérique est capable de nous fournir des résultats exploitables pour l'amélioration du design, la compréhension et la maîtrise des mécanismes d'écoulement et du transfert de chaleur.

Dans ce mémoire nous avons présenté une étude de simulation numérique d'un fluide conducteur d'électricité (le sodium liquide et l'eau de mer), en écoulement de convection mixte dans un canal vertical en présence d'un champ magnétique transversal (écoulement MHD). La configuration géométrique du modèle physique est soumise à un chauffage asymétrique sur une paroi et un refroidissement sur l'autre.

Dans ce but, une recherche bibliographique approfondie sur les écoulements MHD dans les canaux et conduits a été réalisée. Elle révèle l'existence des solutions analytiques, basées sur des techniques asymptotiques, valident pour des nombres Hartmann et des paramètres d'interaction élevés ainsi que par simulations numériques directes. Ces dernières sont généralement limitées à l'étude écoulements de la MHD à des champs magnétiques modérés.

Les écoulements MHD en convections naturelle et mixte sous, les travaux de la littérature montrent la complexité des effets MHD avec les modes de transfert de chaleur et les force hydrodynamiques.

Le système d'équations régissant l'écoulement MHD, qui regroupent à la fois, les équations de mouvement de Navier-Stokes, l'équation d'énergie et les équations du champ magnétique, couplées entre elles, montrent la complexité du phénomène. L'analyse dimensionnelle du problème, nous a permet de faire apparaitre les paramètres de contrôle de l'écoulement tel que le nombre de Reynolds, de Grashosf, de Prandt et de Brinkman.

Les résultats de la simulation, nous ont permet de valider le modèle MHD du code Fluent par comparaisons avec la solution analytique de l'écoulement de Hartmann, et à la solution analytique de la référence d'Umavathi. Cette validation de l'approche numérique est en bon accord avec les résultats analytiques sous les mêmes conditions.

Les principaux résultats de cette étude sont résumés dans les points suivants :

- L'analyse des profils de vitesse montre que le champ magnétique transversal externe influe sur l'écoulement et modifie ces profils. L'effet est plus prononcé pour des

valeurs du nombre de Hartmann élevés, où les profils de vitesse changent du cas classique au profil dit de Hartmann caractérisé par une vitesse uniforme au centre et des gradients de vitesse raides au niveau des parois. Il a été montré de l'apparition d'un écoulement inverse du coté de la paroi froide pour un écoulement ascendant. Cependant, cet écoulement inverse est observé du coté de la paroi chaude pour un écoulement descendant. Dans les deux cas, l'apparition de l'écoulement inverse n'aura lieu qu'à partir d'une certaine valeur de GR dite critique. La valeur critique de Gr dépend du sens de l'écoulement et de l'intensité du champ magnétique. Dans tous les cas, l'effet de l'augmentation de l'intensité du champ magnétique tend à éliminer l'écoulement inverse, aplatir le profil des vitesses au milieu et aussi à augmenter les gradients de vitesse près des parois.

- L'analyse des profils de température montre que le régime de conduction se manifeste seulement dans le cas où les dissipations visqueuses sont nulles (Br=0), alors que le régime de convection domine dans le cas contraire et le champ de température augmente avec l'augmentation du nombre de Br.
- Avec l'augmentation du nombre de Hartmann, l'influence du terme dissipation par chauffage de Joule devient clairement visible sur les profils de températures.
- L'augmentation des dissipations visqueuses tend à diminuer l'intensité de l'écoulement inverse en régime de convection libre favorable à l'écoulement ou en régime contrarié.
- En présence du champ magnétique, l'effet des forces de flottaison sur l'écoulement reste important.
- L'augmentation du nombre de Hartmann (l'intensité du champ magnétique) entraine une augmentation du coefficient de perte de charge et par conséquent une augmentation de la chute de pression.
- En général, l'effet de l'application du champ magnétique sur le transfert de chaleur est faible dans la limite des conditions de travail de ce mémoire.

Finalement, nous souhaitons que ce travail soit poursuivi par d'autres en incluant d'autres paramètres tel que la turbulence, l'effet 3D etc., et d'investiguer davantage les écoulements convectifs sous MHD, en particulier l'étude des instabilités de l'écoulement.

BIBLIOGRAPHIE

RÉFÉRENCES

[1] Abdou M. (2007), Cours organisé à l'institut de recherche du plasma (IPR) à Gandhinagar, Inde, (www.fusion.ucla.edu/abdou/), (www.cestar.seas.ucla.edu/), CESTAR (centre d'Energie et Science de Technologie), université de Californie, Los Angeles (UCLA).

[2] Alboussiere T., Garandet J.P., Moreau R.(1996) Asymptotic analysis and symmetry in MHD convection, Phys. Fluids, 8, 2215–2226.

[3] Alchaar S., Vasseur P., Bilgen E.(1995). The effect of a magnetic field on natural convection in a shallow cavity heated from below, Chem. Eng. Comm., 134, 195–209.

[4] Aldoss T.K., Al-Nimr M.A., Jarrah M.A., Al-Shaer B. (1995), MHD mixed convection from a vertical plate embedded in a porous medium, Numerical Heat Transfer ,Heat Transfer, 28A ,635–645.

[5] Aleksandrova S. (2001), Buoyant convection in cavities in a strong magnetic field, Thèse de PHD, Université de Coventry.

[6] Aleksandrova S., Molokov D. (2004), Three-dimensional buoyant convection in a rectangular cavity with differentially heated walls in a strong magnetic field, Fluid Dynamics Research, 35, 37–66.

[7] Aleksandrova S., Molokov D. (2002), Classification of buoyant convective flows in cylindrical cavities in strong, uniform, axial magnetic field, Proc 5th Intern. PAMIR Conf. on Fundamental and Applied MHD, Ramatuelle, France, I:81–86.

[8] Al-Khawaja M.J., Agarwal R.K., Gardner R.A. (1999), Numerical study of magneto-fluid-mechanic combined free-and-forced convection heat transfer. Int. J. Heat Mass Transfer, 42, 467–475.

[9] Ansys 12 training manual 2009.

[10] Barletta A., Celli M. (2008), Mixed convection MHD flow in a vertical channel: Effects of Joule heating and viscous dissipation, Int. J. Heat and Mass Transfer, 51 6110–6117.

[11] Barletta A., Lazzari S., Magyari E., Pop I.(2008), Mixed convection with heating effects in a vertical porous annulus with a radially varying magnetic field. Int, J. of Heat and Mass Transfer, 51, 5777–5784.

[12] Benhadid H., Henry D.(1996), Numerical simulations of convective three-dimensional flows in a horizontal cylinder under the action of a constant magnetic field, J. of Cryst. Growth, 166, 436–445.

[13] Berrahil F., Benissad S., Talbi K., Bouttout A. (2007), Effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire tridimensionnelle, 13èmes JITH, Albi : France.

[14] Bessaih R., Marty P., Kadja M. (1999), Numerical study of disk driven rotating MHD flow of a liquid metal in a cylindrical enclosure, Acta Mechanica, 135,153–167.

[15] Bessaih R., Marty P., Kadja M. (2003), Hydrodynamics and heat transfer in disk driven rotating flow under axial magnetic field, International Journal of Transport Phenomena, 5, 259–278.

[16] Bhupendra K.S., Abhay K.J., Chaudhary R.C. (2007), Hall effect on MHD mixed convective flow of a viscous incompressible fluid past a vertical porous plate immersed in porous medium with heat source/sink, Rom. Journal. Phys., 52, 487–503.

[17] Boukhari A., Bessaih R. (2007), Etude de l'instabilité hydrodynamique et thermique des écoulements tournants avec et sans champ magnetique, 13èmes JITH, Albi : France.

[18] Bühler L. (1998), Laminar magnetohydrodynamic flow in vertical rectangular ducts, Phys Fluids, 10,223–236.

[19] Chamkha A.J., Takhar H.S., Nath G.(2004), Mixed convection flow over a vertical plate with localized heating (cooling), magnetic field and suction (injection), Int. J. Heat and Mass Transfer, 40, 835–841.

[20] Chang, C., Lundgren, S. (1961), Duct flow in magnetohydrodynamics, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, XII, 100–114.

[21] Ciofalo M., Cricchio F. (2001), Numerical simulation of MHD fully developed buoyant flow at low Pr, Proceedings of the 19th National Conference of UIT (Unione Italiana di Termofluidodinamica), 439–444.

[22] Cowley M.D. (1996), Natural convection in rectangular enclosures of arbitrary orientation with vertical magnetic field. Magnetohydrodynamics, 32, 390–424.

[23] Davidson P.A. (2001), In introduction to magnetohydrodynamics (Cambridge texts in Applied mathematics), Cambridge university press, UK.

[24] Di Piazza I., Bühler L. (2000), A general computational approach for magnetohydrodynamic flows using the CFX code: buoyant flow through a vertical square channel, Fusion Technol, 38 (2),180–189.

[25] Di Piazza I., Ciofalo M.(2002), MHD free convection in a liquid-metal filled cubic enclosure - I. differential heating, Int. J. Heat Mass Transfer, 45 (7),1477–1492.

[26] Di Piazza I., Bühler L., (1999), Numerical simulations of Buoyant Magnetohydrodynamic flows using the CFX code, Rapport FZKA 6354,Institut de génie nucléaire et de l'énergie,Programme de fusion, Karlsruhe,Allemagne.

[27] Hartmann J. (1937). Hg–dynamics I. Theory of the laminar flow of an electrically conductive liquid in a homogeneous magnetic field, Danske Videnskabernes Selskab, Mathematisk-Fysiske Meddelelser, 15 (6), 1–28.

[28] Hartmann J, Lazarus F. (1937) Hg–dynamics II. Experimental investigations on the flow of mercury in a homogeneous magnetic field, Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, *Mathematisk- Fysiske Meddelelser*,15 (7), 1–45

[29] Hof B., Juel A., Mullin T. (2005), Magnetohydrodynamic damping of oscillations in low-Prandtl-number convection, J. Fluid Mech, 545, 193–201.

[30] Hof B., Juel. A., Mullin T.(2003), Magnetohydrodynamic damping of convective flows in molten gallium, J. Fluid Mech.,482, 163–179.

[31] Hunt, J. C. R. (1965), Magnetohydrodynamic flow in rectangular ducts, Journal of Fluid Mechanics, 21, 577–590.

[32] Incropera., DeWitt., Bergman & Lavine. (2007), Fundamentals of Heat and Mass Transfer, John Wiley & Sons, Etat unis d'Amérique.

[33] Kharicha A., Molokov S., Aleksandrova S., Bühler L. (2004), Buoyant convection in the HCLL Blanket in strong , Uniform Magnetic field, Rapport scientifique FZKA

6959, Institut de génie nucléaire et de l'énergie, Programme de fusion, Karlsruhe, Allemagne.

[34] Kinet M. (2009), MHD turbulence at low magnetic Reynolds number : spectral properties and transition mechanism in a square duct, Université libre de Bruxelles,Thèse de Doctorat.

[35] Krishna D.V., Prasada R.D.R.V., Ramachandra M.A.S. (2006), Hydromagnetic convection flow through a porous medium in axially varying pipe, J. Engineering Physics and Thermophysics,79, No. 4, 96–104.

[36] Lixiang L. (2010), Numerical Simulation and Active Boundary Control of Magnetohydrodynamic Channel Flow, thèse de Doctorat.

[37] Ma N., Walker J.S. (19995), Liquid-metal buoyant convection in a vertical cylinder with a strong vertical magnetic field and with a non axisymmetric temperature, Phys. Fluids, 7 (8), 2061–2071.

[38] Mistrangelo C. (2006), Three-Dimensional MHD Flow in Sudden Expansions, Rapport scientifique FZKA 7201,Institut de génie nucléaire et de l'énergie,Programme de fusion, Karlsruhe,Allemagne.

[39] Module MHD De Fluent 6.3. Format pdf

[40] Molokov S., Bühler L. (2003), Three-dimensional buoyant convection in a rectangular box with Thin Conducting walls in a strong horizontal magnetic field, Rapport FZKA 6817, Institut de génie nucléaire et de l'énergie,Programme de fusion, Karlsruhe,Allemagne.

[41] Molokov S., Tagawa T., Aleksandrova T S., Bühler L. (2003) Three-dimensional buoyant convection in a rectangular box in a strong horizontal magnetic field, Proc. 4th International Conference on Electromagnetic Processing of Materials, France, 1–6.

[42] Moresco P., Alboussière T., (2004), Experimental study of the instability of the Hartmann layer, J. Fluid Mech, 504, 167–181.

[43] Moreau J., Les Réacteurs à Neutrons Rapides, le sodium, le cycle du combustible, rapport Technique. Comité Scientifique de l'AEPN (France).

[44] Moreau R. (1990), Magnetohydrodynamics, klumer academic publisher, Dordrecht, Hollande.

[45] Müller U., Bühler L. (2001), Magnetofluiddynamics in channels and containers, Springer.

[46] Ozoe H., Okada K. (1989), The effect of the direction of the external magnetic field on the three-dimensional natural convection in a cubical enclosure, Int. J. Heat Mass Transfer, 32, 1939–1954.

[47] Rudraiah N., Barron R.M., Ventachalappa M., Subbaraya C.K. (1995). Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure, Int. J. Eng. Sci., 33, 1075–1084.

[48] Shercliff, J. A.(1953), Steady motion of conducting fluids in pipes under transverse magnetic fields, Proc.Camb.Phil.Soc. 49, 136–44.

[49] Sparrow E.M., Cess R.D. (1961). The effect of magnetic field on free convection heat and mass transfer, Int. J.Heat Mass Transfer, 3, 4, 267–274.

[50] Sposito G., Ciofalo M. (2006), One-dimensional mixed MHD convection, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 49, 2939–2949.

[51] Temperley, D. J. and Todd, L.(1971), The effect of wall conductivity in MHD duct flow at high Hartmann number, Proc. Camb. Phil. Soc. 69, 337–351.

[52] Umawathi J.C., Malashetty M.S.(2005), Magnetohydrodynamic mixed convection in a vertical channel, Int. J. Non-linear Mech. 40, 91–101.

[53] Uflyand, Y. S.(1961), Flow stability of a conducting fluid in a rectangular channel in a transverse magnetic field, Soviet Physics Technical Physics 5, 1191–1193.

[54] Valerio T.(2009), Magnetohydrodynamic effects on mixed convection flows in channels and ducts, these de Doctorat, université de Bollogna.

[55] Walker, J. S., Ludford, G. S. S., Hunt, J. C. R. (1972), Three-dimensional MHD duct flows with strong transverse magnetic fields. part 3. Variable area rectangular ducts with insulating walls, J. Fluid Mechanics 56, 121–141.

[56] Walker, J. S : 1981, Magnetohydrodynamic flows in rectangular ducts with thin conducting walls, J. de Mécanique 20(1), 79–112.

[57] W. M. Rohsenow, J.R Hartnett, Y. I. Cho.(1998),Handbook of Heat Transfer,Third Edition,McGraw-Hill, Etat unis d'Amérique.

[58] Wekipedia.org.

[59] www.phyexpdoc.script.univ-paris-diderot.fr/projets_/sites_01_02_1/Mhd/

ANNEXE

A) Propriétés Thermo physiques du sodium liquide (J. Moreau)

1. Masse volumique

La masse volumique du sodium décroît lorsque la température augmente.
La formule empirique (Thomson - Garellis) valable pour l'état solide : (pour $\mathbf{0 \leq \theta \leq 97,8}$.) :

$$\rho\ (Kg/m^3) = 972,5 - 20.11\ 10^{-2}\theta - 1,510^{-4}\theta^2$$

Une nouvelle formule empirique est valable à l'état liquide entre **100°C et 1400°C**.

$$\rho\ (Kg/m^3) = 950,0483 - 0,2297537\ \theta - 14,6045.10^{-6}\ \theta^2 + 5,637710^{-9}\ \theta^3 \quad (4)$$

avec θ **en °C**.

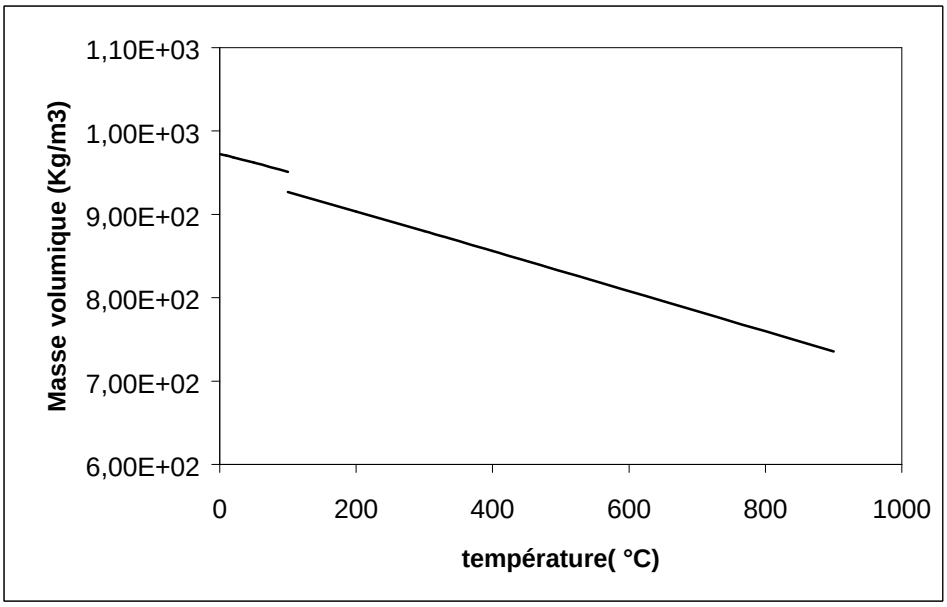


Fig.1 : Masse volumique du sodium en fonction de la température

2. Viscosité dynamique

La viscosité dynamique du Sodium tend à diminuer lorsque la température augmente comme cela est le cas pour tous les liquides.

Tableau Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document. **:**
Viscosité dynamique du Sodium comparée avec quelques liquides

Liquide	H_2O	Hg	Pb	Na
Viscosité (Poiseuilles ou Pa × s)	1000 (20°C) (1 atm) 280 (100°C) (1 atm) 67 (350°C) (150 bars)	1 000 (200°C) (1 atm)	2 700 (441°C) (1 atm)	310 (400°C) (1 atm)

La connaissance de la viscosité du Sodium est, comme pour tous les liquides, très empirique. En première approximation, on peut démontrer que cette viscosité dynamique suit une loi du type Arrhénius de la forme $\mu = Ae^{-\frac{Q}{RT}}$.

La relation empirique retenue en est :

$$\log_{10} \mu = -2{,}4892 + \frac{220{,}65}{T} - 0{,}4925 \log_{10} T$$

μ en Poiseuille (ou Pa $\times$ s), T en Kelvin

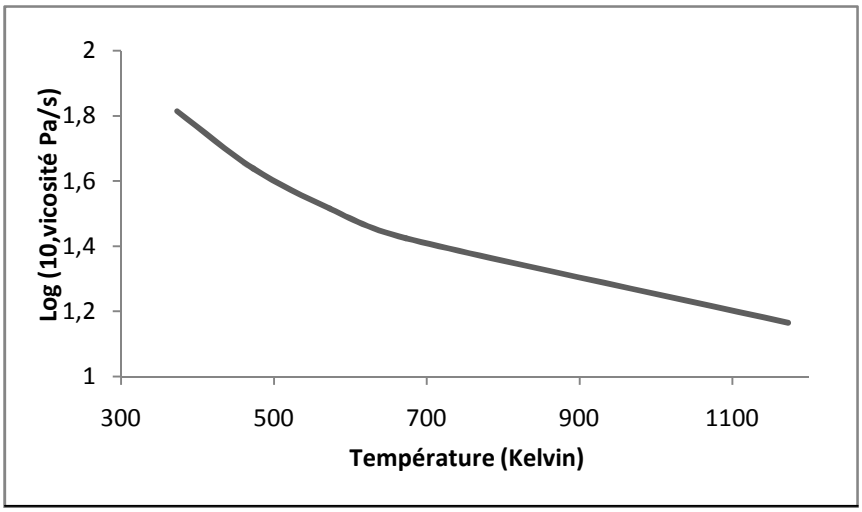


Figure 2 : Viscosité dynamique du sodium en fonction de la température

3. Conductivité thermique

Elle décroît lorsque la température augmente et présente une discontinuité de 30% environ lors du passage de l'état solide à l'état liquide.La conductivité du Sodium est, comme pour tout métal, très élevée.

La conductivité à l'état solide est donnée par l'expression :

$$\lambda(W.m^{-1}.°K^{-1}) = 135{,}6 - 0{,}167\ \theta$$

La conductivité à l'état liquide est donnée par l'expression :

$$92{,}951 - 5{,}8087\ 10^{-2}\ \theta + 11{,}7274\ 10^{-6}\ \theta^2 \quad (4)$$

avec θ en °C dans les deux cas

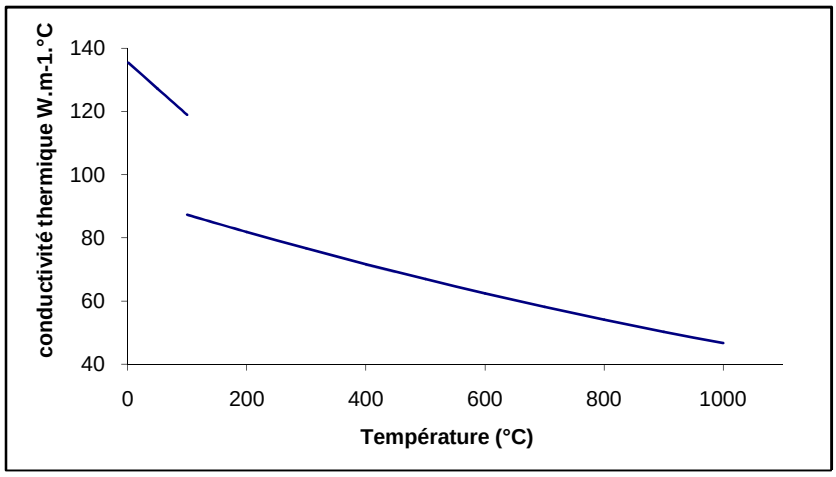


Figure 3 : Conductivité thermique du sodium en fonction de la température

4. Chaleur spécifique

Elle est d'environ **$1{,}25\ 10^3$ Joules/kg** à 400°C soit à peu près un tiers à un sixième de celle de l'eau qui varie de $4.18\ 10^3$ Joules/kg à 20°C à $8{,}1\ 10^3$ J/kg à 350°C (et 150 bars).

On observe comme pour les autres grandeurs une discontinuité lors du passage de l'état solide à l'état liquide.

A l'état solide, une expression de la chaleur spécifique est :

$$\mathbf{Cp\ (Joules/Kg.K^{-1}) = 1199 + 6491\ 10^{-4}\ \theta + 1052{,}9\ 10^{-5}\ \theta^2} \qquad (2)$$

A l'état liquide, la relation suivante est utilisée :

$$\mathbf{Cp\ (Joules.Kg^{-1}\ C^{-1}) = 1436{,}715 - 0{,}5805379\ \theta + 4{,}627274\ 10^{-4}\ \theta^2} \quad \mathbf{(4)}$$

θ (température en °C)

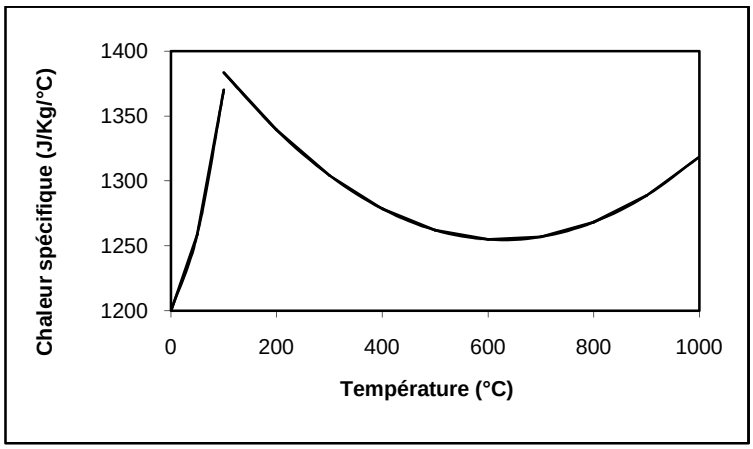


Figure 4 : Chaleur spécifique du Sodium en fonction de la température

5. Résistivité électrique

Le Na a une résistivité (inverse de la conductivité) très faible comme tous les métaux. La similitude entre la conductivité électrique et la conductivité thermique est due au fait que ces grandeurs sont sous la dépendance de la mobilité des électrons libres qui se comportent comme un gaz.

A l'état liquide, on a :

$$\rho_e\ (\Omega \times m) = 6{,}1405\ 10^{-8} + 3{,}5047\ 10^{-10}\ \theta + 5{,}6885\ 10^{-14}\ \theta^2 + 1{,}66797\ 10^{-17}\ \theta^3 \quad (4)$$

On peut vérifier très approximativement la loi de Wiedemann en se rappelant que $\rho_e = \text{résistivité} = \frac{1}{\sigma e}$ (avec σe conductivité électrique.)

6. Magnétisme

Le sodium est paramagnétique (comme tous les corps possédant un nombre impair d'électrons qui ne peuvent donc pas être regroupés en doublets) et s'aimante donc moins que les métaux ferromagnétiques. Cependant, cette propriété n'empêche pas de réaliser des pompes ou des débitmètres électromagnétiques.

7. Dilatabilité

Le coefficient de dilatabilité s'obtient à partir de la masse volumique selon la formule :

$$\beta = \frac{-1}{\rho} \times \frac{d\rho}{d\theta}$$

θ en °C, β en $°C^{-1}$ est particulièrement élevé.

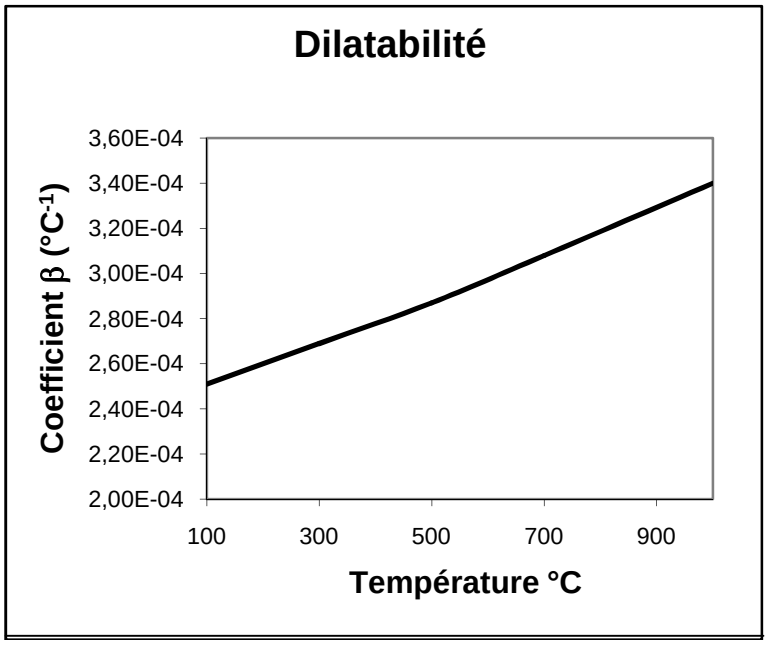


Figure 5 : Dilatabilité en fonction de la température

PROGRAMME EN MATLAB POUR CALCULER LES PROPRIETES THERMO PHYSIQUES DU SODIUM LIQUIDE

```
% LES PROPRIETES THERMO PHYSIQUES DU SODIUM LIQUIDE, LES UNITES SONT SYSTEME SI,
T=98
% LA DENSITE SELON LA FORMULE EMPIRIQUE VALABLE A L'ETAT LIQUIDE ENTRE 100°C ET 1400°C.
RO(KG/M3) AVEC T EN °C :
RO=950.0483-0.2297537*T-14.6045*(10^-6)*(T^2)+5.6377*(10^-9)*(T^3)
% LE COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE :
BETA=-(-0.2297537-29.208*(10^-6)*T+16.9121*(10^-9)*(T^2))/(950.0483-0.2297537*T-
14.6045*(10^-6)*(T^2)+5.6377*(10^-9)*(T^3))
%VISCOSITE DYNAMIQUE LA RELATION EMPIRIQUE RETENUE EN POISEUILLE (OU PA/S) AVEC T EN
KELVIN :
MU=EXP((LOG2(10)*(-2.4892+(220.65/(T+273))-(0.4925*LOG10(T+273)))))
%CONDUCTIVITE THERMIQUE LA CONDUCTIVITE A L'ETAT LIQUIDE AVEC T EN °C:
LAMDA=92.951-5.8087*(10^-2)*T+11.7274*(10^-6)*T^2
%CHALEUR SPECIFIQUE A L'ETAT LIQUIDE, EN (JOULES.KG-1 C-1) ET LA TEMPERATURE T EN °C:
CP=1436.715-0.5805379*T+4.627274*(10^-4)*T^2
%RESISTIVITE ELECTRIQUE A L'ETAT LIQUIDE (OMEGA*M):
ROE=6.1405*(10^-8)+3.5047*(10^-10)*T+5.6885*(10^-14)*(T^2)+1.66797*(10^-17)*(T^3)
SIGMAE=1/ROE
% UNE AUTRE EXPRESSION POUR CALCULER LE COEFFICIENT DE DILATABILITE :
 BETA=-ROM*(RO1-RO2)/(T1-T2)

T =   100
RO =  926.9325
MU = 1.0555
LAMDA =   87.2596
CP =  1.3833E+003
ROE =  9.7038E-008
SIGMAE =  1.0305E+007
```

B) Propriétés Thermo physiques et électriques du L'eau de Mer (Handbook of Heat Transfer, 1998).

2.38

TABLE 2.24 Dynamic Viscosity of Seawater (10^{-3} Ns/m^2) at Various Temperatures and Salinities

	Salinity, g/kg															
T (°C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
0	1.775	1.802	1.831	1.861	1.893	1.928	1.965	2.005	2.049	2.096	2.147	2.202	2.261	2.326	2.395	2.470
10	1.304	1.327	1.350	1.375	1.401	1.429	1.459	1.491	1.526	1.563	1.603	1.646	1.693	1.743	1.797	1.855
20	1.002	1.021	1.041	1.061	1.083	1.106	1.131	1.157	1.185	1.216	1.248	1.283	1.321	1.361	1.404	1.451
30	0.797	0.814	0.830	0.848	0.866	0.886	0.906	0.929	0.952	0.977	1.004	1.033	1.064	1.098	1.133	1.171
40	0.653	0.667	0.681	0.696	0.712	0.729	0.747	0.765	0.786	0.807	0.830	0.854	0.880	0.908	0.938	0.970
50	0.546	0.559	0.571	0.585	0.599	0.613	0.629	0.645	0.662	0.681	0.700	0.721	0.744	0.768	0.793	0.821
60	0.466	0.477	0.488	0.500	0.512	0.525	0.539	0.553	0.568	0.584	0.602	0.620	0.639	0.660	0.682	0.706
70	0.404	0.414	0.424	0.434	0.445	0.457	0.469	0.481	0.495	0.509	0.524	0.540	0.558	0.576	0.595	0.616
80	0.355	0.364	0.373	0.382	0.392	0.402	0.413	0.424	0.436	0.449	0.463	0.477	0.492	0.508	0.525	0.544
90	0.315	0.323	0.331	0.340	0.349	0.358	0.368	0.378	0.389	0.400	0.412	0.425	0.439	0.453	0.469	0.485
100	0.282	0.290	0.297	0.305	0.313	0.322	0.331	0.340	0.350	0.360	0.371	0.383	0.395	0.408	0.422	0.436
110	0.255	0.262	0.269	0.276	0.284	0.291	0.300	0.308	0.317	0.326	0.336	0.347	0.358	0.370	0.382	0.395
120	0.232	0.239	0.245	0.252	0.259	0.266	0.273	0.281	0.289	0.298	0.307	0.317	0.327	0.337	0.349	0.361
130	0.213	0.219	0.225	0.231	0.237	0.244	0.251	0.258	0.266	0.273	0.282	0.291	0.300	0.310	0.320	0.331
140	0.196	0.201	0.207	0.213	0.219	0.225	0.231	0.238	0.245	0.252	0.260	0.268	0.277	0.286	0.295	0.305
150	0.181	0.187	0.192	0.197	0.203	0.208	0.214	0.221	0.227	0.234	0.241	0.249	0.256	0.265	0.273	0.283
160	0.169	0.173	0.178	0.183	0.189	0.194	0.200	0.205	0.211	0.218	0.224	0.231	0.239	0.246	0.254	0.263
170	0.157	0.162	0.167	0.171	0.176	0.181	0.186	0.192	0.198	0.203	0.210	0.216	0.223	0.230	0.237	0.245
180	0.147	0.152	0.156	0.161	0.165	0.170	0.175	0.180	0.185	0.191	0.196	0.202	0.209	0.215	0.222	0.230

	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
0	1.861	1.864	1.867	1.871	1.874	1.877	1.880	1.883	1.887	1.890	1.893
10	1.375	1.377	1.380	1.382	1.365	1.388	1.390	1.393	1.396	1.398	1.401
20	1.061	1.063	1.065	1.068	1.070	1.072	1.074	1.076	1.078	1.081	1.083
30	0.848	0.850	0.851	0.853	0.855	0.857	0.859	0.861	0.862	0.864	0.866
40	0.696	0.698	0.699	0.701	0.702	0.704	0.706	0.707	0.709	0.710	0.712
50	0.585	0.586	0.587	0.589	0.590	0.592	0.593	0.594	0.596	0.597	0.599
60	0.500	0.501	0.503	0.504	0.505	0.506	0.507	0.509	0.510	0.511	0.512
70	0.434	0.435	0.437	0.438	0.439	0.440	0.441	0.442	0.443	0.444	0.445
80	0.382	0.383	0.384	0.385	0.386	0.387	0.388	0.389	0.390	0.391	0.392
90	0.340	0.341	0.342	0.343	0.343	0.344	0.345	0.346	0.347	0.348	0.349
100	0.305	0.306	0.307	0.308	0.308	0.309	0.310	0.311	0.312	0.312	0.313
110	0.276	0.277	0.278	0.278	0.279	0.280	0.281	0.281	0.282	0.283	0.284
120	0.252	0.252	0.253	0.254	0.254	0.255	0.256	0.257	0.257	0.258	0.259
130	0.231	0.231	0.232	0.233	0.233	0.234	0.235	0.235	0.236	0.237	0.237
140	0.213	0.213	0.214	0.215	0.215	0.216	0.216	0.217	0.218	0.218	0.219
150	0.197	0.198	0.198	0.199	0.199	0.200	0.200	0.201	0.202	0.202	0.203
160	0.183	0.184	0.184	0.185	0.186	0.186	0.187	0.187	0.188	0.188	0.189
170	0.171	0.172	0.172	0.173	0.173	0.174	0.174	0.175	0.175	0.176	0.176
180	0.161	0.161	0.161	0.162	0.162	0.163	0.163	0.164	0.164	0.165	0.165

Source: Ref. 3 with permission.

TABLE 2.25 Thermal Conductivity of Seawater (mW/m K) at Various Temperatures and Salinities

	Salinity, g/kg																
T (°C)	0	10	20	30	35*	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
0	572	570	569	567	566	565	563	562	560	558	556	554	552	550	548	546	544
10	589	587	586	584	584	583	581	580	578	577	575	573	571	570	568	566	564
20	604	603	602	600	600	599	598	597	595	594	592	591	589	588	586	585	583
30	618	617	616	615	614	614	613	612	611	609	608	607	606	604	603	602	600
40	630	629	629	628	628	627	626	626	625	624	623	622	621	620	618	617	616
50	641	641	640	640	639	639	639	638	637	637	636	635	634	633	632	631	630
60	651	651	650	650	650	650	649	649	649	648	648	647	646	646	645	644	644
70	659	659	659	659	659	659	659	659	658	658	658	658	657	657	656	656	655
80	666	666	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	666	666	666	666
90	672	672	673	673	673	674	674	674	674	675	675	675	675	675	675	675	675
100	676	677	678	678	679	679	680	680	681	681	681	682	682	682	682	682	683
110	680	681	682	683	683	683	684	685	685	686	687	687	688	688	688	689	689
120	682	683	684	685	686	686	687	688	689	690	691	691	692	693	693	694	694
130	683	685	686	687	688	688	690	691	692	693	694	695	695	696	697	698	699
140	684	685	687	688	689	689	691	692	693	694	696	697	698	699	700	701	702
150	683	684	686	688	688	689	691	692	694	695	696	698	699	700	701	702	703
160	681	683	684	686	687	688	690	691	693	694	696	697	699	700	701	703	704
170	678	680	682	684	685	686	687	689	691	693	694	696	698	699	701	702	704
180	674	676	678	680	681	682	684	686	686	690	692	694	695	697	699	700	702

* "Normal" seawater.
Source: Ref. 3 with permission.

TABLE 2.26 Prandtl Number of Seawater at Various Temperatures and Salinities

	Salinity, g/kg																
T (°C)	0	10	20	30	35*	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
0	13.1	13.1	13.1	13.2	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.8	14.0	14.3	14.5	14.8	15.2	15.5	16.0
10	9.29	9.35	9.39	9.46	9.49	9.53	9.62	9.72	9.84	9.97	10.1	10.3	10.5	10.7	11.0	11.2	11.6
20	6.95	6.99	7.04	7.11	7.13	7.17	7.24	7.33	7.43	7.53	7.67	7.80	7.96	8.13	8.32	8.52	8.76
30	5.40	5.45	5.49	5.54	5.58	5.60	5.67	5.74	5.82	5.92	6.01	6.12	6.24	6.39	6.54	6.69	6.88
40	4.33	4.38	4.41	4.46	4.48	4.51	4.57	4.63	4.70	4.78	4.86	4.95	5.05	5.16	5.28	5.42	5.56
50	3.56	3.60	3.64	3.68	3.71	3.73	3.77	3.83	3.89	3.95	4.02	4.10	4.18	4.28	4.38	4.48	4.60
60	2.99	3.03	3.06	3.10	3.12	3.14	3.19	3.24	3.28	3.34	3.40	3.47	3.54	3.61	3.69	3.78	3.88
70	2.57	2.60	2.63	2.66	2.68	2.70	2.74	2.78	2.82	2.87	2.92	2.98	3.04	3.11	3.18	3.25	3.33
80	2.23	2.26	2.29	2.32	2.34	2.35	2.39	2.42	2.46	2.50	2.55	2.60	2.65	2.71	2.77	2.83	2.90
90	1.97	2.00	2.02	2.05	2.06	2.08	2.11	2.14	2.18	2.21	2.25	2.29	2.34	2.39	2.44	2.50	2.56
100	1.75	1.78	1.80	1.83	1.84	1.86	1.88	1.92	1.94	1.98	2.01	2.05	2.09	2.13	2.18	2.23	2.28
110	1.59	1.61	1.63	1.65	1.66	1.68	1.70	1.73	1.75	1.78	1.81	1.84	1.88	1.92	1.96	2.00	2.05
120	1.44	1.47	1.49	1.51	1.51	1.53	1.55	1.57	1.60	1.62	1.65	1.68	1.71	1.75	1.78	1.82	1.86
130	1.33	1.35	1.37	1.38	1.39	1.40	1.42	1.44	1.46	1.49	1.51	1.54	1.57	1.60	1.63	1.66	1.70
140	1.23	1.24	1.26	1.28	1.29	1.30	1.31	1.33	1.35	1.37	1.39	1.42	1.44	1.47	1.50	1.53	1.56
150	1.14	1.16	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.24	1.26	1.27	1.30	1.32	1.34	1.36	1.39	1.42	1.45
160	1.08	1.08	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.16	1.17	1.19	1.21	1.23	1.25	1.28	1.30	1.32	1.35
170	1.01	1.03	1.04	1.05	1.06	1.06	1.07	1.09	1.10	1.12	1.13	1.16	1.17	1.20	1.22	1.24	1.26
180	0.959	0.975	0.983	0.997	1.00	1.00	1.02	1.03	1.04	1.06	1.07	1.09	1.10	1.13	1.14	1.17	1.19

* "Normal" seawater.
Source: Ref. 3 with permission.

TABLE 2.27 Density of Seawater (kg/m³) at Various Temperatures and Salinities

	Salinity, g/kg										
T (°C)	30	31	32	33	34	35*	36	37	38	39	40
0	1,024.2	1,024.9	1,025.7	1,026.5	1,027.3	1,028.1	1,028.9	1,029.6	1,030.4	1,031.2	1,032.0
10	1,023.2	1,023.9	1,024.7	1,025.4	1,026.2	1,027.0	1,027.7	1,028.5	1,029.3	1,030.0	1,030.8
20	1,020.8	1,021.5	1,022.3	1,023.0	1,023.8	1,024.5	1,025.3	1,026.0	1,026.8	1,027.5	1,028.3
30	1,017.6	1,018.4	1,019.1	1,019.9	1,020.6	1,021.4	1,022.1	1,022.9	1,023.6	1,024.4	1,025.1
40	1,013.9	1,014.7	1,015.4	1,016.2	1,016.9	1,017.7	1,018.4	1,019.1	1,019.9	1,020.6	1,021.4
50	1,009.7	1,010.4	1,011.2	1,011.9	1,012.6	1,013.4	1,014.1	1,014.8	1,015.6	1,016.3	1,017.1
60	1,004.9	1,005.6	1,006.3	1,007.1	1,007.8	1,008.6	1,009.3	1,010.0	1,010.8	1,011.5	1,012.2
70	999.5	1,000.3	1,001.0	1,001.7	1,002.5	1,003.2	1,003.9	1,004.7	1,005.4	1,006.2	1,006.9
80	993.7	994.4	995.2	995.9	996.6	997.4	998.1	998.8	999.6	1,000.3	1,001.1
90	987.4	988.1	988.8	989.6	990.3	991.1	991.8	992.5	993.3	994.0	994.7
100	980.6	981.3	982.1	982.8	983.5	984.3	985.0	985.8	986.5	987.2	988.0
110	973.3	974.1	974.8	975.6	976.3	977.1	977.8	978.6	979.3	980.0	980.8
120	965.7	966.4	967.2	967.9	968.7	969.4	970.2	970.9	971.7	972.4	973.2
130	957.6	958.4	959.1	959.9	960.6	961.4	962.1	962.9	963.7	964.4	965.2
140	949.1	949.9	950.7	951.4	952.2	953.0	953.7	954.5	955.3	956.0	956.8
150	940.3	941.1	941.8	942.6	943.4	944.2	945.0	945.7	946.5	947.3	948.1
160	931.1	931.9	932.7	933.5	934.3	935.1	935.8	936.6	937.4	938.2	939.0
170	921.6	922.4	923.2	924.0	924.8	925.6	926.4	927.2	928.0	928.8	929.6
180	911.7	912.6	913.4	914.2	915.0	915.8	916.7	917.5	918.3	919.1	919.9

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
0	1,008.1	1,016.2	1,024.2	1,032.0	1,039.8	1,047.6	1,055.5	1,063.5	1,071.6	1,079.7	1,088.0	1,096.2	1,104.4	1,112.5	1,120.4
10	1,007.7	1,015.5	1,023.2	1,030.2	1,038.4	1,046.0	1,053.8	1,061.6	1,669.6	1,077.6	1,085.7	1,093.9	1,102.0	1,110.1	1,118.0
20	1,005.8	1,013.3	1,020.8	1,028.3	1,035.9	1,043.5	1,051.2	1,058.9	1,066.7	1,074.5	1,082.4	1,090.3	1,098.2	1,106.2	1,114.2
30	1,002.8	1,010.2	1,017.6	1,025.1	1,032.6	1,040.2	1,047.8	1,055.4	1,063.1	1,070.8	1,078.5	1,086.3	1,094.1	1,102.0	1,109.9
40	999.2	1,006.6	1,013.9	1,021.4	1,028.8	1,036.3	1,043.8	1,051.4	1,059.0	1,066.6	1,074.2	1,081.9	1,089.6	1,097.4	1,105.2
50	995.0	1,002.3	1,009.7	1,017.1	1,024.5	1,031.9	1,039.4	1,046.9	1,054.4	1,062.0	1,069.5	1,077.1	1,084.8	1,092.4	1,100.1
60	990.2	997.5	1,004.9	1,012.2	1,019.6	1,027.0	1,034.5	1,041.9	1,049.4	1,056.9	1,064.4	1,072.0	1,079.5	1,087.1	1,094.8
70	984.9	992.2	999.5	1,006.9	1,014.3	1,021.7	1,029.1	1,036.5	1,043.9	1,051.4	1,058.9	1,066.4	1,074.0	1,081.5	1,089.1
80	979.0	986.4	993.7	1,001.1	1,008.4	1,015.8	1,023.2	1,030.6	1,038.1	1,045.5	1,053.0	1,060.5	1,068.0	1,075.6	1,083.1
90	972.7	980.0	987.4	994.7	1,002.1	1,009.5	1,017.0	1,024.4	1,031.8	1,039.3	1,046.8	1,054.3	1,061.8	1,069.3	1,076.8
100	965.8	973.2	980.6	988.0	995.4	1,002.8	1,010.3	1,017.7	1,025.2	1,032.7	1,040.2	1,047.7	1,055.2	1,062.7	1,070.3
110	958.5	965.9	973.3	980.8	988.3	995.7	1,003.2	1,010.7	1,018.2	1,025.7	1,033.2	1,040.8	1,048.3	1,055.9	1,063.4
120	950.7	958.2	965.7	973.2	980.7	988.2	995.8	1,003.3	1,010.9	1,018.4	1,026.0	1,033.6	1,041.2	1,048.7	1,056.3
130	942.4	950.0	957.6	965.2	972.8	980.4	988.0	995.6	1,003.2	1,010.8	1,018.5	1,026.1	1,033.7	1,041.3	1,049.0
140	933.8	941.4	949.1	956.8	964.5	972.2	979.9	987.6	995.2	1,002.9	1,010.6	1,018.3	1,026.0	1,033.7	1,041.4
150	924.7	932.5	940.3	948.1	955.9	963.7	971.4	979.2	987.0	994.8	1,002.5	1,010.3	1,018.0	1,025.8	1,033.6
160	915.2	923.2	931.1	939.0	946.9	954.8	962.7	970.6	978.5	986.3	994.2	1,002.0	1,009.9	1,017.7	1,025.5
170	905.4	913.5	921.6	929.6	937.7	945.7	953.7	961.7	969.7	977.6	985.6	993.5	1,001.4	1,009.3	1,017.2
180	895.3	903.5	911.7	919.9	928.1	936.3	944.4	952.6	960.7	968.7	976.8	984.8	992.8	1,000.8	1,008.7

* "Normal" seawater.
Source: Ref. 3 with permission.

PROPERTIES OF SEAWATER

In addition to the dependence on temperature and pressure, the physical properties of seawater vary with the concentration of the dissolved constituents. A convenient parameter for describing the composition is the salinity, S, which is defined in terms of the electrical conductivity of the seawater sample. The defining equation for the practical salinity is:

$$S = a_0 + a_1K^{1/2} + a_2K + a_3K^{3/2} + a_4K^2 + a_5K^{5/2},$$

where K is the ratio of the conductivity of the seawater sample at 15°C and atmospheric pressure to the conductivity of a potassium chloride solution in which the mass fraction of KCl is 0.0324356, at the same temperature and pressure. The values of the coefficients are:

$$a_0 = 0.0080 \qquad a_2 = 14.0941$$
$$a_1 = -0.1692 \qquad a_4 = -7.0261$$
$$a_2 = 25.3851 \qquad a_5 = 2.7081$$
$$\Sigma\, a_i = 35.0000$$

Thus when $K = 1$, $S = 35$ exactly (S is normally quoted in units of ‰, i.e., parts per thousand). The value of S can be roughly equated with the mass of dissolved material in grams per kilogram of seawater. Salinity values in the open oceans at mid latitudes typically fall between 34 and 36.

It is customary in oceanography to define the pressure at a given point as the pressure due to the column of water between that point and the surface. Thus by convention $P = 0$ at the sea surface. To a good approximation the pressure in decibars (dbar) can be equated to the depth in meters. Thus at 45° latitude the pressure is 5000 dbar at 4902 m, 10000 dbar at 9700 m.

The freezing point of seawater varies with salinity and pressure as follows (freezing point in °C):

P/dbar	*S* = 0	5	10	15	20	25	30	35	40
0	0.000	-0.274	-0.542	-0.812	-1.083	-1.358	-1.638	-1.922	-2.212
50	-0.038	-0.311	-0.580	-0.849	-1.121	-1.396	-1.676	-1.960	-2.250
100	-0.075	-0.349	-0.618	-0.887	-1.159	-1.434	-1.713	-1.998	-2.287
500	-0.377	-0.650	-0.919	-1.188	-1.460	-1.735	-2.014	-2.299	-2.589

The first table below gives several properties of seawater as a function of temperature for a salinity of 35. The second and third give density and electrical conductivity as a function of salinity at several temperatures, and the last lists typical concentrations of the main constituents of seawater as a function of salinity.

REFERENCES

1. *The Practical Salinity Scale 1978 and the International Equation of State of Seawater 1980*, Unesco Technical Papers in Marine Science No. 36, Unesco, Paris. 1981; sections No. 37, 38, 39, and 40 in this series give background papers and detailed tables.
2. Kennish, M. J., *CRC Practical Handbook of Marine Science*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1989.
3. Poisson, A. *IEEE J. Ocean. Eng.* OE-5, 50, 1981.
4. Webster, F., in *AIP Physics Desk Reference*, E. R. Cohen, D. R. Lide and G. L. Trigg, eds., Springer-Verlag, New York, 2002.

Properties of Seawater as a Function of Temperature at Salinity $S = 35$ and Normal Atmospheric Pressure

ρ = density in g/cm^3
$\beta = (1/\rho)\,(d\rho/dS)$ = fractional change in density per unit change in salinity
$\alpha = (1/\rho)\,(d\rho/dt)$ = fractional change in density per unit change in temperature (°C^{-1})
κ = electrical conductivity in S/cm
η = viscosity in mPa s (equal to cP)
c_p = specific heat in J/kg °C
v = speed of sound in m/s

t/°C	ρ/g cm^{-3}	$10^7\beta$	$10^7\,\alpha$/°C^{-1}	κ/S cm^{-1}	η/mPa s	c_p/J kg^{-1} °C^{-1}	*v*/m s^{-1}
0	1.028106	7854	526	0.029048	1.892	3986.5	1449.1
5	1.027675	7717	1136	0.033468	1.610		
10	1.026952	7606	1668	0.038103	1.388	3986.3	1489.8
15	1.025973	7516	2141	0.042933	1.221		
20	1.024763	7444	2572	0.047934	1.085	3993.9	1521.5
25	1.023343	7385	2970	0.053088	0.966		
30	1.021729	7338	3341	0.058373	0.871	4000.7	1545.6
35	1.019934	7300	3687				
40		7270	4004			4003.5	1563.2

PROPERTIES OF SEAWATER (continued)

Density of Surface Seawater in g/cm³ as a Function of Temperature and Salinity

t/°C	*S* = 0	*S* = 5	*S* = 10	*S* = 15	*S* = 20	*S* = 25	*S* = 30	*S* = 35	*S* = 40
0	0.999843	1.003913	1.007955	1.011986	1.016014	1.020041	1.024072	1.028106	1.032147
5	0.999967	1.003949	1.007907	1.011858	1.015807	1.019758	1.023714	1.027675	1.031645
10	0.999702	1.003612	1.007501	1.011385	1.015269	1.019157	1.023051	1.026952	1.030862
15	0.999102	1.002952	1.006784	1.010613	1.014443	1.018279	1.022122	1.025973	1.029834
20	0.998206	1.002008	1.005793	1.009576	1.013362	1.017154	1.020954	1.024763	1.028583
25	0.997048	1.000809	1.004556	1.008301	1.012050	1.015806	1.019569	1.023343	1.027128
30	0.995651	0.999380	1.003095	1.006809	1.010527	1.014252	1.017985	1.021729	1.025483
35	0.994036	0.997740	1.001429	1.005118	1.008810	1.012509	1.016217	1.019934	1.023662
40	0.992220	0.995906	0.999575	1.003244	1.006915	1.010593	1.014278	1.017973	1.021679

Electrical Conductivity of Seawater in S/cm as a Function of Temperature and Salinity

t/°C	*S* = 5	*S* = 10	*S* = 15	*S* = 20	*S* = 25	*S* = 30	*S* = 35	*S* = 40
0	0.004808	0.009171	0.013357	0.017421	0.021385	0.025257	0.029048	0.032775
5	0.005570	0.010616	0.015441	0.020118	0.024674	0.029120	0.033468	0.037734
10	0.006370	0.012131	0.017627	0.022947	0.028123	0.033171	0.038103	0.042935
15	0.007204	0.013709	0.019905	0.025894	0.031716	0.037391	0.042933	0.048355
20	0.008068	0.015346	0.022267	0.028948	0.035438	0.041762	0.047934	0.053968
25	0.008960	0.017035	0.024703	0.032097	0.039276	0.046267	0.053088	0.059751
30	0.009877	0.018771	0.027204	0.035330	0.043213	0.050888	0.058373	0.065683

Composition of Seawater and Ionic Strength at Various Salinities (Ref. 2)

	Expressed as molality			As grams per kilogram of seawater		
Constituent	*S* = 30	*S* = 35	*S* = 40	*S* = 30	*S* = 35	*S* = 40
Cl^-	0.482	0.562	0.650	16.58	19.33	22.36
Br^-	0.00074	0.00087	0.00100	0.057	0.067	0.078
F^-		0.00007			0.001	
SO_4^{2-}	0.0104	0.0114	0.0122	0.97	1.06	1.14
HCO_3^-	0.00131	0.00143	0.00100	0.078	0.085	0.059
$NaSO_4^-$	0.0085	0.0108	0.0139	0.98	1.25	1.60
KSO_4^-	0.00010	0.00012	0.00015	0.013	0.016	0.020
Na^+	0.405	0.472	0.544	9.03	10.53	12.13
K^+	0.00892	0.01039	0.01200	0.338	0.394	0.455
Mg^{2+}	0.0413	0.0483	0.0561	0.974	1.139	1.323
Ca^{2+}	0.00131	0.00143	0.00154	0.051	0.056	0.060
Sr^{2+}	0.00008	0.00009	0.00011	0.007	0.008	0.009
$MgHCO_3^+$	0.00028	0.00036	0.00045	0.023	0.030	0.037
$MgSO_4$	0.00498	0.00561	0.00614	0.582	0.655	0.717
$CaSO_4$	0.00102	0.00115	0.00126	0.135	0.152	0.166
$NaHCO_3$	0.00015	0.00020	0.00024	0.012	0.016	0.020
H_3BO_3	0.00032	0.00037	0.00042	0.019	0.022	0.025
Ionic strength	0.5736	0.6675	0.7701			