الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DR. YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Département du Génie Électrique et de l'Informatique



Projet de fin d'études

**Présenté pour l'obtention du Diplôme
de Master en Génie Électrique**

Spécialité : automatique des systèmes

THEME

COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT D'UN ROBOT MANIPULATEUR SERIE A TROIS LIAISONS ROTATIVES

Proposés et dirigés par :

Mr. *MEDJEBOURI ALI*

Dr. *KARA RIDA*

Préparés et présentés par :

M. ***DAOUDI BRAHIM***

M. ***DAHMANI SIDALI***

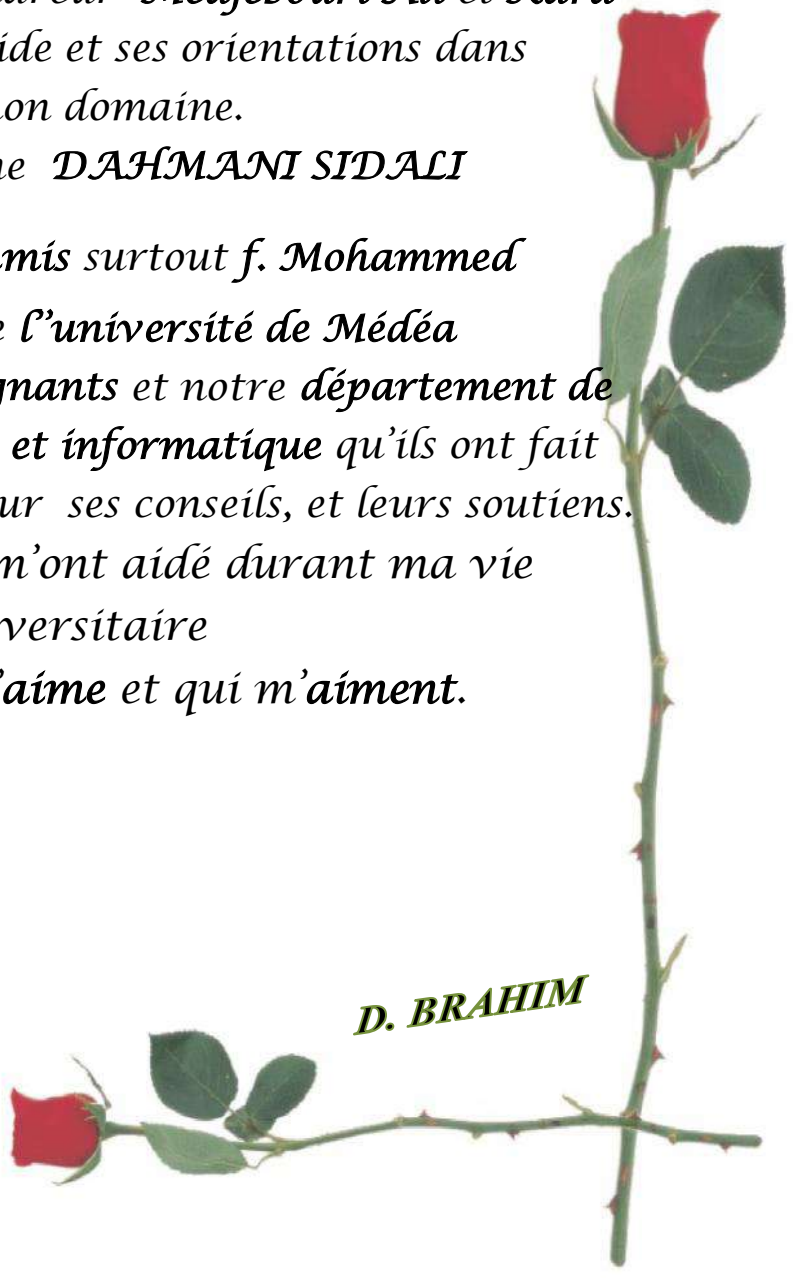
Année Universitaire 2013-2014

Dédicaces

Au nom d'Allah le Miséricordieux le très miséricordieux.

J'ai l'immense honneur de dédier ce mémoire :

- *A mes très chers **parents**.*
- *Je dédie ce travail aussi à mes très chers **frères***
- *A toute La famille **'DAOUDI, Fellah et boudani'***
- *A monsieur l'encadreur **Medjebouri Ali** et **Kara Rida** pour son aide et ses orientations dans mon domaine.*
- *A mon cher binôme **DAHMANI SIDALI***
- *À mes très chers **amis** surtout **f. Mohammed***
- *A tous mes amis de **l'université de Médéa***
- *A tous **mes enseignants** et notre **département de génie électrique et informatique** qu'ils ont fait leurs possibles, pour ses conseils, et leurs soutiens.*
- ***A** tous ceux qui m'ont aidé durant ma vie universitaire*
- ***A** tous ceux que j'**aime** et qui m'**aiment**.*



D. BRAHIM

Dédicaces

Au nom d'Allah le Miséricordieux le très miséricordieux.

J'ai l'immense honneur de dédier ce mémoire :

A mes très chers parents ***Mahmoud, Fathma Zahra*** *et mes grande parents* ***Houssine, khokha*** *qui étaient présents pour moi durant toute ma vie, qu'ils trouvent ici le témoignage de mon amour profond et de ma gratitude certaine. Que Dieu les préserve de toute peine et de tout malheur.*

A toute mes oncle et comme particulièrement ***Sofien*** *qui ma beaucoup aidé*

A ma sœurs et leur mariai et la fleur de ma petit famille ***Lina*** *et le moineau* ***Abdellahe*** *que j'aime tant.*

A ma grande famille 'dahmani, hamzaoui'

Surtout qui ma beaucoup aidé à dernier période de ma vie

A tout mes cousins de ma grande famille

A monsieur l'encadreur Medjebouri Ali et Kara Rida pour son aide et ses orientations dans

A mon cher binôme ***DAOUDI BRAHIM*** *et touts mes amis de l'université de médéa, la commine de TABLATE et MEFTAHE*

A *tous ceux que j'****aime*** *et qui m'****aiment****.*

D. SID ALI

Remerciement

Nous remercions avant tout, DIEU le tout puissant de nous avoir crée et aidé à réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à Monsieur ***Medjebouri Ali*** *et* ***KARA Rida*** *pour nous avoir encadré ce projet ainsi que pour sa disponibilité.*

Nous remercions également les membres de jury d'avoir d'accepter à évaluer ce travail.

Nous tenons également à remercier tous nos enseignants du département de génie électrique et surtout les enseignants qui aidé nous avec leurs conseils et suggestions avisés qui nous ont aidé à mener à bien ce travail.

Et enfin, Un grand merci à toutes les personnes qui sont venues me soutenir le jour de ma soutenance.

D. BRAHIM ; D.SID ALI

Table des matières

Dédicace

Remerciement

Résumé

Table des matières ……... I

Table des Figures ……. V

Table des Tableaux ……..... VIII

Introduction générale …….. 1

Chapitre I : généralité sur la robotique

1 Introduction …… 4

2 Les définitions d'un robot …….. 4

3 Classification de l'association française de robotique industrielle (AFRI) .. 5

3.1 Manipulateur manuel …… 5

3.2 Manipulateur automatique …… 5

3.3 Robots programmables ……. 6

4 Caractéristiques d'un robot manipulateur …….. 6

4.1 Versatilité du robot ……..……. 6

4.2 Auto adaptabilité à l'environnement…… 7

4.3 Critère relatif à la sécurité ……. 7

4.4 Exactitude de trajectoire …… 7

4.5 Répétitivité de trajectoire …… .. 7

4.6 Reproductibilité de pose …… 7

4.7 Critère d'ordre économique ……... 8

5 Les constituants d'un robot manipulateur ……... 8

5.1 Les actionneurs ……. 9

5.2 Les organes de transmission de mouvement …… 10

5.3 Les capteurs …… 10

5.4 L'organe terminal ……. 10

5.5 Le système mécanique articulé (S.M.A) ……... 11

5.6 Précisons la notion d'articulation …… 11

6 Architecture de robot manipulateur ……... 12

6.1 Les architectures les plus courantes …… 12

6.2 Un robot comporte deux parties essentielles …… 15

6.3 Les types d'espace relatif de robot …… 15

7 Les déférents modèles des robots manipulateurs ……. 16

7.1 Notre choix de robot ……. 17

8 Les champs d'application ……... 17

8.1 Application d'assemblage …….. 18

9 Conclusion …… 18

Chapitre II : modalisation d'un robot manipulateur PUMA 560

1 Introduction ……. 19

2 Notions de base ……. 20

2.1 Coordonnées homogènes …… 20

2.1.1 Représentation d'un point ……. 20

2.1.2 Représentation d'une direction ……... 20

2.2 Transformation homogènes …… 21

2.2.1 transformation des repères …… 21

2.2.2 transformation des vecteurs …….. 22

2.2.3 matrice de transformation de translation pure …… 22

2.2.4 Matrice de transformation de rotation autour des axes principaux …… 23

2.2.5 propriétés des matrices de transformation homogène …….. 24

2.3 Paramètres de Denavit et Hartenberg …… 27

3 Modèle géométrique ……. 28
3.1 Construction des matrices de passage …… 28
3.2 Présentation du robot PUMA 560 ……... 30
3.3 Modèle géométrique direct …… 33
3.4 Modèle géométrique inverse ……... 34
4 Modélisation dynamique ……... 36
4.1 Modélisation dynamique de la structure mécanique articulée ……... 36
4.2 Modélisation des actionneurs …… 39
4.3 Mise du modèle sous forme d'une représentation d'état ……..... 40
5 Conclusion …… 42

Chapitre III : la commande par mode glissant

1 Introduction …… 43
2 Définition de la commande par mode glissant …….. 43
3 Système à structure variable …….. 44
3.1 Différent structure de la théorie du contrôle de mode glissant ……... 44
3.1.1 Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état ……... 44
3.1.2 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande ……. 45
3.2 Principe de la commande à structure variable par régime glissant ……..... 46
4 Notion de base …….. 47
4.1 Régime glissant idéal …… 47
4.2 Régime glissant réel …….. 47
5 Conception de la commande par mode glissant …… 48
5.1 Choix de la surface de glissement …… 48
5.2 Etablissement les conditions d'existence et de convergence ……... 49
5.2.1 les conditions d'existences …….. 49
5.2.2 Les conditions de convergence …… 49
5.3 Calcul de la commande …….. 50
6 Avantage et inconvénients de la commande par mode glissant ……. 52

6.1	la fonction de saturation "Sat " ……	53
6.2	la fonction de saturation "Cont" …….....	53
7	Application de la commande par mode de glissement pour la commande en position du robot manipulateur PUMA à 3ddl …….....	54
7.1	Conception de la loi de commande ……..	54
8	Description de la trajectoire désirée dans l'espace opérationnel ……	56
9	Résultats de simulation ……..	57
9.1	Cas idéal (sans erreurs de modélisation)……...	58
9.2	Teste de robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation ……..	61
10	Conclusion …….....	63
	Conclusion générale ……..	64
	Annexe ……	65
	Bibliographique	

Table des Figures

Figure I.1 : Constituants d'un robot ……... 8

Figure I.2 : On distingue classiquement 4 parties principales dans un robot manipulateur ……..... 9

Figure I.3 : Pince universelle ……. 10

Figure I.4 : Préhenseur à ventouse pneumatique ……. 11

Figure I.5 : Représentation d'une articulation rotoïde ……. 12

Figure I.6: Représentation d'une articulation prismatique ……... 12

Figure I.7: Robot cartésien …… 13

Figure I.8: Robot cylindrique …… 13

Figure I.9 : Robot sphérique …… 14

Figure I.10 : Robot polaire …… 14

Figure I.11 : structure ouverte simple (a), structure arborescente (b) …… 15

Figure I.12 : Robot SCARA ……... 16

Figure I.13: Robot Delta …… 16

Figure I.14 : Robot PUMA …… 17

Figure I.15 : Assemblage électronique …… 18

Figure II.1 : Représentation d'un point …….. 20

Figure II.2 : transformation des repères ……. 21

Figure II.3 : transformation d'un vecteur ……... 22

Figure II.4 : transformation de translation pure …….. 23

Figure II.5 : transformation de rotation pure autour de l'axe x ……. 24

Figure II.6 : composition des transformations : multiplication à droite …… 26

Figure II.7 : composition des transformations : multiplication à gauche ……..... 26

Figure II.8 : Systèmes de coordonnées et les paramètres de Denavit et Hartenberg ……. 28

Figure II.9 : Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple …….. 29

Figure II.10 : Vue générale du Robot PUMA 560 ……. 30

Figure II.11 : manipulateur de bras anthropomorphe et poignet rotule …….. 31

Figure II.12 : Géométrie du robot PUMA 560 …….. 31

Figure II.13 : représentation de l'espace de travail dans le MG ……. 36

Figure II.14 : Schéma bloc du robot manipulateur des l'espace opérationnel …….. 40

Figure III.1 : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état ……. 45

Figure III.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande …….. 45

Figure III.3 : Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase …… 46

Figure III.4 : Glissement idéal …… 47

Figure III.5 : Glissement réel …….. 47

Figure III.6 : condition d'existence de mode glissement …… 49

Figure III.7 : Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissement ……... 50

Figure III.8 : Grandeur de la commande équivalente ……... 51

Figure III.9 : Représentation de la commande discontinue …… 52

Figure III.10 : Illustration du phénomène de broutement ……. 52

Figure III.11 : Loi de commande par bande continu au voisinage de surface …….. 53

Figure III.12 : Loi de commande par bande continu au voisinage de surface …….. 54

Figure III.13 : Commande du robot manipulateur par mode de glissement proposée dans l'espace opérationnel ……... 55

Figure III.14 : Trajectoire conique …….. 56

Figure III.15 : Schéma bloc de la commande par M.G. du manipulateur PUMA à 3ddl .. 57

Figure III.16 : Résultats de simulation dans l'espace opérationnel.

(a): Positions x, y, z de l'organe terminal.
(b): Erreurs de poursuite. **…….... 58**
(c): Zoom sur les erreurs de poursuite.

Figure III.17 : Résultats de simulation dans l'espace articulaire.

(a): Variables articulaires q1, q2, q3 des trois articulations du manipulateur.
(b): Erreurs de poursuite.
(c): Zoom sur les erreurs de poursuite. 59

Figure III.18 : représentation la trajectoire réelle et la trajectoire désirée dans l'espace tridimensionnel. 60

Figure III.19 : Résultats de simulation dans l'espace opérationnel.

(a): Positions x, y, z de l'organe terminal.
(b): Erreurs de poursuite. 61
(c): Zoom sur les erreurs de poursuite.

Figure III.20 : Figure III.17 : Résultats de simulation dans l'espace articulaire.

(a): Variables articulaires q1, q2, q3 des trois articulations du manipulateur.
(b): Erreurs de poursuite. 62
(c): Zoom sur les erreurs de poursuite.

Figure III.21 : représentation la trajectoire réelle et la trajectoire désirée 63

Table des Tableaux

Tableau I.1 : Classification des robots manipulateurs ……..…….. 14

Tableau II.1 : Paramètres géométriques du robot PUMA 560 (paramètres de D-H modifiés) ……. 32

الملخص

هذا العمل يتعلق بسيطرة الذراع المناور من نوع PUMA 560 لتحديد المواقع الدقيقة لنهاية الذراع بدقة عالية و الحد الأدنى من الاهتزاز , وقد تحقق هذا في مرحلتين : النمذجة الديناميكية للذراع المناور في فضاء التشغيل، و تصميم نظام مراقبة لوضع ا لإنزلاق ,النتائج التي تم الحصول عليها عن طريق المحاكاة العددية تظهر بوضوح الأداء الفعلي للنظام المقترح ,أما وجهة النظر في نتائج القياس فإنها تبقى متينة بالرغم من وجود إرتيابات في النظام.

كلمات مفتاحية : الروبوت ؛ الذراع مناور؛ وضع الانزلاق ؛ نموذج هندسي؛ نموذج ديناميكي

Résumé

Ce travaille concerne la commande d'un bras manipulateur de type PUMA 560 en vue d'un positionnement exacte de l'organe terminal avec le plus de précision et le minimum d'oscillations. Cela a été réalisé en deux étapes: la modélisation dynamique du bras manipulateur dans l'espace opérationnel, puis la conception de la loi de commande par les modes de glissement, les résultats ainsi obtenus par la simulation numérique montrent clairement l'efficacité de la loi de commande proposée des points de vue performances et robustesse vis-à-vis des incertitudes du modèle.

Mots clés : robot ; bras manipulateur ; mode glissement ; model géométrique ; model dynamique

Abstract

This work treat the control of the end effecter of PUMA 560 robot arm for exact positioning with more precision and minimum vibration. Objective was achieved in two steps: dynamic modeling of the manipulator arm in the operational space, then the design of the control law via sliding mode control technique. Simulation results on the tracking problem for a three-dimensional path highlight the success of the designed control law considering tracking performances robustness to modeling errors criteria.

Key words: robot ; manipulator arm; sliding mode; geometric model; dynamic model

Introduction générale

L'accroissement continu de l'utilisation des manipulateurs robotiques dans diverses applications est motivé par les besoins et les demandes en automatisation et les besoins industriels. Le contrôle des systèmes mécaniques, plus particulièrement les manipulateurs robotiques, est un domaine actif de la recherche appliquée. Les applications importantes des robots ne sont pas limitées seulement à celles qui remplacent l'être humain, tels que le déplacement des matériaux, des pièces ou des éléments spécialisés, mais également là où la présence de l'homme est soit indésirable, tels que les milieux explosifs et radioactifs, soit impossible telles que l'exploration planétaire et la réparation de satellites.

Un robot manipulateur est constitué généralement par deux sous-ensembles distincts : un organe terminal (l'outil ou l'effecteur) qui est le dispositif destiné à manipuler des objets, et une structure mécanique articulée (SMA), constituée d'un ensemble de solides appelés segments reliés entre eux, généralement les uns à la suite des autres où chaque solide est mobile par rapport au précédent au moyen de liaisons appelées articulations. Cette mobilité s'exprime en terme de degrés de liberté (d.d.l) qui est par définition le nombre de mouvements indépendants possibles d'un solide S1 par rapport au solide qui lui est directement relié S2. Les chaînes peuvent être dites soit ouvertes ou en série soit fermées.

L'architecture mécanique des robots sériels est inspirée du bras humain. Ils sont constitués d'une chaîne cinématique ouverte, son mécanisme est donc composé de segments séparés par des articulations à un seul degré de liberté en rotation ou en translation.

L'objectif principal de ce projet de fin d'études consiste à développer un algorithme permettant le contrôle du positionnement de l'organe terminal d'un robot manipulateur à chaine cinématique ouverte de type PUMA 560 à 3 liaisons rotoïdes.

Pour concevoir toute loi de commander, il est toujours nécessaire, de disposer de modèles du mécanisme. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles. Ils dépendent des spécifications du cahier des charges de l'application envisagée : il en découle des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques à partir desquels peuvent être engendrés les mouvements du robot, ou bien des modèles statiques qui décrivent les interactions du mécanisme avec son environnement.

Notre travail de conception la commande mode glissant. Cette commande soulevée des problèmes liés à la structure et à la complexité du travail. Ce manuscrit propose une méthodologie de commande d'un bras manipulateur robotique complète, afin d'apporter un commande à mode glissant et vision comment reportage la surface de travail. La famille robotique étudiée est celle des manipulateurs séries. Ce type de manipulateur suscite un grand intérêt du fait qu'ils sont largement utilisés dans le domaine industriel.

Toutes les lois de commande peuvent être divisées en deux grandes familles, des lois de commande linéaires et non linéaires développées à base d'un modèle mathématique décrivant les différentes dynamiques du système commandé.

Dans l'industrie, la majorité des systèmes de commande utilisés sont des contrôleurs linéaires de type PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) en raison de la simplicité de la conception et l'implémentation pratique. Mais les forts non linéarités dans le modèle dynamique des robots manipulateurs, les forts couplages entre les articulations (notamment dans le cas des faibles rapports de réduction des engrainages), et les perturbations d'origines externes ou internes (variations paramétriques) empêchent ces lois de commande linéaires de garantir les objectifs cités.

La commande par mode de glissement a connu un grand succès ces dernières années, cela est dû à la simplicité de sa mise en œuvre est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des variations paramétriques. Elle consiste à amener la trajectoire d'état du système commandé vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Les systèmes de commande à structure variable (ou par mode de glissement) sont des systèmes de commande non linéaires discontinus ou la structure du contrôleur varie entre deux structures, la commutation d'une valeur à l'autre se fait suivant le signe d'un hyperplan (surface de glissement) de l'espace d'état du système de façon à forcer le point représentatif de son mouvement à rester sur cet hyperplan d'où le nom de régime glissant idéal, ceci dans le but d'obtenir une meilleure stabilité et précision que celles obtenues par les loi de commande classiques.

La commande à structure variable n'affecte plus ce nouveau régime qui est commandé uniquement par une commande appelée commande équivalente. Celle-ci est indépendante des variations de paramètres et des perturbations d'où l'invariance de la dynamique du système dans le mode de glissement (qui est gouverné uniquement par le choix des coefficients de la

surface de glissement), le système commandé est alors complètement insensible aux paramètres incertains et aux perturbations.

Afin d'atteindre les objectif fixés pour ce projet, le mémoire sera organisé comme suit :

Le premier chapitre sera consacré pour la présentation des notions générales de robotique : les définitions de base, critères de classification, et les caractéristiques des manipulateurs ; puis nous donnerons un aperçu sur l'architecture sur la quelle notre étude sera portée.

Dans le deuxième chapitre, on s'intéressera à la modélisation dynamique du robot manipulateur PUMA considéré dans l'espace opérationnel. Pour atteindre cet objectif, on va d'abord présenter la démarche de la modélisation géométrique qui permet d'établir la relation entre l'espace articulaire et l'espace opérationnel, ensuite une modélisation dynamique qui permet de définir la relation entre les couples, les accélérations et les vitesses des articulations sera développée. Enfin, le modèle dynamique du robot manipulateur dans l'espace opérationnel est obtenu par l'association du modèle dynamique dans l'espace articulaire.

La commande par mode de glissement, fera l'objectif du troisième chapitre. Où après avoir présenté les bases théoriques de la loi de commande, l'application pour le cas du système considéré sera détaillée. Afin de pouvoir évaluer cette technique de contrôle, les résultats des simulations numériques seront présentés et commentés à la fin du chapitre.

Enfin, nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale dans laquelle sont présentées les finalités de notre travail, ainsi que les perspectives que nous suggérons pour les travaux à venir tout en énumérant les difficultés rencontrées.

1 Introduction

Ils existent plusieurs définitions du terme robot dont certaines s'approchent plus à la science-fiction qu'au monde réel. Une définition du robot actuel pourrait être celle d'une machine autonome multifonctionnelle et reprogrammable destinée à réaliser des fonctions qui sont normalement exécutées par l'homme. Dans cette définition, on trouve différents types de robots. Par exemple, dans notre étude on s'intéresse au robot manipulateur [1].

Un robot manipulateur peut donc être considéré d'une manière générale, vu par son environnement, comme un générateur de mouvements et d'efforts dans les diverses directions de l'espace. Sur le plan des applications les plus courantes, on peut distinguer :

- les robots industriels, travaillant généralement à poste fixe, de manière totalement autonome.
- les robots pour l'intervention et l'exploration en milieu hostile et mal connu (nucléaire, planétaire, sous-marin) qui sont le plus souvent télé opérés mais peuvent être dotés d'une certaine autonomie locale compte tenu des difficultés relatives aux délais des transmissions et à leur faible bande passante.

Dans tous ces cas où les robots manipulateurs ne sont pas directement télé opérés et doivent posséder une certaine autonomie d'action, leurs systèmes de commande automatique doivent connaître et compenser les imprécisions éventuelles puisque l'opérateur humain n'est pas directement dans la boucle d'asservissement, pour s'adapter aux caractéristiques des machines et de leur environnement. Pour cela, il est nécessaire de passer par une modélisation mathématique précise de la géométrie et de la dynamique des bras manipulateurs [2].

2 Les définitions d'un robot

L'origine du mot robot vient du mot tchèque *robota* qui signifie travail forcé, dont son créateur est le dramaturge KAREL CAPEK.

Le Petit Larousse définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable. Un robot est défini comme un manipulateur automatique à cycles programmables [1].

3 Classification de l'association française de robotique industrielle (AFRI)

Tous les équipements de la présente classification doivent être adaptables à de multiples applications et comporter un moyen de préhension ou un outil pour effectuer des tâches à caractère industriel, y compris le contrôle.

3.1 *Manipulateur manuel*

Engin de manipulation motorisé, commandé par l'homme ayant au moins quatre de grés de liberté, parmi ces engins nous avons :

- **Manipulateur d'assistance musculaire :** La commande sefait par l'action directe sur la charge ou dans son voisinage, par exemple une girafe de déplacement de charge.
- **Télémanipulateurs :** La commande sefait à distance à l'aide de le vires ou de boutons, tel que : manipulation en ambiance dangereuse, forge, industrie nucléaire, milieu subaquatique (sous-marine).

3.2 *Manipulateur automatique*

Engin de manipulateur à deux axes et plus, non asservi, à cycle automatique, tel que :

- **Manipulateur automatique à séquence fixe :** Réglé mécaniquement par butée, cames et portant un organe terminal, pince, pistolet de projection à titre d'exemple les robots de peinture, chargement ou déchargement de presse et chargeur d'outil.
- **Manipulateur automatique à séquence variable** : Programmable par l'utilisation à l'aide de matrice de diodes, automate programmable, microprocesseur et où chaque axe est réglable mécaniquement par butée ou came tel que : chargement–déchargement des Machine soutilet l'assemblage.

3.3 *Robots programmables*

- **Manipulateur automatique de trois axes et plus** : dont au moins deux axes sont programmables par apprentissage ou par langage symbolique.
  - Manipulateur automatique comportant moins de cinq axes programmables.
  - Manipulateur automatique comportant cinq axes et plus programmables.

  Atitre d'exemple : Robot vertical, horizontal, portique, puma.

Enfin nous avons les robots dit « intelligent » qui sont des : Manipulateurs automatiques programmables capables d'analyser les modifications de son environnement et de réagir en conséquence, a l'exécutai des modifications triviales données par les capteurs. Par exemples : Manipulateur avec reconnaissance de forme, assemblage avec contrôle d'effort, soudage avec suivi de joint [4].

4 Caractéristiques d'un robot manipulateur

Contrairement aux autres machines, les robots présentent une grande flexibilité et une grande souplesse dans leurs utilisations. Ils peuvent même s'adapter aux modifications de l'environnement car ils intègrent différentes technologies.

Le robot est une machine complexe qui intègre de multiples technologies : mécanique, asservissement, électromécanique, électronique, informatique. Les interactions entre ces différents éléments et leurs contributions aux performances du robot sont difficiles à établir. Actuellement, bien qu'étant conscients du rôle essentiel de l'armoire de commande, nous ne la dissocions pas de la structure mécanique du robot qui est une partie très importante dans la conception de ce dernier. Par conséquent le robot est évalué comme un ensemble complet.

4.1 *Versatilité du robot*

Les différents types de structures mécaniques du robot permettent l'exécution des tâches diverses ou parfois les même tâches de différentes façons, d'une manière générale, les performances dépendent de la posture du robot, de la position du robot de l'espace de travail, de la charge, de l'inertie de l'objet manipulé, et de la vitesse avec laquelle la tâche sera exécutée.

4.2 *Auto adaptabilité à l'environnement*

Elle caractérise la capacité d'initiative du robot pour mener à bien des tâches incomplètement spécifiées, et ce ci malgré des modifications imprévues de l'environnement.

4.3 *Critère relatif à la sécurité*

Un système mécanique en mouvement présente, en cas de choc un danger d'autant plus grand que son énergie cinétique est élevée. En conséquence, le concepteur devra (tout en respectant les contraintes technologiques visant à assurer à la structure du robot une solidité suffisante) minimiser l'inertie du bras manipulateur en utilisant des matériaux appropriés et en allégeant les différents éléments constituant le manipulateur. De plus il devra définir une vitesse maximale du déplacement de l'organe terminal afin de limiter l'énergie cinétique du manipulateur.

4.4 *Exactitude de trajectoire*

Elle caractérise l'aptitude d'un robot à faire suivre à l'interface mécanique une trajectoire commandée « n » fois dans la même direction, et « n » fois dans la direction opposée.

4.5 *Répétitivité de trajectoire*

C'est l'étroitesse de l'accord entre les trajectoires atteintes pour la même trajectoire commandée « n » fois.

4.6 *Reproductibilité de pose*

Elle permet de quantifier les écarts entre les atteintes avant et après un arrêt du robot, cet arrêt du robot peut être un arrêt du système ,un arrêt d'urgence ou tout simplement l'arrêt en fin de journée et la reprise le lendemain matin. La valeur de cette caractéristique permettra de se rendre compte si le robot est capable d'accomplir une tâche sans programmation de certains points.

4.7 *Critère d'ordre économique*

Le prix de robot étant dû en grande partie à la configuration de sa structure (élément rigide, lourds et encombrant),ainsi qu'au soin apporté à la réalisation de celle -ci (qualité et précision d'usinages), la solution d'avenir est probablement de remplacer les structures actuelles (rigides, précises) par des structures plus légères, semi-rigide dont la construction plus simple et moins précise entraînerait des coûts de fabrication réduits [4].

5 Les constituants d'un robot manipulateur



Figure I.1 : *Constituants d'un robot.*

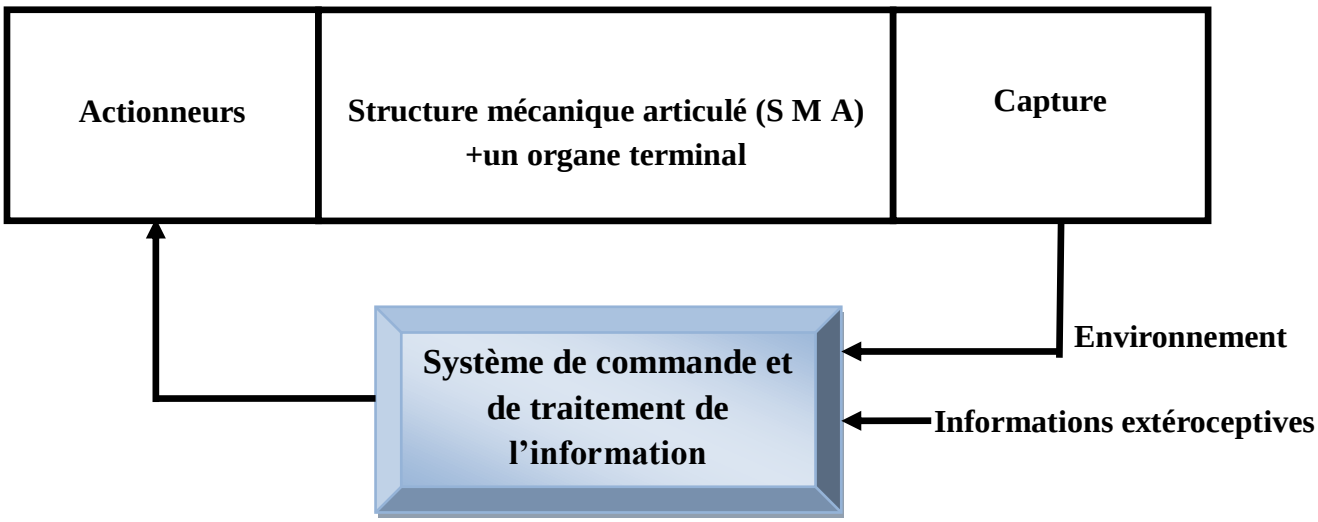


Figure I.2: On *distingue classiquement 4 parties principales dans un robot manipulateur.*

5.1 *Les actionneurs*

- **Les moteurs à courant continu :** Les deux enroulements (inducteur et induit) sont alimentés en courant continu, la tension appliquée à l'inducteur étant généralement constante alors que la tension imposée à l'induit est variable. L'avantage de ce mode de fonctionnement est de pouvoir faire varier la vitesse de rotation du moteur de façon continue.
- **Les moteurs pas à pas :** Ce type des moteurs permettent de convertir directement un signal électrique numérique issu d'un calculateur ou d'une logique spécialisée en un positionnement angulaire de caractère incrémental.
- **Les vérins :** Dans un vérin hydraulique linéaire, il y a transformation de l'énergie hydraulique d'un fluide maintenu ou raccordé à une haute pression en une énergie mécanique de translation d'un arbre également appelétige. Il existe plusieurs catégories de vérins **:**
  - Les vérins à simple effet.
  - Les vérins à double effet.
  - Les vérins numériques.

5.2 *Les organes de transmission de mouvement*

- Roues de friction
- Système à engrenage
- Roues d'entrées et chaînes
- Poulies et courroies
- Système à câble ruban moufle
- Harmonica – drive
- Système vis écrou à billes

5.3 *Les capteurs*

Le capteur qui a pour objet de traduire en une information exploitable des données présentant des caractéristiques de l'environnement. Il existe plusieurs types, on cite :

- Capteur de vitesse
- Capteur d'accélération
- Les capteurs d'efforts
- Le poignet

Le rôle essentiel du poignet est d'orienter le solide manipulé par rapport au repère fixe.

5.4 *L'organe terminal*

« Effecteur, préhenseur ou pince » C'est l'intermédiaire entre la structure mécanique articulé et la tâche à exécuter. Les effecteurs se répartissent en deux grandes catégories, les préhenseurs d'une part et les outils spécialisés d'autrepart. Parmi les préhenseurs on distingue ceux qui :

- Agissent par serrage mécanique (Figure I.3)

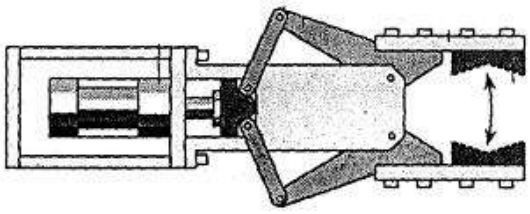


Figure I.3 : *Pince universelle.*

- Soutient la pièce au lieu de la serrer (casd'un disque magnétique)
- Utilisant une aspiration pneumatique (Figure I.4)

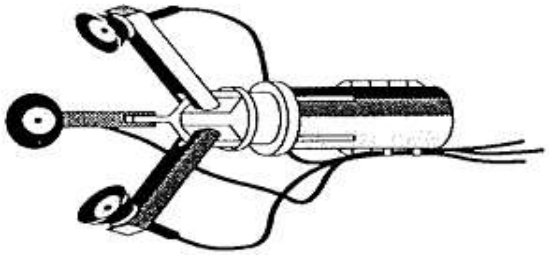


Figure I.4 : *Préhenseur a ventouse pneumatique.*

C'est l'intermédiaire entre la structure mécanique articulé et la tâche à exécuter. Les effecteurs se répartissent en deux grandes catégories, les préhenseurs d'une part et les outils spécialisés d'autrepart.

Parmi les préhenseurs on distingue ceux qui :

- Agissent par serrage mécanique : (Exemple : système vis-écrou, système hydraulique)
- Soutient la pièce au lieu de la serrer (disque magnétique).
- Utilisant une aspiration pneumatique (création de vide dans une ventouse) préhenseur à ventouses pneumatiques.
- Préhenseurs de haute dextérité humaine, utilisés dans la manipulation des objets avec une grande finesse.

5.5 *Le système mécanique articulé (S.M.A)*

Est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Il permet de remplacer, ou de prolonger, son action (le terme « manipulateur » exclut implicitement les robots mobiles autonomes). Son rôle est d'amener l'organe terminal dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique de corps, généralement rigides (ou supposés comme tels), assemblés par des liaisons appelées articulations. Sa motorisation est réalisée par des actionneurs électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés [4].

5.6 *Précisons la notion d'articulation*

Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté de l'un par rapport à l'autre. Soit m le nombre de degré de liberté résultant, encore appelé mobilité de l'articulation. La mobilité d'une articulation est telle que : $\mathbf{0 \leq m \leq 6.}$

Lorsque m = 1; ce qui est fréquemment le cas en robotique, l'articulation est dite simple : soit rotoïde, soit prismatique.

- **Articulation rotoïde :** Il s'agit d'une articulation de type pivot, notée R, réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe (voir la figure suivante).

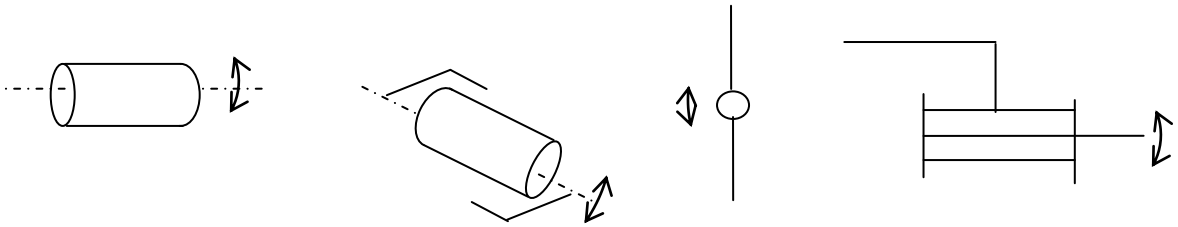


Figure I.5 : *Représentation d'une articulation rotoïde.*

- **Articulation prismatique :** Il s'agit d'une articulation de type glissière, notée P, réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe (voir la figure suivante).

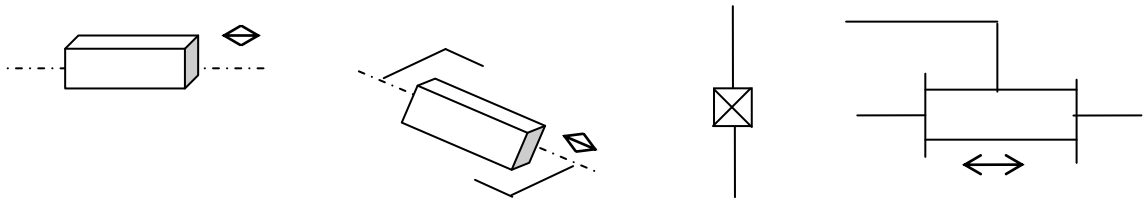


Figure I.6 : *Représentation d'une articulation prismatique.*

Remarque --- Une articulation complexe avec une mobilité supérieure à 1, peut toujours se ramener à une combinaison d'articulations prismatique ou rotoïde. Par exemple, une rotule est obtenue avec trois articulations rotoïde dont les axes sont concourants [5].

6 Architecture de robot manipulateur

6.1 *Les architectures les plus courantes*

Le porteur correspond à l'empilement de trois mobilité sen rotation et/ou en translation, définissant 3DDL. On conçoit que la façon de répartir à la suite les modules de translation et/ou les modules de rotation d'une part, et la possibilité de jouer sur l'orientation (verticale et horizontale) de leuraxe d'autrepart, entraînent la conception de structures de porteurs d'allures fort différentes les unes des autres ; architecture qui prennent des appellations particulières

liées au type de coordonnées qui est privilégié. Parmi toutes les combinaisons possibles, seules quelques-unes se sont révélées intéressantes pour les applications industrielles. On note que : T : désigne une translation R : une rotation.

- **La structure cartésienne :** Elle a 3 liaisons prismatiques (modules de translation) dont 2 horizontales et 1 verticale (TTT ou 3T), l'axe Z, toujours vertical, est souvent appelé monte et baisse . Leurs caractéristiques se résument à :
  - 3 axes perpendiculaires 2 à 2, série, TTT, à 3 degrés de liberté.
  - Très bonne précision mais assez lent.

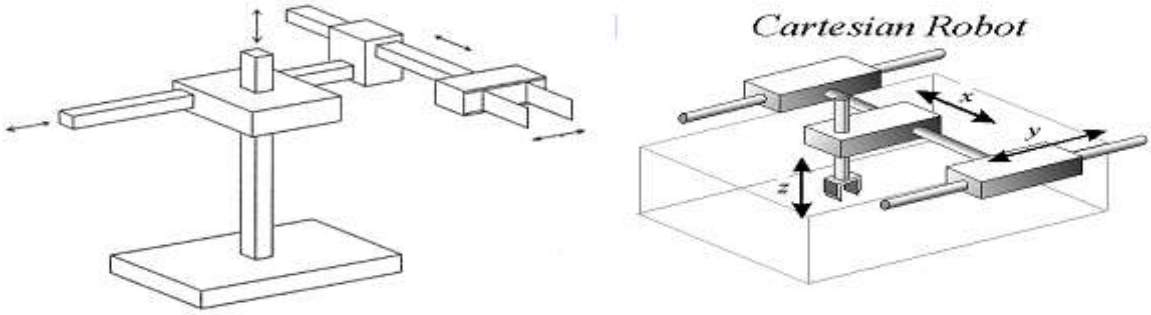


Figure I.7 : *Robot cartésien.*

- **La structure cylindrique :** Elle associe une articulation rotoïde à un axe vertical à deux translations (figure I.8). On la désigne donc par RTT ou par TRT selon l'ordre des articulations enpartant de la base. Leurs caractéristiques se résument à :
  - 3 axes, série, RTT, 3 degrés de liberté.
  - Espace de travail cylindrique et ils sont très rapides.

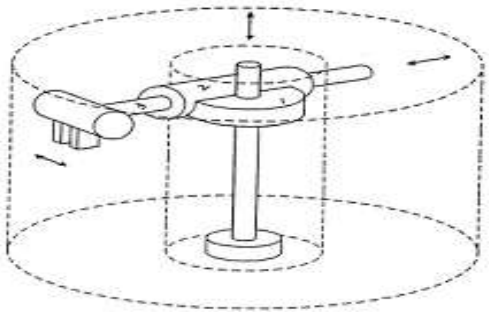


Figure I.8 : *Robot cylindrique.*

- **La structure sphérique :** Elle utilise successivement une rotation à axe vertical, une rotation à axe horizontal et une translation (Figure I.9). C'est donc une architecture de type RRT. Leurs caractéristiques se résument à :
  - 3 axes, série, RRT, 3 degrés de liberté.
  - Espace de travail sphérique et une grande charge utile.

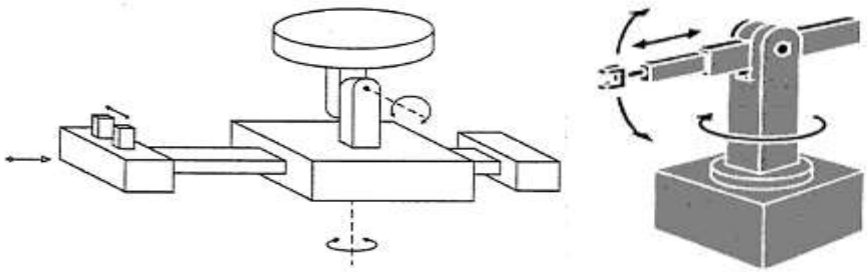


Figure I.9 : *Robot sphérique.*

- **La structure polaire :** Elle permet d'amener un solide en un point de l'espace par action sur les 3 axes de rotation : un à axe vertical et les deux suivants a axe horizontal (Figure I.10). Leurs caractéristiques se résument :
  - 3 axes, série, RRR, 3 degrés de liberté.
  - Vaste application industrielle dans plusieurs domaines [4].

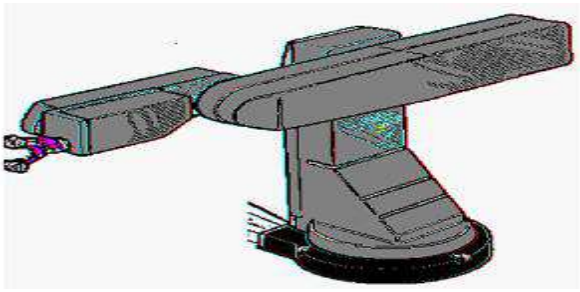


Figure I.10 : *Robot polaire.*

Paramètres de classification	Classe	
Géométrie de l'espace de travail	Morphologie	Désignation
	RRP OU RRRP	SCARA (Sélective Compliance Articulated Robot arm for Assembly)
	RPP	Cylindrique
	PPP axes perpendiculaires 2 à 2	Cartésien
	RRR	Anthropomorphe
Architecture de la chaine cinématique	Série(ou ouverte simple), fermée arborescente ou encore parallèle	
Type d'énergie des actionneurs	Electrique, Hydraulique, Pneumatique	
Stratégie de commande	Commande en boucle fermée ou en boucle ouverte	

Tableau I.1: *Classification des robots manipulateurs.*

6.2 *Un robot comporte deux parties essentielles*

- **Le porteur:** Structure mécanique articulée constituée des 3 premiers degrés de liberté a partir du bâti .Si *P* est un point de l'extrémité et R_0 un repère lié au bâti, le rôle du porteur est de fixer la position de *P* dans R_0.
  Les liaisons utilisées sont des liaisons pivot notées *R* ou prismatique notées *P*.
- **Le poignet:** il est destiné à l'orientation de la pince ou de l'outil porté par le robot.
  La façon dont les liaisons motorisées sont reparties du bâti au poignet défini trois grandes classes d'architecture.
  - Architecture série (ou chaîne cinématique ouverte).
  - Architecture parallèle(ou chaîne cinématique multi boucle).
  - Architecture mixte (série-parallèle ou parallèle-série).

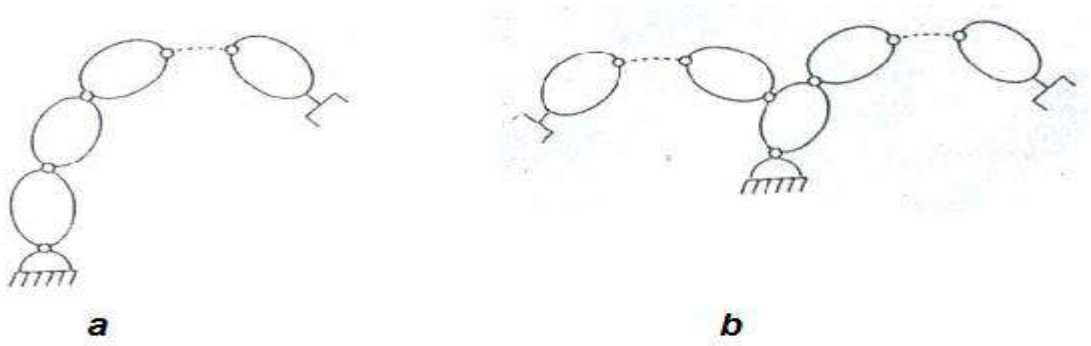


Figure I.11 : *structure ouverte simple (a), structure arborescente (b).*

6.3 *Les types d'espace relatif de robot*

- **L'espace articulaire :** c'est celui dans lequel est représentée la situation de tous ses corps. On utilise des variables articulaires.
- **L'espace opérationnel :** c'est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal. On utilise des cordonnées cartésiennes, sphérique ou cylindrique.

Autres particularités de robots.

- **La redondance :** Lorsque le nombre de degré de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre de degré de liberté de l'espace articulaire (nombre d'articulations motorisées)

Les qualités requises pour un robot sont la résolution, la précision et la répétabilite [7].

7 Les déférents modèles des robots manipulateurs

Il y à plusieurs type mais on parler de certains d'entre eux**.**

- **La structure de type SCARA :** Le robot SCARA est un marque japonaise du premier robot de ce type robot, il possédant quatre degré de liberté dont trois rotations et une translation. Seulement ici, la translation est verticale et les articulations rotoïdes sont toutes les trois à axe horizontale. Le cas est intéressant car il permet de constater qu'une même association de liaisons (3R. 1T) conduit à des architectures foncièrement différentes, et par voie de conséquence à des applications industrielles totalement opposées, il appartient à la catégorie des robots à structure ouverte simple [4].



Figure I.12: *Robot SCARA.*

- **La structure de type Robot Delta :** Le robot Delta est intéressant car les parallélogrammes assurent une bonne rigidité torsionnelle lorsque des couples sont appliqués sur la plate forme mobile. Par contre les pieds des jambes, c'est-à-dire les membrures qui relient l'actionneur rotatif aux parallélogrammes, sont sollicités en flexion par les couples transmis par les parallélogrammes [5].



Figure I.13: *Robot Delta.*

- **La structure de type robot puma :** Le PUMA (Programmable Universel Machine de l'Assemblée, ou universel programmable Manipulation Arm) est un bras de robot

industriel développé dans une entreprise de robot pionnier Animation. L'ingénierie d'application, l'expérience de la conception et des techniques de fabrication améliorés ont abouti à une ligne de robot puissant avec une longue portée et plus lourds capacités de charge utile. La conception et la flexibilité des robots de pointe offrent de nouvelles possibilités pour la productivité et la qualité amélioration d'un large éventail d'opérations de fabrication. Ce document décrit brièvement l'application, les spécifications et la technologie de l'état de l'art de robot PUMA Animation 560[6].



Figure I.14 : *Robot puma.*

7.1 *Notre choix de robot*

Dans notre travail nous avons choisi la structure la plus répondu en milieu industriel à savoir le robot puma à 3 ddl.

8 Les champs d'application

Les applications des systèmes robotique sont multiples. Si pour les manipulateurs séquentiels, elles sont généralement limitées et claires (transfert de pièce, chargement-déchargement de machine outils), la situation est tout à fait différente lorsqu'il s'agit des robots industriels. Dans certains cas, on utilise des robots spécialisés en peinture et en soudage par exemple on peut cependant donner les tâches qui sont les plus significatives et qui apparaissent le plus souvent dans les ateliers automatisés:

- Le pistolage : robot de peinture. (Pulvérisation).
- L'ébarbage et le polissage de pièce. (Parachèvement).
- Mesure (capteurs portés par le robot).
- L'assemblage.
- Le soudage.

Il y a d'autres fonctions telles que la surveillance de réacteurs nucléaire, l'inspection des circuits imprimés...etc.

En particulier, Le robot puma est largement utilisé dans de multiples applications dans le domaine industriel ou de service [4].

8.1 *Application d'assemblage (pièce mécanique, électronique…etc.)*

Comme vous pouvez le deviner, dans sa configuration standard, le robot PUMA560 peut être utilise pour effectuer des taches simples seulement. Par exemple, ce robot est très répandu dans l'industrie pour effectuer des taches d'assemblage, dans lesquelles les pièces à assembler ne sont pas fragiles, et ou les tolérances d'assemblage ne sont pas très précises.

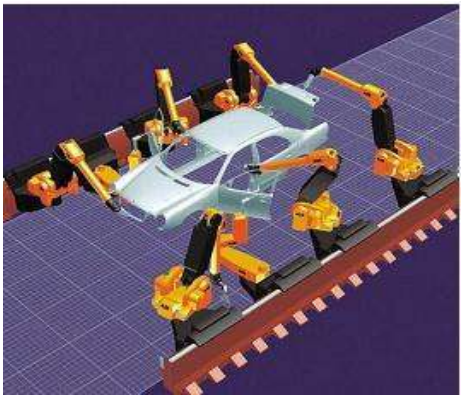


Figure I.15 : *Assemblage électronique.*

Le robot PUMA560 est aussi souvent utilise pour des opérations de soudure et de stockage. Donc, en règle générale, le champ d'utilisation de ce robot comprend les taches répétitives, sans interaction de l'environnement extérieur.

Des que l'on veut récupérer des informations concernant les forces et couples appliques par le robot sur l'environnement extérieur, on se doit d'ajouter des systèmes additionnels a la configuration standard du robot, afin de pouvoir mesurer ces actions [6].

9 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation de tous les éléments nécessaires pour la description des robots industriels, il contient quelques définitions sur les robots, la classification des robots, les problèmes de caractérisation des performances des robots et les composants essentiels entrant dans la conception. Cette présentation est indispensable à la modélisation que nous allons présenter dans le chapitre suivant.

1 Introduction

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que ; les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). On distingue [7 ; 10-12]:

- les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminale en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement.
- les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement.
- les modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulations.

Ce chapitre présente la modélisation des robots manipulateurs. Les modèles géométriques et dynamiques sont établis et décrits. Dans le cadre des applications visées par ce travail, les déformations des robots ne sont pas négligeables et doivent être prises en compte. Des modèles de déformation du robot manipulateur sont par conséquent également développés et sont intégrés au modèle dynamique du robot.

Les robots manipulateurs considérés dans ce travail sont des robots séries à 3 axes. Tous les axes ont des liaisons rotoïdes. En tenant compte de l'outillage, ils ont 3 corps et 3 degrés de liberté. Les modèles géométriques servent à calculer l'attitude (position et orientation) dans l'espace par rapport aux positions angulaires du robot. Il existe plusieurs modèles géométriques selon les conventions choisies pour définir la position et l'orientation dans l'espace. La modélisation dynamique est très importante pour la conception mécanique, la commande et la simulation. Elle permet de relier les couples, les frottements, les efforts extérieurs, et les positions, vitesses et accélérations articulaires du robot. Le modèle dynamique est donc un ensemble d'équations différentielles non linéaires du second ordre. Le modèle permet de connaître l'état du robot à chaque instant et d'analyser la stabilité d'une commande ou les performances en trajectoire [8 ; 13].

2 Notions de base

Quelques notions fondamentales propres à la modélisation des robots manipulateurs sont décrites dans cette section [7 ; 10-12].

2.1 *Coordonnées homogènes*

2.1.1 *Représentation d'un point*

Soit P un point de coordonnées cartésiennes P_x , P_y , P_z (figure II.1). On appelle coordonnées homogènes du point P les termes $w.P_x$, $w.P_y$, $w.P_z$ et w où w est un facteur d'échelle, égal à 1 en robotique. On représente alors les coordonnées homogènes d'un point par le vecteur :

$$P = [P_x , P_y , P_z, 1]^T \qquad \text{(II.1)}$$

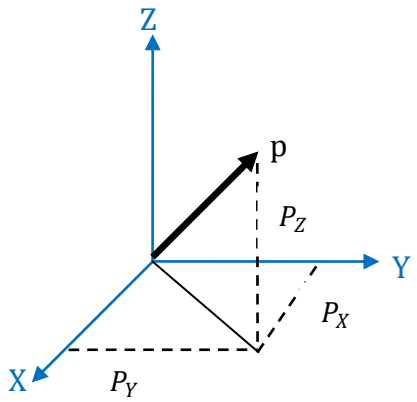


Figure II.1 : *Représentation d'un point.*

2.1.2 *Représentation d'une direction*

La représentation d'une direction (vecteur libre) se fait aussi par quatre composantes, mais le quatrième est nul, indiquant un point à l'infini. Si l'on note u_x, u_y, u_z les coordonnées cartésiennes d'un vecteur unitaire u, en coordonnées homogènes on écrit :

$$u = [u_x , u_y , u_z, 0]^T \qquad \text{(II.2)}$$

2.2 *Transformation homogènes*

2.2.1 *transformation des repères*

Faisons subir une transformation quelconque, de translation et/ou de rotation, au repère R_i, transformation qui l'amène sur le repère R_j (figure II.2). Cette transformation est définie par la matrice T_i^j, appelée matrice de transformation homogène, de dimension (4×4), telle que :

$$T_i^j = [s_i^j \; n_i^j \; a_i^j \; P_i^j] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.a)}$$

Où s_i^j, n_i^j, et a_i^j désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes x_j, y_j et z_j du repère R_j exprimés dans le repère R_i et où P_i^j est le vecteur exprimant l'origine du repère R_j dans le repère R_i.

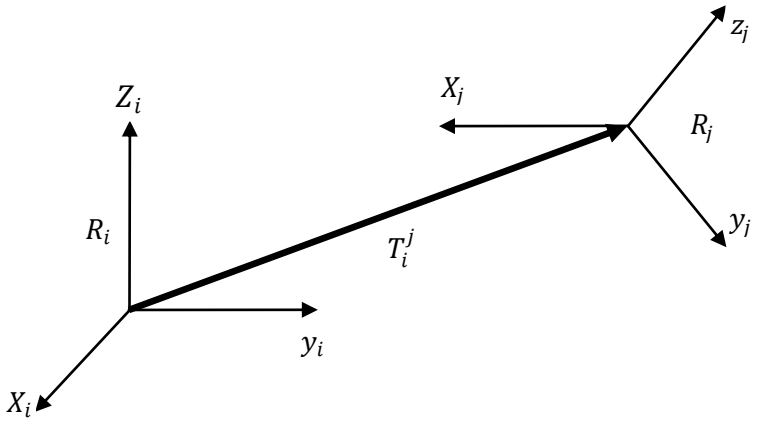


Figure II.2 : *transformation des repères.*

On dit également que la matrice T_i^j définit le repère R_j dans le repère R_i. Par la suite, on notera souvent la matrice de transformation (II.3.a) sous forme d'une matrice partitionnée :

$$T_i^j = \begin{bmatrix} A_i^j & P_i^j \\ 0\;0\;0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_i^j & n_i^j & a_i^j & P_i^j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.b)}$$

Il s'agit d'un abus de notation, puisque les vecteurs n'not alors que trois composantes, mais cette description, en isolant la matrice d'orientation A_i^j, est parfois plus pratique. De toute manière, la distinction entre représentation à trois ou à quatre composantes sera toujours claire dans le contexte.

En résumé **:**

- La matrice T_i^j représente la transformation permettant de passer du repère R_i au repère R_j ;
- Elle peut être interprétée comme étant un repère R_j (trois axes orthonormés et l'origine) exprimé dans R_i.

2.2.2 *transformation des vecteurs*

Soit un vecteur P_j^1 définissant le point P_1 dans le repère R_j (figure II.3). Compte tenu de la définition des coordonnées homogènes, on calcul les coordonnées du point P_1 dans le repère R_i grâce à l'équation suivent :

$$P_1^i = (O_i P_1)^i = s_i^j P_{1x}^j + n_i^j P_{1y}^j + a_i^j P_{1z}^j + P_i^j = T_i^j P_1^j \qquad \text{(II.4)}$$

La matrice T_i^j permet donc d'exprimer dans le repère R_i les coordonnées d'un point données dans le repère R_j.

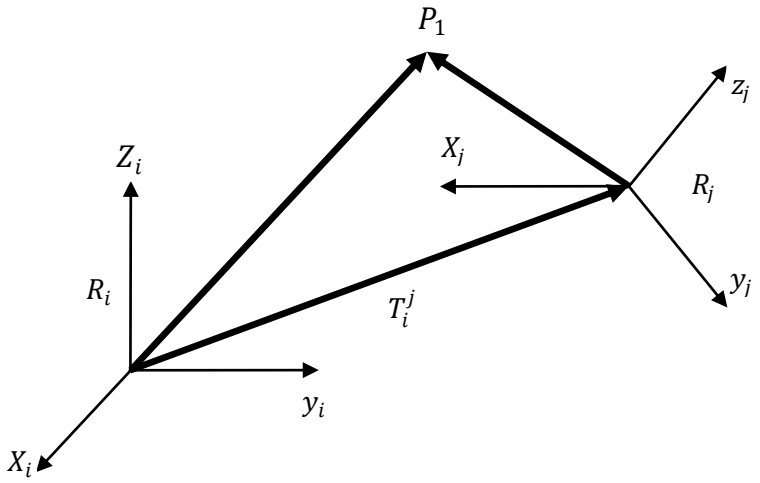


Figure II.3 : *transformation d'un vecteur.*

2.2.3 *Matrice de transformation de translation pure*

Soit **trans** (a, b, c) cette transformation, ou a, b et c désignent les composantes de la translation le long des axes **x**, **y** et **z** respectivement. L'orientation étant conservée dans cette transformation, **trans** (a, b, c) a pour expression (figure II.4)

$$T_i^j = trans(a,b,c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.5)}$$

Par la suite, on utilisera aussi la notation **trans** (**u**, d) pour désigner une translation d'une vecteur d le long d'un axe **u**. ainsi, la matrice **trans** (a, b, c) peut être décomposée en un produit de trois matrices **trans** (**x**, a) **trans** (**y**, b) **trans** (**z**, c), l'ordre des multiplications étant quelconque.

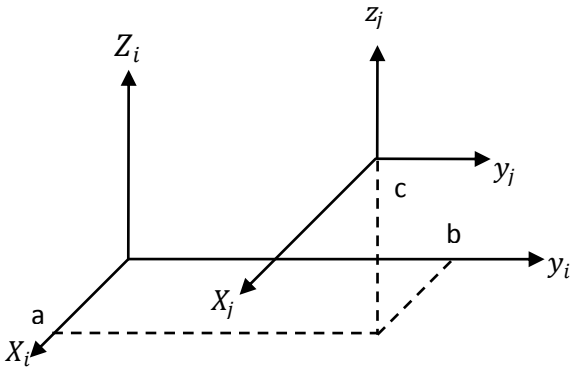


Figure II.4 : *transformation de translation pure.*

2.2.4 *Matrice de transformation de rotation autour des axes principaux*

- Matrice de transformation correspondant à une rotation θ autour de l'axe x ; Soit Rot (x, θ) cette rotation. On déduit de la figure II.5 les composantes des vecteurs unitaires s_i^j, n_i^j, a_i^j portés respectivement par les axes $x_j, y_j \; et \; z_j$ du repère R_j et exprimés dans R_i. Si l'on note Sθ et Cθ les sinus et cosinus de θ respectivement, elles s'écrivent :

$$\begin{cases} s_i^j = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ n_i^j = [0 \quad C\theta \quad S\theta \quad 0]^T \\ a_i^j = [0 \quad -S\theta \quad C\theta \quad 0]^T \end{cases} \qquad \text{(II.6)}$$

L'exposant T désignant la transposition. On obtient alors :

$$T_i^j = Rot(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta & 0 \\ 0 & S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & rot(x,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.7)}$$

Rot(x, θ) désignant la matrice d'orientation de dimension (3×3).

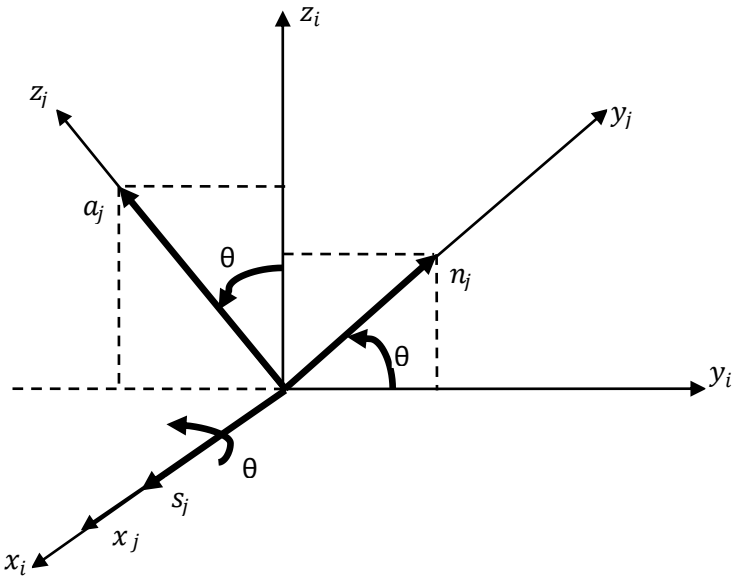


Figure II.5 : *transformation de rotation pure autour de l'axe x.*

- Matrice de transformation correspondant à une rotation θ autour de l'axe y avec un raisonnement analogue, on obtient :

$$T_i^j = Rot(y,\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & rot(y,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.8)}$$

- Matrice de transformation correspondant à une rotation θ autour de l'axe z :

On vérifie que :

$$T_i^j = Rot(z,\theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & rot(z,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.9)}$$

2.2.5 *propriétés des matrices de transformation homogène*

- Une matrice de transformation peut se mettre, d'après la relation (II.3.b), sous la forme :

$$T = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & A & & P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.10)}$$

La matrice **A** représente la rotation alors que la matrice colonne **P** représente la translation. Pour une transformation de translation pure, $\mathbf{A=I_3}$ ($\mathbf{I_3}$ représente la matrice unité d'ordre 3), tandis que pour une transformation de rotation pure, **P=0**. Les éléments de la matrice **A** représentent les cosinus directeurs. Elle ne contient que trois paramètres indépendants (l'un

des vecteurs **s, n** ou **a** se déduite du produit vectoriel des deux autres ; par exemple $\mathbf{s} = \mathbf{n} \times \mathbf{a}$; en outre, le produit scalaire **n.a** est nul et les normes de n et de a sont égales à 1).

- La matrice A est orthogonale, c'est-à-dire que la matrice inverse est égale à la matrice transposée :

$$A^{-1} = A^T \qquad \text{(II.11)}$$

- L'inverse de la matrice T_i^j définit la matrice T_j^i.

L'expression (II.4) donne les composantes du vecteur P_j^1 dans le repèreR_i. Inversement, pour exprimer les composantes du vecteur P_j^1 dans le repère R_j, on écrit :

$$P_j^1 = T_j^i P_i^1 \qquad \text{(II.12)}$$

On peut aussi multiplier à gauche les termes de l'expression (II.4) par ${T_i^j}^{-1}$, inverse de T_i^j :

$${T_i^j}^{-1} P_i^1 = P_j^1 \qquad \text{(II.13)}$$

On déduit des relations (II.12) et (II.13) que :

$${T_i^j}^{-1} = T_j^i \qquad \text{(II.14)}$$

- L'inverse d'une matrice de transformation représentée par la relation (II.10) peut être calculée par :

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} & & & -s^T P \\ & A^T & & -n^T P \\ & & & -a^T P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T & -A^T \mathrm{P} \\ 0\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.15)}$$

- Composition de deux matrices et la multiplication de deux matrices de transformation donne une matrice de transformation :

$$T_1 T_2 = \begin{bmatrix} A_1 & P_1 \\ 0\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & P_2 \\ 0\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 A_2 & A_1 P_2 + P_1 \\ 0\ \ 0\ \ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.16)}$$

Il importe de se rappeler à ce propos que le produit deux matrices de transformation n'est pas commutatif ($\boldsymbol{T_1 T_2 \neq T_2 T_1}$).

- Si un repère R_0 a subi k transformations consécutives (figure II.6) et si chaque transformation i, (i=1,…, k), est définie par rapport au repère courant R_{i-1}, alors la transformation T_0^k peut être déduite de la composition des multiplications à droite de ces transformation :

$$T_0^k = T_0^1\ T_1^2\ T_2^3 \ldots T_{k-1}^k \qquad \text{(II.17)}$$

- Si un repère R_j , défini dans le repère R_i par la transformation T_i^j , subit une transformation $\boldsymbol{T}$ exprimée dans le repère R_i , le repère R_j se transforme en $R_{j'}$ avec $\boldsymbol{T_i^{j'} = T\, T_i^j}$

A partir de deux dernières propriétés on déduit que :

- Une multiplication à droite de la transformation T_i^j signifie que la transformation est faite par rapport au repère courant R_j ;
- Une multiplication à gauche signifie que la transformation est faite par rapport au repère de référence R_i [7].

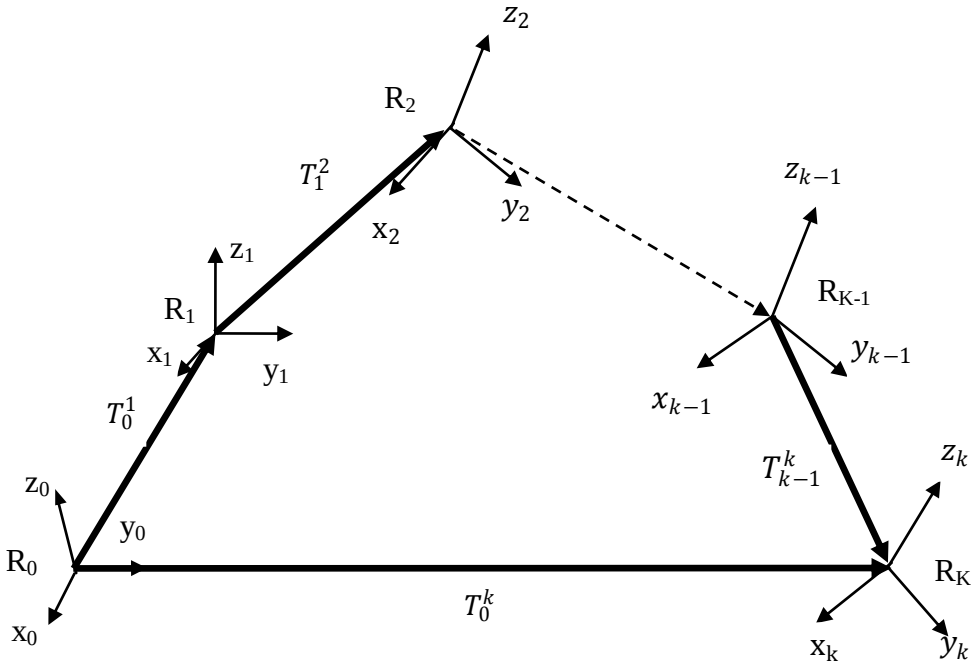


Figure II.6 : *composition des transformations : multiplication à droite.*

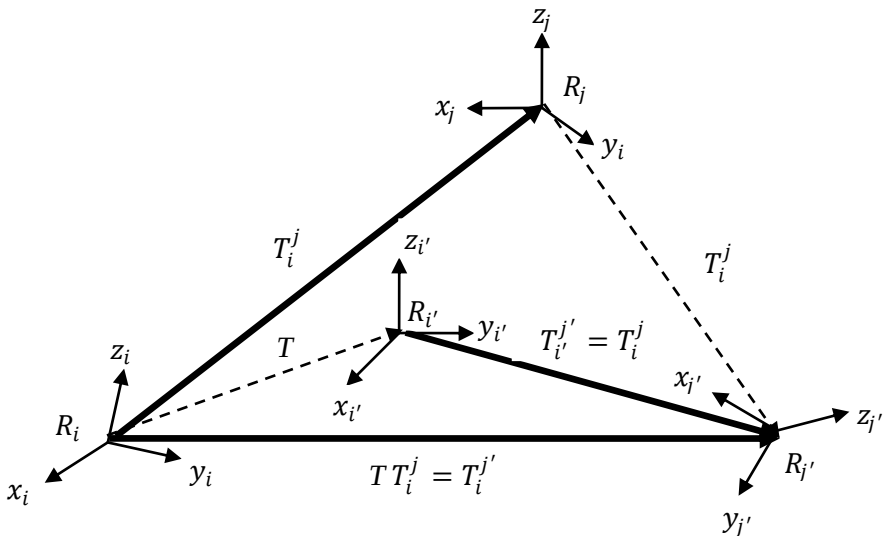


Figure II.7 : *composition des transformations : multiplication à gauche.*

2.3 *Paramètres de Denavit et Hartenberg*

La convention de Denavit et Hartenberg (DH 1955) est une méthode systématique. Elle permet le passage entre articulations adjacentes d'un système robotique. Elle concerne les chaînes cinématiques ouvertes où l'articulation possède uniquement un degré de liberté, et les surfaces adjacentes restent en contact. Pour cet aspect l'utilisation des charnières ou des glissières est indispensable. Le choix adéquat des repères dans les liaisons facilite le calcul des matrices homogènes de DH et permet d'arriver à exprimer rapidement des informations de l'élément terminal vers la base ou l'inverse.

Les étapes à suivre pour cette technique sont les suivantes [7 ; 10-12]:

- Numérotation des segments constitutifs du bras manipulateur de la base vers l'élément terminal. On associe le référentiel zéro à la base de celui-ci, et l'ordre *n* à l'élément terminal (effecteur) ;
- Définition des axes principaux de chaque segment :
  - Si z_i et z_{i-1} ne se coupent pas et on choisit x_i de manière à être la parallèle avec l'axe perpendiculaire à $z_i$et z_{i-1}.
  - Si z_i et z_{i-1} sont colinéaires on choisit x_i dans le plan perpendiculaire à z_{i-1}.
- Fixer les quatre paramètres géométriques: d_i, q_i, a_i et θ_i (voir la figure II.8) pour chaque articulation tel que :
  - d_i coordonnée de l'origine o_i sur l'axe z_{i-1}. Pour une glissière d_i est une variable et pour une charnière d_i est une constante.
  - θ_i est l'angle que l'on obtient par vissage de x_{i-1}vers x_i autour de l'axe z_{i-1}.Pour une glissière q_i est une constante et pour une charnière q_i est une variable.
  - a_i est la distance entre les axes z_i et z_{i-1} mesurée sur l'axe x_i négatif à partir de son origine jusqu'à l'intersection avec l'axe z_{i-1}.
  - α_i est l'angle entre z_i et z_{i-1}obtenu en vissant z_{i-1} vers z_i autour de x_i.

On forme enfin la matrice homogène DH de déplacement qui lie la rotation et la translation. La partie supérieure gauche définit la matrice de rotation R^i_{i-1}, et le vecteur droit pour la translation d^i_{i-1}.

$$T^i_{i-1} = \begin{bmatrix} R^i_{i-1} & d^i_{i-1} \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.18)}$$

Avec

$$R_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & -cos\alpha_i\, sin\theta_i & sin\alpha_i\, sin\theta_i \\ sin\theta_i & cos\alpha_i\, cos\theta_i & -sin\alpha_i\, cos\theta_i \\ 0 & sin\,\alpha_i & cos\alpha_i \end{bmatrix} \quad \text{(II.19)}$$

Et

$$\mathrm{d}_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} a_i cos\theta_i \\ a_i sin\theta_i \\ d_i \end{bmatrix} \quad \text{(II.20)}$$

La figure II.8 représente les paramètres de Denavit et Hartenberg pour les deux repères successifs $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1})$ et (x_i, y_i, z_i).

Enfin, la matrice de transformation homogène de Denavit et Hartenberg est la suivante [7-9-10-11-12]:

$$\mathrm{T}_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} cos\theta_i & -cos\alpha_i\, sin\theta_i & \sin\alpha_i\, sin\theta_i & a_i cos\theta_i \\ sin\theta_i & cos\alpha_i\, cos\theta_i & -\sin\alpha_i\, cos\theta_i & a_i sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.21)}$$

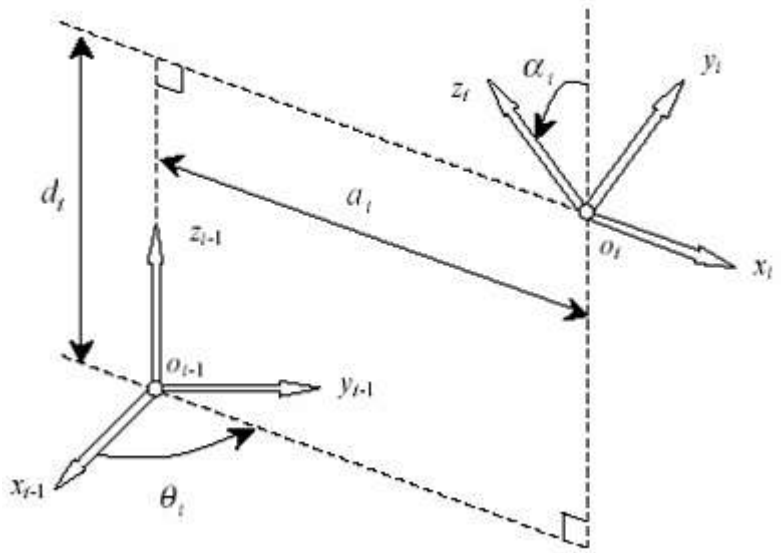


Figure II.8 : *Systèmes de coordonnées et les paramètres de Denavit et Hartenberg.*

3 Modèle géométrique

3.1 *Construction des matrices de passage*

Le calcul du modèle géométrique direct nécessite les matrices de transformations homogènes entres deux repère liés chacun à deux articulations successives [7 ; 9-12].

La structure du robot est composée de 7 corps notés $C_0 \ldots C_6$. Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_6 désigne le corps qui porte l'organe terminal. L'articulation i , dont la variable articulaire est notée q_i, connecte le corps C_i au corps C_{i-1}. Ces corps sont supposés parfaitement rigides connectés par des articulations considérés comme idéales (pas de jeux mécaniques, pas d'élasticité). Le repère R_i est lié au corps C_i.

Le passage du repère $\{R_{i-1}\}$ au repère $\{R_i\}$ s'exprime en fonction de quatre paramètres géométriques suivants (figure II.9) :

- α_{i-1} : angle entre les axes Z_{i-1} et Z_i correspondant à une rotation autour de X_{i-1} ;
- a_{i-1} : distance entre Z_{i-1} et Z_i le long de X_{i-1} ;
- θ_i : angle entre les axes X_{i-1}et X_i correspondant à une rotation autour de Z_i ;
- d_i : distance entre X_{i-1} et X_i le long de Z_i ;

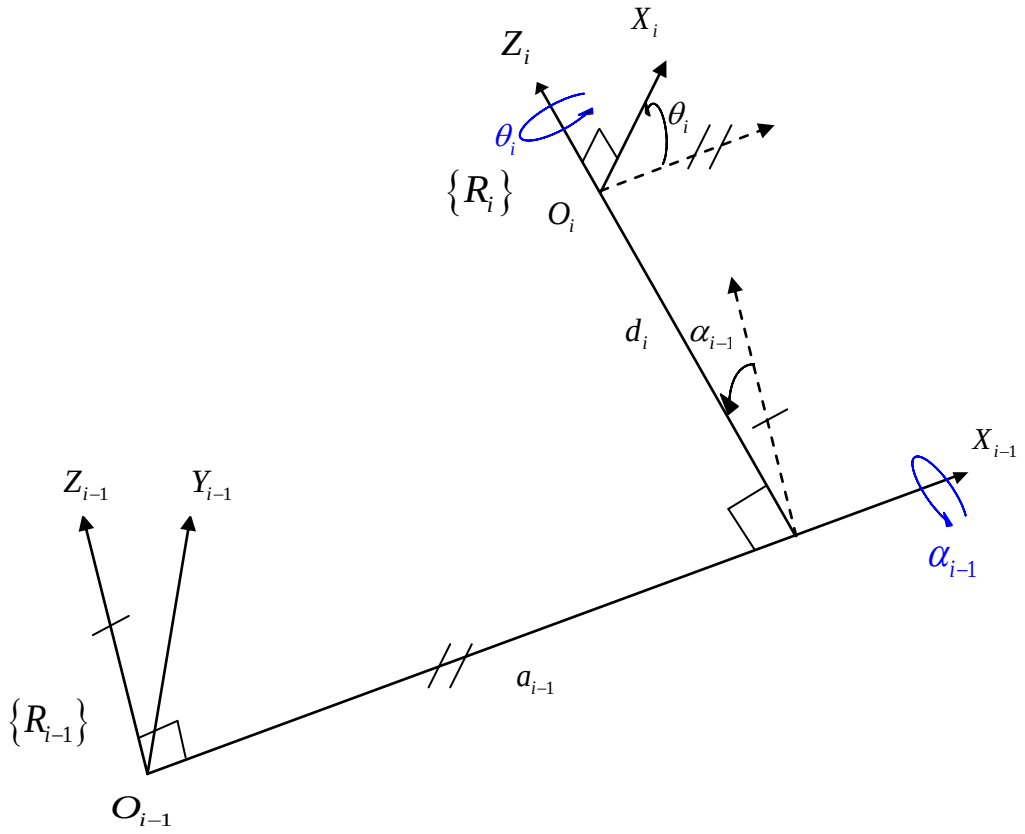


Figure II.9 : *Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple.*

La matrice de transformation définissant le repère $\{R_i\}$ dans le repère $\{R_{i-1}\}$ est donnée par (figure II.9) :

$$T_{i-1}^{i} = \underbrace{Rot(x,\alpha_{i-1})}\ \underbrace{Trans(x,a_{i-1})}\ \underbrace{Rot(z,\theta_i)}\ \underbrace{Trans(z,d_i)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.22)}$$

Avec

$$Cx_i = \text{Cos}(x_i), \quad Sx_i = \sin(x_i) \quad \text{(II.23)}$$

On trouve :

$$T_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ C\alpha_{i-1}S\theta_i & C\alpha_{i-1}C\theta_i & -S\alpha_{i-1} & -d_iS\alpha_{i-1} \\ S\alpha_{i-1}S\theta_i & S\alpha_{i-1}C\theta_i & C\alpha_{i-1} & d_iC\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.24)}$$

3.2 *Présentation du robot PUMA 560*

Le robot PUMA 560 est un bras manipulateur à chaîne ouverte simple à 3 articulations rotoïdes, de porteur anthropomorphe (RRR) et poignet rotule (poignet à 3 axes concourants) voire la figure II.11. Disposant, ainsi, de 3 degrés de libertés, pourvu qu'il ne sort pas de son espace de travail, de positionner et d'orienter son organe terminal (3 degrés de liberté pour le positionnement, les 3 autres pour l'orientation) dans n'importe quelle configuration dans l'espace tridimensionnel, où il est non redondant [9 ; 13-15].

Le terme PUMA signifie Programmable Universel Machine for Assemblé.

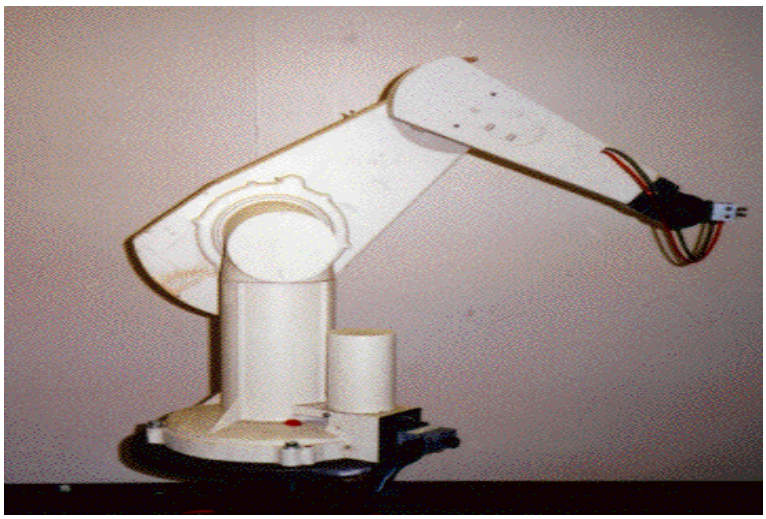


Figure II.10 : *Vue générale du Robot PUMA 560* [15].

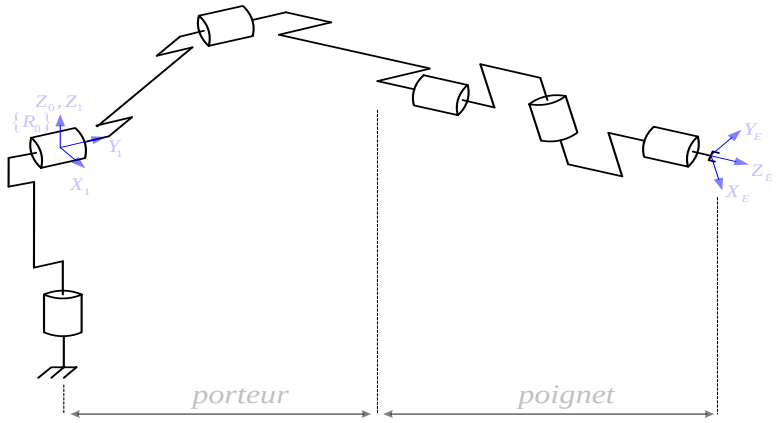


Figure II.11 : *Manipulateur de bras anthropomorphe et poignet rotule.*

La description de la géométrie du robot PUMA 560, ainsi que le placement des repères selon la notation de Denavit-Hartenberg sont indiqués sur la figure II.12.

Les paramètres géométriques du robot PUMA 560 selon la notation de Denavit-Hartenberg (D-H modifiés) sont donnés dans le tableau II.1.

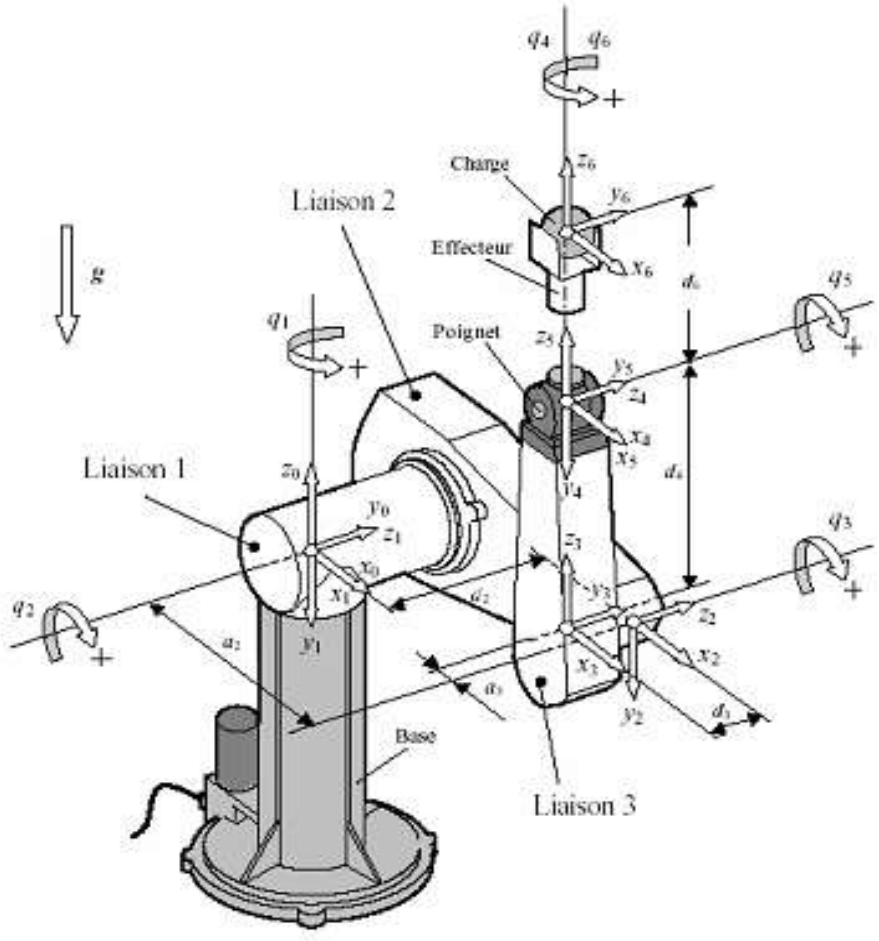


Figure II.12 : *Géométrie du robot PUMA 560* [9].

i	σ	α_{i-1} (degrés)	θ_i	a_{i-1} (mètres)	d_i (mètres)
1	0	0	q_1	0	0
2	0	-90	q_2	0	0.2435
3	0	0	q_3	0.4318	- 0.0934
4	0	90	0	- 0.0203	0.4331
5	0	-90	0	0	0
6	0	90	0	0	0

Tableau II.1 : *Paramètres géométriques du robot PUMA 560 (paramètres de D-H modifiés).*

En tenant compte des paramètres du tableau II.1, et en utilisant la relation (II.24), on tire les matrices de transformation élémentaires suivantes : Celles du porteur [9 ; 10 ; 14] :

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C1 & -S1 & 0 & 0 \\ S1 & C1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.25)}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} C2 & -S2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -S2 & -C2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.26)}$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & a_2 \\ S3 & C3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.27)}$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.28)}$$

Avec :

$$Ci = \text{Cos}(q_i), \quad Si = \sin(q_i) \quad \text{(II.29)}$$

$$Cij = \text{Cos}(q_i + q_j), \quad Sij = \sin(q_i + q_j) \quad \text{(II.30)}$$

3.3 *Modèle géométrique direct*

Le modèle géométrique direct (MGD) exprime la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires, c'est-à-dire, les coordonnées opérationnelles X du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires q [7 ; 9-12]. Il peut être représenté par la matrice de passage T_0^4 :

$$T_0^4(q) = T_0^1(q_1)\ T_1^2(q_2)\ T_2^3(q_3)\ T_3^4(q_4) \qquad \text{(II.31)}$$

Il peut aussi être représenté par la relation :

$$X = f(q) \qquad \text{(II.32)}$$

q Étant le vecteur des variables articulaires tel que :

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T \qquad \text{(II.33)}$$

Il existe plusieurs possibilités pour le choix des coordonnées opérationnelles. Pour l'ensemble de ce travail, elles sont choisies :

$$X = [P_X \quad P_Y \quad P_Z \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma]^T \qquad \text{(II.34)}$$

$[P_X \quad P_Y \quad P_Z]^T$ étant la position cartésienne de l'organe terminal par rapport au repère de la base $\{R_0\}$, alors que $[\alpha \quad \beta \quad \gamma]^T$ représente les angles d'Euler selon la représentation correspondants à l'orientation du repère lié à l'organe terminal par rapport à celui lié à la base.

Le calcul du modèle géométrique direct est présenté en utilisant la notation de Denavit-Hartenberg.

Afin de calculer T_0^4, il est préférable de calculer le produit des matrices T_{j-1}^j en partant de la dernière matrice de transformation, ceci par deux raisons :

- Les résultats intermédiaires T_j^4, notés U_j, seront utilisés pour le calcul du modèle géométrique inverse.
- On minimise ainsi le nombre d'opérations du modèle.

On écrit donc successivement U_j pour $j = 4, \ldots, 0$ [7].

$$U_3 = T_3^4 \qquad \text{(II.35)}$$

$$U_2 = T_2^4 = T_2^3 U_3 \qquad \text{(II.36)}$$

$$U_1 = T_1^4 = T_1^2 U_2 \qquad \text{(II.37)}$$

$$U_0 = T_0^4 = T_0^1 U_1 \qquad \text{(II.38)}$$

$$U_3 = T_3^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.39)}$$

$$U_2 = T_2^4 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & a_3C3 + d_4S3 \\ S3 & C3 & 0 & a_3S3 - d_4C3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.40)}$$

$$U_1 = T_1^4 = \begin{bmatrix} C23 & -S23 & 0 & a_3C23 + d_4S23 + a_2C2 \\ S23 & C23 & 0 & a_3S23 - d_4C23 + a_2S2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.41)}$$

$$U_0 = T_0^4 = \begin{bmatrix} C1C23 & -C1S23 & -S1 & C1(a_3C23+d_4S23 + a_2C2) - (d_2 + d_3)S1 \\ S1C23 & -S1S23 & C1 & S1(a_3C23+d_4S23 + a_2C2) + (d_2 + d_3)C1 \\ -S23 & -C23 & 0 & -a_3S23+d_4C23 - a_2S2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.42)}$$

Les coordonnées de l'organe terminal dans le repaire $(x_0,\ y_0, z_0)$ fixé à la base, sont données par les trois premières lignes de la quatrième colonne de T_0^4

$$\begin{cases} P_x^0 = C1(a_3C23+d_4S23 + a_2C2) - (d_2 + d_3)S1 \\ P_y^0 = S1(a_3C23+d_4S23 + a_2C2) + (d_2 + d_3)C1 \\ P_z^0 = -a_3S23+d_4C23 - a_2S2 \end{cases} \quad \text{(II.43)}$$

3.4 *Modèle géométrique inverse*

Le modèle géométrique inverse (MGI) permet de calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Plus précisément, c'est la forme explicite, lors qu'elle existe, qui donne toutes les solutions possibles dans l'espace articulaire (il y a rarement unicité de solution) à une situation donnée de l'effecteur dans l'espace opérationnel [7 ; 9-12].

Puisque la position de l'organe terminale dans l'espace opérationnel est donnée par la quatrième colonne de la matrice de transformation T_0^4, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} P_x^0 \\ P_y^0 \\ P_z^0 \\ 1 \end{bmatrix} = T_0^1\ T_1^2\ T_2^3\ T_3^4 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{(II.44)}$$

On résout les variables (q_1, q_2, q_3) à partir de ce système d'équations en prémultipliant successivement les deux membres par T_1^0 et T_2^0 pour isoler et identifier les variables

articulaires. Les éléments du deuxième membre ont été déjà calculés lors de l'établissement du MGD. Ils sont donnés par la quatrième colonne des deux matrices U_1 et U_2 respectivement [7].

La multiplication par T_1^0, nous donne le premier système d'équations :

$$\begin{cases} C1P_x^0 + S1P_y^0 = a_3C23 + d_4S23 + a_2C2 \\ -P_z^0 = a_3S23 - d_4C23 + a_2S2 \\ -S1P_x^0 + C1P_y^0 = d_2 + d_3 \end{cases} \quad \text{(II.45)}$$

La résolution de ce système d'équations nous permet de calculer q_1 et q_3

$$\begin{cases} q_1 = \tan^{-1}\frac{P_x^0}{P_y^0} + \tan^{-1}\frac{\sqrt{{P_x^0}^2+{P_y^0}^2-(d_2+d_3)^2}}{d_2+d_3} \\ q_3 = \tan^{-1}\frac{K}{\sqrt{{a_3}^2+{d_4}^2-K^2}} - \tan^{-1}\frac{a_3}{d_4} \end{cases} \quad \text{(II.46)}$$

Avec :

$$K = \frac{{P_x^0}^2+{P_y^0}^2+{P_z^0}^2-{a_2}^2-{a_3}^2-{d_4}^2-(d_2+d_3)^2}{2a_2} \quad \text{(II.47)}$$

La multiplication par T_2^0, nous donne le premier système d'équations :

$$\begin{cases} C2\left(C1P_x^0 + S1P_y^0\right) - S2P_z^0 - a_2 = a_3C3 + d_4S3 \\ -S2\left(C1P_x^0 + S1P_y^0\right) - C2P_z^0 = a_3S3 - d_4C3 \\ -S1P_x^0 + C1P_y^0 - d_2 = d_3 \end{cases} \quad \text{(II.48)}$$

A partir des deux premières équations nous pouvons calculer q_2

$$q_2 = \tan^{-1}\frac{d_4C3-a_3S3}{d_4S3+a_3C3+a_2} - \tan^{-1}\frac{P_z^0}{C1P_x^0+S1P_y^0} \quad \text{(II.49)}$$

- L'espace de travail du robot manipulateur considéré l'ensemble des positions joignables par l'espace opérationnel, est donné par la figure ci-dessous. Et le programme qui correspond ce résultat représenté dans l'annexe I

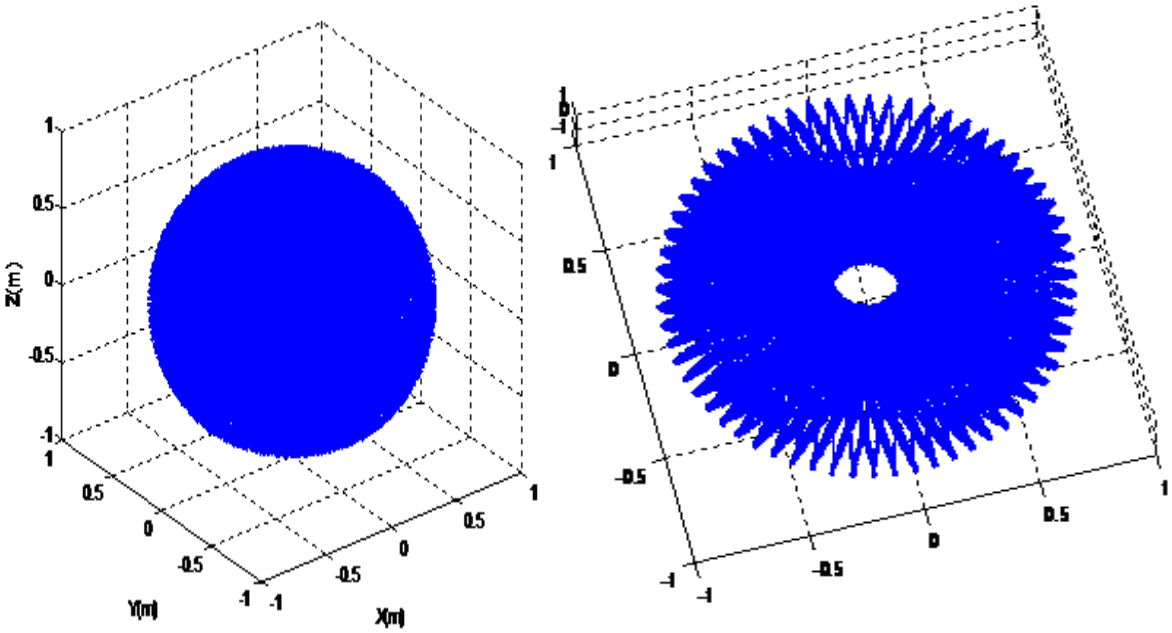


Figure II.13 : *représentation de l'espace de travail dans le MG.*

4 Modélisation Dynamique

Le modèle dynamique d'un robot manipulateur est donné par l'ensemble d'équations de mouvement reliant les couples, les positions, les vitesses et les accélérations des articulations sont décrites ici en se basant sur les travaux des auteurs dans [9 ; 14 ; 15]. La dynamique des actionneurs est également incluse en considérant un modèle mathématique pour la représentation de ces actionneurs qui sont des moteurs à courant continu (MCC) selon [16].

4.1 *Modélisation dynamique de la structure mécanique articulée*

Les équations dynamiques d'un robot manipulateur peuvent être obtenues à partir des équations du mouvement de Newton-Euler ou, à partir l'approche énergétique de Lagrange-Euler [9 ; 13 ; 14].

Considérons le robot manipulateur à n ddl, l'énergie totale du manipulateur $\mathcal{E}$ est la somme des fonctions de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, notées $\mathcal{K}$ et $\mathcal{U}$ respectivement,

$$\mathcal{E}(q,\dot{q}) = \mathcal{K}(q,\dot{q}) + \mathcal{U}(q) \qquad \text{(II.50)}$$

Avec :

$$q = [q_1 \quad \cdots \quad q_n]^T \tag{II.51}$$

Et,

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = \left[\frac{dq_1}{dt} \quad \cdots \quad \frac{dq_n}{dt}\right] \tag{II.52}$$

Le lagrangien $\mathcal{L}(\mathrm{q}, \dot{\mathrm{q}})$ du robot manipulateur à ***n*** degrés de liberté est la différence entre l'énergie cinétique $\mathcal{K}$ et l'énergie potentielle $\mathcal{U}$,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{U}(q) \tag{II.53}$$

Les équations du mouvement de Lagrange pour le manipulateur considéré, sont données par :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q} = \tau \tag{II.54}$$

Sous une forme équivalente :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial \dot{q}_i}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q,\dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i \tag{II.55}$$

Avec : $i = 1, \ldots\ldots\ldots, n$

Où τ_i sont les forces ou les couples externes délivrés par les actionneurs au niveau de chaque articulation.

Le modèle dynamique du manipulateur peut se mettre sous la forme compacte (matricielle) :

$$M(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \Gamma \tag{II.56}$$

$\mathrm{M(q)} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}\times\mathrm{n}}$: Appelée la matrice d'inertie.

$B(\mathrm{q}, \dot{\mathrm{q}}) \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}\times\mathrm{n}}$: Appelée la matrice des forces centrifuges et de Coriolis.

$\mathrm{g(q)} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}\times 1}$: Vecteur des forces ou des couples gravitationnelles.

$\Gamma \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}\times 1}$: Vecteur des forces ou des couples externe.

Pour le cas du bras manipulateur PUMA560 à trois degrés de liberté, les matrices du modèle dynamique sont données par les expressions suivantes selon [9 ; 13-15]:

- **Les éléments de la matrice d'inertie M(q)**

$$m_{11} \approx 2.57 + 1.38\ c_2^2 + 0.30\ s_2 s_3 + 7.44\ x\ 10^{-1} c_2 s_{23}$$
$$m_{12} = m_{21} \approx 6.90\ x10^{-1} s_2 - 1.34x10^{-1} c_{23} + 2.38\ x\ 10^{-2} c_2$$
$$m_{13} = m_{31} \approx -1.34x10^{-1} c_{23} - 3.97\ x\ 10^{-3} s_{23}$$
$$m_{22} \approx 6.79 + 7.44x10^{-1} s_3$$

$m_{23} = m_{32} \approx 0.333 + 3.72x10^{-1}s_3 - 1.10\ x\ 10^{-2}c_3$

$m_{33} \approx 1.16$

- **Les éléments de la matrice $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$**

$b_{11} \approx \left(-2.76\ s_2c_2 + 7.44\ \text{x}\ 10^{-1}c_{223} + 0.60\ s_2c_3 - 2.13\ \text{x}\ 10^{-2}(1 - 2\ s_2s_3)\right)\dot{q}_2$

$b_{12} \approx (6.90\ \text{x}10^{-1}c_2 + 1.34\text{x}10^{-1}s_{23} - 2.38\ \text{x}\ 10^{-2}s_2)\dot{q}_2 + (2.67\ \text{x}10^{-1}s_{23} -$
$7.58\ \text{x}\ 10-3c23q3$

$b_{13} \approx \left(7.44\ \text{x}10^{-1}c_2c_{23} + 0.60\ s_2c_3 + 2.20\ \text{x}\ 10^{-2}c_2s_{23} - 2.13\ \text{x}\ 10^{-2}(1 -\right.$
$2\ s2s3q1 + 0.52.67\ \text{x}10-1s23 - 7.58\ \text{x}\ 10-3c23q3$

$b_{21} \approx -0.5\left(-2.76\ s_2c_2 + 7.44\ \text{x}\ 10^{-1}c_{223} + 0.60\ s_2c_3 - 2.13\ \text{x}\ 10^{-2}(1 -\right.$
$2\ s2s3q1$

$b_{22} \approx (2.20\ \text{x}10^{-2}s_3 + 7.44\ \text{x}\ 10^{-1}c_3)\dot{q}_3$

$b_{23} \approx 0.5(2.20\ \text{x}10^{-2}s_3 + 7.44\ \text{x}\ 10^{-1}c_3)\dot{q}_3$

$b_{31} \approx -0.5(7.44\ \text{x}10^{-1}c_2c_{23} + 0.60\ s_2c_3 + 2.20\ \text{x}\ 10^{-2}c_2s_{23} - 2.13\ \text{x}\ 10^{-2}(1 -$
$2\ s2s3)q1$

$b_{32} \approx -0.5(2.20\ \text{x}10^{-2}s_3 + 7.44\ \text{x}\ 10^{-1}c_3)\dot{q}_2$

$b_{33} = 0$

- **L'élément du vecteur de gravité G(q)**

g_1=0

g_2 ≈-37.2 c_2-8.4 s_{23}+ 1.02 s_2

g_3 ≈ -8.4 s_{23}+ 0.25 c_{23}

Les paramètres physiques du bras de robot PUMA 560 sont représentés dans l'annexe I. Le tableau Annexe I.1 représente les masses des différentes liaisons du manipulateur ; la masse de la première liaison n'est pas présentée dans ce tableau puisque cette liaison ne fait pas une translation par rapport à la base du robot mais seulement une rotation de l'articulation 1 autour de l'axe z_0 (énergie potentielle nulle). La mesure de cette masse n'est pas nécessaire.

Les différents moments d'inerties relatifs à chaque liaison en respectant les repères des articulations sont représentés par Le tableau Annexe I.2. La notation simplificatrice I_{xx} , I_{yy} et I_{zz} signifi respectivement le moment d'inertie suivant l'axe x, y et z relatif à chaque articulation, et la notation I_{moteur} le moment d'inertie du moteur. Le rapport d'engrenage et le couple maximum de chaque articulation sont présentés par le tableau Annexe I.3.

4.2 *Modélisation des actionneurs*

Les équations électriques des trois actionneurs sont données par la relation matricielle [13 ; 16]:

$$L_a.\frac{dI_a}{dt} + R_a.I_a + K_e.\dot{q}_m = V_a \qquad \text{(II.57)}$$

Avec :

I_a : Les courants de l'induit des actionneurs.

$$I_a = [i_{a1} \quad i_{a2} \quad i_{a3}]^T \qquad \text{(II.58)}$$

V_a : Les tensions d'alimentation des actionneurs.

$$V_a = [V_{a1}\, V_{a2}\, V_{a3}]^T \qquad \text{(II.59)}$$

R_a : Les résistances de l'induit des actionneurs.

$$R_a = \begin{bmatrix} R_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{a3} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.60)}$$

L_a : Les inductances de l'induit des actionneurs.

$$L_a = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{a3} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.61)}$$

K_e : La constante de la force contre-électromotrice.

$$K_e = \begin{bmatrix} K_{e1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{e2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{e3} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.62)}$$

$\dot{q}_m$: La vitesse de rotation angulaire des actionneurs.

$$\dot{q}_m = [\dot{q}_{m1}\, \dot{q}_{m2}\, \dot{q}_{m3}\,]^T \qquad \text{(II.63)}$$

Les couples produits par les trois actionneurs sont donnés par l'expression matricielle :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = K_T.I_a \qquad \text{(II.64)}$$

Les vitesses de rotation angulaire des actionneurs sont définies comme:

$$q_m = \begin{bmatrix} q_{m1} \\ q_{m2} \\ q_{m3} \end{bmatrix} = N.\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.65)}$$

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.66)}$$

N_1, N_2, N_3: Rapports de transmission dans les engrenages des actionneurs.

Avec :

K_T : La constante du couple.

$$K_T = \begin{bmatrix} K_{T1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{T2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{T3} \end{bmatrix} \quad \text{(II.67)}$$

Les paramètres des actionneurs représentés dans le tableau Annexe I.4.

4.3 *Mise du modèle sous forme d'une représentation d'état*

Le modèle complet du robot manipulateur donné par le système d'équation (II.56), (II.57) et (II.64) peut réécrit sous la forme d'une représentation d'état reliant les grandeurs d'entrée (tensions d'alimentation des actionneurs) aux grandeurs de sotie (déplacements angulaires des articulations), en définissant le vecteur d'état $x \in \mathcal{R}^6$:

$$x = [q^T \ \dot{q}^T \ I_a^T]^T \quad \text{(II.68)}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -M^{-1}(q).(B(q,\dot{q}) + G(q)) + M^{-1}(q).\Gamma \\ -L_a^{-1}.R_a.I_a - L_a^{-1}.K_e.\dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} \\ L_a^{-1} \end{bmatrix}.V_a \quad \text{(II.69)}$$

Alors le modèle complet du manipulateur PUMA à trois degrés de liberté avec considération de la dynamique des actionneurs est d'ordre global n = 9.

Le schéma bloc du modèle dynamique complet du robot manipulateur dans l'espace opérationnel est donné par la figure ci-dessous :

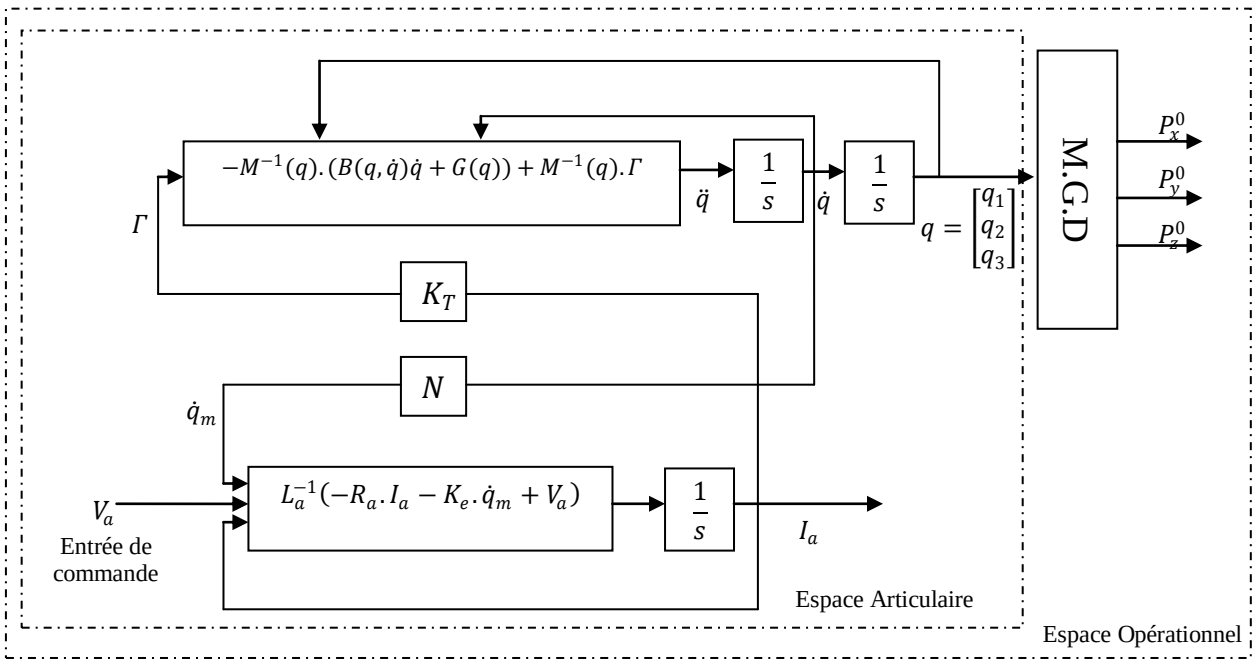


Figure II.14 : *Schéma bloc du robot manipulateur des l'espace opérationnel.*

L'ordre élevé va compliquer la phase de synthèse de lois de commande.

Afin de faciliter la tache de commande, nous proposons dans ce projet de simplifier le modèle proposé, en négligeant l'inductance de l'induit des actionneurs [13]:

$$L_{a1},\ L_{a2},\ L_{a3} \approx 0 \qquad \text{(II.70)}$$

De l'équation (II.57) l'expression du courant devient :

$$I_a = R_a^{-1}.[V_a - K_e.\dot{q}_m] \qquad \text{(II.71)}$$

De l'équation (II.64) l'expression du couple devient :

$$\Gamma = K_T.R_a^{-1}.[V_a - K_e.\dot{q}_m] \qquad \text{(II.72)}$$

Enfin l'équation dynamique simplifiée du robot manipulateur, est obtenu en substituant l'expression (II.72) dans l'équation (II.56):

$$M(q).\ddot{q} + B(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + K_T.R_a^{-1}.K_e.\dot{q}_m = K_T.R_a^{-1}.V_a \qquad \text{(II.73)}$$

Cette expression peut être mise sous la forme :

$$M(q).\ddot{q} + h(q,\dot{q}) = K.V_a \qquad \text{(II.74)}$$

Avec :

$$h(q,\dot{q}) = B(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) + K_T.R_a^{-1}.K_e.\dot{q}_m \qquad \text{(II.75)}$$

$$K = K_T.R_a^{-1} \qquad \text{(II.76)}$$

Le modèle dynamique simplifié donné par l'équation (II.74) peut être mis sous la forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x) + G(x).U \\ y = [x_1\ x_2\ x_3]^T \end{cases} \qquad \text{(II.77)}$$

$$x^T = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6\ ]^T = [q^T\ \dot{q}^T]^T \qquad \text{(II.78)}$$

x: Le nouveau vecteur d'état de dimensions 6x1.

y: Les sorties à commander.

$$U = [u_1\ u_2\ u_3]^T = V_a \qquad \text{(II.79)}$$

U : Le vecteur de commande de dimensions 3x1

$$\begin{aligned} F(x) &= [f_1(x) f_2(x) f_3(x) f_4(x)\ f_5(x)\ f_6(x)]^T \\ &= [x_4\ x_5\ \ x_6\ (-M^{-1}(x).h(x))^T]^T \end{aligned} \qquad \text{(II.80)}$$

$F(x)$: Vecteur de dimensions 6x1.

$$G(x) = [0_{3\times3}^T\ (M^{-1}(x).K)^T]^T \qquad \text{(II.81)}$$

$G(x)$: Matrice de dimensions 6x3.

5 *Conclusion*

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation des robots manipulateurs. Les modèles géométriques et dynamiques sont établis et décrits. Dans le cadre des applications visées par ce travail, Les modèles géométriques servent à calculer l'attitude (position et orientation) dans l'espace par rapport aux positions angulaires du robot, Les formalismes de Lagrange Euler permettent d'établir un système d'équations différentielles reliant les coordonnées généralisées aux forces et/ou couples généralisés. Cette procédure nous a permit d'obtenir les modèles dynamiques du robot PUMA 560. Le modèle a permis de mettre en évidence la commander ce genre de bras manipulateur, étant donné les fortes non-linéarités qui régissent le fonctionnement dynamique de ceux-ci.

Nous avons remarqué que le comportement n dynamique du robot manipulateur exige une trajectoire spécifique (continue en position, en vitesse et en accélération), permettant ainsi le contrôle du robot avec des commandes lisses et physiquement acceptables.

1 Introduction

Les lois de commande classiques du type PID donnent des bons résultats quand ils sont appliqués à des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires présentant des variations paramétriques ou bien des incertitudes de modélisation, ces lois de commande peuvent être insuffisantes car elles sont non robustes, surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités.

Pour cela on utilise le réglage par mode de glissement c'est un mode de fonctionnement particulier des systèmes a structure variable. La théorie donc des systèmes à structure variable et les modes glissants associes (en anglais : sliding mode), est une technique de commande non linéaire, elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. Les commutations de la commande s'effectuent en fonction des variables d'état du système utilisées pour créer une "variété" ou "hyper surface" dite de glissement. La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'un état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu' au point d'équilibre, d'ou le phénomène de glissement.

La discussion qui a lieu au premier congrès de l'IFAC en 1960 entre "NEIMRAK "et "FILLIPOV "a été concluante, dans la mesure où un nouveau problème sur la théorie des modes glissants a été posé. Ce n'est que durant cette discussion que l'ambiguïté de la détermination du comportement dynamique du système commandé sur la surface de commutation a été levée [17-19].

2 Définition de la commande par mode glissant

La commande par mode glissant (SMC pour Sliding Mode Control) est un contrôle de type non linéaire, qui a été introduit initialement pour le contrôle des systèmes à structure variable. Ses principaux avantages sont la garantie de la stabilité et de la robustesse pour de larges variations des paramètres du système, de l'entrée et des perturbations sur le système. De plus, étant donné sa flexibilité en ce qui concerne la synthèse, la commande par mode glissant est relativement facile à mettre en œuvre par rapport à d'autres types de commande non linéaires.

Ces propriétés font que cette loi de commande est adaptée à de nombreuses applications industrielles, comme dans les domaines de l'automobile ou de l'aéronautique [20].

3 Système à structure variable

La commande à structure variable (CSV) qui, par sa nature, est une commande non linéaire. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hyper surface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hyper surface. Quand l'état est maintenu sur cette hyper surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées. Aujourd'hui, la recherche et développement continuent à s'appliquer CSV à une grande variété de système de technologie telles que des robots avions, systèmes d'alimentation, à régulation de processus et ainsi de suite.

3.1 *Les structures du contrôle de mode glissement*

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver trois conjurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple ou la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui même. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre réaction d'état. Et en fin, la dernière structure est une structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la "commande équivalente" [21].

3.1.1 *Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état*

C'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique (Figure III.1).

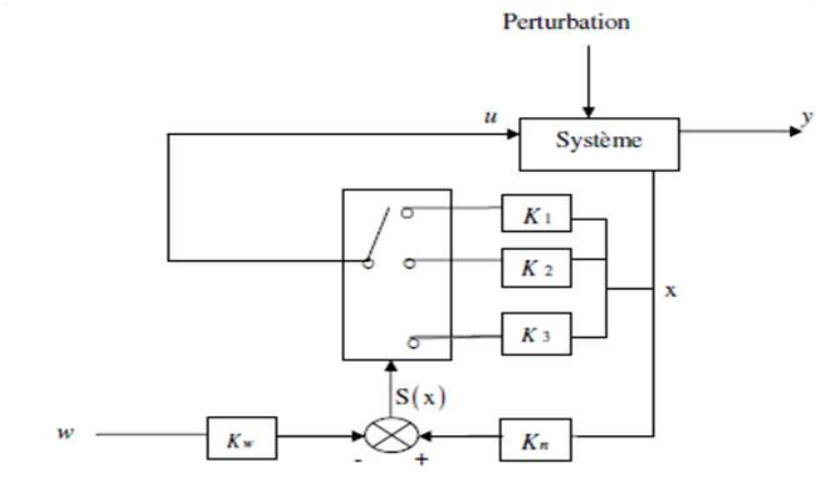


Figure III.1 : *Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.*

Le système est représenté par l'équation dynamique suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \qquad \text{(III .1)}$$

La surface de commutation S (x) est donnée par :

$$S(x) = Kx + K_w w = 0 \qquad \text{(III .2)}$$

Avec :

K : Vecteur de la contre réaction d'état.

w : Grandeur de consigne.

K_w : Coefficient de l'intervention directe de la consigne.

3.1.2 *Structure par commutation au niveau de l'organe de commande*

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné sur la (Figure III.2). Cette structure de commande est la plus classique et la plus utilisé.

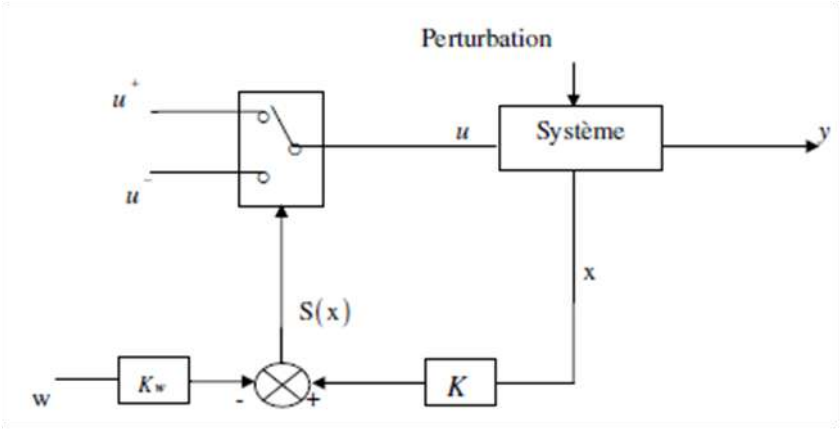


Figure III.2 : *Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.*

Dans ce cas la logique de commande est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} u^+ & S(x) > 0 \\ u^- & S(x) < 0 \end{cases} \qquad \text{(III.3)}$$

Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associée dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse.

3.2 *Principe de la commande à structure variable par régime glissant*

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement le principe est consiste à ramener tout d'abord et le plus rapidement le système sur une hyper surface. Puis de l'y laisser glisser librement sans subir les effets des perturbations paramétriques et extérieures. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit est appelé mouvement de glissement [22-24].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes (Figure III.3)

- **Mode de convergence (MC):** c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation $S(x, y) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- **Mode de glissement (MG):** c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x, y) = 0$.
- **Mode du régime permanent (MRP):** ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

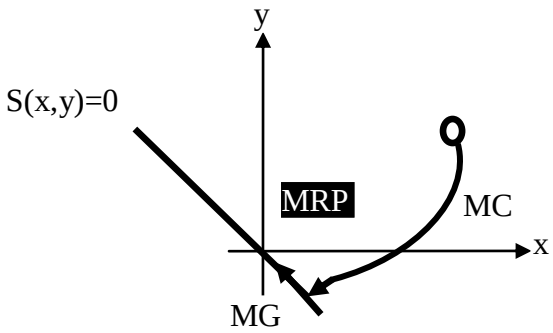


Figure III.3 : *Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase.*

4 Notion de base

Avant d'entamer les méthodes utilisées dans la synthèse de système de contrôle par mode de glissement, nous allons expliquer quelques notions de bases du régime glissant.

4.1 *Régime glissant idéal*

En théorie, l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x) = 0$. Le régime glissant idéal correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hyper surface de commutation [25] (Figure. III.4).

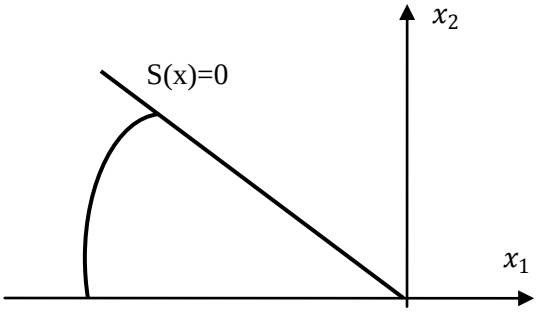


Figure III.4 : *Glissement idéal.*

4.2 *Régime glissant réel*

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présentent des imperfections comme les retards de commutations, dans ce cas la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui éliminent la précision du système et néanmoins sa stabilité [25] (Figure. III.5).

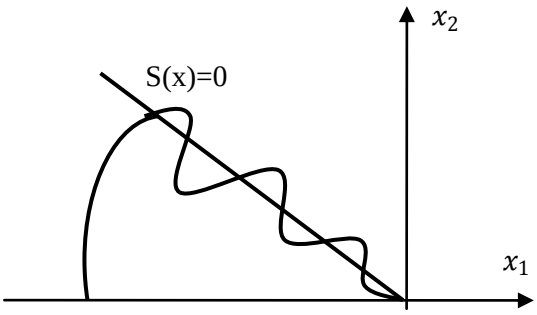


Figure III.5 : *Glissement réel.*

5 Conception de la commande par mode glissant

Soit le système décrit par l'équation suivante :

$$x^{(n)} = f(x,t) + \mathrm{g}(x,t)u + w(x,t) \qquad \text{(III.4)}$$

$x(t)\ \epsilon\ R^n$: représente le vecteur d'état, tel que $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{n-1})^T$.

$u(t)\ \epsilon\ R^m$: Vecteur de commande.

$w(x,t)\ \epsilon\ R^n$: Vecteur de perturbation.

$f(x,t)\ \epsilon\ R^{n*n}$ et $\mathrm{g}(x,t)\ \epsilon\ R^{n*m}$ sont des fonction non linéaire du vecteur d'état décrivant le système.

Le but du contrôle de la poursuite est de trouver une loi de commande telle que, étant donné une trajectoire désirée $xd(t)$, l'erreur de poursuite tend vers zéro malgré la présence des perturbations. L'erreur de poursuite est définie par :

$$e(t) = x(t) - xd(t) \qquad \text{(III.5)}$$

La mise en œuvre d'une commande par mode glissant passe par trois étapes [22-25]:

- Le choix de la surface de glissement.
- Conditions d'existence et de convergence.
- L'établissement de la loi de commande.

5.1 *Choix de la surface de glissement*

La surface de glissement $S(x) = 0$ représente le comportement dynamique désiré du système. La solution propose une forme générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable d'état x vers sa valeur désirée $xd(t)$ cette fonction est donnée par l'équation [19] :

$$S(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \qquad \text{(III.6)}$$

Avec

$e(x)$: L'écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : Constante positive.

r : Degré relatif, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande [26-27].

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x) = 0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalente à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence.

5.2 *Etablissement les conditions d'existence et de convergence*

5.2.1 *les conditions d'existences*

Le mode de glissement existe lorsque les commutations ont lieu d'une façon continue entre les deux grandeurs u_{max} et u_{min}. Pour un système de second ordre avec les grandeurs d'état x_1 et x_2 ce phénomène est démontré à l'aide de la figure III.4 où s_{max} , s_{min} , u_{max} et u_{min} représentent respectivement les surfaces de glissement et les commandes maximale et minimale du système [22-25].

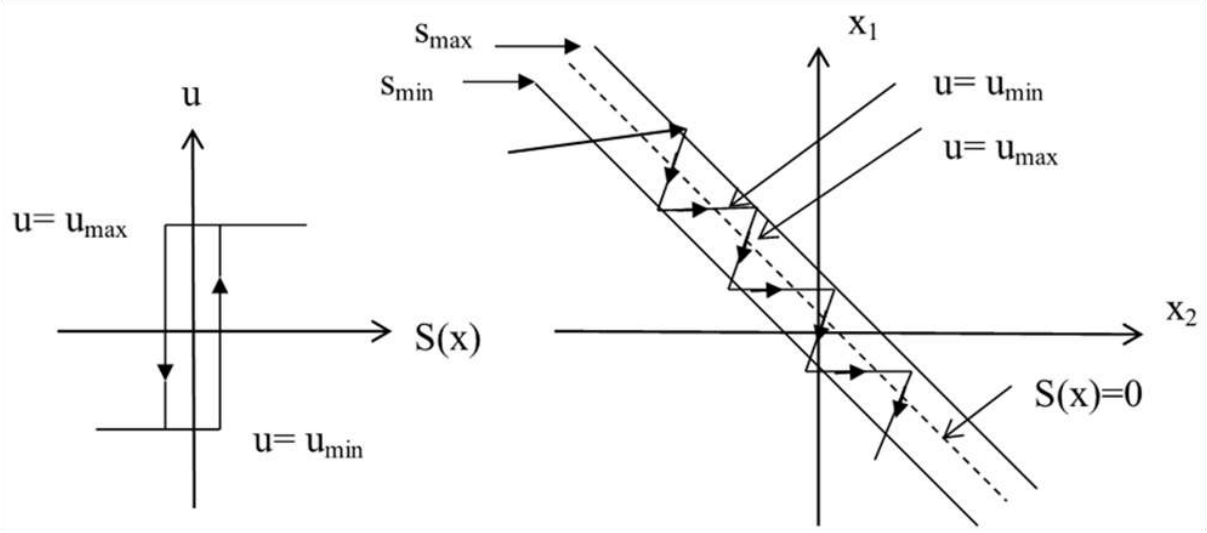


Figure III.6 : *condition d'existence de mode glissement.*

5.2.2 *Les conditions de convergence*

les conditions de convergence sont les critères qui permettant aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation : il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

- **Fonction discrète de commutation:** C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par "EMILYANOV" et "UTKIN". Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéros.

Elle est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{s}(x) > 0 & Si \quad s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) < 0 & Si \quad s(x) > 0 \end{cases} \qquad \text{(III.7)}$$

Cette dernière peut être reformulée autrement par [22-25]:

$$S(x)\,\dot{S}(x) < 0 \qquad \text{(III.8)}$$

- **Fonction de LYAPUNOV :** La fonction de LYAPUNOV est une fonction scalaire positive pour les variables d'état du système. L'idée est choisir une fonction scalaire $S(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôle vers sa valeur de référence.

Nous définissons la fonction de LYAPUNOV comme suite:

$$\mathrm{V}(x) = \frac{1}{2}\,S^2(x) \qquad \text{(III.9)}$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{\mathrm{V}}(x) = S(x)\,\dot{S}(x) \qquad \text{(III.10)}$$

Pour que la fonction V (x) puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée et négative. Ceci n'est vérifié que si la condition (III.8) est vérifiée.

L'équation (III.9), explique que le carrée de la distance entre un point donnée du plan de phase et la surface de glissement exprimée par $S^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette dernière. Cette condition suppose un régime glissant ou la fréquence de commutation est infinie [17-19].

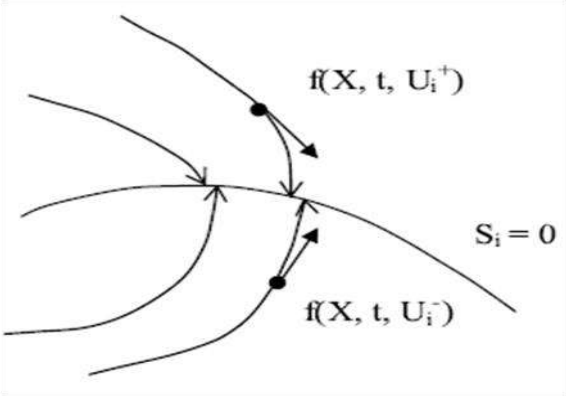


Figure III.7 : *Trajectoire de l'état vis-à-vis la surface de glissement.*

5.3 *Calcul de la commande*

Une fois la surface de glissement est choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la variable à régler vers la surface, ensuite

vers son point d'équilibre, en maintenant la condition d'existence du mode glissant. Lorsqu'il y a un régime glissant, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande. De ce fait, on peut introduire une partie continue pour diminuer l'amplitude de la discontinuité, on aura donc [22-25].

$$u = u_{eq} + u_c \qquad \text{(III.11)}$$

- **Commande équivalente :** La commande équivalente proposée par "FILIPOV" et "UTKIN" correspond à la commande du système nominale ($w(x,t) = 0$) permettant de satisfaire la condition : $\dot{S}(x,t) = 0$ On a en effet :

$$\frac{\partial S}{\partial x}\left[f(x,t) + \mathrm{g}(x,t)u_{eq}(t)\right] + \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \qquad \text{(III.12)}$$

$$u_{eq}(t) = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\mathrm{g}(x,t)\right)^{-1}\left(\frac{\partial S}{\partial x}f(x,t) + \frac{\partial S}{\partial t}\right) = 0. \qquad \text{(III.13)}$$

Avec la condition d'existence :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\mathrm{g}(x,t)\right)^{-1} \neq 0 \qquad \text{(III.14)}$$

Elle peut être interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} (Figure III.8)

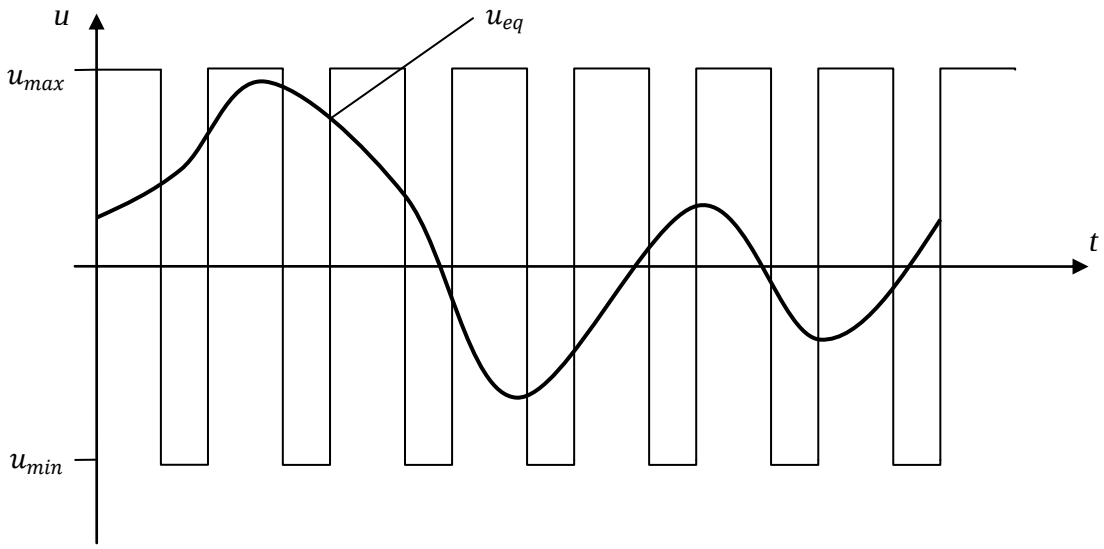


Figure III.8 : *Grandeur de la commande équivalente.*

- **Commande de commutation:** La commande de commutation permettant de garantir la condition d'attractivité et responsable du glissement, la forme la plus simple que peut prendre est celle d'un relais.

$$u_c = \dot{S}(x) = -k\ sign(S(x)) \qquad \text{(III.15)}$$

Où : k : est une constante positive qui représente le gain de la commande discontinue (Figure. III.9):

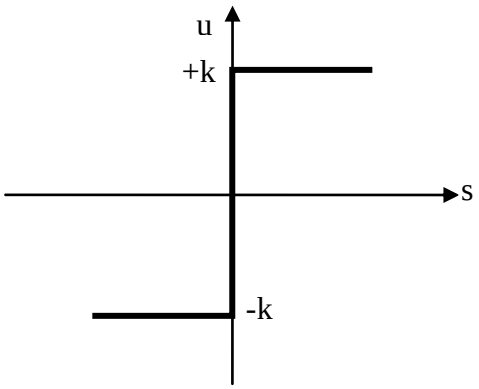


Figure III.9 : *Représentation de la commande discontinue.*

6 Avantage et inconvénients de la commande par mode glissant

Il y'a plusieurs avantage pour la commande par mode glissant : la précision, stabilité, simplicité, faible temps de réponse et la robustesse. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit a cause de problèmes d'identifications des paramètres, soit a cause de la simplification sur modèle des systèmes. Néanmoins, elle présente aussi des inconvénients car cette technique fait appel à un grand effort de commande, chose qui peut détériorer les organes de commande. De plus, en réalité, on n'a pas le glissement idéal sur la surface mais des zigzags autour de celle ci. Ce phénomène est appelé 'broutement' ou encore 'chattering', il engendre plusieurs effet indésirable sur la qualité et la réalisation de la commande et sur le système comme : La figure ci-dessous (Figure III.10) représente ce phénomène [28]:

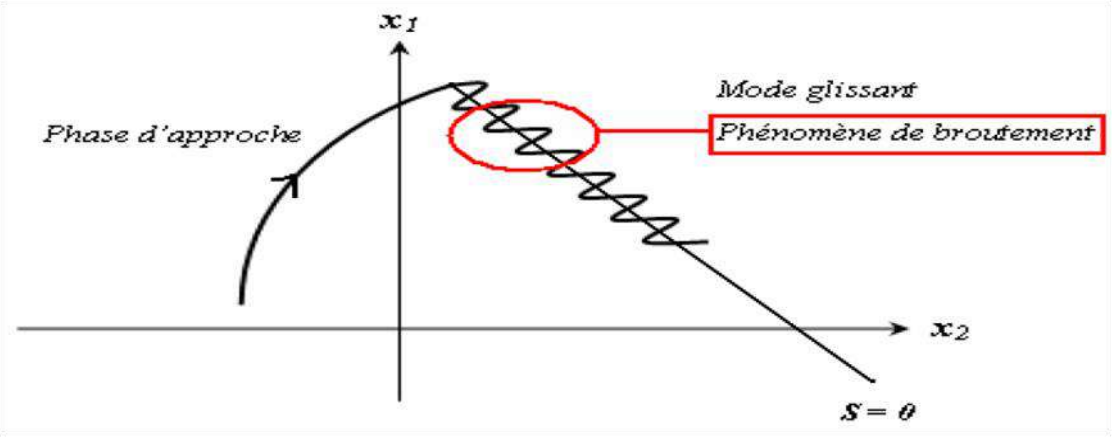


Figure III.10 : *Illustration du phénomène de broutement.*

Le phénomène de broutement est considéré comme un obstacle réel pour l'application de la commande par mode glissant, pour y remédier plusieurs solutions ont été proposées. Dans cette section nous présentons deux solutions analytiques

6.1 *La fonction de saturation "Sat "*

La solution de "SLOTINE "en 1985 et elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface de glissement. Dans cette approche, "SLOTINE "a proposé de remplacer la fonction signe (dans le voisinage de la surface) de commutation de la commande

u_c Par une fonction appelée " $Sat(x)$", La commande discontinue devient alors :

$$u_c = -k.Sign\big(S(x)\big) \qquad \text{(III.16)}$$

$$u_c = -k.Sat\big(S(x)\big) \qquad \text{(III.17)}$$

Où :

$$Sat(S) = \begin{cases} \frac{S}{\emptyset} & Si \ \ |S| \leq \emptyset \\ Sign(S) & Si \ \ |S| > \emptyset \end{cases} \qquad \text{(III.18)}$$

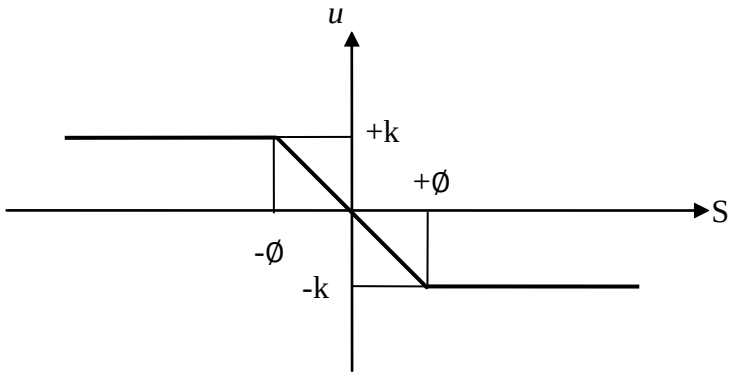


Figure III.11 : *Loi de commande par bande continu au voisinage de surface.*

6.2 *La fonction de saturation "Cont "*

La solution de "HARASHIMA" qui a remplacé la commande discontinue par une fonction appelée "Cont". Ici, la fonction discontinue est remplacée dans la bande $|S| \leq \emptyset$ par une fonction appelée "Cont", la commande discontinue est alors prend la forme :

$$u_c = -k.Cont(S) \qquad \text{(III.19)}$$

Où :

$$Cont(s) = \begin{cases} \frac{S}{|S|+\delta} & Si \quad |S| \leq \emptyset \\ Sign(S) & Si \quad |S| > \emptyset \end{cases} \qquad \text{(III.20)}$$

Et qui peut être représentée sur la figure suivante.

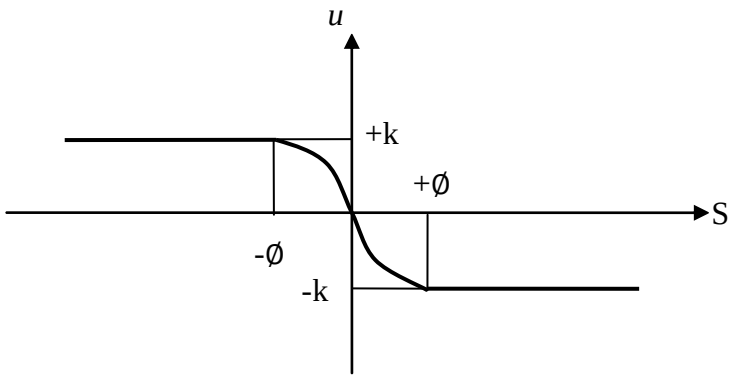


Figure III.12 : *Loi de commande par bande continu au voisinage de surface.*

7 Application de la commande par mode de glissement pour la commande en position du robot manipulateur PUMA à 3ddl

7.1 *Conception de la loi de commande*

Afin de concevoir la loi de commande par mode de glissement, Le système (II.77) peut être réécrit en faisant apparaitre les sorties à commander:

$$\begin{cases} y^{(2)} = f(x) + g(x).u \\ y = [x_1 = q_1 \;\; x_2 = q_2 \;\; x_3 = q_3]^T \end{cases} \qquad \text{(III.21)}$$

Avec :

x : Le vecteur d'état.

y : Les sorties à commander.

$f(x), g(x)$: Deux fonctions non linéaires.

$$f(x) = -M^{-1}(x).h(x), \;\; g(x) = M^{-1}(x).K \qquad \text{(III.22)}$$

De l'équation (III.6), on remarque directement le degré relatif des deux sorties à commander est égale à 2. Ce qui nous mène aux choix suivant des surfaces de glissement :

$$\begin{aligned} s(x) &= [s_1(x)\; s_2(x)\; s_3(x)]^T \\ &= \dot{e}(x) + \lambda.e(x) \end{aligned} \qquad \text{(III.23)}$$

Avec :

$$e(x) = [e_1(x)\; e_2(x)\; e_3(x)]^T = \left[(q_1 - q_{1ref})\,(q_2 - q_{2ref})\,(q_3 - q_{3ref})\right]^T \qquad \text{(III.24)}$$

Et :

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad \text{(III.25)}$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: Constantes positives.

La loi de commande équivalente définie comme la solution de l'équation $\dot{s}(x) = 0$ est donnée comme :

$$u_{eq} = K^{-1}.M(x)[\ddot{y}_r + \lambda.\dot{e}(x) + M^{-1}(x).h(x)] \quad \text{(III.26)}$$

Ou $y_r = q_r$ est la grandeur de référence.

La loi de commande discontinue chargée de garantir la condition d'attractivité exprimée par $s(x).\dot{s}(x)^T < 0$ est définie comme :

$$U_n = -k.sign(s) \quad \text{(III.27)}$$

Avec

$$k = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad \text{(III.28)}$$

k_1, k_2, k_3: Constantes positives.

Le schéma bloc de la loi de commande proposée dans l'espace opérationnel est donné par la figure ci-dessous :

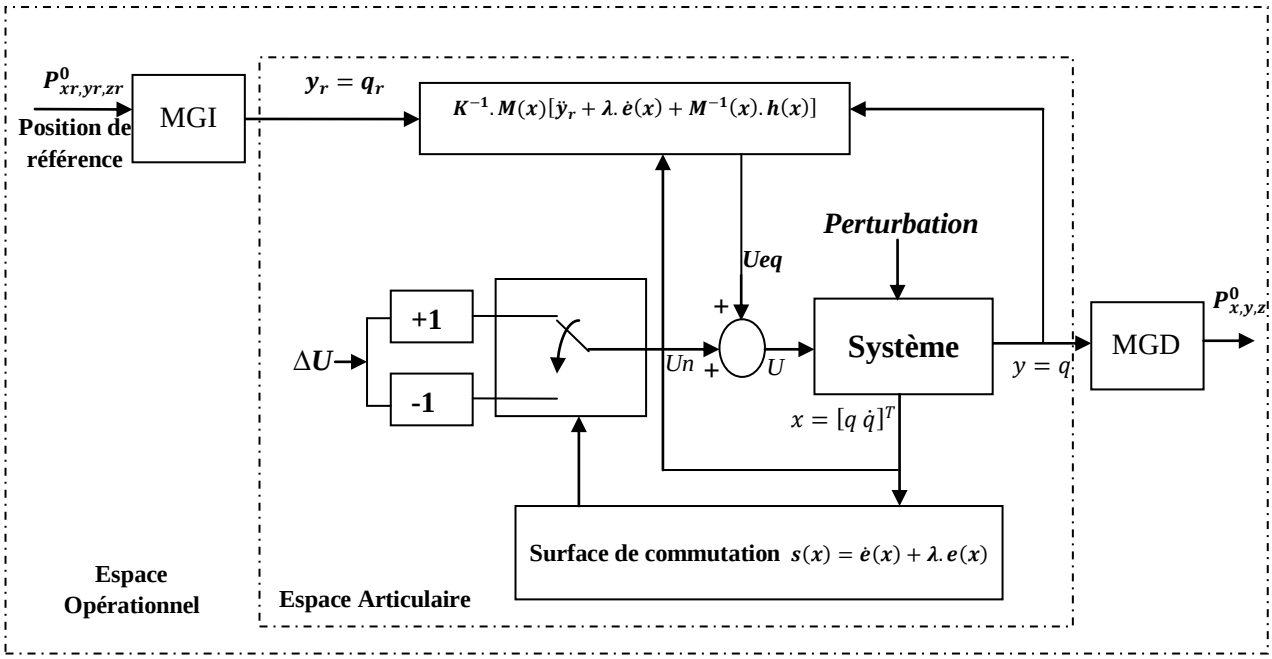


Figure III.13 : *Commande du robot manipulateur par mode de glissement proposée dans l'espace opérationnel.*

8 Description de la trajectoire désirée dans l'espace opérationnel

Le mouvement de l'organe terminal du robot consiste à suivre une courbe, bornée par deux points, sur la surface d'un cône tout en restant perpendiculaire à cette surface comme indiqué à la figure III.14.

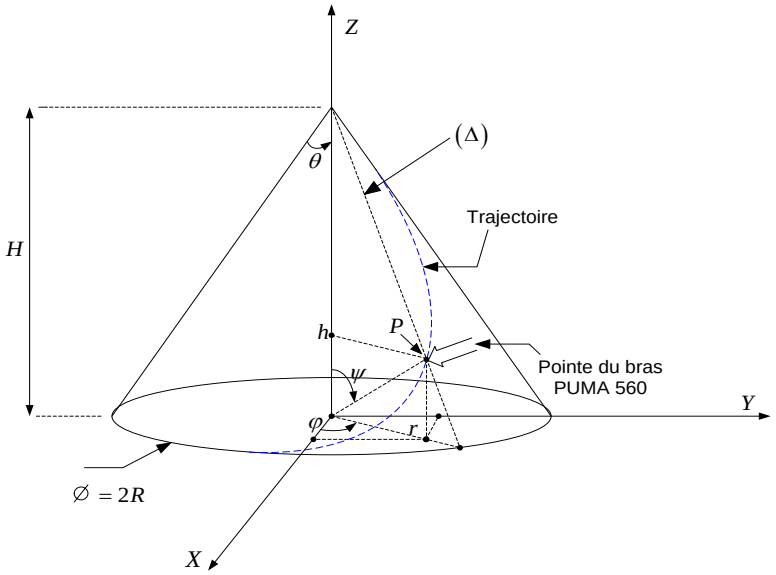


Figure III.14 : *Trajectoire conique.*

Le cône est défini par sa hauteur H , le rayon de sa base R et son centre O_C , tel que :

$$O_C = \begin{bmatrix} x_C & y_C & z_C \end{bmatrix}^T \qquad \text{(III.29)}$$

La position du point P est repérée par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P_X r = P_X + r\cos\varphi \\ P_y r = P_y + r\sin\varphi \\ P_z r = P_z + h \end{cases} \qquad \text{(III.30)}$$

Avec :

$$h = v.t$$

$$r = (H - h)\frac{R}{H}$$

$$\varphi = \omega.t$$

9 Résultats de simulation

Le schéma bloc de la loi de commande proposée pour la commande du robot manipulateur considérée dans l'espace opérationnel sous le logiciel Matlab/Simulink avec un algorithme de résolution (solver) à pas fixe de l'équation ordinaire différentiel 45 (ODE 45) avec temps d'échantillonnage T_s=0.00001 sec.est donné par la figure ci-dessous :

Les paramètres de la loi de commande proposée sont choisis comme suit :

$$\lambda_1 =, \lambda_2 = , \lambda_3, \qquad k_1 = k_2 = k_3$$

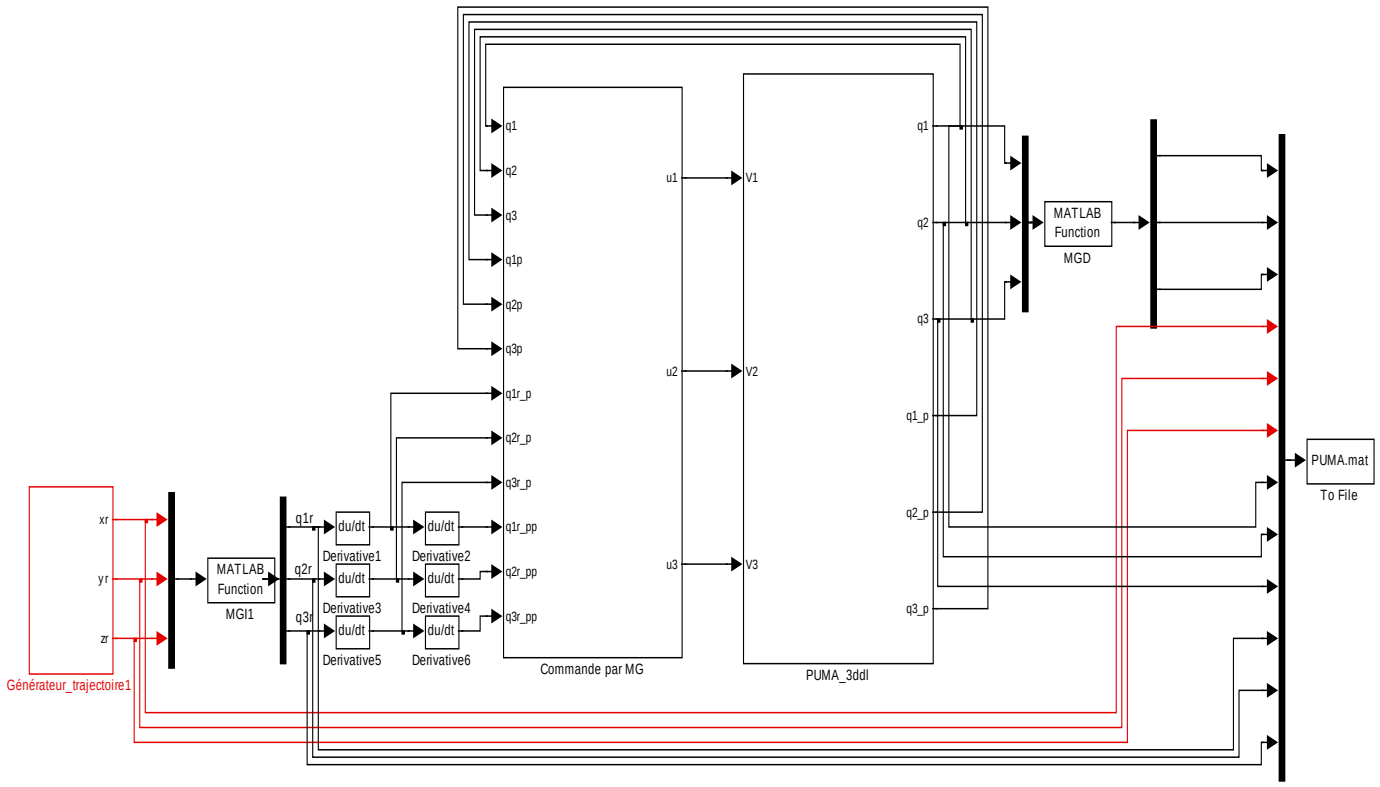


Figure III.15 : Schéma bloc de la commande par M.G. du manipulateur PUMA 3 à ddl.

9.1 *Cas idéal :(sans erreurs de modélisation)*

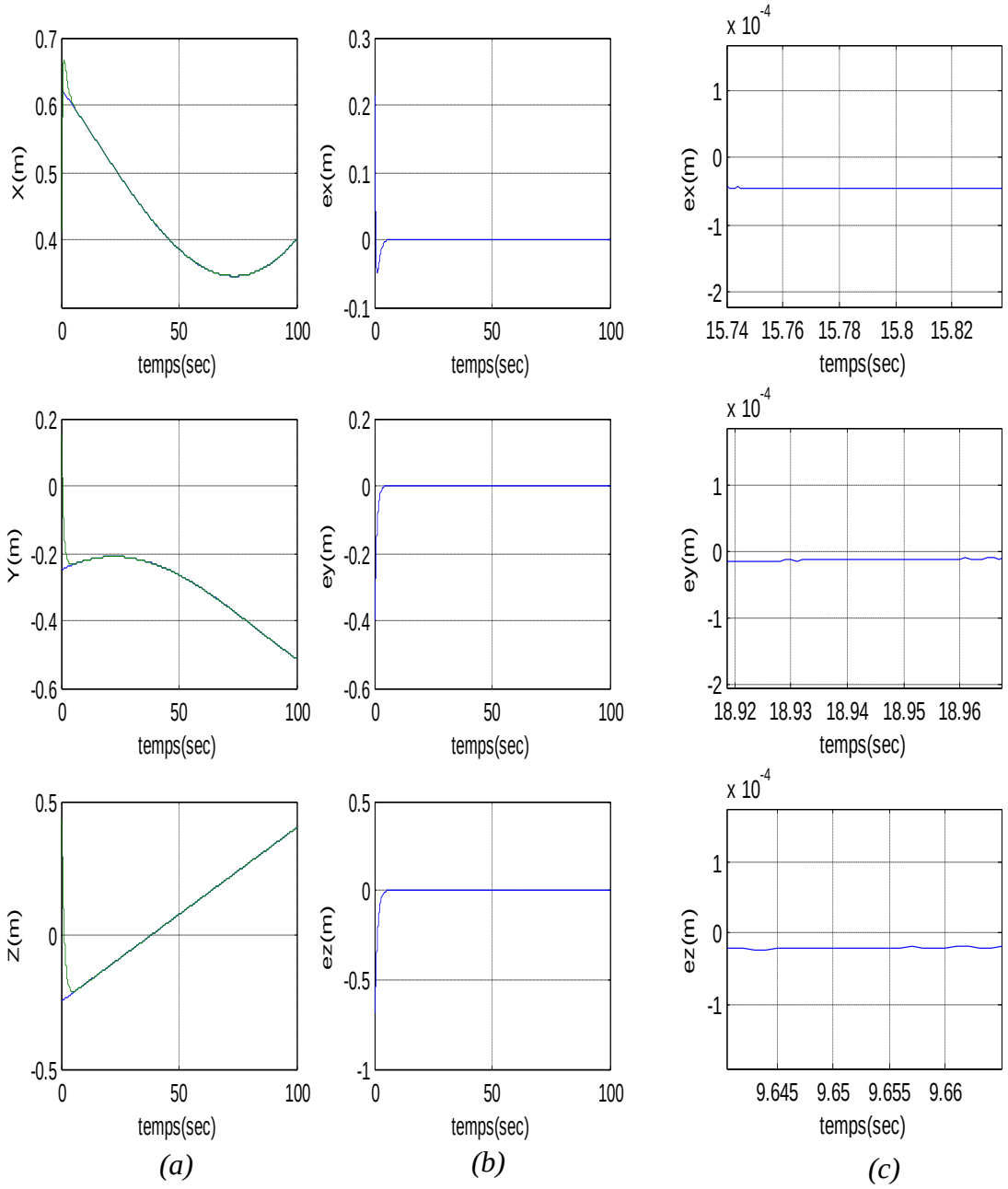
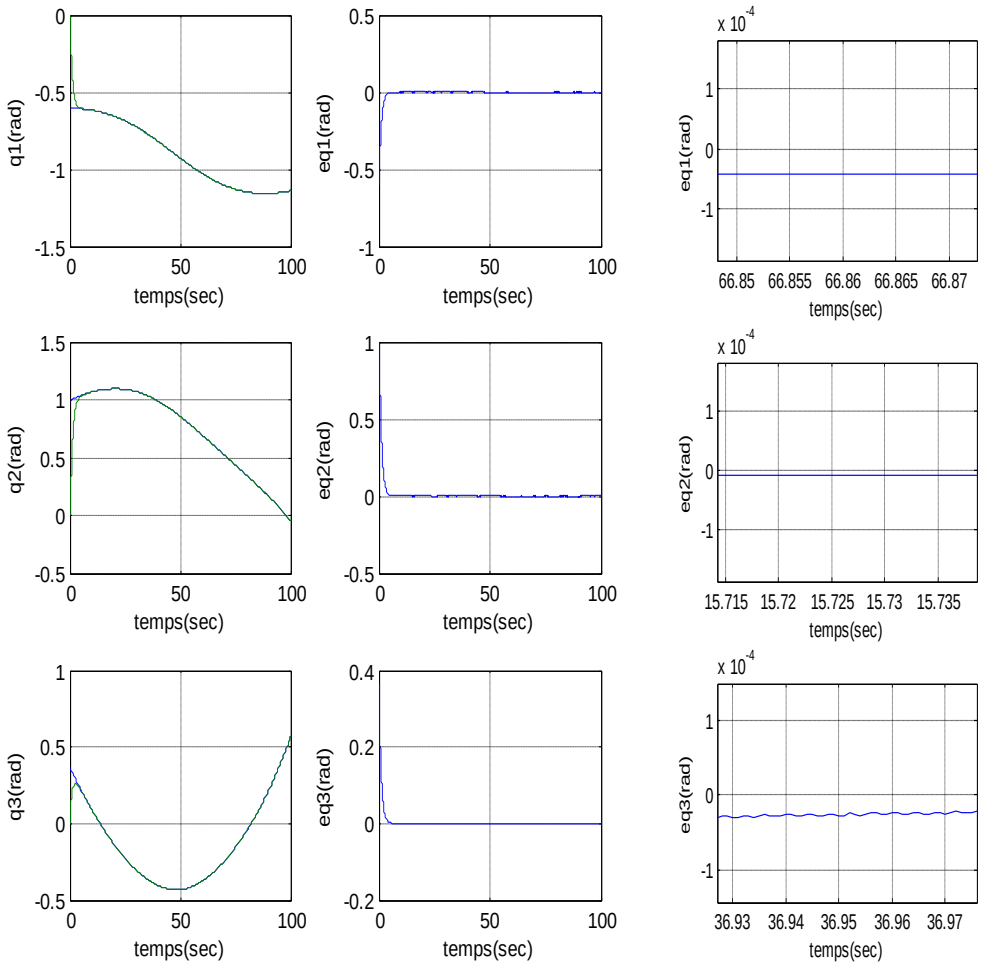


Figure III.16 : *Résultats de simulation dans l'espace opérationnel.*

(a) Positions x, y, z de l'organe terminal.

(b) Erreurs de poursuite.

(c) Zoom sur les erreurs de poursuite.



(a) *(b)* *(c)*

Figure III.17 : *Résultats de simulation dans l'espace articulaire.*

(a) Variables articulaires q1, q2, q3 des trois articulations du manipulateur.

(b) Erreurs de poursuite.

(c) Zoom sur les erreurs de poursuite.

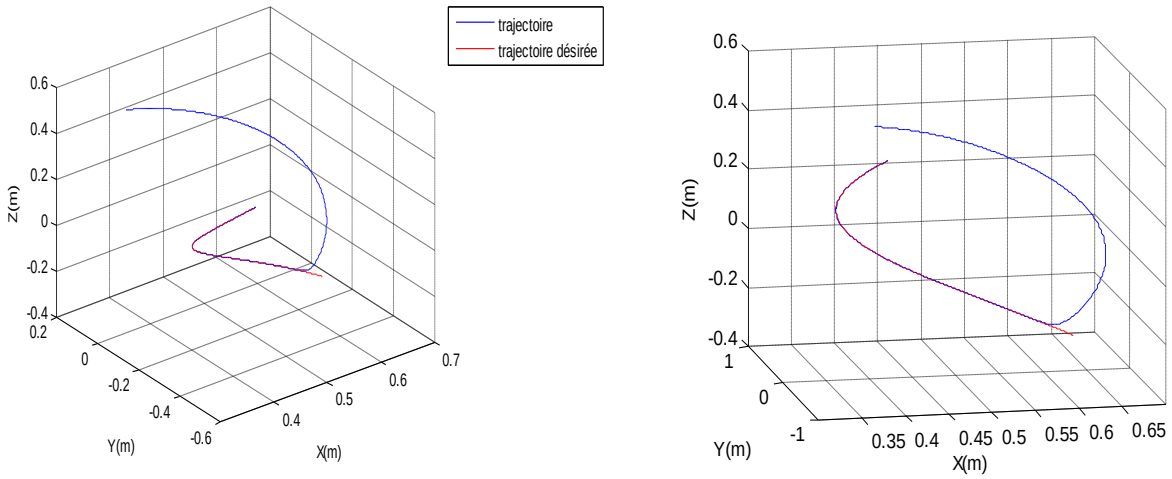


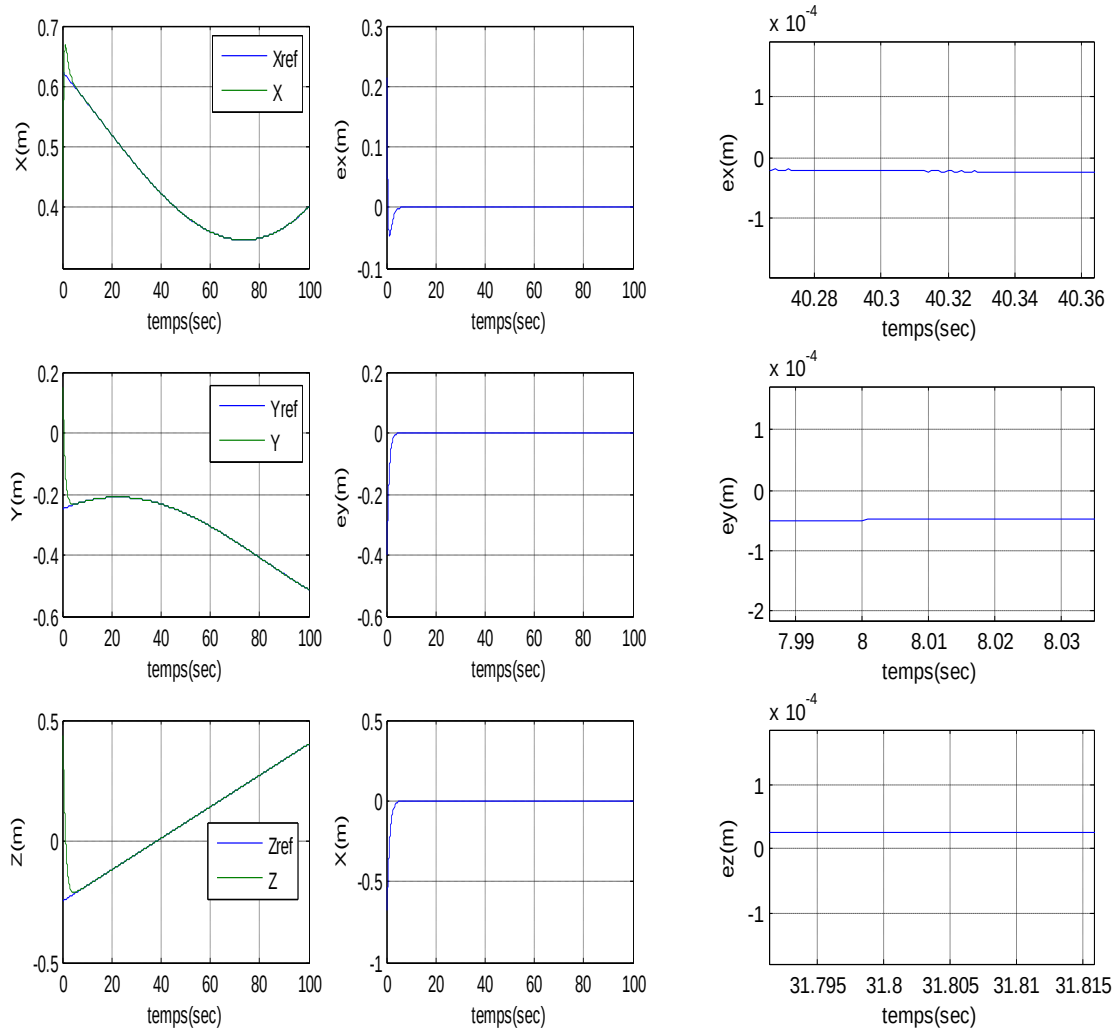
Figure III.18 : *représentation la trajectoire réelle et la trajectoire désirée dans l'espace tridimensionnel.*

Les résultats ainsi obtenus par la simulation numérique du robot manipulateur considéré, montrent clairement l'efficacité de la loi de commande par mode de glissement du point de vue performances de poursuite dans le sens ou la position désirée est atteinte avec une erreur de positionnement pratiquement nulle avec temps de réponse relativement court. Il faut aussi souligner l'absence des oscillations dans la réponse en boucle fermée, ces oscillations sont d'un effet nuisible et présentent des dangers potentiels dans certaine applications industriels. Cette absence d'oscillations et due à la nature même de la loi de commande proposée, elle a pu réduire l'ordre du système asservi selon un dynamique du premier ordre (la surface de glissement qui représente les performances désirées en boucle fermée est du 1^{er} ordre équation III.23) malgré que le système en boucle fermée est du deuxième ordre équation II.74, cette caractéristique de réduction d'ordre du système asservis présente l'un des avantage de la commande par mode de glissement. Mais pour que cette loi de commande puisse appliquée dans la réalité, elle doit avoir un caractère robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation (ou des erreurs paramétriques). Pour s'assurer de la nature robuste de la commande par mode de glissement, on propose d'introduire des erreurs da modélisation dans le modèle du manipulateur dans l'essai suivant.

9.2 *Teste de robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation :*

Afin de s'assurer de la robustesse de la stabilité et des performances de la loi de commande par mode de glissement, on propose dans cet essai d'introduire des erreurs de modélisation sur les matrices du modèle de l'équation (II.56) les erreurs sur les matrices sont définies comme suit :

$$\Delta M=25\%\ de\ M\ ;\ \Delta B=25\%\ de\ B\ ;\ \Delta G=25\%\ de\ G$$



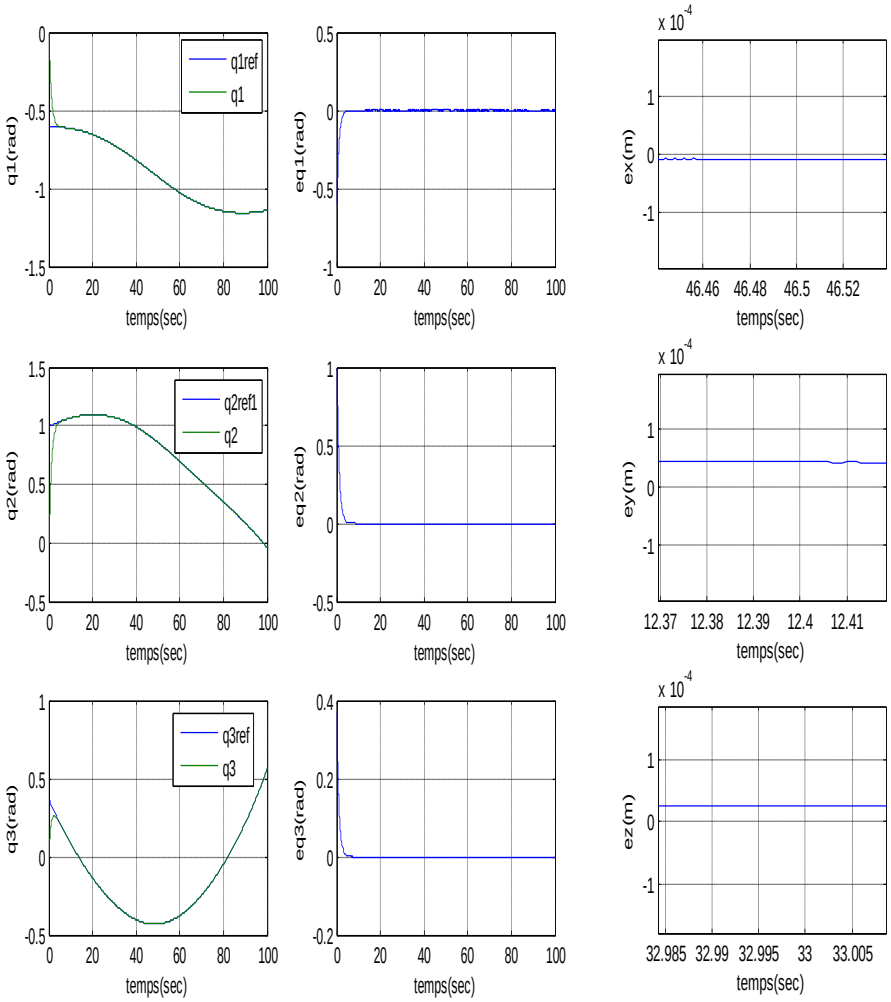
(a) *(b)* *(c)*

Figure III.19 : *Résultats de simulation dans l'espace opérationnel.*

(a) Positions x, y, z de l'organe terminal.

(b) Erreurs de poursuite.

(c) Zoom sur les erreurs de poursuite.



(a) *(b)* *(c)*

Figure III.20 : *Résultats de simulation dans l'espace articulaire.*

(a) Variables articulaires q1, q2, q3 des trois articulations du manipulateur.

(b) Erreurs de poursuite.

(c) Zoom sur les erreurs de poursuite.

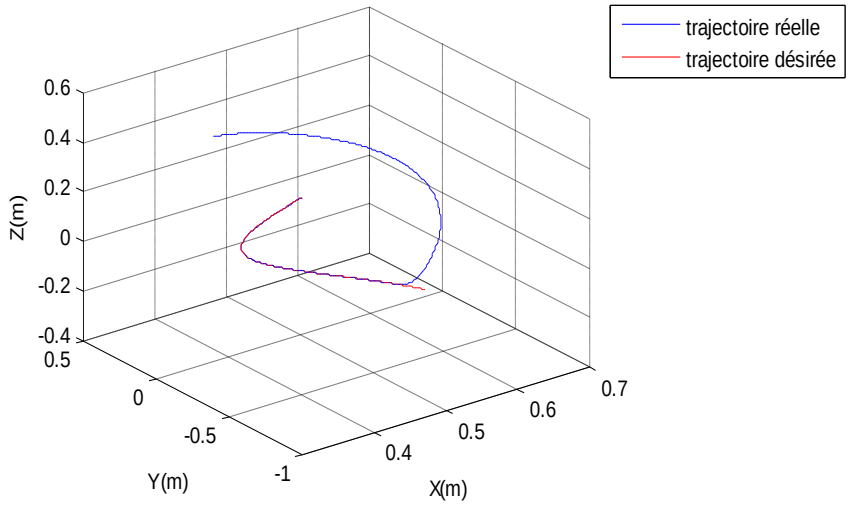


Figure III.21 : *représentation la trajectoire réelle et la trajectoire désirée.*

Alors, les résultats ainsi obtenus montrent clairement le caractère très robuste de la commande par mode de glissement vis-à-vis des erreurs du modèle, ce qui augmente la possibilité de la réussite de cette loi de commande dans le cas d'une réalisation pratique sur le système réel.

10 Conclusion

Ce troisième chapitre nous a permis de présenter le concept général des systèmes de commande à structure variable. La conception d'un contrôleur à mode de glissement s'effectue en trois étapes principales :

- Le choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

Par ailleurs, les résultats obtenus en simulation ont montrés claire les qualités de la loi de commande par mode de glissement appliquée sur le robot manipulateur PUMA à 3 ddl.

Conclusion générale

Ce projet s'inscrit dans le domaine de la modélisation et du contrôle des manipulateurs robotiques rigides. En fait, l'analyse dynamique et le contrôle des robots manipulateurs est un domaine de recherche émergent dans les domaines de la fabrication, l'automatisation et la robotique, vu la large gamme d'applications des robots industriels allant des simples opérations de déplacement des matériaux et des pièces, jusqu'aux applications plus délicates telles que l'entretien des centrales nucléaires et les applications spatiales.

Dans ce projet, on a cherché à assurer le positionnement de l'extrémité du bras robotique avec le plus de précision et le minimum d'oscillations. Cela a été réalisé en deux étapes: la modélisation dynamique du bras manipulateur dans l'espace opérationnel ; puis la conception de la loi de commande par les modes de glissement, les résultats ainsi obtenus en par des simulations numériques on été suffisamment satisfaisantes du point de vue performances de poursuite (position désirée bien atteinte et erreur de poursuite nulle en régime permanent, avec de très faibles oscillations).

Comme travaux futurs, on propose de poursuivre ce projet en considérant l'implémentation du contrôleur étudié dans le cas d'un manipulateur réel. On pourra de même considérer l'ajout d'une charge variable à l'extrémité du bras. D'ailleurs, il sera intéressant d'étudier l'effet de la friction et la présence d'autres éléments non-linéaires. En effet, les contrôleurs deviennent plus performants dans le cas où le système considéré est présenté par un modèle plus compliqué. Comme nous pouvons proposer de surmonter l'inconvénient majeur de la technique proposée qui réside dans le phénomène de réticence 'le broutement' en adoptant par exemple les modes de glissement d'ordre supérieur ou d'autres lois de commandes robuste tel que la commande à rejet actif de perturbation.

[7] W. Khalil, E. Dombre, "Modélisation identification et commande des robots", livre 2ème édition, HERMES Science Publication, Paris, 1999.

[1] B. Daoudi, S. Dahmani, Étude comparative Des capteurs de proximité utilisés en Robotique. Mobile**.** Mémoire de License en Automatique, université de Médéa, 2012.

[2] Alain LIÉGEOIS ; Technique d'ingénieur, « Modélisation et commande des robots manipulateurs »; l'université Montpellier-II, Institut des sciences de l'ingénieur (LIRMM), S 7730.

[3] Laetitia Matignon, « Introduction à la robotique » ; "GREYC-CNRS" ; Université de Caen, France 2011/2012

[4] M.MOKHTARI, S.FERGANI, « Modélisation et conception d'un robot SCARA à l'aide de logiciels » ; Mémoire d'ingénieur, école nationale polytechnique Algérie 2010.

[5] Cours robotique ; master "Jean-Louis Boimond" Université Angers

[6] William Bihr, Fabien DEGRANGE, « Interfacing of a force / Torque sensor on a puma robot » ; Ecole nationale d'ingénieurs de Metz July 1999.II

[8] Jinna Qin, « Commande hybride position/force robuste d'un robot manipulateur utilisé en usinage et/ou en soudage», mémoire de doctorat, l'école Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013

[9] Merzouki, R. Cours et TP de Robotique de Manipulation, Institut polytechniques de Lille, France, 2011.

[10] Dombre, E., Khalil, W. Modeling, Performance Analysis and Control of Robot Manipulators, ISTE Ltd, 2007.

[11] Craig, J. J. Introduction to Robotics- Mechanics and Control, Pearson Education, Inc., 2005.

[12] Crane, C. D., Duffy, J. Kinematic analysis of robot manipulators, Cambridge University Press, 1998.

[13] Munro, N., Lewis, F., 2004. Robot Manipulator Control-Theory and Practice, booke 2ème edition Marcel Dekker, Inc., New York, U.S.A.

[14] Armstrong, B., Khatib, O. Burdick, J. The Explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560 Arm, IEEE, 1986.

[15] R.MEBARKI, « Commande du Robot PUMA 560 en Force/Position par la Méthode de L'Impédance» ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE algérien, mémoire d'ingénieur d'état, 2005

[16] Mazhari, S. A., Kumar, S. PUMA 560 Optimal Trajectory Control using Genetic Algorithm, Simulated Annealing and Generalized Pattern Search Techniques, World Academy of Science, Engineering and Technology 41 pp. 800-809, 2008.

[17] Utkin, V., Guldner, J., Shi, J. Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems Second Edition, Taylor & Francis Group, LLC, 2009.

[18] Utkin, V., 1992. Sliding Modes in Control and Optimization, Springer-Verlag, U.S.A.

[19] Slotine, J. J., Li, W., 1991. Applied Non Linear Control, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, U.S.A.

[20] Perruquetti, W., Barbot, J.P. Sliding mode control in engineering, Marcel dekker, Ed. New York, USA, 2002.

[21] Rhif, A. A High Order Sliding Mode Control with PID Sliding Surface: Simulation on a Torpedo, International Journal of Information Technology, Control and Automation (IJITCA) Vol.2, No.1, pp. 1-13, 2012.

[22] Benaissa, A., Fellah, M. K., 2006. Commande par Mode de Glissement d'un Convertisseur AC/DC avec Correction du Facteur de puissance, Acta Electrotehnica 47, p. 67-72.

[23] Belabbes, B., Meroufel, A., Fellah, M. K., Abid, M., 2008. Commande à Structure Variable avec Linéarisation Exacte de L'écart d'un moteur synchrone à aimants permanents, Acta Electrotehnica 49, p. 167-173.

[24] Kercha, M., Commande par mode de glissement d'un Moteur pas à pas à Aimant Permanent, mémoire de Magister, Université de Batna, 2005.

[25] Alaoui, M. C., Commande et Observateur par Modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur, Thèse de Doctorat, Université Sidi Mohammed Ben Abdallah, Maroc, 2009

[26] Isidori, A. Nonlinear Control Systems, Third edition, Springer-Verlag London, 1995.

[27] Q. Lu, Yanzhang, S. Mei. Nonlinear Control Systems And Power System Dynamics. Kluwer Academic Publishers, 2001.

[28] Sabanovic, A., Fridman, L. M., Spurgeon, S., 2004. Variable Structure Systems from principles to implementation, The Institution of Engineering and Technology, London, U.K.

1 Paramètres réels de la dynamique d'un robot PUMA 560

Parties	Poids (kg)
Liaison 1	-
Liaison 2	17.40
Liaison 3	4.80
Liaison 3 avec poignet	6.04

Tableau Annexe I.1 : *Poids des déférentes liaisons (kilogres :* $\pm$ 0.01 + 1%).

Parties	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	I_{moteur}
Liaison 1	-	-	0.35	1.14 ($\pm$ 0.27)
Liaison 2	0.130 ($\pm$3%)	0.524 ($\pm$5%)	0.539 ($\pm$3%)	4.71 ($\pm$0.54
Liaison 3	0.066	0.0125	0.086	0.83 ($\pm$0.09
Avec Poignet	0.192 ($\pm$4%)	0.0154 ($\pm$5%)	0.212 ($\pm$4%)	-

Tableau Annexe I.2 : *Paramètre d'inertie (kg.m^2).*

Numéro de l'articulation	1	2	3
Rapport d'engrenage	62.61	107.36	53.69
Couple Maximum [N.m]	97.6	180.4	89.4

Tableau annexe I.3 : *paramètres des actionneurs parte mécanique.*

Moteur	R (Ω)	L (Ω^{-1})	K_e	K_T
1	3,9	0.0048	0,12	0,09
2	3,9	0.0048	0,12	0,09
3	1,6	0.0039	0,19	0,06

Tableau annexe I.4 : *paramètres des actionneurs parte électrique.*

2 Programme de l'espace de travail dans modèle MGD

```
clear all
q1=-170*pi/180:.1:170*pi/180;
q2=-225*pi/180:.1:45*pi/180;
q3=-70*pi/180:.1:255*pi/180;
a2=0.4318;
a3=-0.0203;
d2=0.2435;
d3=-0.0934;
d4=0.4331;
N=length(q1);
M=length(q2);
L=length(q3);
for i=1:N
    for j=1:M
        for k=1:L
Px=cos(q1(i))*(a3*cos(q2(j)+q3(k))+d4*sin(q2(j)+q3(k))+a2*c
os(q2(j)))-(d2+d3)*sin(q1(i));
Py=sin(q1(i))*(a3*cos(q2(j)+q3(k))+d4*sin(q2(j)+q3(k))+a2*c
os(q2(j)))+(d2+d3)*cos(q1(i));
Pz=-a3*sin(q2(j)+q3(k))+d4*cos(q2(j)+q3(k))-a2*sin(q2(j));
plot3(Px,Py,Pz)
hold on
        end
    end
end
```