REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES



Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de **Master**

En Physique

Spécialité :
Physique des Matériaux

Par :

CHOUAT Saida
MOULOUDJ Ibtissem

Thème :

Etude de la propagation d'un faisceau gaussien dans un milieu non linéaire : effet KEER optique

Soutenue publiquement le : 4 /06 /2018., Devant le jury composé de :

CHERROUD Othmane	Grade :MAA	UYFM	Président
HAIRECHE Sofiane	Grade :MCB	UYFM	Examinateur
BOUKAOUD Abdelali	Grade :MCB	UYFM	Examinateur
SEBBAR Djamel	Grade :MAA	UYFM	Encadreur

Année universitaire 2017/2018

DEDICACE

Du profond de mon cœur, je dédie ce modeste travail à

Ma chère mère

Mon cher père

Mes chères sœurs

Mes chers frères

A mon cher mari ***Mooooooooooohamed*** *et ma belle mère et mes belle frères*

Et à tout (Manar, Abdoo, Achraf, Hayat, Mariya, dhiyae dine, Anas, Firass, Fakhro)

A toute mes amis

A toute les membres de ma

Famille, avec mes souhaite de bonheur et de réussite

Saida

DEDICACE

Du profond de mon cœur, je dédie ce modeste travail à

Ma chère mère

Mon cher père

Mes chères sœurs

Mes chers frères

***Et à tout** : Rimas, Amira, Nor elyakin, Yasser, Waile.*

A toute mes amis

A toute les membres de ma

Famille, avec mes souhaite de bonheur et de réussite.

Ibtissem

Remerciements

En tout premier lieu merci à « **Allah** » qui nous a donné le courage et la patience pour concrétiser ce travail.

Nous remercions tout d'abord mon directeur de mémoire Monsieur **SEBBAR Djamel,** à qui nous exprimons toute ma gratitude pour les précieux conseils qu'il a su me prodiguer tout au long de mes travaux de recherche. Qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance.

Nous adressons mes remerciements aux différents membres du jury qui ont accepté d'évaluer mon travail : Dr. HAIRACHE Sofiane, Dr. BOUKAOUD Abdelali, Dr. CHERROUD Othmane

Abréviations :

Laser	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
Maser	Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation
TEM	Transverse Electrique et Magnetique
SHG	Second-Harmonic Generation
SFG	Sum-Frequency Generation
DFG	Difference-Frequency Generation
OR	Rectification optique
THG	Third Harmonic Generation
SC	Semi -conducteur

Nomenclature :

E Le niveau d'énergie

υ La fréquence

h Constante de Planck ($6.626076\ 10^{-34}$ J S)

A Le taux d'émission spontanée

τ La durée de vie

J Le flux de photons

C La vitesse de la limiére

T Température

σ La section efficace

k_B Coefficient de Boltzmann

g La dégénérescence

R_Z Le rayon de courbure

Q_z Courbure complexe

Z_R Longueur de Rayleigh

W_z La largeur du faisceau

W_0 Le rayon de ceinture

λ La longueur d'onde

B Le champ magnétique

E Le champ électrique

∇ L'opérateur vectoriel *Nabla*

$\nabla \times$ Rotation

$\nabla.$ Divergence

∂ Dérivation partiale

ε_0 La permittivité électrique

μ_0 La perméabilité magnétique

P La polarisation électrique induite

M La polarisation magnétique induite

χ La tenseur susceptibilité linéaire du premier ordre

$\vec{D}$ Le vecteur de déplacement électrique

n L'indice de réfraction

n_0 L'indice linéaire habituel

n_2 Le coefficient non-linéaire de l'indice de réfraction

I L'intensité de la lumière incidente

θ L'angle de divergence

m^* Masse effective

N La concentration

Table des Matières

Table des matières vii

Liste des figures x

Introduction Générale ……1

Chapitre I. Les lasers 3

1.1 Introduction…….4

1.2 Historique ……...4

1.3 Définition…….5

1.4 Principes de base et modélisation……..5

1.4.1 Principaux processus d'interaction matière rayonnement……..5

1.4 .1.1 Émission spontanée……....6

1.4.1.2 absorbtion……...7

1. 4.1.3 Émission stimulé……...8

1.4.2 Coefficient d'Einstein et la relaxation……..9

1.5 Les cavités……10

1.5.1 Propagation d'un rayon lumineux (les matrices ABCD)……...11

1.5.1.1 Système optique élémentaire……12

1.5.1.2 Critère de stabilité d'une cavité……16

1.5.2 Propagation d'un faisceau gaussien…….17

1.5.2.1 Loi ABCD pour le faisceau gaussien dans la pratique……..17

1.5.2.2 Focalisation d'un faisceau par une lentille…….20

1.6 Equation de Helmholtz et mode d'une cavité……..21

1.6.1 Equation d'onde paraxiale …….21

1.6.2 Mode fondamentale gaussien……...23

1.6.3 Modes gaussiens rectangulaires d'ordres supérieurs……25

1.7 Conclusion**…….26**

Chapitre II. Optiques non linéaires

2.1 Introduction……....28

2.2 L'expérience historique de Franken …….....28

2.3 Les origines de l'optique non linéaire……...28

2.4 Définition de la fonction diélectrique et susceptibilité du milieu……..30

2.5 Susceptibilité non linéaire optique de 2^{eme}et3^{eme}ordre……..31

2.5.1 Génération seconde harmonique SHG (Doublage de fréquence)……...31

2.5.2 Génération de fréquence somme "SFG " et différence "DFG"……32

2.6 Notation conventionnelle pour les susceptibilités $\chi^{(2)}$ et$\chi^{(3)}$……...34

2.7 L'effet Kerr optique …….34

2.7.1 Théorie de l'effet Kerr…….34

2.7.2 Formulation générale……..34

2.7.3 L'indice de réfraction par l'effet Kerr……35

2.8 La propagation des ondes électromagnétiques ……..36

2.9 Mode TEM_{00} le plus bas…….39

2.10 Susceptibilité non linéaire dans le modèle classique …….42

2.11 Conclusion …….45

Chapitre III. Résultats et discussions

3.1 Introduction……47
3.2 L'influence de la distance Z sur les paramètres du faisceau ……47
3.3 L'influence de la longueur d'onde sur les paramètres du laser ……...56
3.4 L'influence du champ électrique sur les paramètres du laser …… 63
3.5 Conclusion ……69

Conclusion générale……..70

Bibliographie ……..…. 72

Résumé ……..75

Liste des figures

Figure 1.1 Schéma et composants du premier laser à rubis……. 5

Figure 1.2 Principaux processus d'interaction matière rayonnement……..5

Figure 1.3 L' émission spontanée……...7

Figure 1.4 L'Absorption……8

Figure 1.5 L'émission stimulée……...9

Figure 1.6 Schéma d'une cavité laser. ……..10

Figure 1.7 Propagation d'un rayon lumineux……. 11

Figure 1.8 Propagation sur une distance (d)……..……12

Figure 1.9 Lentille mince plus propagation sur une distance……13

Figure 1.10 Exemple de deux distances dans l'espace……..14

Figure 1.11 Le diagramme de stabilité……...17

Figure 1.12 Modification du rayon de courbure après traversée d'une lentille Convergente……18

Figure 1.13 Analogie avec l'optique géométrique……. 19

Figure 1.14 Passage d'un faisceau à travers une lentille mince suivi d'une propagation libre……19

Figure 1.15 Focalisation d'un faisceau par une lentille mince……..20

Figure 1.16 Exemples de modes TEM_m Hermite-gausse……..26

Figure 2.1 Première expérience d'optique non linéaire réalisée par Franken en 1961……28

Figure 2.2 Génération seconde harmonique SHG……..31

Figure 2.3 Génération de fréquence somme "SFG" ……33

Figure 2.4 Génération de fréquence différence "DFG"…….33

Figure 3.1 La variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z ($\lambda = 1.106\ \mu m$).....48

Figure 3.2 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z ($\lambda = 1.106\ \mu m$)…….49

Figure 3.3 La variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z ($\lambda = 5\ \mu m$)…….....50

Figure 3.4 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance ($\lambda = 5\ \mu m$)…….51

Figure 3.5 La variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z ($\lambda = 35\ \mu m$)……...52

Figure 3.6 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z ($\lambda = 35\ \mu m$)……....53

Figure 3.7 La variation de rayon de courbure en fonction de la distance Z (W_0= 5µm) ……....54

Figure 3.8 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z ($W_0 = 5\ \mu m$)……..54

Figure 3.9 La variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z (W_0= 7µm)……..55

Figure 3.10 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z ($W_0 = 7\ \mu m$)…… ……55

Figure 3.11 La variation de rayon de courbure en fonction de la distance Z (W_0= 9 µm) …….....55

Figure 3.12 La variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z ($W_0 = 9\ \mu m$)…….55

Figure 3.13 La variation de Rayon de courbure R_Z en fonction de la longueur d'onde ……57

Figure 3.14 La variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde ……..57

Figure 3.15 La variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde λ……....58

Figure 3.16 La variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde …….....59

Figure 3.17 La variation de Rayon de courbure R_Z en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour différentes valeurs du champ électrique F ……....60

Figure 3.18 La variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$pour différentes valeurs du champ électrique F……....60

Figure 3.19 La variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour différentes valeurs du champ électrique F……....60

Figure 3.20 La variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde λ pour différentes valeurs du champ électrique F……60

Figure 3.21 La variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde Pour : Z = 0.5 µm et W_0 =7 μm ……61

Figure 3.22 La variation du rayon de courbure R_Z en fonction du champ électrique F .62

Figure 3.23 La variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ (Z = 0.5 µm et W_0 =7 μm) ……..62

Figure 3.24 La variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ (Z = 0.5 µm et W_0 =7 μm) ……63

Figure 3.25 La variation du rayon de courbure R_Z en fonction du champ électrique F ……...64

Figure 3.26 La variation de l'angle de divergence θ en fonction du champ F …… 64

Figure 3.27 La variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction du champ électrique F (Z=1µm et λ=1.106 μm) ……..65

Figure 3.28 La variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction du champ électrique F (Z= 1 µm et λ=1.106 μm) ……...66

Figure 3.29 La variation de l'angle de divergence θ en fonction du champ F (Z=0.5 µm et λ=1.106 μm)……... 67

Figure 3.30 La variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction du champ électrique F……...67

Figure 3.31 La variation du rayon de Rayleigh Z_R en fonction du champ électrique F…… 68

Figure 3.32 La variation du rayon de courbure R_Z en fonction du champ électrique F... 68

Figure 3.33 La variation de n_{keer} en fonction du champ électrique F pour Z=1 µm …….69

Figure 3.34 La variation de n_{keer} en fonction de la longueur d'onde λ pour Z=1 µm …….. 70

Introduction générale

Depuis sa création, le LASER à occupé une place de taille dans un vaste domaine technologique allant de la recherche fondamentale à la recherche appliquée [4].
Sa caractérisation est constitué par le contrôle de son émission, sa forme gaussienne , sa propagation et sa détection [4].

La réalisation du premier laser fait en 1960 par Maiman (laser à rubis), c'est le fruit d'un travail qu'a commencé en 1887. Pour faire le fonctionnement d'un laser, on doit produire un phénomène d'émission stimulée grâce à un mécanisme de " pompage " [4].

Les lasers délivrent des faisceaux de forme gaussienne (faisceaux gaussienne), ces faisceaux gaussienne sont également solutions des équations de Maxwell. Ils peuvent décrire d'une manière exacte le champ électromagnétique dans une cavité (les paramètres complexes, modes propres d'une cavité) [2].

L'optique non linéaire est l'étude des phénomènes qui résultent de la modification des propriétés optiques d'un système matériel par la présence de la lumière. Typiquement, seule la lumière laser est suffisamment intense pour modifier les propriétés optiques d'un système matériel [23].

L'optique non linéaire peut aussi étudier la réponse non linéaire de certains milieux à des champs électriques ou magnétiques dont l'un au moins est situé dans le domaine des fréquences optiques.

Le début du domaine de non-linéaire l'optique est souvent considérée comme la découverte de la génération de deuxième harmonique par Franken et al. (1961), peu après la démonstration du premier laser par Maiman en 1960 [23].

Ce travail de mémoire est composé de trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à la théorie de laser. Nous étudions les principaux processus d'interaction matière rayonnement, et aussi les types des cavités, la propagation d'un faisceau gaussien, et nous présentons la solution de l'équation de Helmholtz dans une cavité vide.

Le deuxième chapitre est destiné à faire une étude sur l'optique non linéaire, nous allons d'abord rappeler les origines de l'optique non linéaire, l'effet Kerr optique et aussi la susceptibilité non linéaire optique de $2^{éme}$ et $3^{éme}$ordre …….. .

Le dernier chapitre a pour objectif de présenter les variations des différents paramètres du faisceau laser en fonction de la distance Z, la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ et le champ électrique E pour le matériau GaAs.



Chapitre 1

Les lasers



1.1 Introduction

Dans ce chapitre, Nous allons rappeler quelques notions sur les lasers par exemple les principaux processus d'interaction matière rayonnement, le coefficient d'Einstein, la relaxation et la cavité. Dans cette partie on prend quelque titre comme propagation d'un rayon lumineux (utilise la méthode des matrices de transfert ABCD), critère de stabilité d'une cavité, et la propagation d'un faisceau gaussien.

1.2 Historique

1900 : Max Planck suggère que l'échange d'énergie entre la matière et les ondes est discontinu et se fait par « grains » de rayonnement (les quanta d'énergie).

1913 : la notion de niveaux d'énergie des atomes par Niels Bohr pour rendre compte de l'émission de quanta d'énergie.

1917 : Albert Einstein élabore la théorie du phénomène d'émission stimulée qui est à la base des processus d'amplification et d'oscillation moléculaire

1950 : Alfred Kastler propose un procédé de pompage optique.

1954: une équipe de chercheur (J.P. Gordon, H.J. Zeiger et Ch.H. Townes…..)

Construisent le premier MASER.

1958 : Arthur L .Schawlow et H.Townes éditent les principes de création d'un appareil conforme au maser mais qui est capable d'amplifier la lumière (maser optique) .

1960 : le physicien américain Théodore Maiman obtient une émission laser au moyen d'un cristal de rubis [1] (fig 1.1).

1961 : Dr .Leon Goldstein est le premier a utiliser un laser, et première expérience d'optique non linéaire réalisée par Franken [1].

1966 : Peter Sorokin construit le premier laser à liquide.

1974 : Le laser devient un moyen de lecture.

1996 : L'épilation laser voit le jour commercialement [2, 3].

.

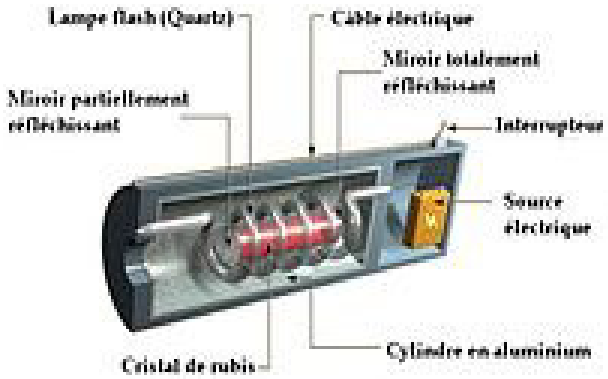


Figure (1.1) : schéma et composants du premier laser à rubis.

1.3 Définition

Le laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) en français (Amplification de lumière par émission stimulée de rayonnement), est un appareil qui produit un rayonnement spatialement et temporellement [2, 4].

Son principe est constitué par un amplificateur de lumière, en reliant la sortie de cette amplificateur à l'un de ses l'entrées, puis utiliser une source du pompage pour son alimentation en énergie, la sortie d'un amplificateur est un rayonnement laser qui est relié à l'entrée par les miroirs de la cavité résonnante [5].

1.4 Principes de base et modélisation

1.4 .1 Principaux processus d'interaction matière rayonnement

Cette section exposera les principaux processus d'interaction entre un rayonnement électromagnétique et un atome à deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 , à savoir l'absorption, l'émission spontanée, et l'émission stimulée (induite) (fig 1.2). Ces processus étudient dans le cadre de la théorie quantique du rayonnement.

Dans chaque processus, l'énergie de l'atome modifié d'une quantité $E_2 - E_1$.

Donc le champ gagne ou perd un photon avec une fréquence $\upsilon = \frac{E_2 - E_1}{h}$ [2].

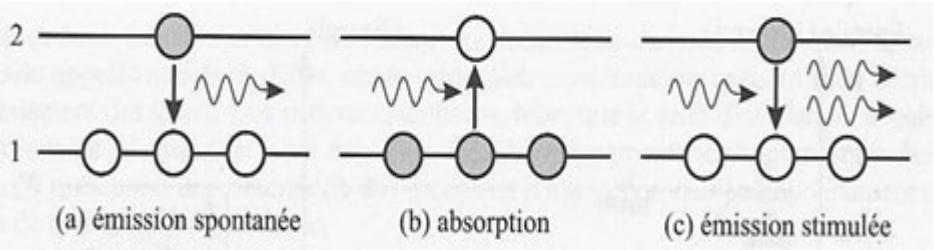


Figure (1.2) : Principaux processus d'interaction matière rayonnement [2].

1.4 .1.1 Émission spontanée

Dans ce processus un électron transite spontanément dans un état excité (de niveaux 2 ver le niveau 1) avec émission d'un photon d'énergie **hυ** c'est la différence entre l'énergie de niveau 2 et l'énergie de niveau 1 : $\mathbf{h\upsilon = E_2 - E_1}$ (fig 1.3), alors que le niveau 2 se dépeuple donc la population de niveau 1 est augmentée de la même quantité.

Ensuite le coefficient d'Einstein A_{21} est la probabilité (taux) d'émission spontanée par atome et par unité de temps, son dimension est S^{-1} [2].

On a les lois de l'émission spontanée suivant :

$$dN_{2sp} = - A_{21} N_2 \, dt \qquad (1.1)$$

Le signe (-) indique le dépeuplement du niveau 2.

(1.1) c'est la loi de la population du niveau 2 qui varie la quantité dN_{2sp} pendant l'intervalle de temps dt.

Tel que :

$A_{21}N_2$: Le nombre de photons émis par unité de temps et de volume.

$$dN_{1SP} = + A_{21} N_2 dt \qquad (1.2)$$

Le signe (+) : augmente la population de N_1.

On a la loi de désexcitation de la population du niveau 2 liée à l'émission spontanée est exponentielle de la forme suivant :

$$N_2(t) = N_2 \, (t = 0) \, e^{-t/\tau} \qquad (1.3)$$

Avec $\tau = 1/A_{21}$ (est la durée de vie du niveau 2).

❖ On définit l'intensite en physique des lasers comme le produit de flux de photons par energie d'un photon donc il est égale à hυ. On peut écrire sa rolation comme :

$$E = h\upsilon \ J \qquad (1.4)$$

Avec le flux de photons J c'est le nombre de photons incidents par unité de surface et de temps en $(s^{-1}m^{-2})$
Et la variation de flux est :

$$dJ_{sp} = A_{21}N_2c \tag{1.5}$$

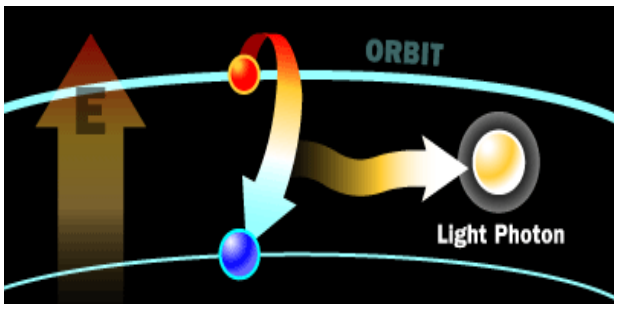


Figure (1.3) : L' émission spontanée [6].

1.4.1.2 Absorbtion

Le champ electromagnétique qui induit l'absorbtion, dans ce processus un atome dans un niveau 1 est absorbé un photon d'énergie hυ et passe au niveau 2 telque hυ = E_2_E_1(fig 1.4).

Alors le niveau 2 se peuple et le niveau 1 diminue dans le même temps .

On a les lois d'absorption suivantes :

$$dN_{2abs} = +\sigma_{12}JN_1dt \tag{1.6}$$

La loi (1.6) représente la variation de nombre d'atomes du niveau 2 pendant l'intervalle de temps dt.

Avec $\boldsymbol{\sigma_{12}}$J : c'est la probabilité de transition par atome et par unité de temps sa dimension est s^{-1} avec σ représente la section efficace d'absorption [2].

$$dN_{1abs} = -\sigma_{12}J\ N_1dt \tag{1.7}$$

$$dJ_{abs} = \sigma_{12}J\ N_1c\ dt \tag{1.8}$$

La loi (1.8) représente le nombre de photons absorbés .

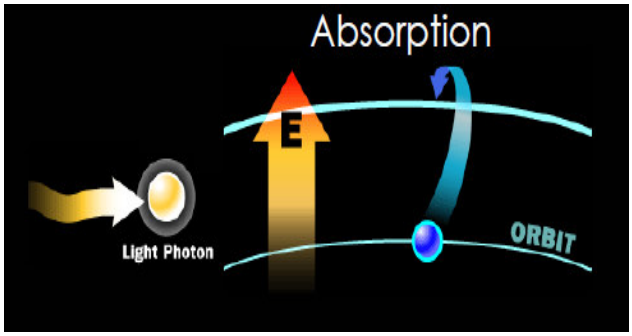


Figure (1.4) : L'Absorption [6].

1.4.1.3 Émission stimulée

Einstein en 1917 introduit l'émission stimulée qui peut dire induite puis ce processus est la base du fonctionnement des lasers, puis l'émission stimulée est symétrique du processus d'absorption.

En présence de photon incident d'énergie hυ , un atome dans l'état excité (niveau 2) et a l'effet de ce photon passe à l'état fondamental (niveau 1) et émettant un deuxième photon(fig 1.5).

Le caractérisation du photon émet identique à celle du photon incident, c'est-à-dire, ils sont même phase, même polarisation et même direction [2].

on a les lois d'émission stimulée suivantes :

$$dN_{2ind} = -\sigma_{21} J\, N_2 dt \qquad (1.9)$$

$$dN_{1ind} = +\sigma_{21} J\, N_2\, dt \qquad (1.10)$$

Variation de nombre d'atomes pendant l'intervalle de temps dt

Avec :

$\boldsymbol{\sigma_{21} J}$: est la probabilité d'émission induite .

Tel que $\boldsymbol{\sigma_{21}}$: la section efficace d'émission stimulée .

Et on a :

$$dJ_{ind} = \sigma_{21} J\, N_2 c dt \qquad (1.11)$$

(1.11) la loi de nombre de photons.

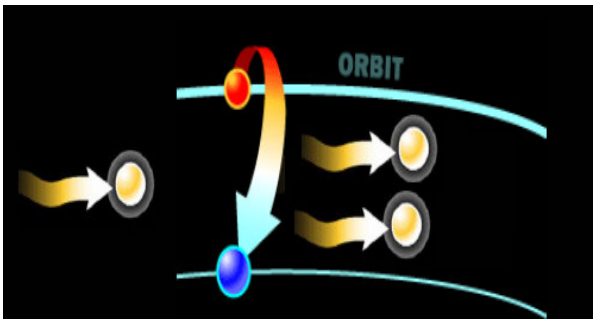


Figure (1.5) : L'émission stimulée [6].

1.4.2 Coefficient d'Einstein et la relaxation :

Les hypothèses introduites par Einstein :

❖ L'atome est un system quantique qui ne prend que des énergies discrètes E.
❖ Les populations des deux niveaux 1et 2 suivant Boltzmann sont données par :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} \tag{1.12}$$

Tel que

$$\begin{cases} N_1 = g_1 e^{\frac{-E_1}{k_B T}} \\ N_2 = g_2 e^{\frac{-E_2}{k_B T}} \end{cases} \tag{1.13}$$

❖ Lorsqu'un des électrons d'une couche électronique inférieure passe, grâce à l'énergie reçue par l'atome, à une couche électronique supérieure (en absorbant du rayonnement), alors l'atome dans un état excité et la probabilité d'occurrence pendant le temps **dt** est donnée par :

$$dw_{12} = B_{12} u \, dt \tag{1.14}$$

❖ L'électron va revenir à sa couche électronique initiale (de niveau supérieure vers niveau inferieure), à cette désexcitation la probabilité est donnée par :

$$dw_{21} = (A_{21} + B_{21} u) dt \tag{1.15}$$

A partir de ces équations,
la condition d'équilibre thermique est donnée par :

$$N_1 dw_{12} = N_2 dw_{21} \tag{1.16}$$

Alors on obtient :

$$N_1 B_{12} u\, dt = N_2 (B_{21} u + A_{21}) dt \tag{1.17}$$

Dans la limite T→ ∞ , $u \to \infty$ donc la relation devient :

$$N_1 B_{12} = N_2 B_{21} = \frac{g_1}{g_2} \Rightarrow B_{21} g_2 = B_{12} g_1 \tag{1.18}$$

L'expression de la densité spectrale lié aux coefficients d'Einstein est :

$$u(\nu) = \frac{A_{21}/B_{21}}{e^{[E_2 - E_1]/K_B T} - 1} = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{e^{[E_2 - E_1]/K_B T}} \tag{1.19}$$

En comparant l'expression de la densité spectrale avec l'expression de la densité spectrale du rayonnement du corps noir obtenue par Planck on obtient :

$$u(\nu) = 8\pi h \, \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \tag{1.20}$$

Tel que : $E_2 - E_1 = h\nu$

1. 5 Les cavités

La cavité laser permet l'amplification de l'onde optique grâce à un système réfléchissant et un des miroirs utilisé n'est que partiellement réfléchissant, c'est aussi la cavité qui permet d'extraire le faisceau laser utile [4].

Les caractéristiques spatiales et spectrales du rayonnement laser émis sont déterminées par la géométrie de la cavité. Elle est constituée de deux miroirs M_1 et M_2; l'un est totalement réfléchissant de rayon de courbure R_1 et l'autre semi réfléchissant de rayon de courbure R_2 pour laisser sortir le faisceau laser (fig 1.6) [4].

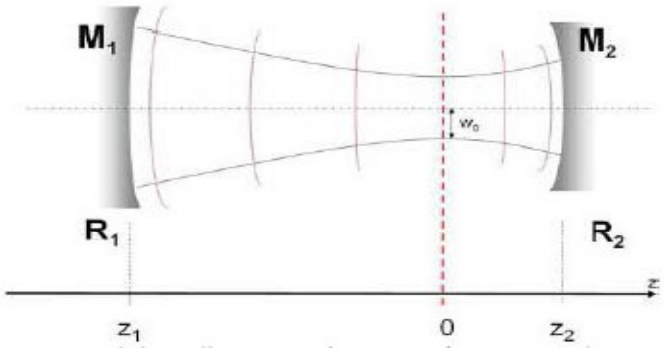


Figure (1.6) : Schéma d'une cavité laser [4].

On a plusieurs configurations de la cavité, par exemple : cavité Fabry Pérot et cavité sphérique….etc. Et on distingue deux types de résonateurs : les résonateurs stables et les résonateurs instables [4].
Dans cette partie on introduit la méthode des matrices de transfert pour développer une analyse des rayons lumineux dans le cadre de l'optique géométrique. Cette méthode est appliquée à la propagation des rayons lumineux dans les cavités et à leur stabilité dans les successives [5].

1.5.1 Propagation d'un rayon lumineux (les matrices ABCD) :

On appelle matrices ABCD (matrices de Transfer) un rayon lumineux à travers une structure formée d'éléments optiques par exemple : miroirs, dioptres ou lentilles … .
Un rayon paraxial est caractérisé par les coordonnées du point M(x, y) d'intersection avec un plan de section droites ($\boldsymbol{\pi}$) (z=cts) et les ongles Θ et φ avec la normale OM dans les plans (x, y)et (y, z) (fig 1.7) [2].

Si Θ et φ sont petits : $\begin{cases}\tan\theta = \sin\theta \simeq \theta \\ \tan\varphi = \sin\varphi \simeq \varphi\end{cases}$ danc le rayon est paraxial.

Donc les coordonnés linéaires c'est la relation entres les coordonnés entrées $(x_1, \theta_1)(y_1, \varphi_1)$ et les coordonnés de la sortie$(x_2\theta_2)(y_2\varphi_2)$, et on peut écrire sous forme matricielle.

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x & B_x \\ C_x & D_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = T_X \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \qquad (1.21)$$

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_y & B_y \\ C_y & D_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = T_Y \begin{pmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} \qquad (1.22)$$

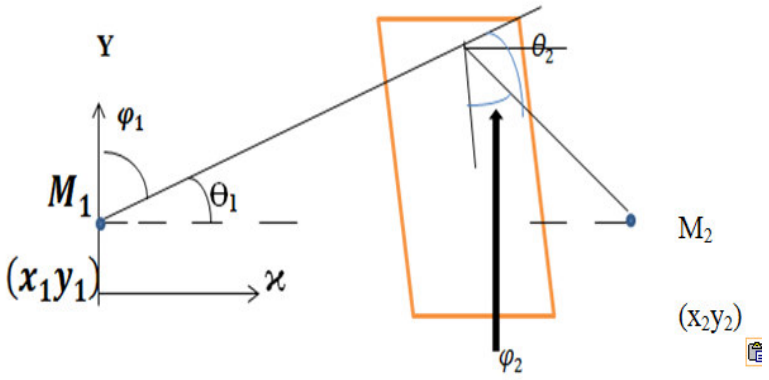


Figure (1.7) : Propagation d'un rayon lumineux.

lel que T_X et T_Y ce sont les matrices caractérisent complètement les systèmes optiques dans la matrice de transfert les éléments : A, D sont sans dimensions.

B est homogène à une longueur caractéristique de la propagation donc $[B]$ = L.
C sans dimension est l'inverse d'une longueur $[C]$=L^{-1}.
Le déterminant de la matrice de transfert T est $\|T\|$ = AD-BC.

1.5.1.1 système optique élémentaire

- **propagation sur une distance (d)**

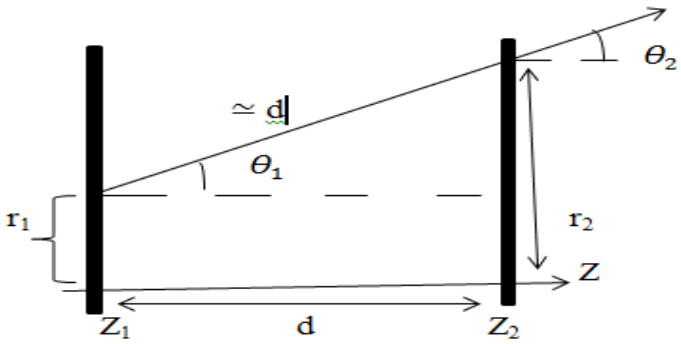


Figure (1.8) : Propagation d'un faisceau sur une distance (d) .

Dans ce cas on a : $\theta_1 = \theta_2$

Et : r_2=r_1+ $d\theta_1$
Alors :

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = T_A \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Donc la matrice de transfert dans ce cas (T_A) est donnée par :

$T_A = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, avec son déterminant qui égale à 1 : $\|T_A\| = 1$

C'est-à-dire est une matrice unitaire.

- **Lentille mince de focale f :**

Dans ce cas on a : $r_1 = r_2$

- $R_2 = Ar_1 + B\Theta_1 = r_1 \Rightarrow A= 1, B= 0$
- $\Theta_2 = \Theta_1$ (le rayon qui passe par le centre de la lentille n'est pas dévié)

$\Theta_2 = C\, r_1 + D_x 0 = -\frac{r_1}{f} \Rightarrow C= -\frac{1}{f}$ (un rayon parallèle à l'axe coupé à l'axe de la lentille en f).

$$r_2 = r_1 \quad (1.24)$$

$$r_2 = f\theta_1 - f\,\theta_2 = f\,(\theta_1 - \theta_2) \quad (1.25)$$

$$r_1 = f\,(\theta_1 - \theta_2) \Rightarrow \frac{r_1}{f} = \theta_1 - \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 - \frac{r_1}{f} \quad (1.26)$$

Donc, la matrice de transfert dans ce cas est (T_B) est :

$$T_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{f} & 1 \end{pmatrix} \text{ son déterminant est } \|T_B\| = 1$$

•lentille mince plus propagation sur une distance

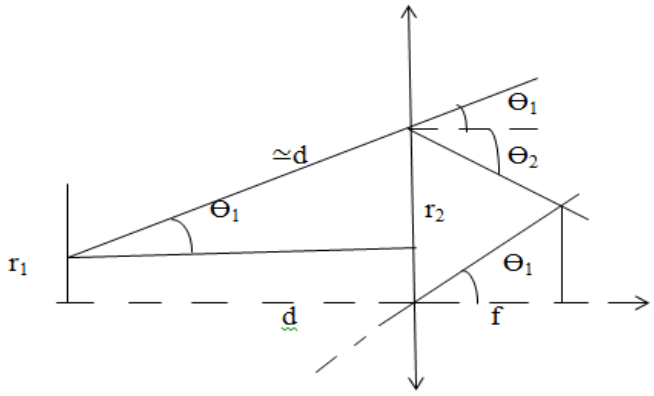


Figure (1.9) : Lentille mince plus propagation sur une distance.

Dans ce cas on a :

$$r_2 = r_1 + d\theta_1 \quad (1.27)$$

$$r_2 = f(\theta_1 - \theta_2) \quad (1.28)$$

$$\frac{r_1 + d\theta_1}{f} = (\theta_1 - \theta_2) \Rightarrow \theta_2 = \frac{-r_1}{f} + \left(1 - \frac{d}{f}\right)\theta_1 \quad (1.29)$$

Donc:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ \frac{-1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

Alors la matrice de transfert (T_C) est égale à :

$$T_C = \begin{pmatrix} 1 & d \\ \frac{-1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{pmatrix} \text{ son déterminant est } \|T_C\| = 1$$

Et on peut écrire :

$$T_C = T_B\, T_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{f} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ \frac{-1}{f} & 1-\frac{d}{f} \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

•Deux système de lentille mince plus propagation sur une distance

On a $T_C = \begin{pmatrix} 1 & d \\ \frac{-1}{f} & 1-\frac{d}{f} \end{pmatrix}$

Dans ce cas la matrice de transfert (T_D) est s'écrite :

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ \frac{-1}{f_2} & 1-\frac{d_2}{f_2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ \frac{-1}{f_1} & 1-\frac{d_1}{f_1} \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

Donc :

$$T_D = \begin{pmatrix} 1-\frac{d_2}{f_1} & d_1+d_2 \\ \frac{-1}{f_2}-\frac{1}{f_1}+\frac{d_2}{f_1 f_2} & \frac{-d_1}{f_2}+\left(1-\frac{d_2}{f_2}\right)\left(1-\frac{d_1}{f_1}\right) \end{pmatrix}$$

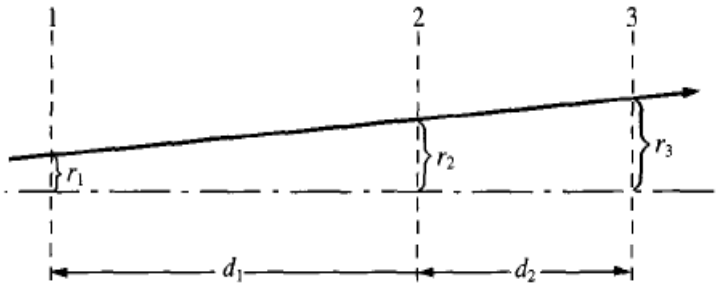


Figure (1.10) : Exemple de deux distances dans l'espace [7]

•Structures périodiques

Les éléments de cette structure sont décrites par la matrice $T_D = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

La matrice de transfert pour n éléments de cette structure est donnée par :

$$T_n = T^n = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \tag{1.33}$$

En plus est une matrice unitaire $\Rightarrow \|T_n\| \|T\|^n = 1$.

On utilise le théorème de Sylvester pour calculer T_n, on introduit l'angle φ qui est définit par cette relation :

$$2\cos\varphi = A+D \Rightarrow \cos\varphi = \frac{A+D}{2} \tag{1.34}$$

Donc on trouve :

$$T^n = \frac{1}{sin^2\varphi}\begin{pmatrix} A\sin n\varphi - \sin(n-1)\varphi & B\sin n\varphi \\ C\sin n\varphi & D\sin n\varphi - \sin(n-1)\varphi \end{pmatrix} \tag{1.35}$$

Et on a :

$$-1 \le \cos\varphi \le 1 \quad \Rightarrow \quad -1 \le \frac{(A+D)}{2} \le 1 \tag{1.36}$$

Dans le cas $d_1 = d_2 = d$, $f_1 = \frac{R_1}{2}, f_2 = \frac{R_2}{2}$

Tel que R : est le rayon de courbure de la lentille

Alors

$$-1 \le \frac{A+D}{2} \le 1 \Rightarrow -1 \le \left[1 - \frac{d}{f_1} - \frac{d}{f_2} + \left(1 - \frac{d}{f_1}\right)\left(1 - \frac{d}{f_2}\right)\right]/2 \le 1 \tag{1.37}$$

$$0 \le \frac{d^2}{R_1 R_2} - \frac{d}{R_1} - \frac{d}{R_2} + 1 \le 1 \tag{1.38}$$

On peut écrire :

$$1 - \frac{d}{R_2} - \frac{d}{R_1} + \frac{d^2}{R_1 R_2} = \left(1 - \frac{d}{R_1}\right)\left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \tag{1.39}$$

Donc :

$$\boxed{0 \le \left(1 - \frac{d}{R_1}\right)\left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \le 1} \tag{1.40}$$

La loi (1.38) est la condition de stabilité de la structure cavité

1.5.1.2 Critère de stabilité d'une cavité

La cavité est constituée de deux miroirs, qui sont placées sur l'axe optique de cavité parallèlement et perpendiculairement (fig 1.11) [7].
On pose :

$$\boxed{g_2 = 1 - \frac{d}{R_2}} \quad \text{et} \quad \boxed{g_1 = 1 - \frac{d}{R_1}} \tag{1.41}$$

La condition de stabilité est : $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$

- **une cavité concentrique si :**

$$g_1 = g_2 = -1 \Rightarrow R_1 = R_2 = \frac{d}{2} \tag{1.41a}$$

- **une cavité confocale si :**

$$g_1 = g_2 = 0 \Rightarrow R_1 = R_2 = d \tag{1.41b}$$

- **une cavité plane (deux mémoire parallèle) si**

$$g_1 = g_2 = 1 \Rightarrow R_1 = R_2 = \infty \tag{1.41c}$$

- **une cavité hémisphérique si :**

$$g_1 = 1, g_2 = 0 \Rightarrow R_1 = \infty, R_2 = d \tag{1.41d}$$

Une cavité est dit stable : Lorsque le rayon est paraxial (le rayon reste passé sur l'axe optique).
Une cavité est instable : Lorsque le rayon diverge [2].

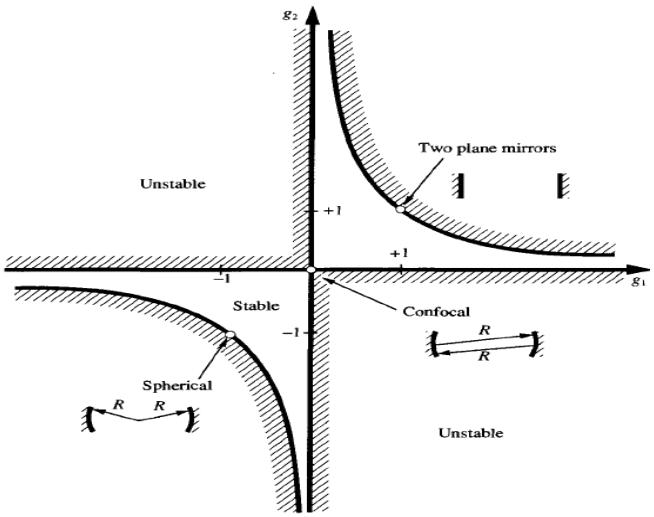


Figure (1.11) : Le diagramme de stabilité [7].

1.5.2 Propagation d'un faisceau gaussien

1.5.2.1 Loi ABCD pour le faisceau gaussien dans la pratique

Dans la pratique les faisceaux gaussiens sont souvent modifiés par des systèmes optiques par exemple : une lentille ou un miroir, et il est nécessaire de connaitre les nouvelles caractéristique des faisceaux émergents. Alors nous considérons ici la transformation d'un faisceau gaussien se propageant dans un system optique centré .Ces faisceaux sont définis par leur largeur du faisceau $\omega(z)$ et rayon de courbure $R(z)$ ou bien par le rayon de courbure complexe $Q(z)$.

Alors nous avons vu que l'étude de la propagation d'un rayon lumineux peut être développée d'une manière simple à l'aide des matrices ABCD. Ces matrices sont utilisées pour décrire la transformation des faisceaux gaussiens (fig 1.12) [2].

Nous considérons le cas le plus simple de la propagation libre sur une distance d entre deux plans z_1 et z_2 , alors on obtient :

$$Q(z_2) = Q(z_1) + d \tag{1.42}$$

Où : $$d = z_2 - z_1 \tag{1.43}$$

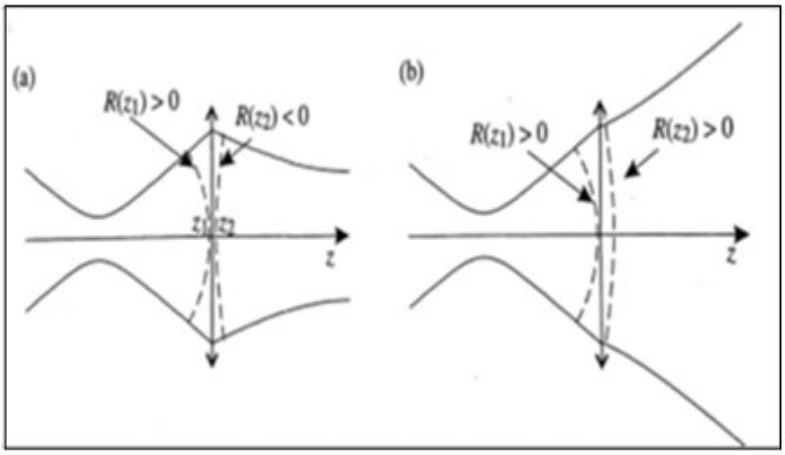


Figure (1.12) : Modification du rayon de courbure après traversée d'une lentille convergente [2].

Ainsi, dans le cas d'une lentille mince les planes d'entrée et de sortie sont confondus et la taille du faisceau $\omega(z)$ reste invariante .La lentille agit uniquement comme un correcteur de phase, ce qui a pour effet de modifier le rayon de courbure $R(z)$ du faisceau [2]. Alors on obtient la loi de transformation à partir des rayons du faisceau incident $R(z_1)$ et du faisceau émergent de la lentille $R(z_2)$:

$$\frac{1}{R(z_2)} = \frac{1}{R(z_1)} - \frac{1}{f} \tag{1.44}$$

Remarque :

Nous remarquons l'analogie avec la formule de conjugaison des lentilles mince obtenue dans le cadre de l'optique géométrique, pour cela nous considérons une source d'ondes sphériques placée à une distance algébrique.

$P_1 = R(z_1)$ de la lentille .son image est située à une distance $P_2 = -R(z_2)$ tel que

$R(z_2) < 0$ est donnée par la formule de lentilles minces :

$$\frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} = \frac{1}{f} \tag{1.45}$$

Alors $$\frac{-1}{R(z_2)} + \frac{1}{R(z_1)} = \frac{1}{f} \tag{1.46}$$

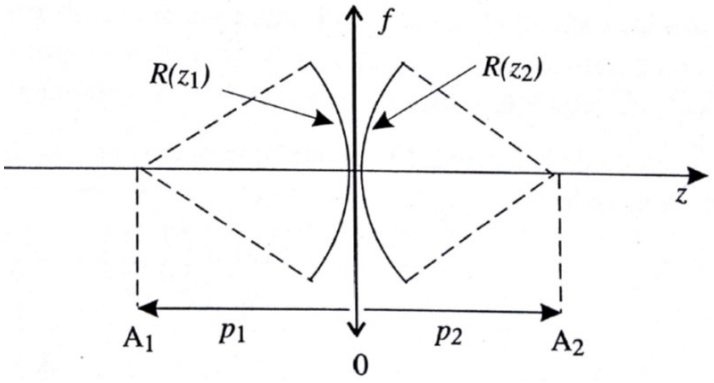


Figure (1.13) : Analogie avec l'optique géométrique [2].

Si on utilise l'équation (1.44) et l'égalité $\omega(z_1) = \omega(z_2)$ on obtient :

$$\frac{1}{Q(Z_2)} = \frac{1}{Q(Z_1)} - \frac{1}{f} \tag{1.47}$$

Maintenant, nous pouvons déterminer la transformation résultant à traverse une lentille mince suivie d'une propagation libre. La figure (1.14) représente ce passage, tel que z_1 et $z_1^{'}$ sont les points situés juste avant et après la lentille et $d = z_2 - z_1^{'}$ la distance correspondant à la propagation libre [2].

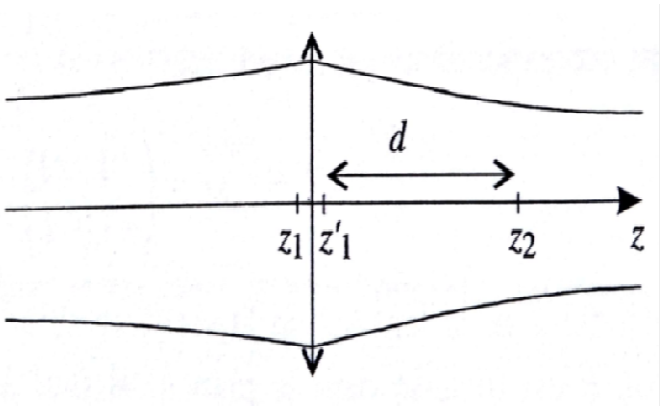


Figure (1.14) : Passage d'un faisceau à travers une lentille mince suivi d'une propagation libre [2].

En $\grave{z}_1$, la relation de $Q(\grave{z}_1)$ est donnée par la loi de transformation :

$$Q(z_1') = \frac{Q(z_1)}{1 - Q(z_1)/f} \tag{1.48}$$

Et en z_2 , $Q(z_2)$ est donné par :

$$Q(z_2) = Q(z_1') + d = \frac{(1 - d/f)Q(z_1) + d}{-(1/f)Q(z_1) + 1} \tag{1.49}$$

Dans le cas général on montre que les expressions (A), (C) et (E) sont du type :

$$Q(z_2) = \frac{AQ(z_1)+B}{CQ(z_1)+D} \tag{1.50}$$

Tel que les grandeurs A, B, C et D sont définies par la transformation correspondante. Alors que la loi de transformation d'un faisceau gaussien s'obtient à partir des éléments des matrices ABCD de l'optique géométrique : $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

1.5.2.2 Focalisation d'un faisceau par une lentille :

La loi de propagation d'un faisceau gaussien permet de caractériser la focalisation d'un faisceau par une lentille. Un faisceau gaussien est incident sur une lentille de focale f , on considère que le rayon de ceinture ω_0 se trouve dans le plan d'entrée de la lentille (voir fig1.15) .on désire caractériser le faisceau après passage dans la lentille en précisant la valeur de son rayon ω_0'ainsi que sa position d par rapport à la lentille [2].

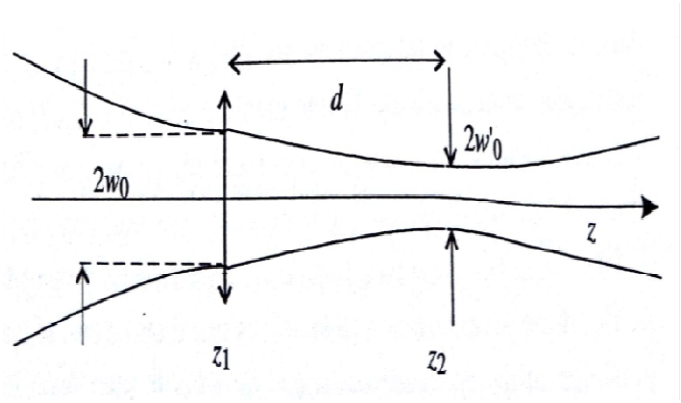


Figure (1.15) : Focalisation d'un faisceau par une lentille mince [2].

Alors le faisceau incident est caractérisé par le rayon de courbure complexe $Q(z_1)$:

$$Q(z_1) = \frac{ik\grave{\omega}_0^2}{2} = iz_R \tag{1.51}$$

Donc, au point z_1 ,$\omega(z_1) = \omega_0$ et le rayon $R(z_1)$ est infini. Pour la clarté des notations, on a utilisé la relation entre z_R et ω_0 le faisceau émergent a pour rayon de ceinture ω_0' en z_2, alors $Q(z_2)$ est une grandeur purement imaginaire reliée à la longueur de Rayleigh $\grave{z}_R$ du faisceau émergent.

La relation de $Q(z_2)$ est donnée par :

$$Q(z_2) = \frac{ik(\omega_0')^2}{2} \equiv i\grave{z}_R \tag{1.52}$$

D'autre part, compte tenu de (E), on a:

$$Q(z_2) = \frac{d+iz_R(1-d/f)}{1-iz_R/f} \tag{1.53}$$

On annule la partie réelle de $Q(z_2)$, on obtient :

$$d = \frac{f}{1+(f/z_R)^2} \tag{1.54}$$

Alors la partie imaginaire est donnée par :

$$z'_R = \frac{z_R}{1+(z_R/f)^2} \tag{1.55}$$

Donc l'expression du rayon de ceinture du faisceau émergent en fonction du paramètre du faisceau incident et de la focale de la lentille s'écrit :

$$\omega'_0 = \omega_0\sqrt{\frac{1}{1+(z_R/f)^2}} \tag{1.56}$$

Les équations (1.54) et (1.56) désignent les caractéristiques du faisceau après passage dans la lentille : le faisceau est focalisé à une distance d de la lentille, où il attient son rayon de ceinture ω'_0 . Dans le cas général, le faisceau focalise en avant de la plane focale image de la lentille :$d < f$ .son rayon de ceinture ω'_0 est plus pincé que le rayon du faisceau incident,$\omega'_0 < \omega_0$ [2].

On remarque que les résultats de l'optique géométrique pour un faisceau gaussien incident très peu divergent : dans la limite $z_R \to \infty$, le faisceau (formé de rayon quasiment parallèles possédant un rayon de ceinture infini) est une onde plane. Ainsi, les équations (1.54) et (1.56) donnent dans cette limite :$d \approx f$ et $\omega'_0 \approx \frac{\omega_0 f}{z_R}$:le faisceau incident est ainsi focalisé dans le plan focal da la lentille où son rayon de ceinture tend vers zéro[2].

1.6 Equation de Helmholtz et mode d'une cavité

1.6.1 Equation d'onde paraxiale:

Le mode fondamentale gaussien n'est pas la seule solution valable pour les résonateurs ouverts quand on néglige les pertes par diffracter liées aux dimensions finies des miroirs .mais la solution doit correspondre à des distributions d'amplitude complexe des vibrations lumineuse qui se reproduisent à l'identique après un aller –retour ou une tour complet dans la cavité [2, 5].

Une bonne base de départ pour obtenir les solutions est l'équation de Helmholtz qui dérive de l'équation de propagation d'Alembert valable dans l'approximation scalaire :

$$\Delta u - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \qquad (1.57)$$

Où **u** est par exemple une composant cartésienne du champ électrique

• Pour l'onde sinusoïdale (fréquence ν, pulsation ω) qui nous intéresse, on a :

$$u = u(x,y,z)e^{iwt} + \text{c .c} \qquad (1.58)$$

En remplaçant(1.58) dans (1.57) on obtient **l'équation de Helmholtz :**

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad \text{où } k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (1.59)$$

• On s'intéresse à des solutions correspondant à des faisceaux qui la propagent globalement suivant **oʒ**, avec des rayons qui se propagent dans des directions très voisines. La solution est une onde plane inhomogène :

$$u\,(x,y,z) = \psi(x,y,z)\; e^{-ikz} \qquad (1.60)$$

Ψ (x, y, z) est une fonction complexe lentement variable qui représente les différances entre un faisceau laser et une onde plant homogène [2, 7].

On remplaçant ***u*** dans (1.59), on trouve :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - 2ik\frac{\partial\psi}{\partial z} = 0 \qquad (1.61)$$

• On fait maintenant l'hypothèse que les variations de ψ sur une distance de l'ordre de **λ** dans la direction **oz** sont négligeable

$\rightarrow \lambda\left|\frac{\partial\psi}{\partial z}\right| \ll |\psi|$ et $\lambda\left|\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right| \ll \left|\frac{\partial\psi}{\partial z}\right|$

Dans ces conditions, $\left|k\frac{\partial\psi}{\partial z}\right| \gg \left|\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right|$ devant :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - 2ik\frac{\partial\psi}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \vec{\nabla}_T^2\,\psi - 2ik\,\frac{\partial\psi}{\partial z} = 0 \qquad (1.62)$$

Ou $\vec{\nabla}_T^2$ est le laplacien transverse.

(1.62) est clairement similaire à l'équation d'onde de Schrödinger pour une particule libre dans un espace à 2 dimensions (x, y) avec **z** remplacé par **t** :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 - i\hbar\,\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0 \qquad (1.63)$$

Les solutions sont connues .On va d'abord étudier la plus simple (mode fondamentale gaussien), puis des solutions correspondant à des modes d'ordre supérieurs en coordonnée cartésiennes. On se reportera à l'article de **Kogelnek** et **Li** pour les solutions en coordonnées cylindriques [2].

1.6.2 Mode fondamentale gaussien TEM_{OO}

On peut vérifier facilement que $\psi = e^{-i\left[p(z)+\frac{k}{2q(z)}(x^2+y^2)\right]}$ est solution de (1.62) :

- $P(z)$ représente un déphasage complexe (déphasage réel et changement d'amplitude avec z)
- $q(z)$ représente un rayon de courbure complexe (variation transverse gaussienne de l'amplitude et courbure du front d'onde) [2, 5, 7].

En substituant ψ dans (1.62) on obtient :

$$\left[\frac{k^2}{q^2}(x^2+y^2)\left(\frac{dq}{dz}-1\right) - 2k\left(\frac{dp}{dz}+\frac{i}{q}\right)\right]\psi = 0 \qquad (1.64)$$

Valable $\forall x, y$. D'où q(z) et p(z) doivent vérifier :

$\frac{dq}{dz} = 1 \quad \rightarrow \quad q(z) = q_0 + z$ où $q_0 = q(0)$

$\frac{dp}{dz} = -\frac{i}{q} \quad \rightarrow \quad p(z) = -i\ln\frac{q_0+z}{q_0}$ si $p(0)=0$

- Posons :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)} \qquad (1.65)$$

$$P(z) = -i\int\frac{dz}{q(z)} = -i\int\frac{dz}{q_{0+z}} = -i\ln(q_0+z) + c = -i\ln(q_0+z) + i\ln q_0 = -i\ln\left(\frac{q_0+z}{q_0}\right) = -i\ln\left(1+\frac{z}{q_0}\right) \qquad (1.66)$$

On a :

$$e^{-ip(z)} = \frac{1}{1+\frac{z}{q_0}} = \frac{1}{1+\frac{z}{R_0}-i\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}} \qquad (1.67)$$

Où $\boldsymbol{R_0}$ et $\boldsymbol{\omega_0}$ sont les valeurs de **R** et $\boldsymbol{\omega}$ en $z = 0$ .choisissons à l'origine : $R_0 \rightarrow \infty$ (la surface d'onde est un plan), et donc $q_0 = \frac{i\pi\omega_0^2}{\lambda}$. Il est alors facile de montrer que :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{q_0+z} = \frac{1}{1+\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2}\left[\frac{1}{z}\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2 - i\frac{\lambda}{\pi\omega_0^2}\right] \equiv \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi\omega^2} \quad (1.68)$$

D'où on déduit (origine au waist) :

$$\mathrm{R}(z) = z + \frac{Z_R^2}{z} \quad \text{avec} \quad Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \quad (1.69)$$

$$(\mathfrak{z}) = \omega_0\left[1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.70)$$

D'autre part :

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{ip}(z)} = \frac{1}{1-i\frac{z}{Z_R}} = \frac{1}{\left[1+\left(\frac{z}{Z_R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} e^{i\Psi(z)} \quad (1.71)$$

Où $$\tan\Psi(\mathfrak{z}) = \frac{z}{Z_R} \quad (1.72)$$

Finalement, on retrouve l'expression (1.72) complète :

$$\mathrm{U}(x, y, z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\omega(z)} e^{-i\hbar z} e^{i\Psi(z)} e^{-\frac{i\hbar}{2q}(x^2+y^2)} \quad (1.73)$$

Où $\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\omega_0}$ est le facteur de normalisation, q = q_0 +z ,

$\frac{1}{q} = \frac{1}{R}$ -i$\frac{\lambda}{\pi\omega^2}$, tan (z) = $\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}$, où R (z) = $z\left[1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda z}\right)^2\right]$

Et $\boldsymbol{\omega}$(z) = $\omega_0\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2}$, $Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ (longueur de Rayleigh) [4, 8].

1.6.3 Modes gaussiens rectangulaires d'ordres supérieurs

On se limite ici aux modes relatifs aux coordonnées cartésiennes et on procède comme au (1.60) en supposant une solution de la forme :

$$\Psi(x,y,z) = g\left(\frac{x}{\omega}\right) h\left(\frac{y}{\omega}\right) e^{-i\left[p(z)+\frac{k}{2q(z)}(x^2+y^2)\right]} \qquad (1.74)$$

L'équation que l'on déduit de (1.62) pour g et h sont des solutions des polynômes d'Hermite, et on peut montrer qu'on peut obtenir un ensemble complet de solutions de la forme [2]:

$$U_{mn} = (x,y,z) = \left(\frac{2}{\pi}\frac{1}{2^{m+n}}\frac{1}{m!n!}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\omega(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}\,x}{\omega(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}\,y}{\omega(z)}\right) e^{-i(kz-\phi(z))} e^{-i\frac{ik}{2q}(x^2+y^2)} \qquad (1.75)$$

- Où m et n sont des entiers, $\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2}$, $R(z)$ et $\boldsymbol{\omega}(z)$ sont les mêmes que pour le mode fondamental précédent.
- $\Phi = (m+n+1)arc\tan\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)$
- $H_m(x) = (-1)^m e^{x^2}\frac{\partial^m}{\partial X^m}e^{-X^2} = m!\sum_{p=0}^{\frac{m}{2}}(-1)^p\frac{(2X)^{m-2p}}{p!(m-2p)!}$ Polynôme de Hermite d'ordre m [7].

Exemples :

$H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4X^2-2$

- **m** est le degré du polynôme, ainsi que le nombre de zéros.
- pour **m** = **n** =0, on retrouve le mode fondamental gaussien précédent
- pour **m** et **n** quelconques, la loi de propagation de q (ʒ), R (ʒ) et (ʒ) est la même que pour le mode fondamental. seul le déphasage Φ et la structure transverse du faisceau sont différents [4, 7,8].

On donne ci- contre quelques exemples de structures transversales du faisceau pour des modes "**Hermite- Gaussiens**" d'ordres variés. On peut remarque l'existence des zéros dans la tache et l'augmentation de la dimension de la tache quand m et n augmenter [4].

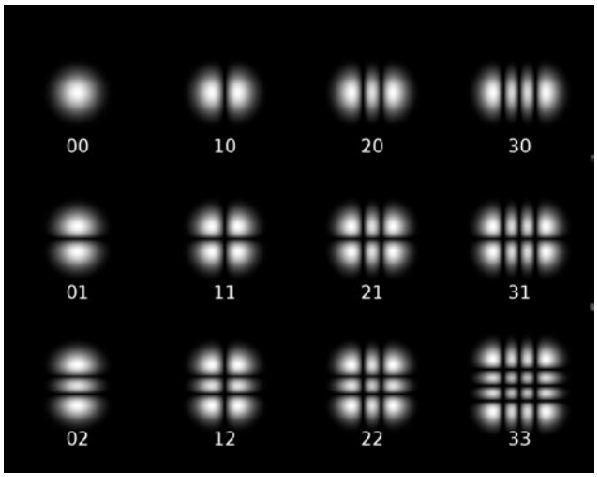


Figure (1.16) : Exemples de modes TEM_m Hermite-gausse [4].

1.7 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les principaux processus d'interaction matière rayonnement, d'ailleurs nous avons obtenu la matrice de transfert et aussi la propagation d'un faisceau gaussien avec les équations de Helmholtz.



Chapitre 2

Optique non linéaire



2.1 Introduction

Nous allons dans ce chapitre, nous allons rappeler quelques étapes sur l'optiques non linéaires, on prend quelque titre par exemple l'expérience historique de Franken, les origines de l'optique non linéaire on a aussi définit la fonction diélectrique et susceptibilité du milieu, l'effet Kerr optique, les notions de polarisabilité et susceptibilité non linéaire optique de 2^{eme}et3^{eme}ordre et l'effet Kerr.

2.2 L'expérience historique de Franken :

La première observation des phénomènes non linéaires en optique fut réalisée par Franken et collaborateurs en 1961; juste un an après la mise au point du premier laser. Ils utilisèrent un cristal de quartz pour doubler la fréquence d'un faisceau laser à rubis par génération de son seconde harmonique [9, 11].
En effet, c'est seulement un an après la construction du premier laser en 1961, **Peter Franken** et ses collègues ont utilisé une expérience pour démontrer le doublement de la fréquence d'un faisceau laser rubis focalisé dans un cristal de quartz. Cette expérience de génération de seconde harmonique consiste à envoyer la radiation à 694 nm, d'un laser à rubis sur une lame de quartz, cristal optiquement non linéaire [10, 11].

A laide d'un spectromètre à prisme, le faisceau généré à 347 nm (de faible intensité) est séparé du fondamentale [10].

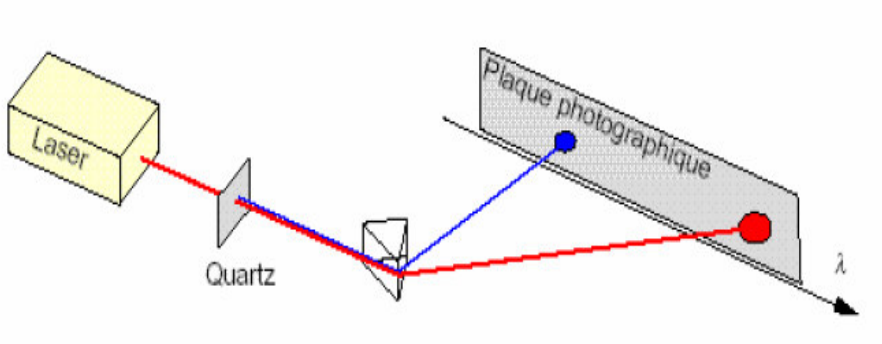


Figure (2.1) : Première expérience d'optique non linéaire réalisée par Franken en 1961 [12].

2.3 Les origines de l'optique non linéaire

Les premiers effets optiques non linéaires ont été observés en 1961 dans un cristal de quartz. Franken et al. Ont réalisé une expérience de génération de second harmonique [10 ,11].

Dans un milieu matériel non chargé et faiblement conducteur de conductivité σ la propagation d'une onde électromagnétique est régie par les équations de Maxwell suivant [13-16] :

$$\begin{cases} \nabla \times E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times H - \frac{\partial D}{\partial t} = J \\ \nabla . D = 0 \\ \nabla . B = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Où ∇ représente l'opérateur vectoriel *Nabla* dont les composantes sont données par $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$. On a aussi les relations constitutives qui font intervenir la polarisation et l'aimantation produites dans le milieu matériel [11, 13] :

$$D = \varepsilon_0 E + P \quad (2.2)$$

$$B = \mu_0 H + M \quad (2.3)$$

Où les constantes $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ et $\boldsymbol{\mu_0}$ sont appelées respectivement permittivité électrique et perméabilité magnétique du vide. ***P*** et ***M*** représentent respectivement la polarisation électrique induite et la polarisation magnétique induite [14].
Puis, nous supposons que l'aimantation est nulle (M=0) donc B= μ_0H [17].
L'amplitude et la direction de la polarisation du milieu dépendent de la polarisation et d'amplitude du champ électrique appliqué, mais dans un milieu anisotrope la polarisation induite dépend aussi de la direction de propagation de ce champ dans le cristal [13, 18,19]:

$$P = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \mathrm{E} \quad (2.4)$$

Où $\chi^{(1)}$ représente la tenseur susceptibilité linéaire du premier ordre [18].

Si l'onde lumineuse devient très intense, la relation entre E et P n'est plus linéaire, P comporte des termes en E^2 ,E^3…..

On conclut, si le champ électrique de l'onde lumineuse est intense donc la polarisation macroscopique P est égale à la somme d'un terme linéaire P^L et d'un terme non – linéaire P^{NL} [18, 120].

$$\mathrm{P}= \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(1)} E}_{P^L} + \underbrace{\varepsilon_0 \left(\chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \cdots\right)}_{P^{NL}} \quad (2.5)$$

2 .4 Définition de la fonction diélectrique et susceptibilité du milieu :

Dans le cas d'un métal massif soumis à un champ électromagnétique monochromatique on a :

$$\overrightarrow{E_{ext}} = \vec{E}_0 \cos(qr - \omega t) \tag{2.6}$$

$\vec{E}_0$ **:** représente le vecteur réel.

$\vec{E}(r,t)$ (Le champ électromagnétique macroscopique) qui règne au sein du métal est la somme du champ externe $\vec{E}_{ext}$ et du champ créé par la polarisation $\vec{P}(r,t)$ du milieu induit par l'application du champ $\vec{E}_{ext}$.

Donc la réponse du solide et le champ macroscopique total sont déphasés par rapport au champ excitateur $\vec{E}_{ext}$ à cause des phénomènes dissipatifs .Comme en électricité, il faut utiliser la notation complexe $\vec{E}_{ext} = \vec{E}_0 expi(qr - \omega t)$ pour éviter des fastidieux calculs trigonométriques .Toutes les grandeurs scalaires ou vectorielles comporteront ce facteur exponentiel dans la réponse linéaire [5 ,21].

La relation du vecteur de déplacement électrique (ou induction électrique) est défini par :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{2.7}$$

Où :

$\boldsymbol{\varepsilon_0}$ **:** représente la permittivité du vide.

$\vec{\boldsymbol{P}}$ **:** La polarisation totale qui traduit la réponse d'un milieu au champ électromagnétique.

La polarisation $\vec{P}$ est reliée linéairement au champ macroscopique total $\vec{E}$ si l'amplitude du champ appliqué n'est pas trop grande et le milieu isotrope [22].

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi(\vec{q}\,, \omega)\vec{E} \tag{2.8}$$

$\boldsymbol{\chi}$ **:** est la fonction complexe qui dépend de ω et q ,elle est appelée susceptibilité diélectrique du milieu.

Alors on a une relation entre le déplacement électrique et le champ électrique. La fonction diélectrique définie par :

$$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon(\overrightarrow{q},\, \omega)\vec{E} \tag{2.9}$$

2.5 Susceptibilité non linéaire optique de $2^{éme}$ et $3^{éme}$ ordre :

La polarisation dépend du cube de l'amplitude du champ électrique, ce qui donne différents phénomènes d'optique non linéaire, tel que les susceptibilités non linéaires optiques $\chi^{(n)}$ est d'ordre n. On trouve les origines des principaux effets d'optique non linéaire d'ordre 2 et 3 dans l'expression de la susceptibilité [5].

2.5.1 Génération seconde harmonique SHG (Doublage de fréquence) :

Lors de la propagation d'une seule onde à la fréquence ω au sein d'un milieu non linéaire, on montre l'existence d'une onde de second harmonique à la fréquence 2ω.
SHG : le nom de la génération seconde harmonique qui résulte de la partie de la réponse variant de manière quadratique [5].
La génération de la second harmonique (Electric Field Induced Second Harmonic) est une conversion de deux photons à la fréquence fondamentale ω en un photon à la fréquence 2ω [23–25] .

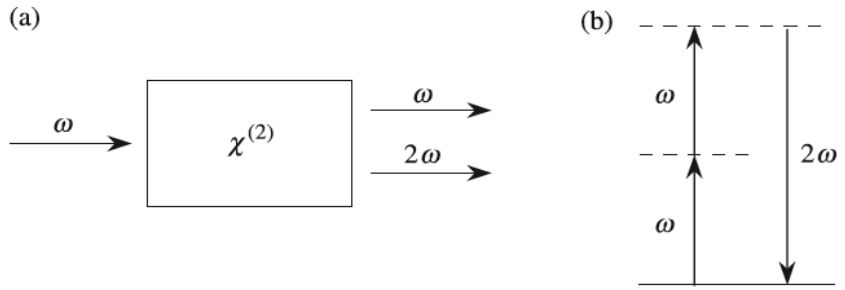


Figure (2.2) : Génération seconde harmonique SHG [23].

- **Le principe du doublage de fréquence :** le deuxième harmonique est créé par le fondamental au cours de sa propagation dans un cristal non linéaire.
- **Le processus de SHG a une interprétation mécanique :** pour créer un photon 2ħω, deux photons ħω sont annihilés .Les deux niveaux d'énergie ħω et 2ħω ne sont pas des états du cristal, qui est transparent à ces énergies[5,23,26].

Le faisceau laser de pulsation ω incident sur un cristal non linéaire sans susceptibilité $\chi^{(2)}$ non nulle, son champ électrique $E(t) = E\cos\omega t$
Alors la polarisation créé dans le cristal peut s'écrire comme :

$$P^{(2)}(t) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(0)E^2 + (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(2\omega)E^2\cos 2\omega t \qquad (2.10)$$

Avec :

✓ **Le 1^{ére} terme** : est une contribution constante à fréquence zéro qui ne produisent pas de rayonnement.

✓ **Le 2^{éme} terme** : est une contribution de polarisation à fréquence double 2ω induit un champ électrique de fréquence 2ω [5,26, 27].

2.5.2 Génération de fréquence somme "SFG " et différence "DFG ":

Maintenant, on superpose deux faisceaux laser de pulsations ω_1 et ω_2 dans le cristal non linéaire avec $\omega_1 > \omega_2$ .Alors, le champ total est donné par :

$$E(t) = E_1 \cos \omega_1 t + E_2 \cos \omega_2 t \qquad (2.11)$$

Donc la polarisation devient sous la forme d'une sommation effectuée les fréquences positives ou nulle :

$$P^{(2)}(t) = \sum_\alpha P(\omega_\alpha) \cos \omega_\alpha t \qquad (2.12)$$

Avec les expressions suivantes des cinq composantes de Fourier $P(\omega_\alpha)$ [5]:

$P(2\omega_1) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(2\omega_1)E_1^2$ (Génération seconde harmonique SHG)

$P(2\omega_2) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(2\omega_2)E_2^2$ (Génération seconde harmonique SHG)

$P(\omega_1+\omega_2) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2)E_1E_2$ (Génération de fréquence somme SFG)

$P(\omega_1-\omega_2) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(\omega_1 - \omega_2)E_1E_2$ (Génération de fréquence différence DFG)

$P(0) = (\varepsilon_0/2)\chi^{(2)}(0)(E_1^2 + E_2^2)$ (Rectification optique OR)

La configuration et l'interprétation quantique pour les processus **SFG** et **DFG** est représenté dans les figures suivantes :

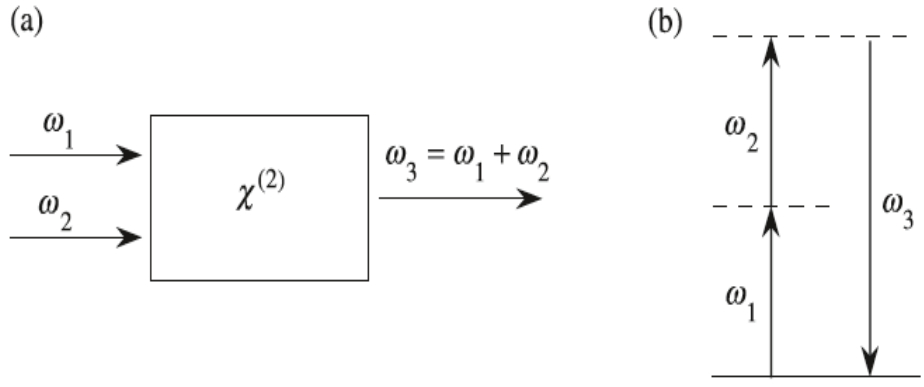


Figure (2.3) : Génération de fréquence somme "SFG" [23].

- **Le principe de l'adition de fréquence (SFG) :**l'onde ω_3 est créée par les ondes de fréquence ω_1 et ω_2 au cours de propagation dans cristal.
- **Interprétation quantique du processus de SFG :** pour créé un photon $\hbar\omega_3$, deux photons $\hbar\omega_1$ et $\hbar\omega_2$ sont annihilés .les deux niveaux d'énergie $\hbar\omega_2$ et $\hbar\omega_3$ ne sont pas des états du cristal, qui est transparent à ces énergies [5].

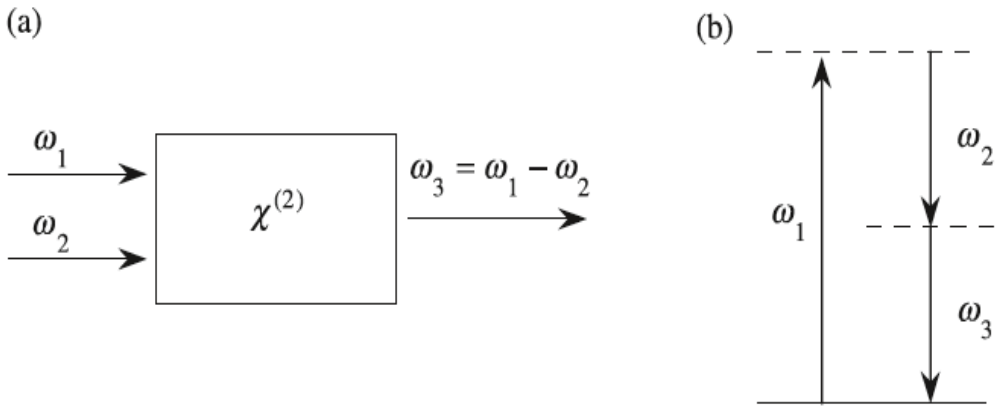


Figure (2.4) : Génération de fréquence différence "DFG" [23].

- **Principe de la soustraction (DFG*)*** : l'onde de fréquence différence ω_3 est créée par les ondes de fréquence ω_1 et ω_2 au cours de propagation dans cristal.
- **Interprétation quantique du processus de DFG :** pour créé deux photons $\hbar\omega_2$ et $\hbar\omega_3$, un photon $\hbar\omega_1$ et est annihilé .les deux niveaux d'énergie $\hbar\omega_1$ et $\hbar\omega_3$ ne sont pas des états du cristal, qui est transparent à ces énergies [5 ,23].

2.6 Notation conventionnelle pour les susceptibilités $\chi^{(2)}$ et $\chi^{(3)}$:

Sachant que les processus non linéaire du second ordre ressortent du **mélange à trois ondes**. Alors, pour caractériser sans ambiguïté les susceptibilités du second ordre en précisant les trois ondes, la notation conventionnelle suivante représente la susceptibilité $\chi^{(2)}$ relative à la polarisation de fréquence ω_3 [5] :

$\chi^{(2)}(-\omega_3, \omega_1, \omega_2)$

Avec les conventions suivantes :

- Fréquence de la polarisation non linéaire $\omega_3 > 0$ par définition.
- ω_1 et ω_2 sont des grandeurs algébriques afin de tenir compte de tous les processus.
- $-\omega_3 + \omega_1 + \omega_2 = 0$
- Le singe positif ou négatif de ω_1 ou ω_2 correspondent respectivement à l'annihilation ou à la création du photon (flèche vers le haut ou vers le bas sur le schéma quantique).

2.7 L'effet Kerr optique

2.7.1 Théorie de l'effet Kerr

La variation de l'intensité du champ électrique peut s'accompagner d'une modification de l'indice du milieu c'est **l'effet Kerr optique** [28].

L'effet Kerr optique découvert par John Kerr en 1875, est un phénomène électro-optique de biréfringence causée par la polarisation électronique et nucléaire des molécules sous l'effet de la lumière [29].

Ce phénomène se traduit par une modulation de l'indice de réfraction du milieu non-linéaire en fonction de l'intensité de l'onde qui traverse le matériau [14].

2.7.2 Formulation générale

L'effet Kerr est appliqué à plusieurs phénomènes, il concerne des milieux dont l'indice de réfraction varier linéairement avec l'intensité d'un champ électrique statique.

Il peut observer pour la plupart des matériaux une variation de l'indice de réfraction lors de la présence d'un champ électromagnétique oscillant aux fréquences optique. Si le champ est suffisamment intense, cette évolution linéaire en fonction de l'intensité devient significative on appelé ce phénomène « effet Kerr optique » [13].

Nous pouvons définir la modulation de l'indice de réfraction par l'effet Kerr optique

suivant la relation [14].

$$n = n_0 + n_2 I \tag{2.13}$$

Tel que

n: représente l'indice de réfraction, évaluant en fonction de l'intensité lumineuse I traversant le matériau.

$\boldsymbol{n_0}$: représente l'indice linéaire habituel.

$\mathbf{n_2}$ **:** le coefficient non-linéaire de l'indice de réfraction proportionnel à la partie réelle de la susceptibilité d'ordre 3.

Si $(n_2 > 0)$ donc l'effet Kerr est positif on parle alors de milieux *autofocalisants*, ensuite dans le cas d'un faisceau gaussien cela se traduit par un effet de lentille convergente et l'effet Kerr est négatif

$(n_2 < 0)$ mais cette fois le milieu est *autodéfocalisants.*

2.7.3 L'indice de réfraction par l'effet Kerr :

Nous classons divers non-linéaires optiques jusqu'à troisième ordre basé sur la théorie optique non- linéaire.

Supposons que la force de champ électrique d'un faisceau laser monochromatique est :

$$\tilde{E}(\mathrm{t}) = \mathrm{E}\cos(\omega t) \tag{2.14}$$

La polarisation de seconde ordre est liée au champ électrique à travers la susceptibilité non linéaire $\chi^{(2)}$comme :

$$\tilde{P}^{(2)}(\mathrm{t}) = \chi^{(2)}\tilde{E}(t)^2 = \frac{1}{2}\chi^{(2)}E^2\cos(2\omega t) + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E^2 \tag{2.15}$$

Dépend de la structure électrique et la distribution du porteur dans le milieu la polarisation de seconde ordre consiste en une contribution à fréquence zéro (c'est-à-dire rectification optique) et une contribution à 2ω la contribution 2ω conduire à la génération de rayonnement à la seconde fréquence –harmonique [30].

La seconde génération harmonique peut également être considérée comme l'interaction de photons à différentes composantes fréquentielles du champ, c'est-à-dire que deux photons de fréquence ω sont combinées pour créer un seul photon de fréquence 2, la polarisation de

troisième ordre est liée au champ électrique à travers la susceptibilité non linéaire $\chi^{(3)}$comme :

$$\tilde{P}^{(3)}(t) = \chi^{(3)}\tilde{E}(t)^3 = \frac{1}{4}\chi^{(3)}(3\omega;\omega,\omega,\omega)E^3\cos(3\omega t) + \frac{3}{4}\chi^{(3)}(\omega;\omega,\omega,\omega)E^3\cos(\omega t) \qquad (2.16)$$

Le premier terme dans le côté droit d'eq (2.16) décrit une réponse à la fréquence 3ω ce terme conduit à THG. Le second terme d'eq (2.16) décrit une contribution non linéaire à la polarisation à la fréquence ω du champ incident [30].Ce terme conduit à une contribution non linéaire à l'indice de réfraction à la fréquenceω et conduit ainsi à un effet Kerr, la section suivante décrit la dérivation de la relation entre l'indice de réfraction non linéaire et $\chi^{(3)}$ [31].

La polarisation totale jusqu'au troisième ordre en réponse au champ optique appliqué est:

$$\tilde{P}(t) = \left[\chi^{(1)}E + \frac{3}{4}\chi^{(3)}E^3\right]\cos(\omega t) + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E^2\cos(2\omega t) + \frac{1}{4}\chi^{(3)}E^3\cos(3\omega t) + \frac{1}{2}\chi^{(2)}E^2 \qquad (2.17)$$

À partir de laquelle on peut voir que le premier terme est lié à la polarisation à la fréquence du champ incident ω,

$$\widetilde{P}_{\omega}(t) = \left[\chi^{(1)} + \frac{3}{4}\chi^{(3)}E^2\right]E\cos(\omega t) = \left[\chi^{(1)} + \frac{3}{4}\chi^{(3)}E^2\right]\tilde{E}(t) \qquad (2.18)$$

Sachant que l'intensité de la lumière incidente est $I = \varepsilon_0 n_0 E^2\, c/2$, l'indice de réfraction total peut être exprimé comme :

$$n = \sqrt{1 + \chi^{(1)} + \frac{3}{2}\chi^{(3)}\frac{I}{\varepsilon_0 n_0 c}} \qquad (2.19)$$

L'expression dans le domaine temporel permet tout de même de dégager une relation importante entre la susceptibilité d'ordre trois et le coefficient n_2, appelé indice non linéaire, présent dans la relation phénoménologique de l'effet Kerr [32]:

$$n = n_0 + n_2 I.$$

L'indice de réfraction linéaire peut être écrit comme : $n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}$, et l'indice de réfraction non linéaire est :

$$n_2 = \frac{3\chi^{(3)}}{4\varepsilon_0 n_0^2 2c} \qquad (2.20)$$

2. 8 La propagation des ondes électromagnétiques

Nous devons d'abord nous rendre compte que les faisceaux optiques qui se propagent dans l'espace libre sont presque toujours du type TEM (transverse électrique et magnétique). Dans d'autres, les composants du champ se trouvent dans le plan [7].

Perpendiculaire à la direction de propagation. Ceci est facile à montrer par une simple application de l'équation de divergence : $\nabla E = 0$ (Dans l'espace libre)

Évidemment, ce même commentaire s'applique à H depuis $\nabla H = 0$ l'opération de divergence peut être décomposée en divergence transversale (∇_t) du champ transversal E_t et la dérivée longitudinale de la composante *Z* du champ [7]:

$$\nabla \cdot E = \nabla_t \cdot E_t + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \tag{2.21}$$

Ici, une certaine perspicacité physique peut sauver des heures d'arithmétique. L'onde se propage évidemment avec une vitesse d'environ c. par conséquent, la variation majeure du champ avec *z* est un terme de la forme approximative: $\exp(-ikz)$

Avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $kn = \frac{2\pi n}{\lambda}$, λ est assez petit, et donc k est un grand nombre.

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} \sim -j\frac{2\pi n}{\lambda} E_Z \tag{2.22}$$

De plus, une poutre a un diamètre fini *D*, qui est typiquement de 1 cm environ. Ainsi nous pouvons approximer la divergence transversale par :

$$\nabla_t \cdot E_t \sim \frac{|E_t|}{D} \tag{2.23}$$

L'utilisation de (2.22) et (2.23) in (2.21) permet de comparer l'amplitude de la composante z du champ en termes de composantes transversales:

$$|E_z| \sim \frac{\lambda}{2\pi n D}|E_t| \tag{2.24}$$

Ce rapport est extrêmement faible pour les longueurs d'onde visibles ($0.5\mu m$) et les diamètres de faisceau raisonnables $\sim 1cm$ mais un mot d'avertissement est en ordre ici. si l'on a affaire au foyer d'une lentille, D peut être assez petit, ce qui rend certaines de ces conclusions discutables.
Néanmoins, l'hypothèse d'une onde TEM pour les faisceaux optiques est généralement assez bonne.
Revenons maintenant au point fait plus haut: que $\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ est un très grand nombre.

Cela signifie que la description complète des champs doit impliquer des fonctions qui changent très rapidement avec z. si nous devions tenter de résoudre l'équation d'onde sur un ordinateur numérique, un cauchemar numérique résulterait de la variation rapide avec z.
Il nous appartient donc d'éliminer cette variation rapide avec z de notre équation [7,33]. Après tout, nous savons que les champs se propagent avec une vélocité d'environ $\frac{c}{n}$ alors nous cherchons des solutions de la forme :

$$E(x,y,z) = E_0\psi(x,y,z)e^{-iknz} \tag{2.25}$$

Nous substituons (2.25) à l'équation d'onde indépendante du temps pour dériver une autre équation invoquant ψ seule. En d'autres termes, nous nous disons, «nous connaissons les ondes planes uniformes .Qu'est-ce que la déviation? »

$$\nabla^2 E + k^2 n^2 E = 0 \tag{2.26}$$

où

$$\nabla_t^2 + \frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} + k^2 n^2 E = 0 \tag{2.27}$$

$$E(x,y,z) = E_0\psi(x,y,z) \tag{2.28}$$

Tel que $k = \frac{\omega}{c}$

Dans (2.27), nous supposons un indice de réfraction uniforme: si n est une fonction de r, alors la dérivation doit être répétée.
Les dérivés suivants sont nécessaires:

$$\nabla_t^2 = E_0(\nabla_t^2\psi)e^{-iknz} \tag{2.29}$$

$$\frac{\partial E}{\partial Z} = E_0\left(-ikn\psi + \frac{\partial \psi}{\partial z}\right)e^{-iknz} \tag{2.30}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} = E_0\left(-k^2n^2\psi - i2kn\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2}\right)e^{-iknz} \tag{2.31}$$

Lorsque ces dérivées sont substituées en (2.27), le terme avec k^2 annule, et bien sûr, le facteur commun e^{-iknz} annule tous les termes:

$$\nabla_t^2 - i2kn\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = 0 \tag{2.32}$$

L'équation (2.32) est exacte et n'est qu'une représentation différente de l'équation d'onde. Mais maintenant la première approximation est utilisée, le second terme dérivé est négligé, avec la justification suivante. On peut anticiper que les paramètres "beam" contenus dans ψ Changent avec z conduisant à des valeurs non nulles pour $\frac{\partial \psi}{\partial z}$ et $\frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2}$ mais la dérivée première est multipliée par ce très grand nombre k, alors que l'unité est le coefficient pour le dernier terme [7]. Ainsi il est négligé, pour céder

$$\nabla_t^2 \psi - i2kn\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \tag{3.32a}$$

2.9 Mode TEM_{00} le plus bas

Pour minimiser l'arithmétique, nous recherchons une solution cylindrique symétrique.
L'équation (3.32a) devient:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) - i2kn\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \tag{2.33}$$

Nous choisissons

$$\psi_0 = \left\{-i\left[p(z) + \frac{knr^2}{2q(z)}\right]\right\} \tag{2.34}$$

Où l'indice 0 indique le mode fondamental TEM_{00} le plus bas.
Notre but est de trouver ψ_0 en réduisant l'équation différentielle partielle (2.33) aux équations différentielles ordinaires pour les fonctions inconnues $p(z)$ et $q(z)$, les dérivés suivants sont donc nécessaires[7,33]:

$$-2ikn\frac{\partial \psi_0}{\partial z} = \left\{-2kn\frac{dp(z)}{dz} + i\frac{k^2n^2r^2}{q^2(z)}\frac{dq(z)}{dz}\right\}\psi_0 \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial z} = -i\frac{knr}{q(z)}\psi_0 \tag{2.36}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi_0}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{-i\frac{knr^2}{q(z)}\psi_0\right\} \tag{2.37}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi_0}{\partial r}\right) = -i\frac{2kn}{q(z)}\psi_0 - i\frac{knr}{q(z)}\frac{\partial \psi_0}{\partial r} \tag{2.38}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \psi_0}{\partial r}\right) = \left\{-\frac{k^2r^2}{q^2(z)} - i\frac{2k}{q(z)}\right\}\partial\psi_0 \tag{2.39}$$

Alors l'équation paraxiale devient :

$$\left\{-\frac{k^2r^2}{q^2(z)}-i\frac{2kn}{q(z)}\right\}\psi_0+\left\{-2k\frac{dp(z)}{dz}+i\frac{k^2n^2r^2}{q^2(z)}\frac{dq(z)}{dz}\right\}\psi_0=0 \tag{2.40}$$

$$\left\{-\frac{k^2n^2}{q^2(z)}\left[\frac{dq(z)}{dz}-1\right]r^2-2k\left[\frac{dp(z)}{dz}+\frac{i}{q(z)}\right]r^0\right\}=0 \tag{2.41}$$

Pour que la forme supposée (2.34) soit une solution, tout facteur d'une puissance de r doit être égal à zéro. Cela donne deux équations différentielles ordinaires simples [7,33]:

$$\frac{dq(z)}{dz}=1 \tag{2.42}$$

$$\frac{dp(z)}{dz}=-\frac{i}{q(z)} \tag{2.43}$$

Puisque (2.42) est découplé de l'autre, sa solution et ses implications seront discutées en premier. La solution est triviale:

$$q(z)=q_0+z \tag{2.44}$$

Où q_0 est la valeur de q en $z=0$, maintenant, il est évident que les dimensions de q_0 doivent être les mêmes que z donc nous sommes tentés de utilisez le symbole de la lettre z_0 pour cela. Mais est-ce q_0 réel?

Pour répondre à cela, nous devons nous référer au formulaire initial impliquant $q(z)$:

$$\psi_0=exp\left[-\frac{knr^2}{2q(z)}\right]exp[-ip(z)] \tag{2.45}$$

Si $q(z)$ était toujours réel, alors $\left|exp\left[-\frac{knr^2}{2q(z)}\right]\right|$ pour toutes les valeurs de r. Ceci signifierait que la phase change de plus en plus vite avec r, l'amplitude restant constante. Ceci ne décrit pas un faisceau. C'est une absurdité. Un faisceau a la plus grande partie de son énergie concentrée à un certain endroit dans le plan transversal, et donc la possibilité que q soit pur réel n'est pas intéressante. Si $q(z)$a une partie imaginaire, alors l'exercice mathématique devient intéressant [7].

Supposons que $q(z)$ est complexe. Maintenant z est évidemment réel dans (2.44), et toute partie réelle de q_0 correspond simplement à un déplacement de la coordonnée spatiale. Par conséquent, nous pourrions aussi bien commencer par l'axe $z = 0$ approprié pour absorber cette partie réelle et laisser q_0 être imaginaire (c'est-à-dire,$q_0 = iz_R$) [7]:

$$q(z) = z + iz_R \tag{2.46}$$

Où z_R est une constante à déterminer (et interpréter). Si (2.46) est substitué dans (2.45) disons à $z = 0$, nous obtenons une image physique très satisfaisante pour une partie de ψ_0 ,à $z = 0$:

$$q(z) = iz_R \tag{2.47}$$

Et

$$\psi_0(z = 0) = exp\left(-\frac{knr^2}{2z_R}\right) exp[-ip(z = 0)] \tag{2.48}$$

Alors, la taille du point minimum ω_0 définit comme [34, 35] :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2z_R}{kn}} \Rightarrow \quad \omega_0^2 = \frac{2z_R}{kn} \tag{2.49}$$

Avec :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Donc : $\omega_0^2 = \frac{\lambda z_R}{n\pi}$ ou $z_R = \frac{\pi n \omega_0^2}{\lambda}$

La relation de la taille du point, qui est maintenant une fonction de z , s'écrit alors :

$$\omega^2(z) = \frac{2}{knz_R}(z_R^2 + z^2) = \frac{2z_R}{kn}\left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right] \tag{2.50}$$

Ou en utilisant la définition précédente de ω_0 , on obtient:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2\left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi n \omega_0^2}\right)^2\right] \tag{2.51}$$

Abrégeons également les termes de la seconde exponentielle par $R(z)$:

$$R(z) = \frac{1}{z}(z_R^2 + z^2) = z\left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right] \tag{2.52}$$

$$R(z) = Z\left[1 + \left(\frac{\pi n \omega_0^2}{\lambda z}\right)^2\right] \quad (2.53)$$

Alors la pointe associée est donnée par :

$$\text{Tan}\,\theta \approx \theta = \frac{\omega_0}{Z_R} \Rightarrow \theta = \frac{2\lambda}{\pi n \omega_0}$$

2. 10 Susceptibilité non linéaire dans le modèle classique

Pour le cas des milieux non centrosymétriques, nous prenons l'équation du mouvement de la position de l'électron $\tilde{\boldsymbol{x}}$ doit être de la forme [23] :

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{x}}} + 2\boldsymbol{\gamma}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} + \boldsymbol{\omega_0^2}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{a}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}} = -\boldsymbol{e}\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{t})/\boldsymbol{m} \quad (2.54)$$

Dans cette équation, nous avons supposé que le champ électrique appliqué est donné par$\tilde{\boldsymbol{E}}$ **(t),** que la charge de l'électron est **-e**, qu'il y a une force d'amortissement du forme **-2m**$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}\boldsymbol{\gamma}$, et que la force de rappel est donnée par :

$$\tilde{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{restoring}} = -\boldsymbol{m}\boldsymbol{\omega_0^2}\tilde{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{m}\boldsymbol{a}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}} \quad (2.55)$$

où **a** est un paramètre qui caractérise la force de la non-linéarité. nousobtenir cette forme en supposant que la force de rappel est une fonction non linéaire du déplacement de l'électron de sa position d'équilibre et de rétention les termes linéaires et quadratiques dans l'expansion de la série Taylor de la restauration force dans le déplacement$\tilde{\boldsymbol{x}}$. Nous pouvons comprendre la nature de cette forme deforce de rappel en notant qu'il correspond à une fonction d'énergie potentielle de la forme [23] :

$$\boldsymbol{u}(\tilde{\boldsymbol{x}}) = -\int \tilde{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{restoring}}\, \boldsymbol{d}\tilde{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\boldsymbol{m}\boldsymbol{\omega_0^2}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{3}}\boldsymbol{m}\boldsymbol{a}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{3}} \quad (2.56)$$

Ici, le premier terme correspond à un potentiel harmonique et le second terme correspond à un terme de correction anharmonique.

L'équation (2.54) peut être résolue au moyen d'une expansion de perturbation. Nous utilisons une procédure analogue à celle de la théorie des perturbations de Rayleigh-Schrödinger en mécanique quantique.

Nous remplaçons $\tilde{\boldsymbol{E}}$ **(t)** dans l'équation. (2.54) par **λ** $\tilde{\boldsymbol{E}}$ **(t),** où **λ** est un paramètre qui varie en continu entre zéro et un et qui sera mis égal à un à la fin du calcul. Le paramètre d'expansion **λ** caractérise donc la force de la perturbation. L'équation (1.41) devient alors [23] :

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{x}}} + 2\boldsymbol{\gamma}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} + \boldsymbol{\omega_0^2}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{a}\tilde{\boldsymbol{x}}^{\boldsymbol{2}} = -\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{e}\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{t})/\boldsymbol{m} \quad (2.57)$$

Nous cherchons maintenant une solution à l'eq. (2.57) sous la forme d'une extension de série de puissance dans la force **λ** de la perturbation, c'est-à-dire une solution de la forme [23,5] :

$$\tilde{x} = \lambda\tilde{x}^{(1)} + \lambda^2\tilde{x}^{(2)} + \lambda^3\tilde{x}^{(3)} + \cdots \quad (2.58)$$

Pour l'éq (2.58) pour être une solution à l'équation (2.57) pour toute valeur de la force de couplage λ, nous exigeons que les termes dans l'éq (2.57) proportionnel à $\lambda, \lambda^2, \lambda^3$, etc., chacun satisfait l'équation séparément. Nous constatons que ces termes conduisent respectivement aux équations :

$$\ddot{\tilde{x}}^{(1)} + 2\gamma\dot{\tilde{x}}^{(1)} + \omega_0^2\tilde{x}^{(1)} = -e\tilde{E}(t)/m \quad (2.59\mathbf{a})$$

$$\ddot{\tilde{x}}^{(2)} + 2\gamma\dot{\tilde{x}}^{(2)} + \omega_0^2\tilde{x}^{(2)} + a\left[\tilde{x}^{(1)}\right]^2 = 0 \quad (2.59\mathbf{b})$$

$$\ddot{\tilde{x}}^{(3)} + 2\gamma\dot{\tilde{x}}^{(3)} + \omega_0^2\tilde{x}^{(3)} + 2a\tilde{x}^{(1)}\tilde{x}^{(2)} = 0 \quad (2.59\mathbf{c})$$

Nous voyons de l'éq. (2.59a) que la contribution la plus faible $\tilde{x}^{(1)}$ est régie par la même équation que celle du modèle de Lorentz conventionnel (c'est-à-dire linéaire) [23,5].

Sa solution à l'état stable est donc donnée par :

$$\tilde{x}^{(1)}(t) = x^{(1)}(\omega_1)e^{-i\omega_1 t} + x^{(1)}(\omega_2)e^{-i\omega_2 t} + c.c., \quad (2.60)$$

Où les amplitudes $x^{(1)}(\omega)$ ont la forme :

$$x^{(1)}(\omega) = -\frac{e}{m}\frac{E}{D(\omega)} \quad (2.61)$$

Où nous avons introduit la fonction du dénominateur complexe :

$$D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma \quad (2.62)$$

Pour le cas d'un milieu centrosymétrique, nous supposons que la force de rappel n'est pas donnée par l'équation (2.55) mais plutôt par

$$\tilde{F}_{restoring} = -m\omega_0^2\tilde{x} + mb\tilde{x}^3 \quad (2.63)$$

Où b est un paramètre qui caractérise la force de la non-linéarité. Cette force de rappel correspond à la fonction d'énergie potentielle

$$U(\tilde{x}) = -\int \tilde{F}_{restoring}\, d\tilde{x} = \frac{1}{2}m\omega_0^2\tilde{x}^2 - \frac{1}{4}mb\tilde{x}^4 \quad (2.64)$$

Nous verrons plus loin que la réponse non linéaire d'ordre le plus bas résultant de la force de restauration de l'éq (2.63) est une contribution de troisième ordre à la polarisation, ce qui peut être décrit par une susceptibilité $\chi^{(3)}$. Comme dans le cas de milieux non centrosymétriques, les propriétés tensorielles de cette susceptibilité ne peuvent pas être spécifié sauf si les symétries internes du milieu sont complètement connu. L'un des cas les plus importants est celui d'un matériau isotrope (en plus d'être centrosymétrique). Des exemples de tels matériaux sont des lunettes et des liquides. Dans un tel cas, nous pouvons prendre la force de restauration pour avoir la forme [23] :

$$\widetilde{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{restoring}} = -\boldsymbol{m\omega_0^2\tilde{r}} + \boldsymbol{mb(\tilde{r}.\tilde{r})\tilde{r}} \quad (2.65)$$

L'équation de mouvement pour le déplacement d'électron de l'équilibre est Ainsi :

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{r}}} + \boldsymbol{2\gamma\dot{\tilde{r}}} + \boldsymbol{\omega_0^2\tilde{r}} - \boldsymbol{b(\tilde{r}.\tilde{r})\tilde{r}} = -\boldsymbol{e\widetilde{E}(t)/m} \quad (2.66)$$

Nous supposons que le champ appliqué est donné par :

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{E_1 e^{-i\omega_1 t}} + \boldsymbol{E_2 e^{-i\omega_2 t}} + \boldsymbol{E_3 e^{-i\omega_3 t}} + \boldsymbol{c.c.}, \quad (2.67)$$

Nous permettons au champ d'avoir trois composantes de fréquence distinctes parce que c'est la possibilité la plus générale d'une interaction de troisième ordre. Cependant, l'algèbre devient très fastidieux si les trois termes sont écrits explicitement, et donc nous exprimer le champ appliqué comme :

$$\widetilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{t}) = \sum_n \boldsymbol{E(\omega_n) e^{-i\omega_n t}} \quad (2.68)$$

La méthode de solution est analogue à celle utilisée ci-dessus pour un non centrosymétrique moyen. Nous remplaçons $\tilde{\mathbf{E}}$ **(t)** dans l'équation. (2.66) par $\boldsymbol{\lambda\widetilde{E}}$ **(t)**, .Nous cherchons une solution à l'équation. (2.66) ayant la forme d'une série de puissances dans le paramètre **λ**:

$$\tilde{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{\lambda\tilde{r}^{(1)}(t)} + \boldsymbol{\lambda^2\tilde{r}^{(2)}(t)} + \boldsymbol{\lambda^3\tilde{r}^{(3)}(t)} + \cdots \quad (2.69)$$

Nous insérons l'éq (2.69) dans l'équation. (2.66) et exiger que les termes proportionnels à $\boldsymbol{\lambda^n}$ disparaissent séparément pour chaque valeur de **n**. Nous trouvons ainsi que :

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{r}}}^{(1)} + \boldsymbol{2\gamma\dot{\tilde{r}}^{(1)}} + \boldsymbol{\omega_0^2\tilde{r}^{(1)}} = -\boldsymbol{e\widetilde{E}(t)/m} \quad (2.70\mathbf{a})$$

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{r}}}^{(2)} + \boldsymbol{2\gamma\dot{\tilde{r}}^{(2)}} + \boldsymbol{\omega_0^2\tilde{r}^{(2)}} = \boldsymbol{0} \quad (2.70\mathbf{b})$$

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{r}}}^{(3)} + \boldsymbol{2\gamma\dot{\tilde{r}}^{(3)}} + \boldsymbol{\omega_0^2\tilde{r}^{(3)}} - \boldsymbol{b\left(\tilde{r}^{(1)}.\tilde{r}^{(1)}\right)\tilde{r}^{(1)}} = \boldsymbol{0} \quad (2.70\mathbf{c})$$

Pour n = 1, 2 et 3, respectivement. L'équation (2.70a) est simplement la version vectorielle de l'équation (2.70a), rencontré ci-dessus. Sa solution à l'état stable est :

$$\tilde{\boldsymbol{r}}^{(1)}(\boldsymbol{t}) = \sum_n \boldsymbol{r^{(1)}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}} \quad (2.71\mathbf{a})$$

Où

$$\boldsymbol{r^{(1)}(\omega)} = \frac{\boldsymbol{-eE(\omega)/m}}{\boldsymbol{D(\omega)}} \quad (2.71\mathbf{b})$$

Avec **D (ω)** donné comme ci-dessus par $\boldsymbol{D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma}$

Depuis la polarisation à la fréquence ω est donnée par

$$\boldsymbol{p^{(1)}(\omega) = -Ner^{(1)}(\omega)} \quad (2.72)$$

Nous pouvons décrire les composantes cartésiennes de la polarisation à travers la relation

$$\boldsymbol{p_i^{(1)}(\omega) = \varepsilon_0 \sum_j x_{ij}^{(1)}(\omega) E_j(\omega)} \quad (2.74a)$$

Ici, la susceptibilité linéaire est donnée par

$$\boldsymbol{x_{ij}^{(1)}(\omega) = x^{(1)}(\omega)\delta_{ij}} \quad (2.74b)$$

Avec : $$\boldsymbol{x^{(1)}(\omega) = \frac{Ne^2/m}{\varepsilon_0 D(\omega)}} \quad (2.74c)$$

Et la susceptibilité d'ordre trois est donnée par [36]:

$$\boldsymbol{x^{(3)}(\omega) = \frac{m^* x^{(1)^4}}{N_C{}^3 e^3}} \quad (2.75)$$

2. 11 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes de base de l'optique non linéaire qui résultent de l'interaction rayonnement matière. Nous avons rappelé les origines de l'optique non linéaire, l'effet Kerr optique et aussi susceptibilité non linéaire optique de $2^{éme}$ et $3^{éme}$ ordre.



Chapitre 3

Résultats et Discussions



3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des mesures avec la simulation numérique faite sous la programmation FORTRON, et nous allons divisé ce chapitre en trois parties qui vaut étudier l'influence de la distance Z, la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ et le champ électrique E sur les paramètres du faisceaux (rayon de courbure du faisceau R_Z, le rayon de Rayleigh Z_R ,l'angle de divergence θ et la largeur du faisceau W_Z).

3.2 L'influence de la distance Z sur les paramètres du faisceau :

On va faire notre étude sur le SC (**GaAs)**.

m^*	$0.067\ m_0$
N_c	$2.214\ 10^{28}$ cm^{-3}
c	$3.00\ \ 10^{8}$ m/s
ε_0	$12.85\ 10^{-12}$ F m^{-1}
m_0	$9.1\ 10^{-31}$ kg
π	3.14

Tableau (3.1) : Les paramètres utilisés dans les calculs

❖ Pour $\lambda = 1.106\ \mu m$

- ❖ Les figures **(3.1), (3.3), (3.5),** représentent la variation de rayon de courbure $\mathbf{R_Z}$ en fonction de la distance **Z** pour **GaAs .** Nous estimons que le rayon de courbure est diminué si la distance **Z** augmente et également le rayon de courbure augmente si le rayon de ceinture $\mathbf{W_0}$ est augmenté dans le cas où $\lambda = 1.106\ \mu m$, $\lambda = 5\ \mu m$ et $\lambda = 35\ \mu m$ **.**
- ❖ Les figures **(3.2), (3.4), (3.6)** représentent la variation de largeur du faisceau $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{z})$ en fonction de la distance **Z** pour **GaAs.** Nous avons vu que la largeur du faisceau $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{z})$ augmente si la distance **Z** augmente, et également si le rayon de ceinture $\mathbf{W_0}$ augmente le rayon $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{z})$ augmente.

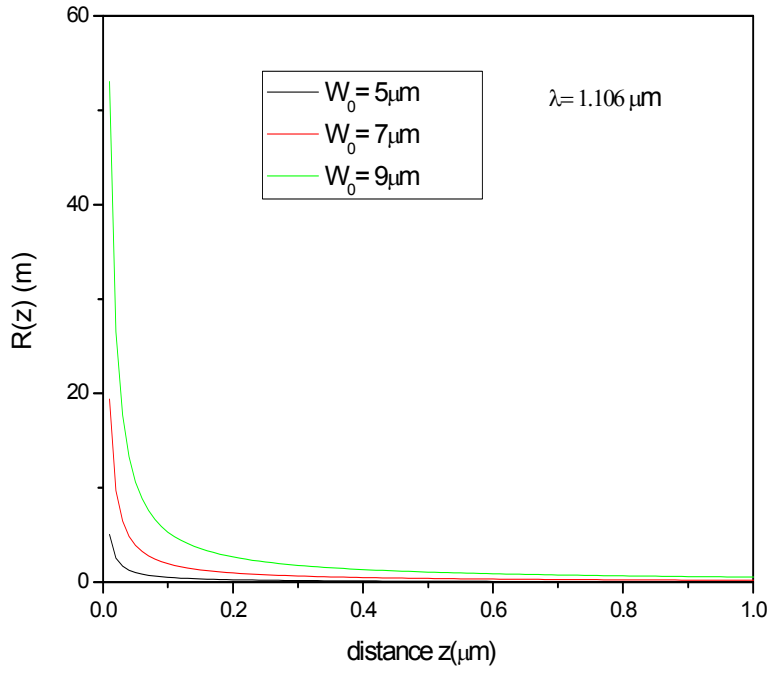
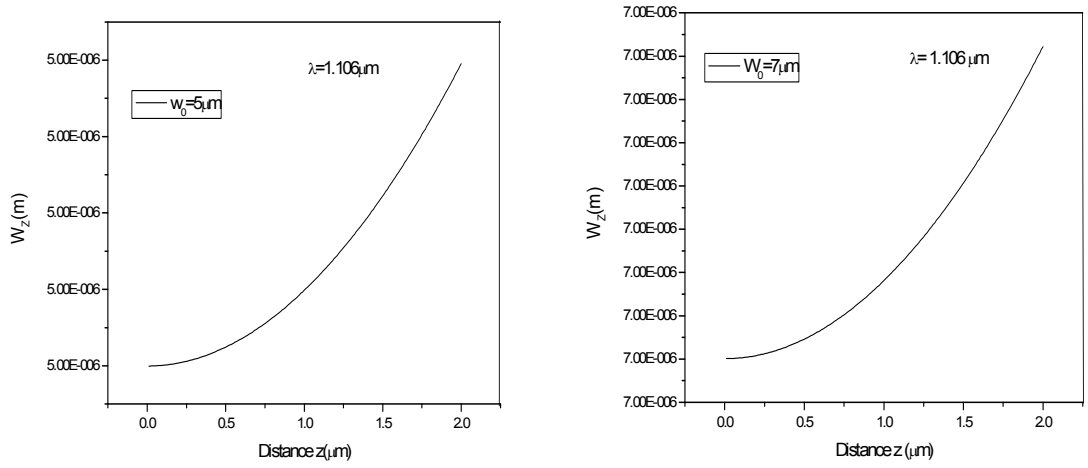


Figure (3.1) : la variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z

Pour z = 1 μm , F =10 v/m

(a) **(b)**



(c)

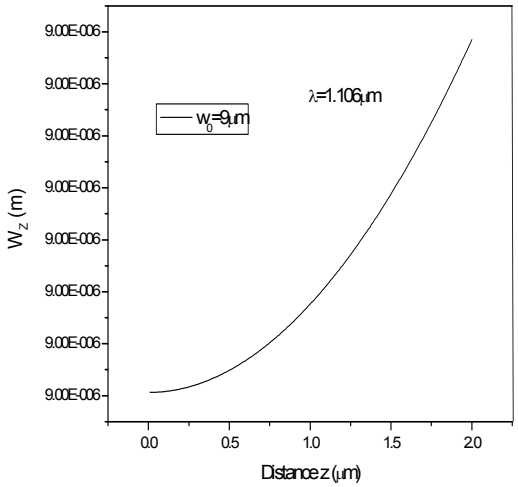


Figure (3.2) : la variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance z

Pour z = 1 µm , F =10 v/m : **(a)** Pour W_0 **=5** µm **, (b)** Pour W_0 **=7** µm **(c)** Pour W_0 **=9** µm

❖ Pour $\lambda = 5\ \mu m$

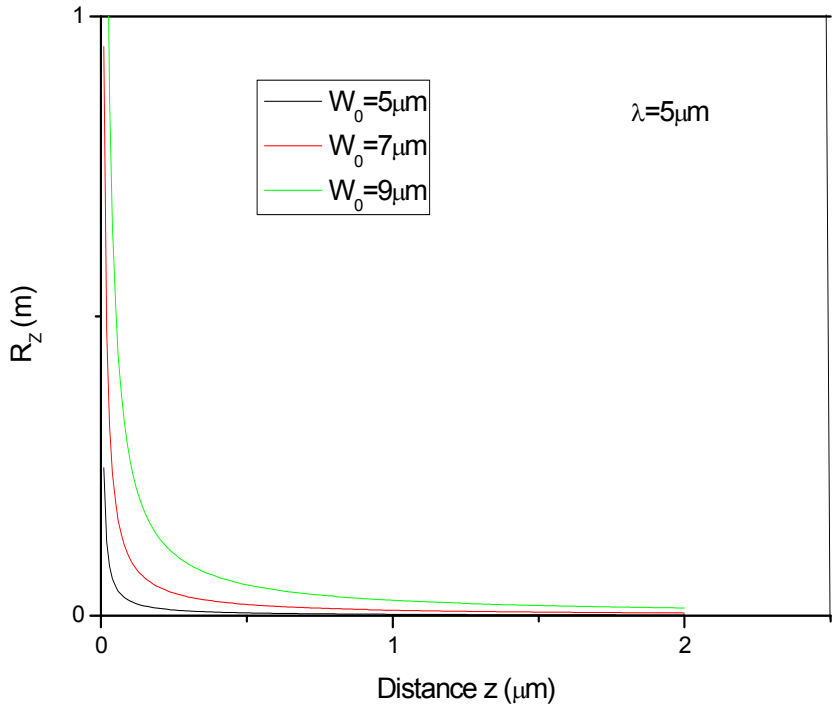
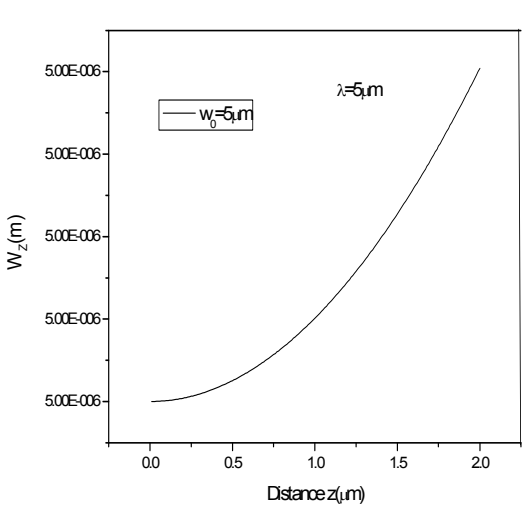
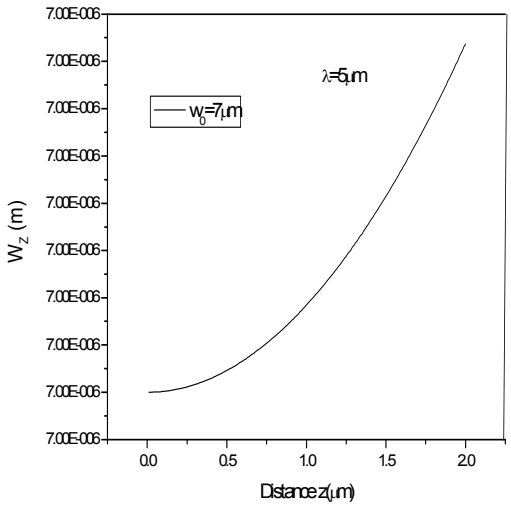


Figure (3.3) : la variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z

Pour z = 1 μm , F =10 v/m

(a) **(b)**





(c)

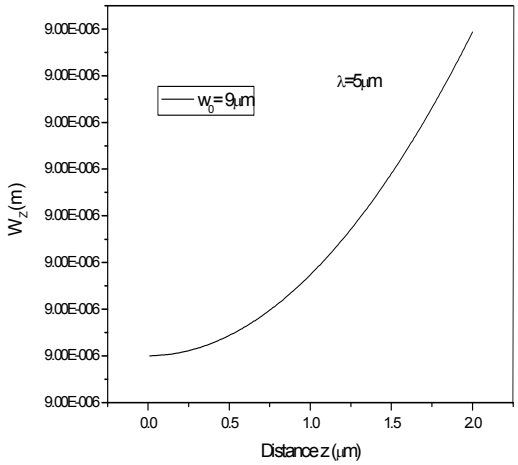


Figure (3.4) : la variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance z

Pour z = 1 µm , F =10 v/m : **(a)** Pour W_0 **=5** µm **, (b)** Pour W_0 **=7** µm **(c)** Pour W_0 **=9** µm

❖ Pour $\lambda = 35\ \mu m$

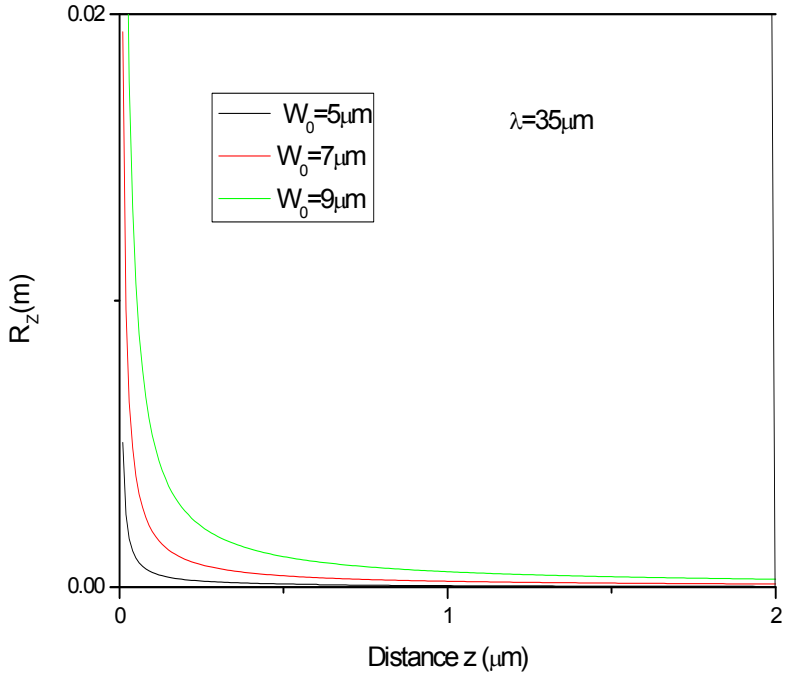
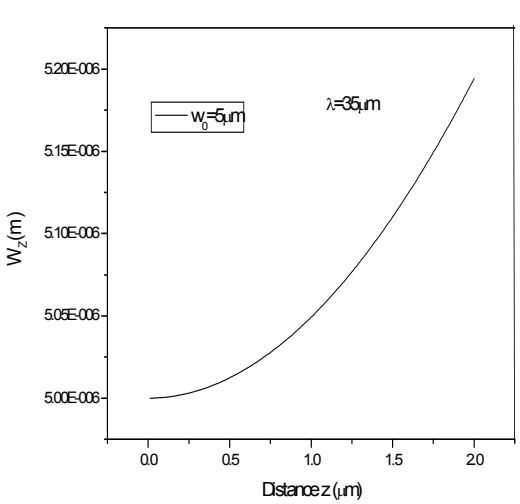
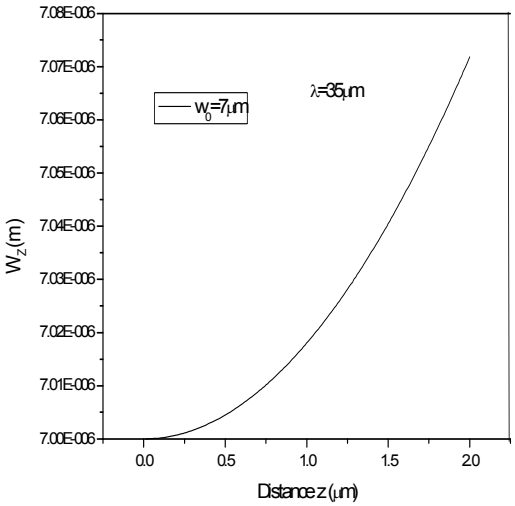


Figure (3.5) : la variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z

Pour z = 1 μm , F =10 v/m

(a) **(b)**





(c)

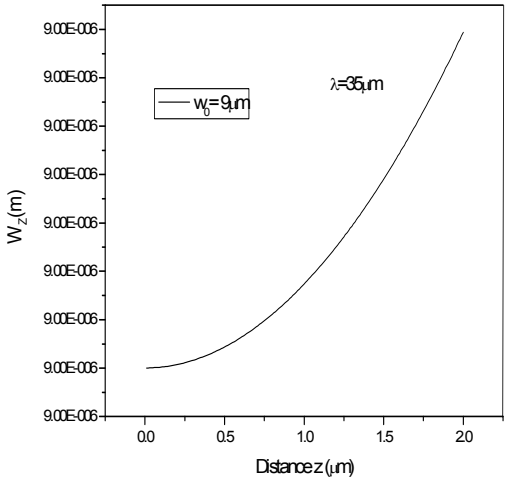


Figure (3.6) : la variation de largeur du faisceau $\omega(\zeta)$ en fonction de la distance z

Pour z = 1 μm , F =10 v/m : **(a)** Pour W_0 **=5** μm **,** **(b)** Pour W_0 **=7** μm **(c)** Pour W_0 **=9** μm

Les figures **(3.7), (3.9), (3.11)** représentent les variations de rayon de courbure $\mathbf{R_Z}$ en fonction de la distance z pour **GaAs** pour chaque valeur de rayon de ceinture W_0 ($W0 = 5\ \mu m$, $W_0 = 7\ \mu m$ et $W_0 = 9\ \mu m$).

Nous avons observé que le rayon de courbure diminue si la distance Z augmente et par contre le rayon de courbure augmente avec le champ électrique F.

Les figures **(3.8), (3.10), (3.12)** représentent la variation de largeur du faisceau $\boldsymbol{\omega(\zeta)}$ en fonction de la distance Z pour **GaAs** pour chaque valeur de rayon de ceinture W_0 ($W_0 = 5\ \mu m$, $W_0 = 7\ \mu m$ et $W_0 = 9\ \mu m$).

On observe que la largeur du faisceau $\boldsymbol{\omega(\zeta)}$ augmente si la distance Z augmente, tandis que si le champ électrique augmente la largeur du faisceau $\boldsymbol{\omega(\zeta)}$ est diminuée.

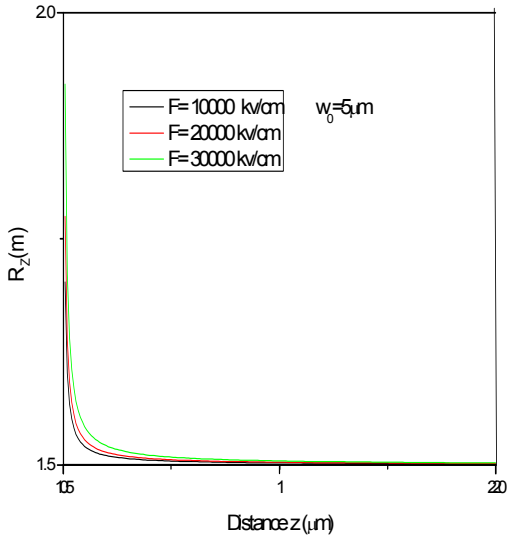


Figure (3.7) : la variation de rayon de courbure faisceau en fonction de la distance Z. Pour z = 1 µm ,W_0= 5 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

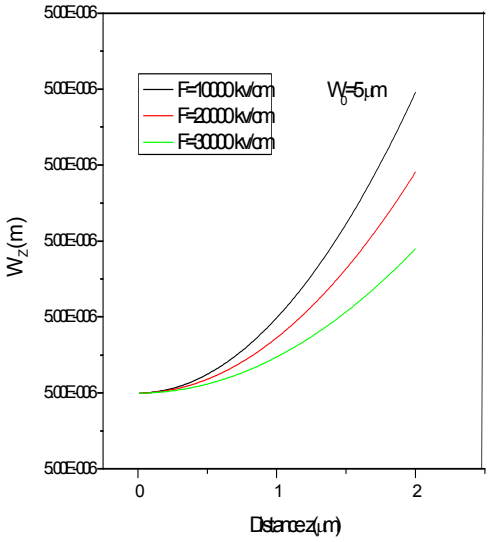


Figure (3 .8) :la variation de largeur du $\omega(z)$ en fonction de la distance Z pour Z = 1 µm , W_0= 5 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

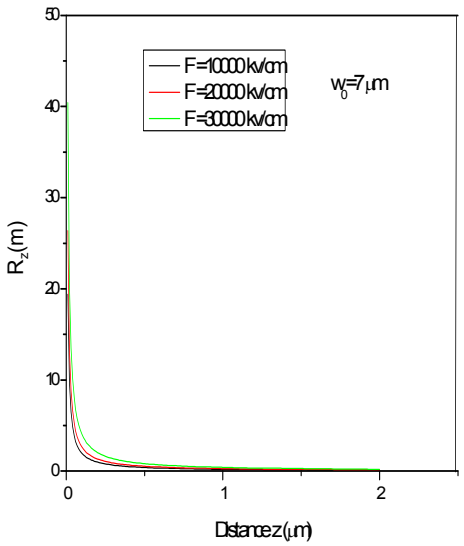


Figure (3.9) : la variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z
Pour z = 1 µm W_0= 7 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

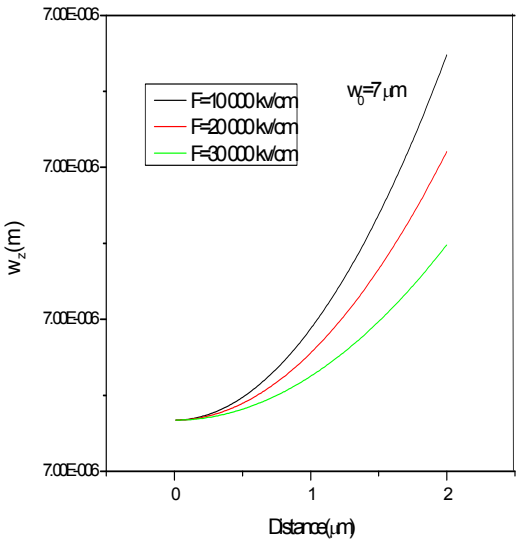


Figure (3 .10) :la variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z pour Z = 1 µm , W_0=7 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

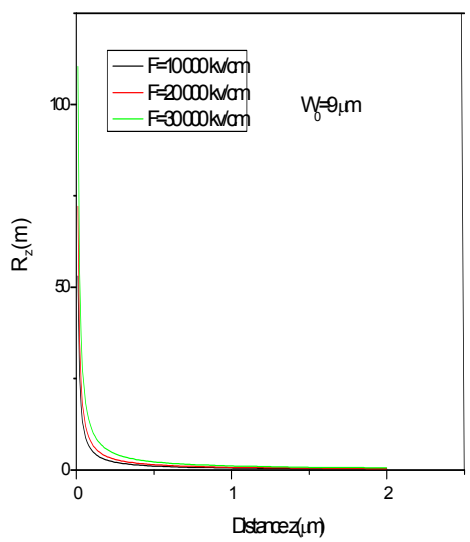


Figure (3.11) : la variation de rayon de courbure R_Z en fonction de la distance Z pour z = 1 µm ,W_0=9 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

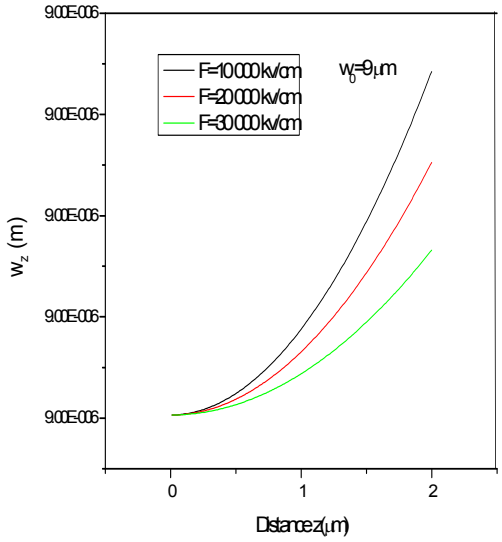


Figure (3 .12) :la variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la distance Z pour : Z= 1 µm , W_0=9 µm , $\lambda = 1{,}106\ \mu m$

3.3 L'influence de la longueur d'onde sur les paramètres du faisceau:

Les figures **(3.13), (3.14), (3.15) ,(3,16)** représentent les variations de R_Z , θ , $\omega(z)$ et Z_R en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour différentes valeurs du rayon de ceinture (W_0 = 5 μm , W_0 = 7 μm et W_0 = 9 μm) tel que :

La figure **(3.13) :** représente la variation de rayon de courbure $\mathbf{R_Z}$ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour le **GaAs,** nous avons observé que le rayon de courbure diminue si la longueur d'onde augmente et aussi le rayon de courbure augmente si rayon de ceinture W_0 augmente.

La figure **(3.14) :** représente la variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour **GaAs.** Nous avons vu que si la longueur d'onde augmente l'angle de divergence θ est augmenté, Par contre l'angle de divergence θ est diminuée si W_0 augmente.

La figure **(3.15) :** représente la variation de largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde**.** Nous estimons ici que la largeur du faisceau $\omega(z)$ augmente si la longueur d'onde augmente et également dans le cas où rayon de ceinture W_0 augmente la largeur du faisceau $\omega(z)$ augmente.

La figure **(3.16) :** représente la variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde**.** Dans ce cas la longueur de Rayleigh diminue si la longueur d'onde augmente, par contre elle est augmenté si le rayon de ceinture W_0 augmente.

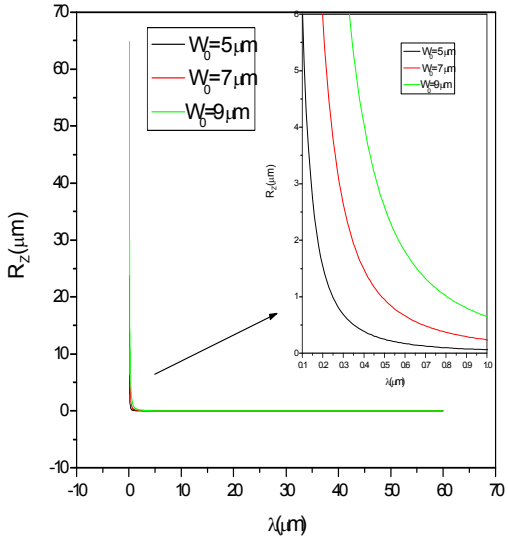


Figure (3 .13) : la variation de Rayon de courbure R_Z en fonction de la longueur d'onde λ pour Z = 1 µm , F =10 v/m

(a)

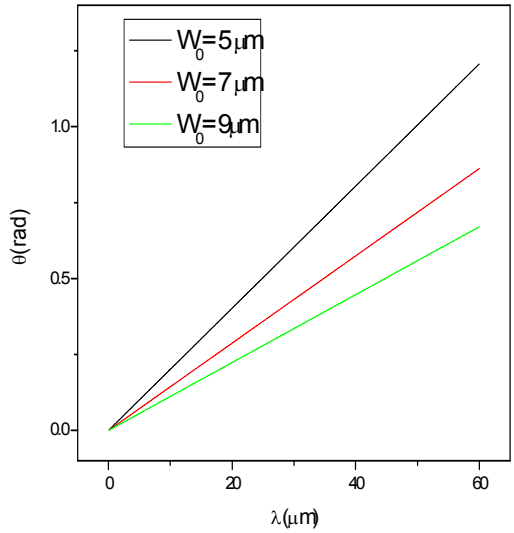
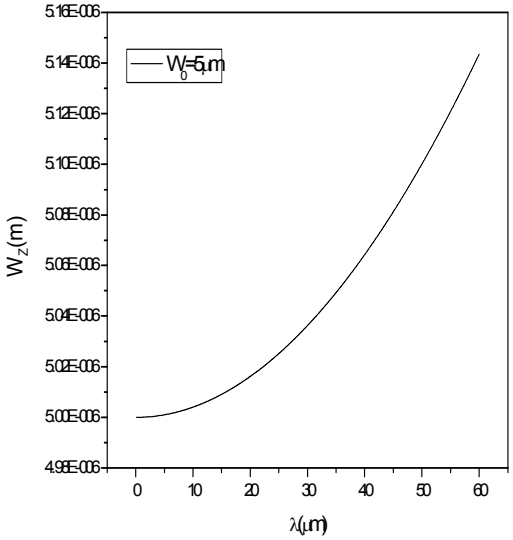
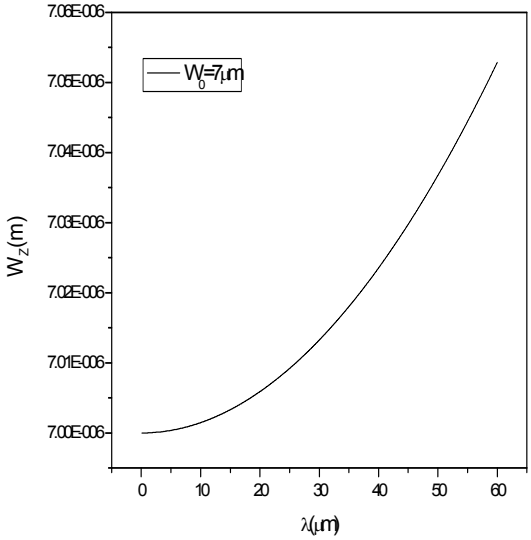


Figure (3 .14) : la variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde λ pour Z= 1 µm , F =10 v/m

(b)





(c)

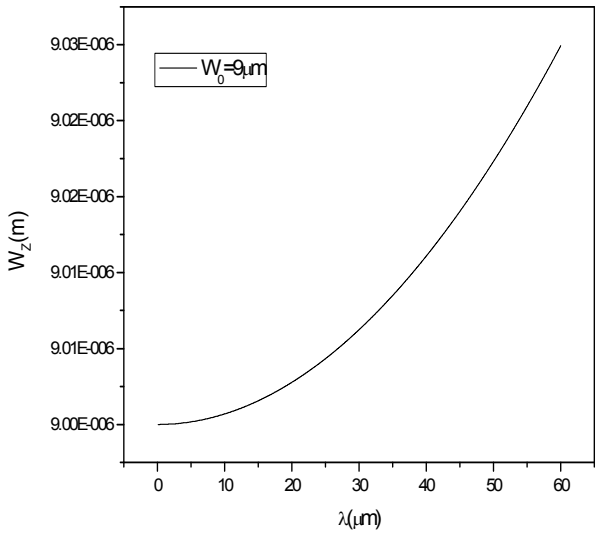


Figure (3.15) : la variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde**,** pour Z= 1 µm, F =10 v/m : **(a)** Pour W_0 **=5** µm **, (b)** Pour W_0 **=7** µm

(c) Pour W_0 **=9** µm

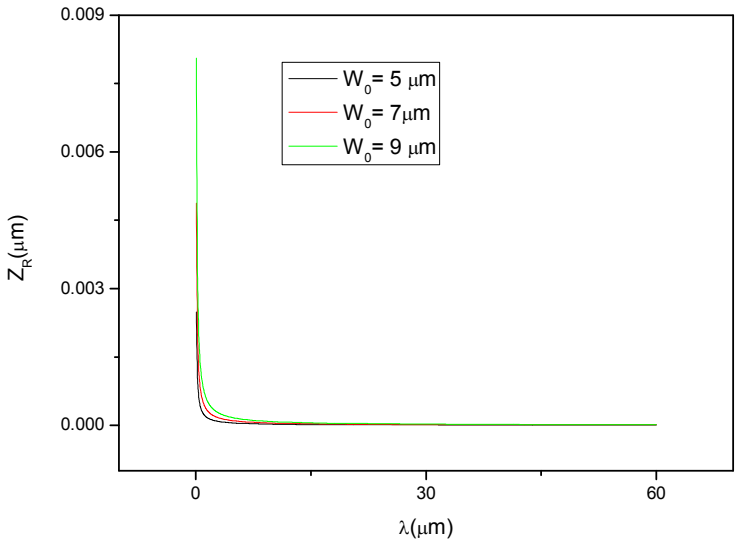


Figure (3.16) : la variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde λ pour Z= 1 µm, F =10 v/m

Les figures **(3.17), (3.18), (3.19), (3.20) :** représentent les variations de R_Z, Z_R, θ et $\omega(z)$ successivement en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ pour différentes valeurs du champ électrique F , nous avons observé que R_Z et Z_R sont diminués avec la longueur d'onde et également sont augmentés avec l'augmentation du champ électrique F{200,300,400} kV /cm .

Par contre l'angle de divergence θ et la largeur du faisceau $\omega(z)$ sont augmentés si la longueur d'onde augmente et sont diminués pour chaque champ électrique F {200, 300,400} kV /cm.

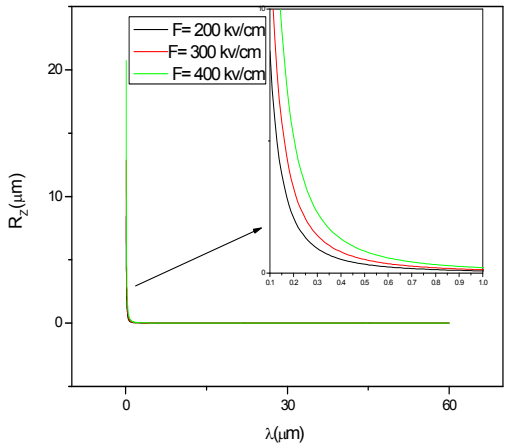


Figure (3.17) : la variation du rayon de courbure R_Z en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 1 µm et W_0 =7 μm

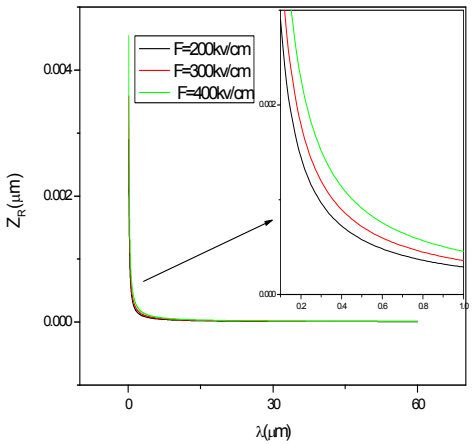


Figure (3.18) : la variation du rayon de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 1 µm et W_0 =7 μm

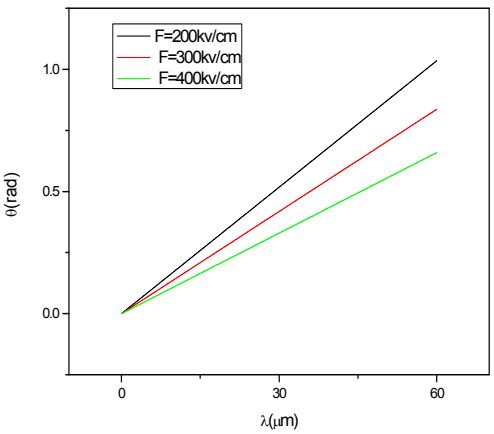


Figure (3.19) : la variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$
Pour : Z = 1 µm et W_0 =7 μm

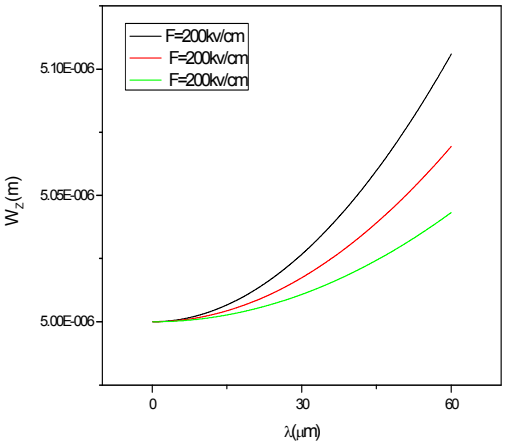


Figure (3.20) : la variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 1 µm et W_0 =7 μm

Les figures **(3.21), (3.22), (3.23), (3.24) :** illustrent les variations de R_Z, Z_R, θ et $\omega(z)$ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ dans le cas où Z = 0.5 µm tel que :

Le rayon de courbure R_Z et la longueur de Rayleigh Z_R sont diminués si la longueur d'onde augmente.

L'angle de divergence θ et la largeur du faisceau $\omega(z)$ sont augmentés avec la longueur d'onde.

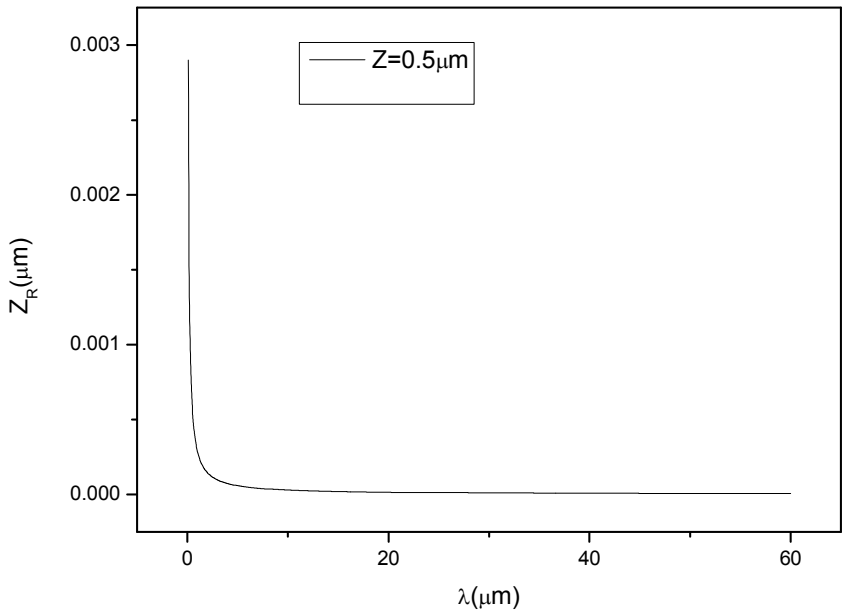


Figure (3.21) : la variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$
Pour : Z = 0.5 µm et $W_0 = 7\ \mu m$

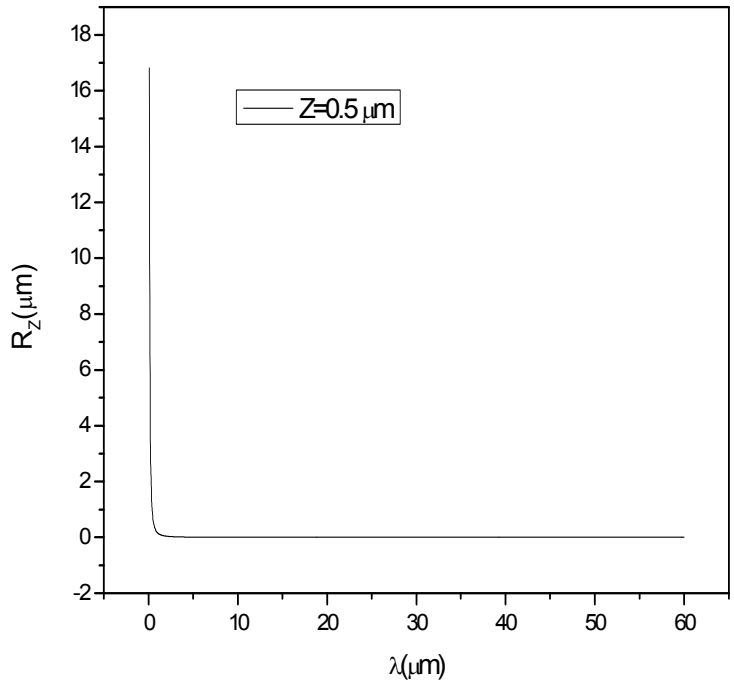


Figure (3.22) : la variation du rayon de courbure R_Z en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 0.5 μm et W_0 =7 μm

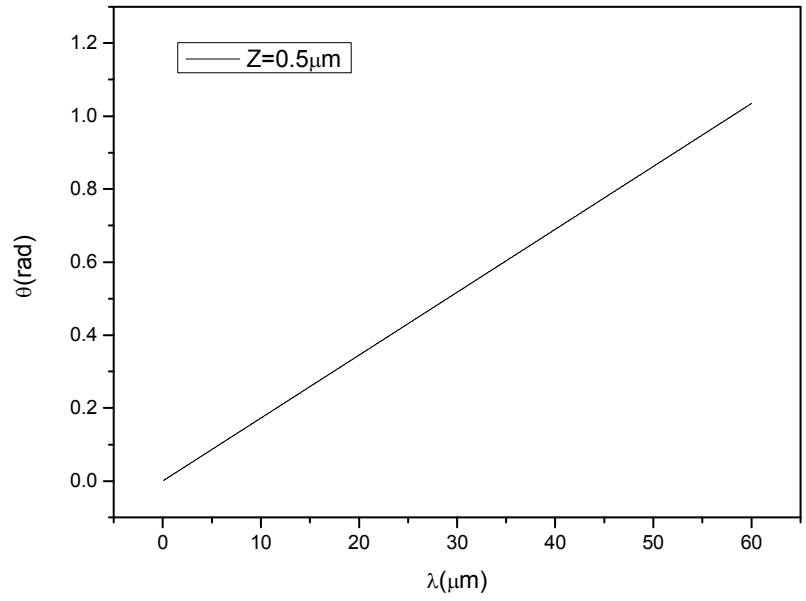


Figure (3.23) : la variation de l'angle de divergence θ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 0.5 μm et W_0 =7 μm

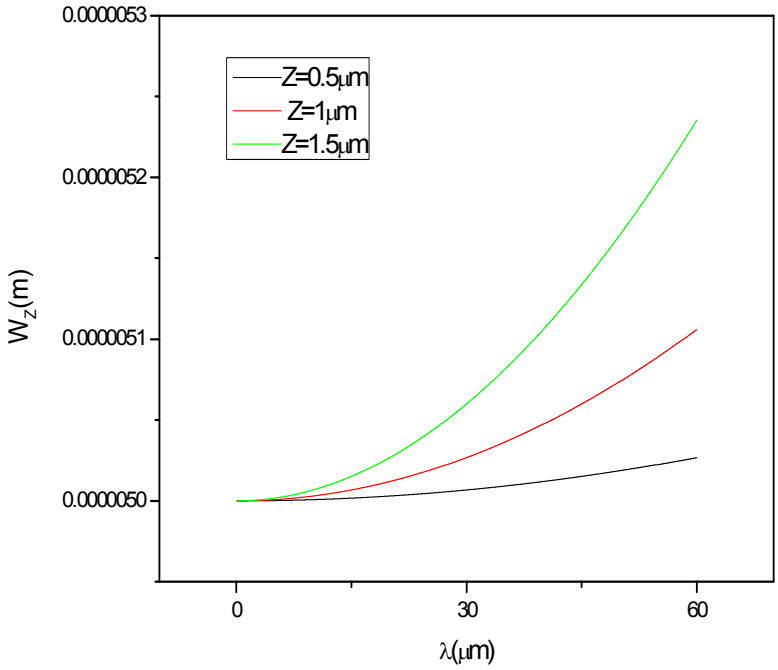


Figure (3.24) : la variation de la largeur du faisceau $\omega(\mathcal{Z})$ en fonction de la longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda}$ Pour : Z = 0.5 µm et W_0 =7 μm

3.4 L'influence du champ électrique F sur les paramètres du faisceau :

Les figures **(3.25), (3.26), (3.27), (3.28)** : illustrent les variations de R_Z, θ, $\omega(\mathcal{Z})$ et Z_R en fonction du champ électrique F pour déférentes valeurs de rayon de ceinture W_0 {5 µm ,7 µm ,9 µm }. Nous avons observé que le rayon de courbure R_Z et la longueur de Rayleigh Z_R sont augmentés si le champ électrique augmente et tandis que sont diminués dans le cas où le rayon de ceinture W_0 augmente.

La largeur du faisceau $\omega(\mathcal{Z})$, dans ce cas, est augmentée avec le rayon de ceinture W_0, et elle est diminuée si le champ électrique augmente.

Par contre l'angle de divergence θ est diminuée si le champ électrique augmente et avec le rayon de ceinture W_0.

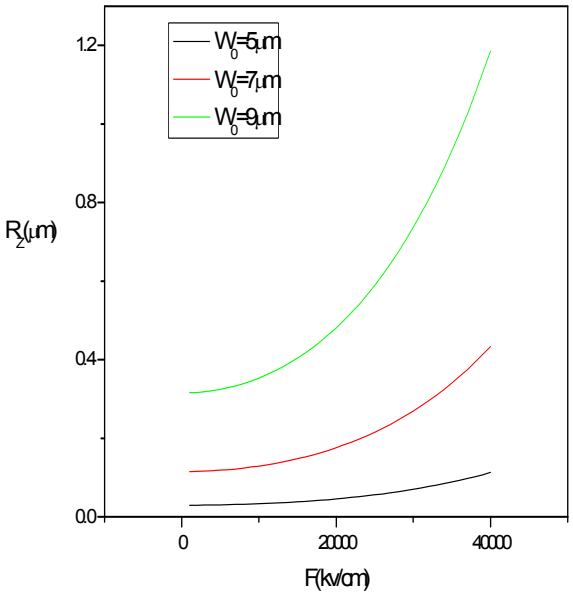


Figure (3.25) : la variation du rayon de courbure R_Z en fonction du champ électrique F
Pour : Z = 1 µm et λ=1.106 μm

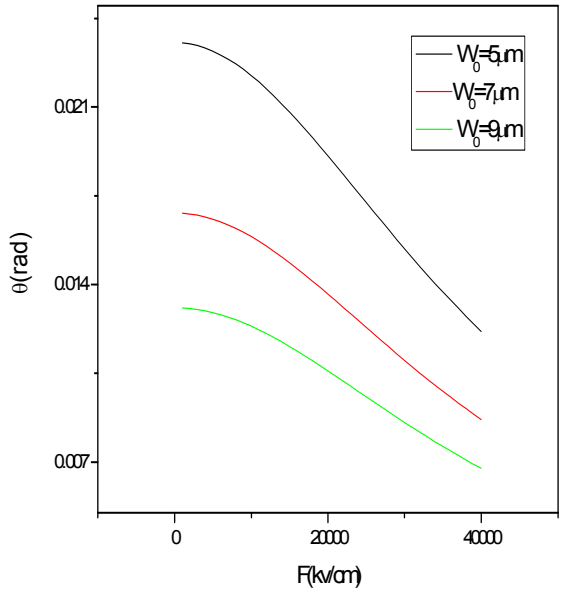
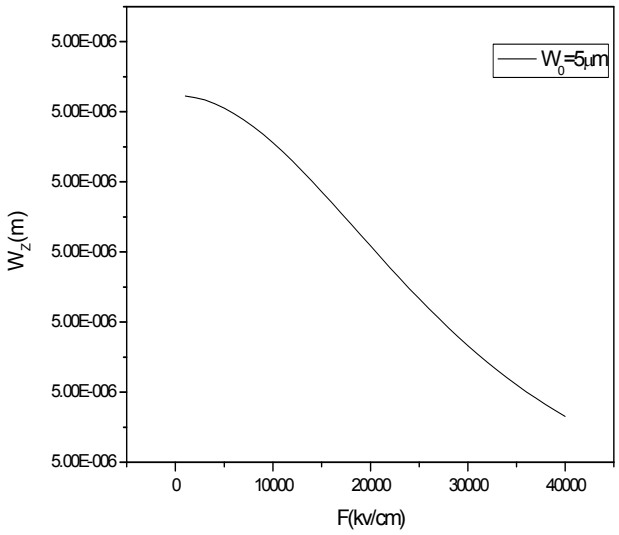
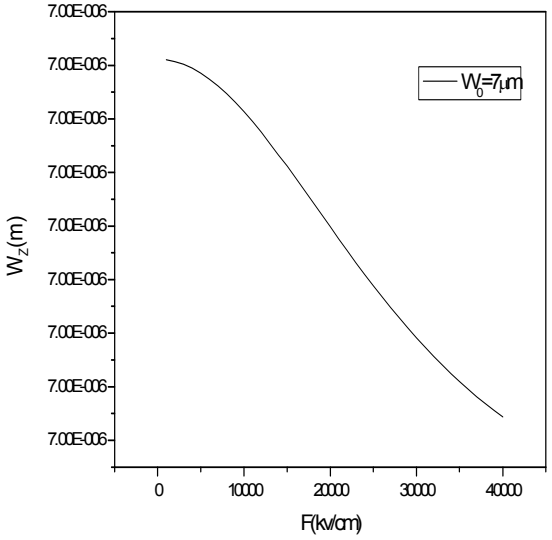


Figure (3.26) : la variation de l'angle de divergence θ en fonction du champ électrique F, pour : Z= 1 µm et λ=1.106 μm

(a)



(b)



(c)

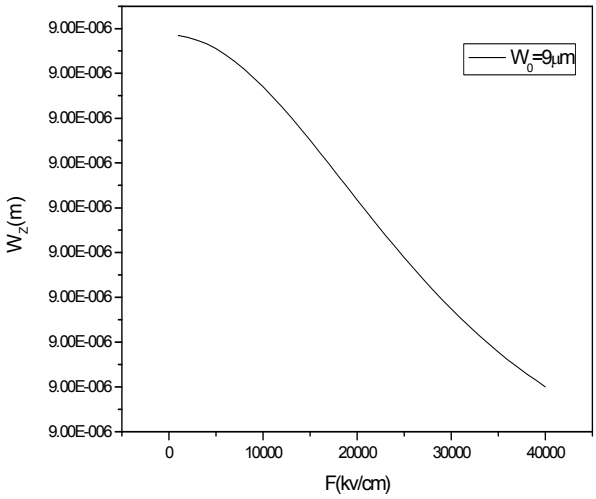


Figure (3.27) : la variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$ en fonction du champ électrique F

Pour Z= 1 µm et λ=1.106 μm : **(a)** Pour W_0 **=5** µm **,** **(b)** Pour W_0 **=7** µm **(c)** Pour W_0 **=9** µm

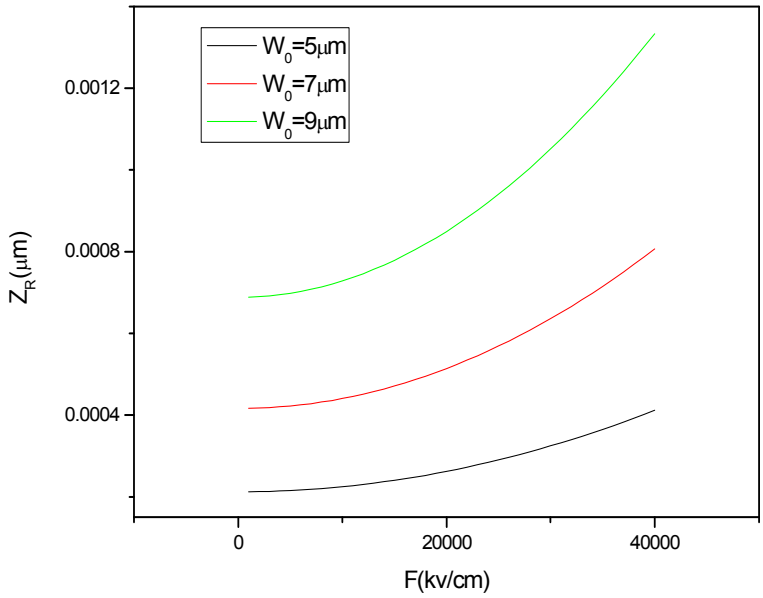


Figure (3.28) : la variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction du champ électrique F

Pour Z= 1 µm et λ=1.106 μm

Les figures **(3.29), (3.30), (3.31), (3,32)** représentent les variations de R_Z, Z_R, θ et $\omega(z)$ en fonction du champ électrique F pour Z= 0.5 µm .

Nous remarquons que le rayon de courbure R_Z et la longueur de Rayleigh Z_R sont augmentés avec le champ électrique, par contre la largeur de faisceau $\omega(z)$ et l'angle de divergence θ sont diminués si le champ électrique augmente.

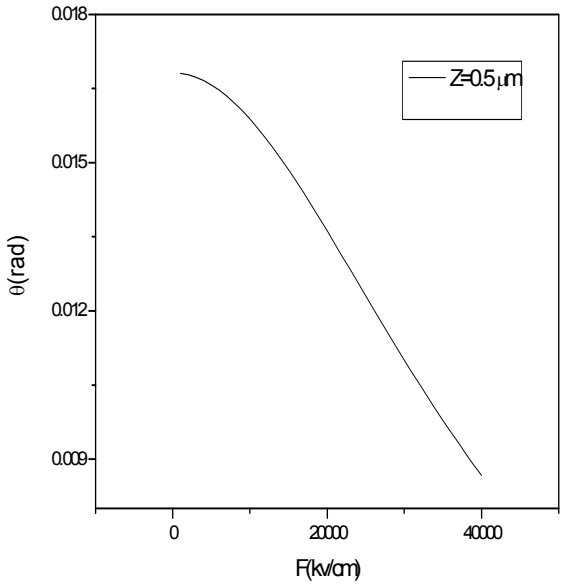


Figure (3.29) : la variation de l'angle de divergence θ en fonction du champ électrique F

Pour Z=0.5 µm et λ=1.106 μm

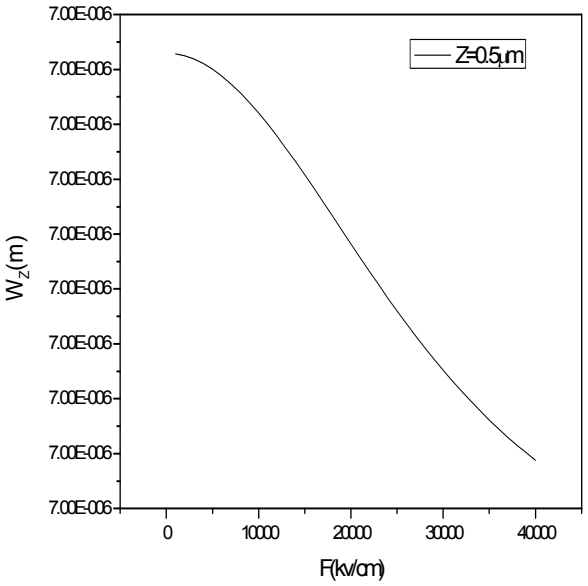


Figure (3.30) : la variation de la largeur du faisceau $\omega(z)$en fonction du champ

électrique F Pour Z=0.5 µm et λ=1.106 μm

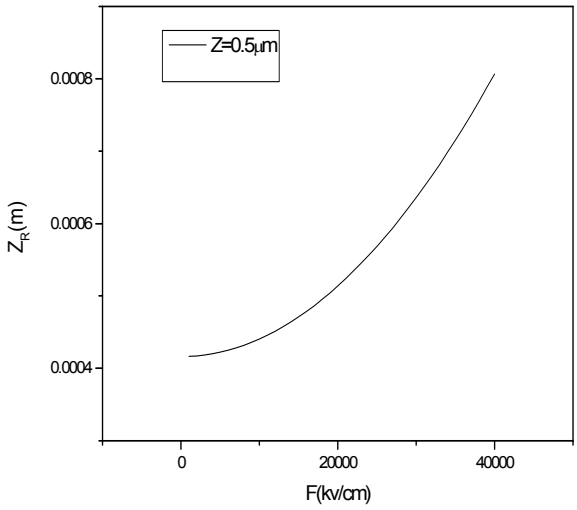


Figure (3.31) : la variation de la longueur de Rayleigh Z_R en fonction du champ électrique F Pour Z=0.5 µm et λ=1.106 μm

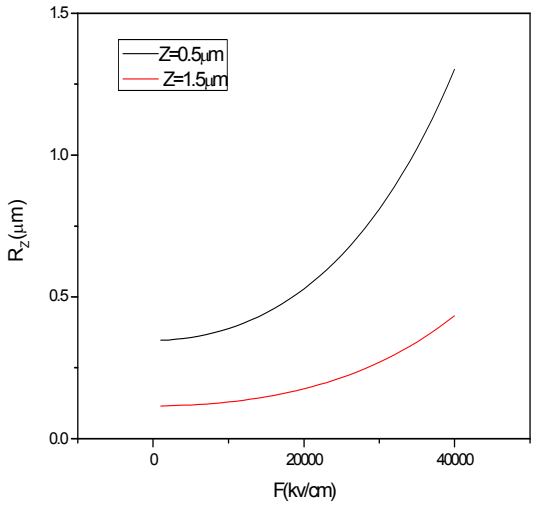


Figure (3.32) : la variation du rayon de courbure R_Z en fonction du champ électrique F Pour Z=0.5 µm et λ=1.106 μm

La figure (3.33) : représente la variation de n_{Kerr} en fonction du Champ électrique F pour différentes valeur de λ (1.106 μm , 5 μm , 10 μm), on observe que n_{Kerr} augmente également si le champ électrique augmente , pour chaque valeur de la longueur d'onde n_{Kerr} ne varié pas.

La figure (3.34) : représente la variation de n_{Kerr} en fonction de la longueur d'onde λ pour différentes valeurs du Champ électrique F {20 000, 30 000,40 000} kv/cm ,dans ce cas n_{Kerr} est diminué lorsque la longueur d'onde augmente, par contre il augmente si le champ électrique F augmente.

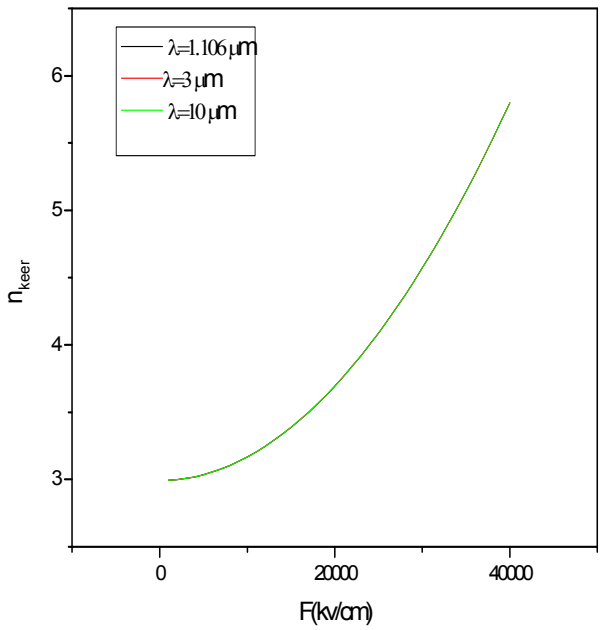
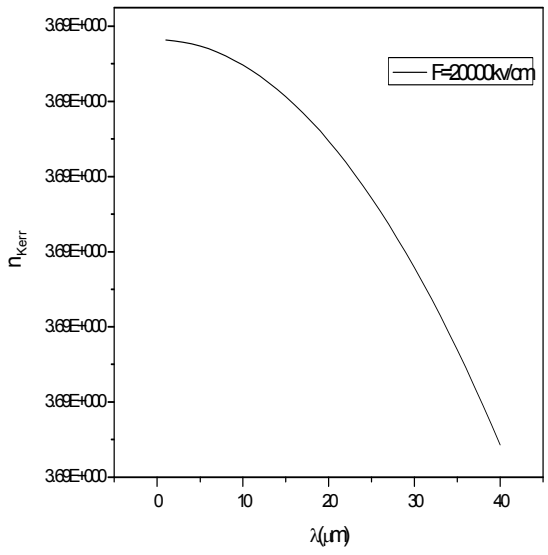
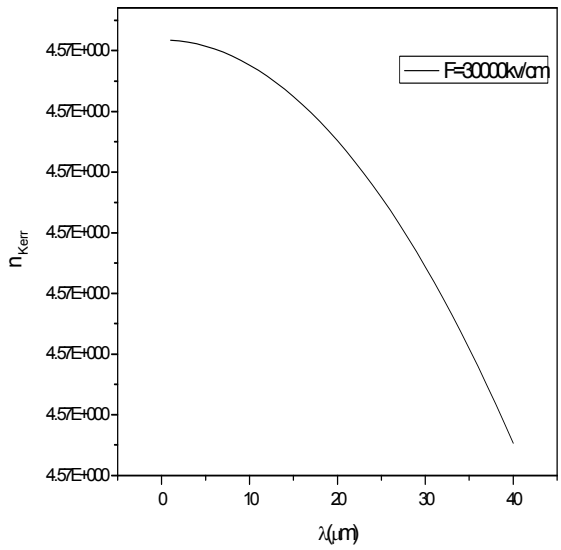


Figure (3.33) : la variation de n_{Kerr} en fonction du champ électrique F pour Z=1 µm

(a) **(b)**





(c)

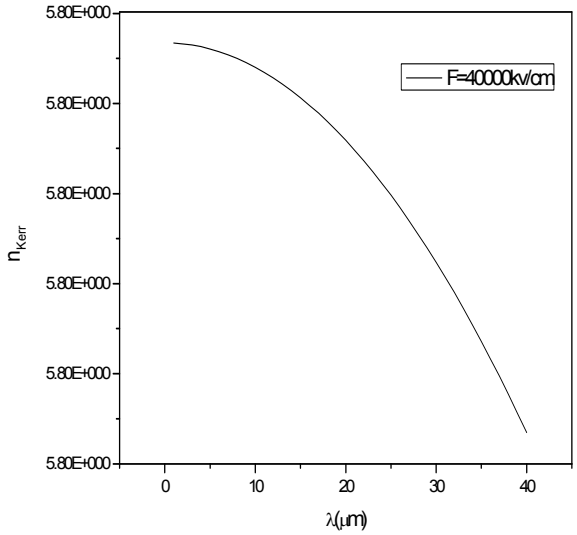


Figure (3.34) : la variation de n_{Kerr} en fonction de la longueur d'onde.

Pour Z=1 μm : **(a)**pour F=20000kv/cm, **(b)** pour F= 30000kv/cm

(c) F=40000kv/cm

3.5 Conclusion

Nous avons étudié, dans ce chapitre, l'influence de la longueur d'onde , l'intensité du champ et la distance Z sur ces paramètres du faisceau ,nous avons conclu que :

- la largeur du faisceau $\omega(z)$ est augmentée avec la distance Z et la longueur d'onde λ, et également diminue si le champ électrique augmente.
- Le rayon de courbure R_Z est diminué avec la distance Z et la longueur d'onde λ, et également augmente avec champ électrique.
- L'angle de divergence θ est augmenté si la longueur d'onde λ augmente, par contre elle est diminuée si le champ électrique augmente.
- la longueur de Rayleigh Z_R est diminuée si la longueur d'onde λ augmente et également augmente avec le champ électrique F.
- n_{Kerr} est diminué si la longueur d'onde λ augmente, et augmente avec le champ électrique F.



Conclusion Générale



Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié la propagation d'un faisceau gaussien dans un milieu non linéaire, on a trouvé les différents paramètres du faisceau (rayon de courbure R_Z, longueur de Rayleigh Z_R, l'angle de divergence θ et la largeur du faisceau W_Z) dans un milieu non linéaire.

Nous avons étudié, l'influence de la longueur d'onde , l'intensité du champ et la distance Z sur ces paramètres du faisceau.

Ce travail de mémoire est composé de deux parties ayant un aspect « théorie », un aspect « simulations ».

Nous avons utilisé le langage de programmation FORTRAN pour obtenir les résultats de cette partie.

Enfin, durant ce travail nous avons conclu que les paramètres du faisceau dans un le milieu non linéaire dépendent de la variation du distance Z, la longueur d'onde λ et le champ électrique F.



Bibliographie



[1] P.Walczak, *Propagation non linéaire d'ondes partiellement cohérentes dans les fibres optiques,* Thèse de doctorat, Université Lille 1, 2016.

[2] Henriquin, D ; Zehlé, V ; & Dangoisse, D, *Les lasers.* 3éme Edition, Dunod, paris ,2013.

[3] Mouthon, G., & Ravussin, P, *Introduction aux lasers*. cour Master, 2006.

[4] A .Bencheikh , *Développement d'une technique d'analyse de la phase dans les lasers* et *interférogrammes*. Thèse de doctorat, Université de Sétif 1.

[5] C .Delsart, *Lasers et Optique Non-linéaire.* Ellipses, 2008.

[6] S. Forget, *Les lasers et leurs applications*. Laboratoire de Physique des Lasers Université Paris-Nord.

[7] Verdeyen, J.T, *Laser_Electronic.* Third Edition, Université of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois ,1995 .

[8] Bahaa, E. A., Malvin, C. T., Wiley, J., & Inc, S, *Beam optics,* Chapitre 3, 1991.

[9] Trager, F,*Nonlinear optics*. Chapitre 1,2007.

[10] B. Boubir, *Modélisation de la propagation des solitons dans un milieu non linéaire*. Thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar Annaba, 2016.

[11] F. Azzouzi, *Etude de la dynamique de propagation non linéaire dessolions optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire.* Thèse de doctorat, Université de Badji Mokhtar , 2010.

[12] F. Hache. *Introduction à l'Optique Non Linéaire* .Laboratoire d'Optique et Biosciences. Département de Physique.

[13] Canit, J-C. "L'optique non linéaire." *Journal de Physique* 26.7 (1965): 433-440.

[14] F. Drouart, *Non-linéarité Kerr dans les fibres optiques microstructurées*. Thèse de doctorat, Institut Fresnel CNRS –Marseille, 2008.

[15] N. CAZIER. *Effets d'optique non-linéaire d'ordre trois dans les cavités à cristaux photoniques en silicium : Auto-oscillations GHz dues aux porteurs libres et diffusion Raman stimulée.* Thèse de doctorat, Université Paris-sud, 2013.

[16] Wilson, Th., Rohlfs,K ., &Huetteneister,S, *Electromagnetic Wave Propagation Fundamentals*. Chapter 2,2014.

[17] O.Stenzel, *The Linear Dielectric Susceptibility*. Chapter 2,2016.

[18] H. El Ouazzani, *Propriétés optiques non linéaires du deuxième et troisième ordre de nouveaux systèmes organiques conjugués de type push-pull.* Thèse de doctorat, Université d'Angers, Angers,France, Université Chouaib Doukkali El Jadida, Maroc, 2012.

[19] Wetzel, Benjamin, *Etudes expérimentales et numériques des instabilités non-linéaires et des vagues scélérates optiques*. Diss. Université de Franche-Comté, 2012.

[20] B. Kibler, *Propagation non-linéaire d'impulsions ultracourtes dans les fibres optiques de nouvelle génération*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2007.

[21] M. Joffre, *Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde*. cour Master, Université Paris Sud, 2014.

[22] R .Taillet, *Optique physique.* Écoles d'ingénieurs,2éme édition, 2015.

[23] Boyd, R.W, *Boyd Nonlinear Optics*. Third Edition.

[24] F. Mançois, *Nouveaux composés photochimiques dédiés aux applications Optiques Non Linéaires.* Université Bordeaux 1, Thèse de doctorat, 2009.

[25] Richard, L. S, *Handbook of Nonlinear Optics* , Second Edition, Revised and Expanded, Marcel Dekker, Inc, New York • Basel , 2003.

[26] Srinivasa Rao , A, *Overview on Second and Third Order Optical Nonlinear Processes* .Department of Physics, Pondicherry University, Puducherry, India-605014.

[27] M. Benhadded, *Application du laser dans le domaine de l'optique non linéaire*. Mémoire de magister, Université de Constantine, 2011.

[28] N. EL Jouhari, *Optique non linéaire.* Chapitre VI, Université Mohammed V– Agdal.

[29] B. Amana, Ch. Richter et O. Heckmann. *Effet Kerr.* Université de Cergy-Pontoise.

[30] Bai, Jing, and D. S. Citrin. "*Intracavitynonlinearities in quantum-cascade lasers*." *Journal of AppliedPhysics* 106.3 (2009).

[31] B. Jing, *Optimization of Optical Nonlinearities in Quantum Cascade Lasers*. A Dissertation Presented to The Academic Faculty, 2007.

[32] S. Santran. *Caractérisation non linéaire de composants optiques d'une chaîne laser de forte puissance.* Thèse de doctorat, Université Bordeaux i, 2000.

[33] Kogelnik, Herwig, and Tingye Li. "*Laser beams and resonators*." *Appliedoptics* 5.10 (1966): 1550-1567.

[34] A.Olivier, *Variations d'indice non linéaire en régime femtoseconde: effets directs et effets en cascade*, Thèse de doctorat, Université Paris XI-centre d'Orsay, 1998.

[35] R. Mcleod, *Gaussian beams*. ECE 5616 OE System Design.

[36] B.R. Nag, *Physics of Quantum Well Devices.* Institute of Radio Physics and Electronics, Calcutta University, Calcutta, India, 2002.

Résumé

Nous avons fait dans ce travail une étude sur les calculs des paramètres du faisceau gaussien (la longueur de Rayleigh Z_R, le rayon de courbure R_Z, la largeur du faisceau $\omega(z)$, l'angle de divergence θ) à partir de la résolution de l'équation de Helmholtz dans l'approximation paraxial dans une cavité dans un milieu non linéaire, où l'intensité de la radiation est grande alors nous considérons que le milieu actif soumis a l'effet Kerr optique, et également nous considérons que le milieu actif est un semi conducteur de GaAs.

Nous avons aussi étudié l'influence de la longueur d'onde, l'intensité du champ et la distance Z sur ces paramètres du faisceau, tel que nous observons que:

$\omega(z)$ et θ sont augmentés avec la longueur d'onde λ, et également diminue si le champ électrique F augmente, par contre R_Z, Z_R et n_{Kerr} sont diminués avec λ, et également augmente avec F, et nous observons que R_Z est diminué avec la distance Z par contre $\omega(z)$ est augmenté avec la distance Z .

Mots clés : l'équation de Helmholtz. l'approximation paraxial, paramètres du faisceau gaussien, milieu non linéaire, effet Kerr .

ملخص:

لقد قمنا في هذا العمل بدراسة الوسائط المركبة (اتساع الحزمة w(z) , نصف قطر الانحناء R(z) , زاوية التباعد θ , طول رايلي Z_R) لأشعة ليزر قوص انطلاقا من حل معادلة هولملتز في التقريب المحوري في تجويف يحتوي على وسط فعال غير خطي, حيث أن شدة الإشعاع عالية ولهذا اعتبرنا ان الوسط الفعال خاضع لتأثير كير الضوئي .
كما اعتبرنا الوسط الفعال هو نصف ناقلا GaAs.
كما قمنا أيضا بدراسة تعلق الوسائط المركبة لحزمة الليزر القوصية بطول الموجة λ , شدة الحقل والبعد Z
حيث لاحضنا أن:

شعاع العرض w(z) و زاوية التباعد θ يتزايدان بزيادة طول الموجة λ و يتناقصان بزيادة الحقل الكهربائي F ,كما أن نصف قطر الانحناء R(z) , n_{Kerr} , طول رايلي Z_R يتناقصون بزيادة طول الموجة λ ويتزايدون بزيادة الحقل الكهربائي F ,كما لاحضنا أن نصف قطر الانحناء R(z) يتناقص بزيادة البعد Z بعكس شعاع العرض w(z) حيث يتزايد بزيادة البعد Z .

الكلمات المفتاحية : معادلة هولملتز ,التقريب المحوري , الوسائط المركبة لشعاع قوص , وسط غير خطي, تأثيركير

Abstract :

We have done in this work a study on the Gaussian beam parameter computations (the Rayleigh Z_R length, the radius of curvature R_Z, the beam width ω (ʒ), the divergence angle θ) from the resolution of the Helmholtz equation in the paraxial approximation in a cavity in a non-linear medium, where the intensity of the radiation is large then we consider that the active medium subjected to the Kerr optical effect, and also we consider that the active medium is a GaAs semiconductor.

We also studied the influence of the wavelength λ, the intensity of the field and the distance Z on these parameters of the beam, as we observe that:
ω (ʒ) and θ are increased with the wavelength λ, and also decreases if the electric field F increases, by contrast R_Z, Z_R and n Kerr are decreased with λ, and also increases with F, and we observe that RZ is decreased with the distance Z on the other hand ω (ʒ) is increased with the distance Z.

Keywords
The Helmholtz equation. paraxial approximation, Gaussian beam parameters, nonlinear medium, Kerr effect.