République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Médéa

Faculté des Sciences

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de Master

En : Physique

Spécialité : Physique des matériaux

Par :

Benhelal Ahcene

Applications de l'effet Hall dans les semi-conducteurs

Soutenue publiquement, le 20/06/2026, devant le jury composé de :

Dr . B. KHEROUBI	Univ. Médéa	Président
Dr . D. SEBBAR	Univ. Médéa	Examinateur
Dr . M. AHMED AMMAR	Univ. Médéa	Encadreur

Dédicace

Cette œuvre fait partie de notre histoire et nous la dédions de tout cœur à ceux et à celles qui ont contribué à rendre ce parcours plus agréable et plus humain. Ce mémoire est surtout dédié à ma mère, à ma fidèle épouse et à Monsieur CH.Mustapha qui m'a soutenu de tout son cœur dans la réalisation de ce projet.

À ma chère famille, Merci d'avoir été ce calme, ce refuge sûr au milieu de la tempête. Vous nous avez soutenus quand même, lorsque nous doutions. Enfin, à vous, nos chers amis Oussama, Aymen, Mohamed, nous vous remercions pour votre présence bien sincère, pour les instants de rire au milieu du stress, pour les silences partagés à la fin de nos longues journées. Merci simplement d'avoir été présent. Avec vous tout avait le goût de la famille choisie.

Remerciements

Louange à Allah d'abord et dernier, dans tout ce qui est visible et invisible,Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mon encadreur Mohamed AHMED AMMAR pour son soutien constant, ses conseils avisés et son accompagnement scientifique tout au long de ce projet. Ses remarques judicieuses ont été un soutien précieux pour la réussite de ce travail.

Je remercie également le président du jury, le Dr Boumedienne KHEROUBI, ainsi que l'examinateur, le Dr Djamel SEBBAR , d'avoir accepté de juger le présent mémoire. J'espère être à la hauteur de ce qu'ils attendent de moi.

Je souhaite également remercier chaleureusement Monsieur Sofiane HAIRECHE pour son soutien, sa disponibilité et ses précieux conseils tout au long de ce travail.

Je tiens également à exprimer ma profonde reconnaissance à et l'Université Yahia Fares de Médéa, à travers son administration, ses enseignants et l'ensemble du personnel administratif et enseignant, pour leur soutien et leurs conseils, ainsi que pour avoir mis en place un cadre favorable à la réussite universitaire et à la recherche, ce qui a grandement contribué à la finalisation de cette thèse. Je prie Dieu pour qu'il leur donne à tous succès, et qu'il bénisse leurs efforts.

Enfin, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mes chers parents pour leur amour inconditionnel, leur patience et leur soutien sans faille tout au long de ce parcours.

Table des matières

Introduction générale **1**

1 Théorie Fondamentale de l'Effet Hall dans les Semi-conducteurs **3**

1 Introduction 4

2 Mécanique quantique des porteurs dans les semi-conducteurs 5

2.1 Structure de bandes et notion de masse effective 5

2.2 Porteurs de charge : électrons et trous 6

3 Formalisme de la force de Lorentz dans les solides 6

3.1 Expression de la force de Lorentz 6

3.2 Équation du mouvement dans un solide 7

3.3 Régime stationnaire et vitesse de dérive 7

4 Application de la théorie de Drude-Lorentz à l'effet Hall 7

4.1 Dérivation du coefficient de Hall 7

4.2 Tension de Hall 8

4.3 résistance de Hall 8

4.4 Mobilité de Hall 9

5 Approche par l'équation de Boltzmann 9

5.1 Fonction de distribution et équation de Boltzmann 9

5.2 Facteur de diffusion de Hall 10

6 Influence de la géométrie et effets de bord 10

6.1 Accumulation de charge aux bords 10

6.2 Géométrie de la barre Hall 10

6.3 Méthode de van der Pauw 11

7 Conclusion 11

2 Semi-conducteurs pour applications Hall **12**

1 Introduction 13

2 Physique des matériaux semi-conducteurs 13

2.1 Structure de bandes et propriétés fondamentales 13

2.2 Paramètres importants pour l'effet Hall 14

3 Propriétés de transport dans différents matériaux 14

3.1 Silicium (Si) et alliages SiGe 14

3.2 Arséniure de gallium (GaAs) et semi-conducteurs III-V 14

3.3 Semi-conducteurs à large bande interdite 15

3.4 Matériaux bidimensionnels (2D) . . . 15
4 Techniques de caractérisation Hall avancées . . . 16
4.1 Mesure en régime continu (DC) . . . 16
4.2 Mesure en régime alternatif (AC) . . . 16
4.3 Sonde Hall à haute température . . . 16
5 Applications des capteurs à effet Hall . . . 16
5.1 Capteurs de position et de déplacement . . . 16
5.2 Capteurs de courant . . . 17
5.3 Capteurs de vitesse et de rotation . . . 17
5.4 Compteurs d'énergie électrique . . . 17
5.5 Applications émergentes . . . 17
6 Conclusion . . . 17

3 Fermions composites au sein des boîtes quantiques semi-conductrices 18
1 Introduction . . . 19
2 Rappels sur l'effet Hall quantique fractionnaire . . . 20
2.1 Le système bidimensionnel sous champ magnétique . . . 20
2.2 Observations expérimentales . . . 20
3 La fonction d'onde de Laughlin . . . 21
3.1 Définition . . . 21
3.2 Propriétés . . . 21
3.3 Limites de l'approche de Laughlin . . . 21
4 Théorie des fermions composites . . . 21
4.1 Concept de base . . . 21
4.2 Champ magnétique effectif . . . 22
4.3 Fonction d'onde variationnelle de Jain . . . 22
5 Fermions composites dans les points quantiques . . . 23
5.1 Points quantiques semi-conducteurs . . . 23
5.2 États de Fock-Darwin . . . 23
5.3 Application de la théorie CF aux points quantiques . . . 24
6 Calculs d'énergie pour les points quantiques . . . 24
6.1 Hamiltonien du système . . . 24
6.2 Méthode de calcul . . . 24
6.3 Résultats numériques pour $\nu = 1/3$ . . . 25
6.4 Résultats pour les états excités $[N-2, 2]$ . . . 25
6.5 Résultats pour $N = 2, 4, 6$ particules . . . 25
7 Comparaison avec d'autres méthodes . . . 25
7.1 Diagonalisation exacte . . . 25
7.2 Méthode de Monte Carlo . . . 26
8 Applications et perspectives . . . 26
8.1 Informatique quantique topologique . . . 26
8.2 Matériaux 2D . . . 26

9 Conclusion 27

4 Application de l'Effet Hall **28**

1 Introduction 29

2 les Surpresseurs Domestiques 31

2.1 Le surpresseur intelligent(automatique) 31

2.1.1 Architecture et principe de fonctionnement 31

2.2 Capteur de débit à turbine Hall 32

2.2.1 Description technique 32

2.2.2 Fonctionnement détaillé 32

2.2.3 Équation de mesure 32

2.2.4 Avantage critique : détection des micro-débits 33

2.2.5 Intégration mécanique et protection 33

2.3 Capteur de pression différentielle Hall 33

2.3.1 Principe et architecture 33

2.3.2 Fonctionnement 33

2.4 Avantages techniques par rapport aux solutions classiques 34

2.4.1 Comparatif technologique 34

2.4.2 Solutions hybrides 35

2.5 Spécifications techniques et caractéristiques 35

2.5.1 Capteur de débit à turbine Hall – caractéristiques standards 35

2.5.2 Capteur de pression Hall 35

3 Application au Système ABS Automobile 36

3.1 Le capteur de vitesse de roue ABS 36

3.1.1 Introduction : 36

3.2 Principe physique et architecture du capteur Hall ABS 36

3.2.1 Architecture générale 36

3.3 Pourquoi le capteur Hall est supérieur pour l'ABS moderne 37

3.4 Structure interne et composants 37

3.4.1 Les trois éléments fondamentaux 37

3.4.2 Structure matérielle selon les brevets 37

3.5 Caractéristiques dimensionnelles typiques 38

3.6 Principe de fonctionnement détaillé 38

3.6.1 Processus complet 38

3.6.2 Mesure différentielle 39

3.7 Conditions de détection 39

3.8 Signal de sortie et traitement électronique 39

3.8.1 Caractéristiques du signal 39

3.8.2 Relation vitesse fréquence 40

3.8.3 Traitement par le calculateur ABS 40

3.9 Élément codeur : Cible et anneau multipolaire 40

3.9.1 Les deux architectures possibles 40

3.9.2 Structure de l'anneau multipolaire selon brevet . . . 41
3.9.3 Précision de fabrication . . . 41
3.10 Performances et limites techniques . . . 41
3.10.1 Performances clés . . . 41
3.10.2 Limites techniques . . . 42
3.11 Problématique avancée : la dérive thermique . . . 42
3.11.1 Phénomène physique . . . 42
3.11.2 Algorithme de compensation . . . 42
3.11.3 Résultats expérimentaux . . . 43
4 les Boîtes de Vitesses Automatiques . . . 44
4.1 Introduction . . . 44
4.2 Fonction 1 : Détection de la position du levier sélecteur (PRNDL) . . . 44
4.2.1 Principe général . . . 44
4.2.2 Architecture avec capteurs Hall 2D/3D . . . 44
4.2.3 Capteurs spécifiques pour sélecteurs . . . 45
4.2.4 Redondance pour la sécurité . . . 45
4.3 Fonction 2 : Mesure de vitesse de rotation interne . . . 45
4.3.1 Pourquoi mesurer les vitesses internes ? . . . 45
4.3.2 Capteur Hall différentiel . . . 46
4.3.3 Principe de fonctionnement - Capteur de vitesse de sortie Mercedes . . . 46
4.3.4 Caractéristiques des capteurs de vitesse . . . 46
4.4 Fonction 3 : Détection de direction de rotation . . . 47
4.4.1 Importance de la direction . . . 47
4.4.2 Capteurs avec détection de direction . . . 47
4.4.3 Capteur Piher SSH-G01 . . . 47
4.5 Architecture des capteurs : Solutions mono-capteur et multi-capteurs . . . 47
4.5.1 Évolution des architectures . . . 47
4.5.2 Architecture moderne : Capteur 3D unique . . . 48
4.5.3 Design breveté avec circuit imprimé étendu . . . 48
4.5.4 Capteurs Hall 2D : . . . 48
4.5.5 Capteurs Hall 3D : . . . 48
4.6 Technologies de mesure : 2D, 3D et différentielle . . . 48
4.6.1 Capteurs Hall différentiels : . . . 48
4.7 Normes et exigences de sécurité automobile (ISO 26262) . . . 49
4.7.1 Niveaux d'intégrité ASIL . . . 49
4.7.2 Composants certifiés . . . 49
4.7.3 Mécanismes de sécurité intégrés . . . 49
4.8 Performances et caractéristiques techniques . . . 50
4.8.1 Tableau comparatif des capteurs pour transmission . . . 50
4.8.2 Performances clés : Capteurs de vitesse . . . 50
4.8.3 Performances position 3D . . . 51
5 L'Effet Hall et la Loi de Biot-Savart . . . 52

5.1 Introduction . . . 52
5.2 Rappel de la loi de Biot-Savart . . . 52
5.2.1 Énoncé général . . . 52
5.3 Cas particuliers importants pour les capteurs Hall . . . 53
5.3.1 Champ créé par un fil rectiligne infini . . . 53
5.3.2 Champ créé au centre d'une spire circulaire . . . 53
5.3.3 Champ créé par un aimant permanent (modèle équivalent) . . . 53
5.4 Lien fondamental : du courant au champ magnétique . . . 54
5.4.1 La chaîne de mesure complète . . . 54
5.4.2 Équation complète du capteur Hall . . . 54
5.5 Calcul du champ magnétique dans une sonde Hall . . . 55
5.5.1 Configuration typique d'un capteur Hall à concentration de flux . . . 55
5.5.2 Application : Capteur de courant à effet Hall . . . 55
5.6 Configuration géométrique optimale . . . 55
5.6.1 Positionnement de l'aimant par rapport au capteur . . . 55
5.6.2 Optimisation de l'entrefer . . . 56
5.7 Dimensionnement d'un capteur Hall . . . 56
5.7.1 Procédure de dimensionnement . . . 56
5.7.2 Exemple concret : Capteur de courant 10 A . . . 57
5.8 Synthèse et équations fondamentales . . . 58
5.8.1 Tableau de correspondance . . . 58
5.8.2 Équation unifiée pour un capteur de courant . . . 58
5.8.3 De la loi de Biot-Savart à la tension de Hall : les deux étapes de transduction 58
5.9 Conclusion . . . 59

Conclusion Générale **60**

A Annexes **65**
1 Démonstrations complémentaires . . . 65
1.1 Dérivation complète du tenseur de conductivité . . . 65
2 Symboles et notations utilisés . . . 65

Table des figures

1.1 effet Hall 5
1.2 Structure de bandes 5
1.3 résistance de Hall 9

3.1 Formation d'un fermion composite. Un électron capture deux quanta de flux (vortex) pour former un fermion composite 22

Liste des tableaux

2.1 Propriétés comparées des semi-conducteurs pour applications Hall 15

3.1 Énergies d'interaction par particule (unités de $e^2/\varepsilon l_B$) 25

4.1 Composants d'un surpresseur à effet Hall 31
4.2 Analyse des chutes de pression par le calculateur 34
4.3 Comparatif technologique : Capteur Hall vs Contacteur à lames (Reed) 34
4.4 Spécifications techniques du capteur de débit à turbine Hall 35
4.5 Spécifications techniques du capteur de pression Hall 35
4.6 Caractéristiques dimensionnelles typiques 38
4.7 Processus de mesure d'un capteur de vitesse à effet Hall pour ABS 38
4.8 Conditions de détection du circuit AD22157 39
4.9 Caractéristiques du signal - Exemple BMW E38 39
4.10 Performances clés du capteur Hall ABS 41
4.11 Amélioration du rapport signal/bruit après compensation 43
4.12 Trois fonctions principales des capteurs Hall en transmission automatique 44
4.13 Capteurs de vitesse internes à une transmission automatique 45
4.14 Caractéristiques des capteurs de vitesse Hall 46
4.15 Niveaux d'intégrité ASIL pour applications transmission 49
4.16 Comparatif des capteurs Hall pour transmission 50
4.17 Performances clés des capteurs de vitesse Hall 50
4.18 Performances des capteurs de position 3D 51
4.19 Comparaison des deux concepts fondamentaux 52
4.20 Lois de décroissance du champ magnétique avec la distance 56
4.21 Propriétés des aimants pour capteurs Hall 57
4.22 Correspondance entre Biot-Savart et effet Hall 58

A.1 Liste des symboles 65

Introduction générale

En 1879, Edwin Herbert Hall découvrit l'effet Hall à l'Université Johns Hopkins,une des découvertes majeures de la physique des semi-conducteurs. En cherchant à vérifier une hypothèse de Maxwell concernant la nature de la force qui s'exerce sur un conducteur traversé par un courant et placé dans un champ magnétique, Hall constata l'apparition d'une différence de potentiel perpendiculaire à la fois à la direction du courant et à celle du champ magnétique appliqué. Cette tension transversale, appelée aujourd'hui tension de Hall, est due à la déviation des porteurs de charge sous l'action de la force de Lorentz.[42]

Découvert il y a plus d'un siècle, l'effet Hall est passé de la physique fondamentale à un outil indispensable dans bien des domaines de l'ingénierie moderne. Son utilisation des métaux classiques vers les semi-conducteurs grâce aux avancées de la microélectronique dans les années 1960 lui a valu de nombreuses applications dans l'industrie (mesure de courant sans contact, mesure de position ou de vitesse dans les systèmes critiques de l'automobile pour ne citer que cela). Dans le même temps, la découverte dans les années 1980 de l'effet Hall quantique entier (Klaus von Klitzing, prix Nobel 1985) puis de l'effet Hall quantique fractionnaire (Horst Störmer, Daniel Tsui et Robert Laughlin, prix Nobel 1998) a bouleversé notre compréhension de la matière condensée et a posé une nouvelle référence pour la métrologie de la résistance électrique[43,48].

Ce mémoire se donne pour objectif une étude détaillée des différentes applications de l'effet Hall dans le domaine des semi-conducteurs. Pour ce faire, nous adopterons une approche progressive qui servira de base à nos travaux. Nous commencerons par établir les fondements théoriques de l'effet Hall classique et quantique, puis nous décrirons les méthodes expérimentales employées pour le mesurer. Nous verrons ensuite comment il est utilisé comme outil courant de caractérisation des matériaux, avant d'explorer ses applications les plus avancées dans le domaine des capteurs. Enfin, nous aborderons les développements les plus récents, où l'effet Hall quantique et l'effet Hall de spin ouvrent la voie à de nouvelles générations de composants pour l'électronique et la spintronique.

Mais bien au-delà de ces notions fondamentales et de laboratoire, l'effet Hall est devenu incontournable dans des applications qui touchent maintenant tous les jours des millions d'usagers. Cette mémoire se concentre sur trois systèmes emblématiques où l'effet Hall est essentiel et irremplaçable. Le premier exemple est le système ABS d'une automobile (système antiblocage des roues) qui utilise des capteurs à effet Hall pour détecter en temps réel la vitesse de rotation de chaque roue avec une sensibilité de 0,1 km/h afin d'empêcher le blocage des roues lors d'un freinage d'urgence et de conserver la possibilité de direction du véhicule. Le deuxième exemple est celui du surpresseur d'eau domestique, où l'effet Hall est exploité tant pour la mesure du débit (détection de micro-débits de l'ordre de 1 L/min) que pour la mesure de la pression différentielle, avec une facilité d'exécution et un degré de fiabilité largement supérieurs aux systèmes mécaniques classiques. Le troisième exemple est la transmission automatique à commande électronique dont les capteurs sont des capteurs Hall à effet 2D, 3D ou différentiel, remplissant ainsi trois fonctions fondamentales - la détection de la position de sélecteur de vitesse (PRNDL), la mesure des vitesses de rotation internes (arbres primaire et secondaire) et la détermination du sens de rotation - afin de répondre aux prérequis de sécurité ISO 26262 pouvant atteindre les niveaux d'ASIl D en matière d'intégrité.

L'étude de ces trois applications nous permettra de mettre en évidence une relation fondamentale et souvent sous-estimée : celle qui existe entre l'effet Hall et la loi de Biot-Savart. Toute mesure effectuée avec un capteur à effet Hall repose en effet sur une chaîne de mesure à deux étapes. La première étape, qui suit la loi de Biot-Savart, consiste à créer un champ magnétique $\vec{B}$ à partir d'une source (aimant permanent, courant à mesurer ou bobine). La seconde étape, régie par l'effet Hall, convertit ce champ en une tension électrique $V_H = S \cdot B$, où $S = I/(net)$ est la sensibilité, qui dépend des caractéristiques du semi-conducteur. Cette synergie fondamentale est résumée par leur équation unifiée pour un capteur de courant, $V_H = (\mu_0 I_{source} I_{pol})/(2\pi dnet)$, qui est l'outil de base pour la conception de tout capteur magnétique.

Le présent travail est donc organisé en quatre chapitres principaux. Le premier chapitre établit les bases théoriques de l'effet Hall, allant du modèle de Drude pour les métaux jusqu'aux formalismes quantiques, et établit un lien rigoureux avec la loi de Biot-Savart. Le deuxième chapitre expose les techniques expérimentales de mesure de l'effet Hall et souligne les pièges à éviter (effets de géométrie, courants parasites, effet Nernst, effet Ettingshausen). Le chapitre 3 est consacré à l'effet Hall comme moyen de caractérisation des semi-conducteurs, permettant de mesurer simultanément la mobilité μ_H, la concentration en porteurs n et la résistivité ρ.

Enfin, le quatrième chapitre, cœur applicatif du mémoire, analyse en détail les trois systèmes que sont l'ABS automobile, le surpresseur d'eau domestique et la boîte de vitesses automatique, en comparant pour chacun les solutions à effet Hall avec les solutions concurrentes (capteurs inductifs, contacteurs à lames, systèmes hydromécaniques).

Chapitre 1

Théorie Fondamentale de l'Effet Hall dans les Semi-conducteurs

1 Introduction

En 1879, à l'université Johns Hopkins, Edwin Herbert Hall fit une découverte qui devait changer du tout au tout l'étude de la physique des semi-conducteurs : l'effet Hall. En cherchant à vérifier une théorie de Maxwell sur les forces subies par un conducteur traversé par un courant électrique et placé dans un champ magnétique, Hall observa qu'il se développe une tension perpendiculaire à la fois au courant et à la direction du champ magnétique. Cette tension transversale, appelée aujourd'hui tension de Hall, est due à la déviation des porteurs de charge par la force de Lorentz.

L'essence même de l'effet Hall est qu'il permet, de façon exclusive, d'obtenir des informations essentielles sur le comportement électrique des matériaux, en particulier ceux qui sont à semi-conduction. Auparavant, les scientifiques se sont beaucoup servis des mesures basées sur l'effet Hall pour déterminer la densité des porteurs de charge prédominants et leur mobilité, aussi bien dans les matériaux épais que dans les couches minces. Le coefficient de Hall, noté RH, donne directement la répartition des porteurs dans un semi-conducteur : son signe indique le type de porteur majoritaire (trous ou électrons), et sa valeur numérique permet d'en déduire sa concentration.[2]

Prenons un exemple pour bien comprendre le fonctionnement de ce mécanisme : on considère un conducteur parcouru par un courant électrique et placé dansun champ magnétique perpendiculaire à ce courant, dans un référentielparticulier. Les porteurs de charge, qui se déplacent avec une vitesse $\vec{v}$, subissent l'effet de la force de Lorentz $\vec{F} = -q\,\vec{v} \times \vec{B}$, ce qui entraîne un écart latéral et donne lieu à une différence de potentiel transversale $V = V_h$ tandis que la tension de référence reste à zéro ($V = 0$).

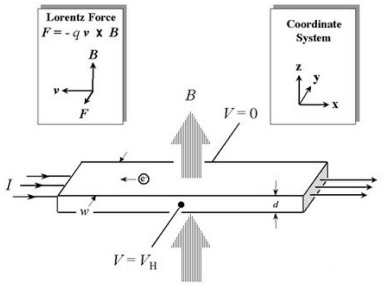


FIGURE 1.1 – effet Hall

2 Mécanique quantique des porteurs dans les semi-conducteurs

2.1 Structure de bandes et notion de masse effective

Dans un semi-conducteur cristallin, la structure de bandes comprend une bande de conduction et une bande de valence séparées par un gap énergétique. La bande de valence se divise en deux sous-bandes : la bande de valence des trous lourds et la bande de valence des trous légers (FIGURE 2-), caractérisées par des masses effectives différentes. Près des extrémités des bandes, la relation de dispersion $E(\vec{k})$peut être approchée par une forme parabolique, issue de la résolution de l'équation de Schrödinger, ce qui permet d'introduire la notion de masse effective pour décrire le mouvement des porteurs de charge.

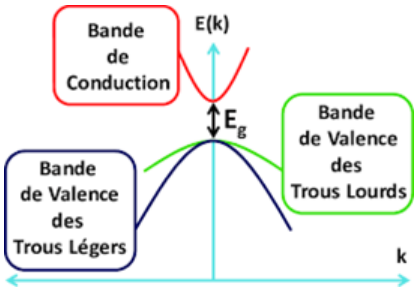


FIGURE 1.2 – Structure de bandes

$$E(\vec{k}) = E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \tag{1.1}$$

où m^* est la masse effective du porteur, qui traduit l'interaction de l'électron avec le réseau cristallin. Cette grandeur fondamentale vient remplacer la masse de l'électron dans les équations du mouvement classiques et se écrit :

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \tag{1.2}$$

La masse effective peut être très différente de la masse de l'électron libre et même devenir négative au voisinage du maximum de la bande de valence, ce qui donne naissance à la notion de **trou** comme porteur de charge positive.

2.2 Porteurs de charge : électrons et trous

Dans les semi-conducteurs, deux types de porteurs de charge sont responsables de la conduction électrique. D'une part, les électrons présents dans la bande de conduction ont une charge négative $q = -e$ et une masse effective m^*. Même principe pour les trous remplissant la bande de valence, aussi qualifiés de porteurs positifs de charge $q = +e$ ayant aussi une masse effective de spécificité dans leur dynamique.

La densité de ces porteurs dépend fortement de la température et du dopage et suit la statistique de Fermi-Dirac. Pour un semi-conducteur non dégénéré, la concentration des électrons dans la bande de conduction est dictée par cette distribution et traduit fidèlement l'équilibre thermique du matériau.

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \tag{1.3}$$

où $N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2}\right)^{3/2}$ est la densité d'états effective dans la bande de conduction, E_c l'énergie du bas de bande, E_F le niveau de Fermi, k_B la constante de Boltzmann et T la température.

3 Formalisme de la force de Lorentz dans les solides

La force de Lorentz est la force exercée par un champ électromagnétique sur une particule chargée en mouvement. La force électromagnétique est la somme de la force électrique et de la force magnétique.

3.1 Expression de la force de Lorentz

Une charge q qui se déplace avec la vitesse $\vec{v}$ dans une région où il y a un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ subit la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{1.4}$$

Dans les semi-conducteurs, cette force s'exerce sur les électrons et sur les trous, en prenant en compte leur masse effective respective.

3.2 Équation du mouvement dans un solide

En prenant en compte la notion de masse effective, l'équation du mouvement d'un porteur de charge devient :

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \frac{m^* \vec{v}}{\tau} \tag{1.5}$$

On appelle τ le temps de relaxation moyen entre deux collisions, et le terme $-\frac{m^* \vec{v}}{\tau}$ représente la force de frottement exercée par les collisions avec le réseau, les impuretés et les autres porteurs.

3.3 Régime stationnaire et vitesse de dérive

Dans le cas d'un régime stationnaire ($\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$), l'équation (1.5) conduit à :

$$0 = q(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B}) - \frac{m^* \vec{v}_d}{\tau} \tag{1.6}$$

où $\vec{v}_d$ est la vitesse de dérive des porteurs.

4 Application de la théorie de Drude-Lorentz à l'effet Hall

Le modèle de Drude-Lorentz décrit l'effet Hall en considérant les porteurs de charge comme des particules libres sous l'influence d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Il permet de relier la tension de Hall mesurée à la densité et au signe des porteurs de charge (électrons ou trous) :

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{1.7}$$

Dans un conducteur, le champ magnétique fait dévier les porteurs de charge, créant ainsi un champ électrique transversal (champ de Hall) qui contrebalance cette force, entraînant une tension proportionnelle au champ magnétique.[3]

4.1 Dérivation du coefficient de Hall

Prenons un échantillon traversé par un courant I_x suivant x et soumis à un champ magnétique B_z suivant z. On exprime la densité de courant par :

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \tag{1.8}$$

où n est la densité de porteurs.

En régime stationnaire, la composante selon y de l'équation (1.6) donne, en l'absence de courant selon y ($v_{d,y} = 0$) :

$$0 = q(E_y - v_{d,x}B_z) \tag{1.9}$$

d'où :

$$E_y = v_{d,x}B_z \tag{1.10}$$

En utilisant (1.8) avec $J_x = nqv_{d,x}$, on obtient :

$$E_y = \frac{J_x}{nq}B_z \tag{1.11}$$

Le coefficient de Hall R_H est défini par :

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} \tag{1.12}$$

En combinant (1.11) et (1.12), on aboutit à l'expression fondamentale :

$$R_H = \frac{1}{nq} \tag{1.13}$$

Pour des électrons ($q = -e$), $R_H = -\frac{1}{ne}$; pour des trous ($q = +e$), $R_H = +\frac{1}{pe}$.

4.2 Tension de Hall

La tension de Hall V_H mesurée entre les faces latérales distantes de w (largeur de l'échantillon) s'écrit :

$$V_H = E_y w = \frac{J_x B_z w}{nq} \tag{1.14}$$

En introduisant le courant total $I = J_x \times (wt)$ où t est l'épaisseur de l'échantillon, on obtient :

$$V_H = \frac{IB_z}{nqt} \tag{1.15}$$

4.3 résistance de Hall

souvent le coefficient de Hall

$$R_H = \frac{1}{nq} \tag{1.16}$$

est confondu avec le terme de resistance , lLa resistance de Hall effective est definie par

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{B}{ntq} \tag{1.17}$$

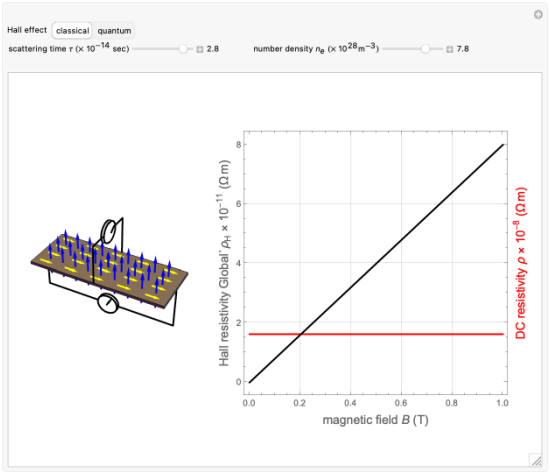


FIGURE 1.3 – résistance de Hall

4.4 Mobilité de Hall

La mobilité des porteurs est définie par :

$$\mu = \frac{q\tau}{m^*} \tag{1.18}$$

Elle est reliée à la conductivité σ par $\sigma = nq\mu$. La mobilité de Hall, déduite des mesures combinées de conductivité et d'effet Hall, s'exprime comme :

$$\mu_H = |R_H|\sigma \tag{1.19}$$

5 Approche par l'équation de Boltzmann

5.1 Fonction de distribution et équation de Boltzmann

Une description plus rigoureuse fait appel à la fonction de distribution $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$, qui donne la probabilité d'occupation d'un état de vecteur d'onde $\vec{k}$ à la position $\vec{r}$ et au temps t. À l'équilibre thermodynamique, cette fonction se réduit à la statistique de Fermi-Dirac :

$$f_0(\vec{k}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E(\vec{k}) - E_F}{k_B T}\right)} \tag{1.20}$$

L'équation de Boltzmann décrit l'évolution de cette fonction hors équilibre [**?**] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_r f + \frac{\vec{F}}{\hbar} \cdot \nabla_k f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{coll}} \tag{1.21}$$

où $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ est la force de Lorentz.

5.2 Facteur de diffusion de Hall

L'équation de Boltzmann conduit à un coefficient de Hall donné par :

$$R_H = \frac{r}{nq} \tag{1.22}$$

où l'on a désigné par $R = \langle r^2 \rangle / \langle r \rangle^2$ le facteur de diffusion de Hall. C'est un coefficient correcteur, sans dimension. Cela reflète que, dans un solide, tous les porteurs de charge n'ont pas la même vitesse (distribution statistique) et ne sont pas affectés de la même manière par les collisions. Ce facteur dépend du mécanisme dominant de diffusion : $R = 1$ pour la diffusion par des impuretés neutres, $R = 1.18$ pour du silicium dopé, et $R = 1.93$ pour la diffusion par phonons acoustiques.

Plus la valeur de R est grande, plus la dispersion des vitesses des porteurs est importante. Pour les phonons acoustiques, les porteurs interagissent fortement avec les vibrations du réseau cristallin, d'où la valeur élevée de 1,93. Pour les impuretés neutres, par contre, les collisions sont moins dépendantes de la vitesse, ce qui donne une valeur unitaire. Dans le silicium dopé, la valeur intermédiaire de 1,18 montre que plusieurs mécanismes de diffusion sont présents simultanément. Ainsi, l'expérimentation du facteur de Hall permet de déterminer le mécanisme de diffusion prédominant dans un semi-conducteur, et de mieux comprendre ses propriétés de transport électronique.

6 Influence de la géométrie et effets de bord

6.1 Accumulation de charge aux bords

Dans un véritable échantillon de taille finie, les porteurs déviés par la force de Lorentz viennent s'accumuler sur les faces latérales. Cette accumulation crée un champ électrique transverse E_y qui s'oppose à la force magnétique.[22]

6.2 Géométrie de la barre Hall

On appelle habituellement « Hall bar » la forme d'une mesure d'effet Hall. Cette configuration comprend habituellement six contacts électriques. On place à chaque extrémité de l'échantillon deux contacts, l'un servant de source, l'autre de drain, afin d'injecter le courant électrique. Deux autres contacts disposés latéralement, face à face, permettent de mesurer la tension de Hall V_{xy} , qui est perpendiculaire à la fois à la direction du courant et au champ magnétique appliqué.

Deux contacts supplémentaires enfin, placés également sur la ligne médiane de la barre, permettent de mesurer la tension longitudinale V_{xx} dans la direction du courant. Cette géométrie en barre est très utilisée parce qu'elle minimise les effets de bord et facilite l'interprétation des mesures. Elle permet aussi de séparer la résistivité longitudinale de la résistance de Hall, ce qui est important pour trouver la densité et la mobilité des porteurs de charge dans le semi-conducteur.[5]

6.3 Méthode de van der Pauw

La méthode de van der Pauw permet de mesurer à la fois la résistivité et le coefficient de Hall pour des échantillons de forme arbitraire mais simplement connexes. La résistivité s'exprime par :

$$\rho = \frac{\pi t}{\ln 2} \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} f \tag{1.23}$$

où $R_{12,34}$ est la résistance mesurée entre les contacts 3 et 4 lorsqu'un courant circule entre 1 et 2, et f est un facteur de symétrie.[6]

7 Conclusion

la théorie fondamentale de l'effet Hall dans les semi-conducteurs ne se limite pas à une simple relation linéaire entre le coefficient de Hall et la densité de porteurs. Le modèle de Drude-Lorentz fournit bien une première approche simple et élégante avec $R_H = 1/(nq)$, mais cette expression n'est avant tout qu'un point de départ. Elle permet bien de déterminer expérimentalement le type, la concentration et la mobilité des porteurs majoritaires. Toutefois, une description plus complète doit intégrer des effets plus subtils comme la distribution statistique des vitesses des porteurs, l'ensemble des mécanismes de diffusion (impuretés neutres, phonons acoustiques…), la géométrie propre des mesures, par exemple la barre de Hall. L'effet Hall garde donc toute sa puissance comme outil de caractérisation des semi-conducteurs, à condition bien sûr d'interpréter les résultats expérimentaux avec un modèle théorique adapté au matériau et aux conditions de mesure.

Chapitre 2

Semi-conducteurs pour applications Hall

1 Introduction

Les semi-conducteurs constituent la pierre angulaire des applications modernes de l'effet Hall, tant pour la caractérisation des matériaux que pour le développement de capteurs. La diversité des matériaux semi-conducteurs disponibles offre une palette de propriétés physiques permettant d'optimiser les performances des dispositifs à effet Hall en fonction des applications visées [7].

L'effet Hall, découvert en 1879, trouve aujourd'hui des applications dans des domaines aussi variés que l'automobile, l'électronique de puissance, la métrologie ou encore les technologies quantiques émergentes .

2 Physique des matériaux semi-conducteurs

2.1 Structure de bandes et propriétés fondamentales

Les semi-conducteurs sont définis par une bande interdite (gap) qui sépare la bande de valence de la bande de conduction. La largeur de cette bande interdite E_g fixe beaucoup de propriétés physiques.

La conductivité électrique d'un semi-conducteur est donnée par :

$$\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p \tag{2.1}$$

où n et p représentent les concentrations d'électrons et de trous, e la charge élémentaire et μ_n, μ_p leurs mobilités respectives.

La densité de porteurs intrinsèques s'exprime par :

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) \tag{2.2}$$

avec N_c et N_v les densités effectives d'états.

2.2 Paramètres importants pour l'effet Hall

La tension de Hall s'écrit :

$$V_H = \frac{R_H I B}{t} \tag{2.3}$$

où $R_H = \frac{r}{nq}$ est le coefficient de Hall, r facteur de diffusion, I courant, B champ magnétique et t épaisseur d'échantillon .

L'impédance d'un détecteur à effet Hall est directement proportionnelle à la mobilité des porteurs :

$$S = \frac{V_H}{IB} = \frac{r}{nqt} \propto \mu \tag{2.4}$$

3 Propriétés de transport dans différents matériaux

3.1 Silicium (Si) et alliages SiGe

Le siliciumreste le semi-conducteur le plus utilisé dans l'industrie microélectronique grâce à sa disponibilité,à sa fiabilité et à la maîtrise des techniques de fabrication connues. On lui attribue les caractéristiques suivantes : bande interdite indirecte $E_g = 1,12\,\text{eV}$ à 300 K, mobilité des électrons de l'ordre de $\mu_n \approx 1450\,\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ et mobilité des trous de l'ordre $\mu_p \approx 450\,\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$. Toutefois, les alliages silicium-germanium $Si_{1-x}Ge_x$ peuvent constituer une alternative intéressante pour certaines applications à plus hautes performances, notamment en haute fréquence[9]. Ces alliages permettent d'ajuster les propriétés de transport électronique en fonction de la fraction de germanium x. Plus spécifiquement, plus on augmente la fraction de germanium, plus la bande interdite se réduit et les porteurs passent plus facilement. De plus, la mobilité des trous est bien supérieure à celle observée pour le silicium pur, ce qui se révèle intéressant pour les appareils à trous comme les transistors PMOS. Enfin, ces alliages se sont montrés compatibles avec les procédés CMOS standards et peuvent donc être intégrés dans les filières industrielles existantes sans bouleverser les chaînes de fabrication.

3.2 Arséniure de gallium (GaAs) et semi-conducteurs III-V

Les semi-conducteurs III-V, dont l'arséniure de gallium (GaAs), présentent des propriétés meilleures que le silicium pour certaines applications. Le GaAs possède une bande interdite directe de $E_g = 1,42\,\text{eV}$ à 300 K, une mobilité électronique très élevée ($\mu_n \approx 8500\,\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$) et une mobilité des trous modeste ($\mu_p \approx 400\,\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$). D'autres composés III-V sont également remarquables : L'InSb possède une mobilité électronique très élevée ($> 70000\,\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$) pour les détecteurs infrarouges, l'InAs offre une très bonne mobilité à haute fréquence et le GaN, avec sa large bande interdite, est parfait pour les applications de puissance et les LED.

3.3 Semi-conducteurs à large bande interdite

Carbure de silicium (SiC) :

Le carbure de silicium (4H-SiC) possède une bande interdite de 3,2 eV, une mobilité électronique de 900 cm²/V·s et une excellente conductivité thermique, ce qui en fait un matériau idéal pour l'électronique de puissance à haute température.

Nitrure de gallium (GaN) :

Le nitrure de gallium (GaN) possède une bande interdite de 3,4 eV et une mobilité électronique de 1200 à 2000 cm²/V·s, ce qui en fait un matériau idéal pour l'électronique de puissance rapide et les applications RF.

Diamant :

Le diamant possède des propriétés exceptionnelles, avec la plus grande bande interdite connue (5,47 eV), une forte mobilité électronique (2000 cm²/V·s) et la plus grande conductivité thermique de tous les matériaux. Ses propriétés exceptionnelles en font le candidat idéal pour l'électronique de puissance ultime, mais son coût de synthèse en limite encore l'utilisation à des applications stratégiques.

3.4 Matériaux bidimensionnels (2D)

Graphène :

Le graphène est un matériau révolutionnaire pour l'électronique avancée, grâce à sa mobilité électronique extrêmement élevée ($> 100000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}$), à sa structure de bande linéaire qui donne naissance à des électrons de Dirac sans masse, et à sa capacité à observer l'effet Hall quantique à température ambiante[18,19].

Dichalcogénures de métaux de transition (TMD) :

Les TMDC de type MX_2 ($M = Mo, W$; $X = S, Se, Te$) ont une bande interdite directe lorsqu'ils sont en monocouche, comme par exemple le MoS_2 avec $E_g \approx 1,8\,\mathrm{eV}$. Leurs remarquables propriétés optoélectroniques font d'eux des candidats très prometteurs pour les dispositifs photoniques et électroniques flexibles[23,24].

Matériau	E_g **(eV)**	μ_n **(cm²/V·s)**	**Applications**
Si	1,12 (indirect)	1450	Électronique grand public
GaAs	1,42 (direct)	8500	Capteurs haute sensibilité
InSb	0,17 (direct)	78000	Très faibles champs
4H-SiC	3,2 (indirect)	900	Haute température
GaN	3,4 (direct)	1200-2000	Électronique de puissance
Graphène	0	>100000	Recherche fondamentale
MoS_2	1,8 (direct)	10-200	Optoélectronique

TABLE 2.1 – Propriétés comparées des semi-conducteurs pour applications Hall

4 Techniques de caractérisation Hall avancées

4.1 Mesure en régime continu (DC)

La méthode classique applique un champ magnétique fixe fournit par un courant continu. La tension mesurée comprend plusieurs contributions :

$$V_m = V_H + V_{\text{offset}} + V_{\text{thermique}} \tag{2.5}$$

La tension de Hall est extraite par :

$$V_H = \frac{V_m(+B,+I) - V_m(+B,-I) - V_m(-B,+I) + V_m(-B,-I)}{4} \tag{2.6}$$

4.2 Mesure en régime alternatif (AC)

Pour les matériaux à faible mobilité, la méthode AC utilise un champ magnétique alternatif :

$$B(t) = B_0 \sin(\omega t) \tag{2.7}$$

La tension de Hall devient :

$$V_H(t) = \frac{R_H I}{t} B_0 \sin(\omega t) \tag{2.8}$$

4.3 Sonde Hall à haute température

Pour les mesures jusqu'à 500-600°C, on utilise des matériaux à large bande interdite comme le SiC ou le GaN.

5 Applications des capteurs à effet Hall

5.1 Capteurs de position et de déplacement

Les joysticks à effet Hall offrent une longue durée de vie (> 10 millions de cycles) grâce à leur conception sans contact

5.2 Capteurs de courant

Les capteurs de courant à effet Hall permettent une mesure sans contact avec isolation galvanique
Configuration en boucle fermée (compensation) :

Les capteurs à effet Hall combinent une haute précision et une excellente linéarité avec un temps de réponse très rapide (inférieur à 0,4 microseconde). Ces performances en font des composants idéaux pour les applications nécessitant une détection rapide et fiable des champs magnétiques, comme dans l'automobile et l'électronique industrielle.

5.3 Capteurs de vitesse et de rotation

La détection de vitesse par effet Hall est utilisée dans les systèmes ABS et les moteurs sans balais (BLDC).

5.4 Compteurs d'énergie électrique

Les capteurs à effet Hall jouent un rôle important dans les compteurs d'énergie électrique modernes .

5.5 Applications émergentes

Effet Hall quantique de spin : Les études les plus récentes portant sur les structures à base de semi-conducteurs III-V ouvrent la possibilité de réaliser des dispositifs qui font usage des états de bord topologiques.

6 Conclusion

Les semi-conducteurs pour applications Hall sont représentés par tout un éventail de matériaux aux propriétés complémentaires. Le silicium reste le matériau de base, les composés III-V apportent des performances accrues, les semi-conducteurs à large bande ouvrent la voie aux applications haute température, et les matériaux 2D offrent de nouvelles perspectives.

Chapitre 3

Fermions composites au sein des boîtes quantiques semi-conductrices

1 Introduction

Les études théoriques concernant le système d'électrons interagissant dans une boîte quantique bidimensionnelle sous l'influence d'un champ magnétique intense ont été menées pendant plus de deux décennies. Ces boîtes quantiques ont été fabriquées et analysées en laboratoire. Des études sur la diagonalisation précise ont prouvé que les états de base montrent une corrélation forte. Le but de la théorie est d'élaborer une compréhension satisfaisante de ces corrélations. Il est aussi pertinent d'examiner comment cela concorde avec notre analyse de l'effet Hall quantique fractionnaire (EHQF), obtenu dans le contexte thermodynamique non confiné.

L'effet Hall quantique fractionnaire, qui découle des interactions entre les électrons, est l'un des phénomènes les plus exceptionnels de la physique de la matière condensée. L'effet, découvert par Tsui, Stormer et Gossard en 1982 [1], se manifeste dans des systèmes de deux dimensions d'électrons soumis à un champ magnétique élevé et à une température très basse. Contrairement à l'effet Hall quantique entier, l'EHQF résulte de solides interactions de Coulomb entre les électrons.

Deux méthodes majeures ont radicalement transformé la compréhension théorique de l'EHQF. La première approche, proposée par Laughlin en 1983 [2], établit une fonction d'onde variationnelle démontrant les états fondamentaux pour des facteurs de remplissage $\nu = 1/m$ (avec m étant un entier impair). La seconde théorie, formulée par Jain en 1989 [3,4], introduit un modèle perfectionné dans lequel les électrons captent une paire de quanta de flux magnétique, engendrant ainsi de nouvelles particules appelées fermions composites (FC).

Ce chapitre propose un examen détaillé de la théorie des fermions composites en lien avec les points quantiques semi-conducteurs. Nous commencerons par revamper les fondements de l'EHQF, puis nous approfondirons les concepts de la FC et leurs applications avec les points quantiques. En guise de conclusion, nous présenterons des résultats numériques relatifs à des systèmes comprenant N électrons[8,10].

2 Rappels sur l'effet Hall quantique fractionnaire

2.1 Le système bidimensionnel sous champ magnétique

Considérons un gaz d'électrons bidimensionnel (2DEG) soumis à un champ magnétique perpendiculaire $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. L'hamiltonien d'un électron est :

$$H = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} + e\mathbf{A}\right)^2 \tag{3.1}$$

où $\mathbf{A}$ est le potentiel vecteur tel que $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$. En jauge de Landau, les niveaux d'énergie se quantifient en niveaux de Landau [11,12] :

$$E_n = \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad \omega_c = \frac{eB}{m} \tag{3.2}$$

La dégénérescence de chaque niveau de Landau par unité de surface est :

$$n_B = \frac{eB}{h} = \frac{1}{2\pi l_B^2} \tag{3.3}$$

où $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ est la longueur magnétique.

Le facteur de remplissage ν est défini comme le rapport entre la densité électronique n_e et la dégénérescence n_B :

$$\nu = \frac{n_e}{n_B} = 2\pi l_B^2 n_e \tag{3.4}$$

2.2 Observations expérimentales

Quand le facteur de remplissage ν est fractionnaire (en particuliert $\nu = 1/3, 2/5, 3/7, \ldots$), la résistance de Hall présente des plateaux :

tandis que la résistance longitudinale R_{xx} s'annule .

3 La fonction d'onde de Laughlin

3.1 Définition

Pour $\nu = 1/m$ (avec m entier impair), l'état fondamental a été proposé par Laughlin sous la forme de la fonction d'onde suivante [13] :

$$\Psi_m(z_1, \ldots, z_N) = \prod_{i<j}(z_i - z_j)^m \exp\left(-\frac{1}{4l_B^2}\sum_{i=1}^{N}|z_i|^2\right) \tag{3.5}$$

où $z_j = x_j + iy_j$ sont les coordonnées complexes des électrons dans le plan.

3.2 Propriétés

La fonction d'onde de Laughlin possède plusieurs propriétés remarquables :

Elle est antisymétrique car m est impair, satisfaisant ainsi le principe de Pauli. Elle décrit un liquide incompressible avec un gap d'excitation. Les excitations élémentaires portent une charge fractionnaire $e^* = e/m$. La densité électronique est uniforme et correspond à $\nu = 1/m$.

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi l_B^2} \cdot \frac{1}{m} \tag{3.6}$$

3.3 Limites de l'approche de Laughlin

La fonction d'onde de Laughlin reproduit parfaitement les états $\nu = 1/3, 1/5, 1/7$, mais ne permet pas d'expliquer les nombreux autres états fractionnaires observés expérimentalement : $\nu = 2/5, 3/7, 4/9, \ldots$ [11,12].

4 Théorie des fermions composites

Découverte en 1989 par le physicien Jainendra K. Jain, la théorie des fermions composites est une notion centrale de la physique de la matière condensée. Elle permet d'expliquer les états quantiques exotiques des électrons bidimensionnels dans un très fort champ magnétique (Effet Hall quantique fractionnaire)[21].

4.1 Concept de base

L'idée centrale de la théorie des fermions composites, introduite par Jainendra K. Jain en 1989 [3,4], est que les électrons fortement corrélés dans un champ magnétique intense peuvent se transformer en de nouvelles particules

appelées fermions composites (FC). Un fermion composite est constitué d'un électron qui capture un nombre pair $2p$ de quanta de flux magnétique.

En termes mathématiques, l'attachement des vortex s'exprime par l'insertion d'un facteur de Jastrow dans la fonction d'onde :

$$\Psi_{\mathrm{CF}} = \mathcal{P}_{\mathrm{LLL}} \prod_{i<j} (z_i - z_j)^{2p} \Phi_{\nu^*} \tag{3.7}$$

où $\mathcal{P}_{\mathrm{LLL}}$ est le projecteur sur le niveau de Landau le plus bas, et Φ_{ν^*} est une fonction d'onde de Slater pour des fermions sans interaction au facteur de remplissage ν^*.

4.2 Champ magnétique effectif

L'attachement de $2p$ quanta de flux modifie le champ magnétique effectif ressenti par les fermions composites [22] :

$$B^* = B - 2p\varphi_0 n_e \tag{3.8}$$

où $\varphi_0 = h/e$ est le quantum de flux.

Le facteur de remplissage effectif ν^* est alors :

$$\nu^* = \frac{n_e \varphi_0}{B^*} = \frac{n_e \varphi_0}{B - 2p\varphi_0 n_e} \tag{3.9}$$

En utilisant $\nu = n_e \varphi_0 / B$, on obtient la relation fondamentale :

$$\frac{1}{\nu} = \frac{1}{\nu^*} + 2p \tag{3.10}$$

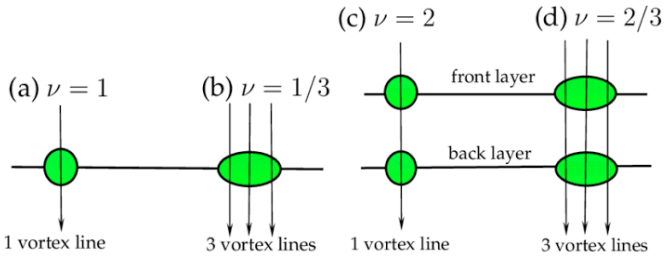


FIGURE 3.1 – Formation d'un fermion composite. Un électron capture deux quanta de flux (vortex) pour former un fermion composite

4.3 Fonction d'onde variationnelle de Jain

La fonction d'onde variationnelle proposée par Jain pour décrire un état à facteur de remplissage $\nu = \frac{\nu^*}{2p\nu^*+1}$ est :

$$\Psi_{\nu}^{\mathrm{Jain}} = \mathcal{P}_{\mathrm{LLL}} \prod_{i<j} (z_i - z_j)^{2p} \Phi_{\nu^*} \tag{3.11}$$

où Φ_{ν^*} est le déterminant de Slater pour ν^* niveaux de Landau complètement remplis. Pour $\nu^* = 1$ (un niveau de Landau rempli), le déterminant de Slater est :

$$\Phi_1(z_1, \ldots, z_N) = \det\left[z_i^{j-1}\right] \exp\left(-\frac{1}{4l_B^2}\sum_i |z_i|^2\right) \propto \prod_{i<j}(z_i - z_j) \exp\left(-\frac{1}{4l_B^2}\sum_i |z_i|^2\right) \tag{3.12}$$

Ainsi, pour $\nu = 1/(2p+1)$, la fonction d'onde de Jain devient :

$$\Psi^{\text{Jain}}_{1/(2p+1)} = \mathcal{P}_{\text{LLL}} \prod_{i<j}(z_i - z_j)^{2p+1} \exp\left(-\frac{1}{4l_B^2}\sum_i |z_i|^2\right) = \Psi^{\text{Laughlin}}_{1/(2p+1)} \tag{3.13}$$

ce qui montre que la fonction d'onde de Laughlin est un cas particulier de la construction de Jain.

5 Fermions composites dans les points quantiques

5.1 Points quantiques semi-conducteurs

Un point quantique semi-conducteur est une nanostructure qui emprisonne les électrons selon les trois directions de l'espace. Lorsqu'on applique un champ magnétique perpendiculairement au plan du point quantique, les électrons forment des états discrets que l'on appelle états de Fock-Darwin [14,15].

L'hamiltonien d'un électron dans un point quantique parabolique placé dans un champ magnétique peut s'écrire :

$$H = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} + e\mathbf{A}\right)^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2(x^2 + y^2) \tag{3.14}$$

où ω_0 est la fréquence de confinement.

5.2 États de Fock-Darwin

On donne les niveaux d'énergie d'un point quantique par :

$$E_{n,l} = \hbar\Omega(2n + |l| + 1) + \frac{1}{2}\hbar\omega_c l \tag{3.15}$$

où $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/4}$ est la fréquence effective, $n = 0, 1, 2, \ldots$ est le nombre quantique radial, et $l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ est le moment angulaire.

5.3 Application de la théorie CF aux points quantiques

L'idée de fermions composites s'applique naturellement à un point quantique. L'état quantique d'un point contenant N électrons s'écrit comme suit :

$$\Psi_L^{\text{CF}} = \mathcal{P}_{\text{LLL}} \prod_{i<j} (z_i - z_j)^{2p} \Phi_{\nu^*}^{\text{QD}} \tag{3.16}$$

où $\Phi_{\nu^*}^{\text{QD}}$correspond à la fonction d'onde de Slater pour des électrons non interactifs dans le point quantique [16].

6 Calculs d'énergie pour les points quantiques

6.1 Hamiltonien du système

L'hamiltonien d'interaction coulombienne entre les électrons est :

$$H_{\text{int}} = \sum_{i<j} \frac{e^2}{\varepsilon |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \tag{3.17}$$

où ε est la constante diélectrique du matériau.

L'énergie totale du système est :

$$E = \langle \Psi | H_{\text{int}} | \Psi \rangle \tag{3.18}$$

6.2 Méthode de calcul

Pour obtenir l'énergie d'interaction, on se sert des coordonnées complexes de Jacobi [11] :

$$\begin{aligned}
Z_1 &= z_1 - z_2 \\
Z_2 &= \frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{2} - z_3 \\
Z_3 &= \frac{z_1}{3} + \frac{z_2}{3} + \frac{z_3}{3} - z_4 \\
Z_4 &= \frac{z_1}{4} + \frac{z_2}{4} + \frac{z_3}{4} + \frac{z_4}{4} - z_5 \\
Z_5 &= \frac{z_1}{5} + \frac{z_2}{5} + \frac{z_3}{5} + \frac{z_4}{5} + \frac{z_5}{5}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Ces coordonnées sont orthogonales et permettent la factorisation de l'intégrale multiple.

6.3 Résultats numériques pour $\nu = 1/3$

Nous présentons ici les résultats obtenus pour l'énergie de l'état fondamental de systèmes à N électrons dans un point quantique pour le facteur de remplissage $\nu = 1/3$.

6.4 Résultats pour les états excités $[N-2, 2]$

Les états excités correspondent à la promotion d'un fermion composite vers un niveau supérieur. Le moment angulaire total pour ces états est :

$$L = \frac{3N(N-1)}{2} - 2(N-1) \tag{3.20}$$

6.5 Résultats pour $N = 2, 4, 6$ particules

cettes résultats optenire par le programme mathématiqua et des resultats analytique [58]

N	**Vexp**	**Vana**
4	1.989176	1.785126
5	2.607796	2.537070
6	3.220796	3.419129

TABLE 3.1 – Énergies d'interaction par particule (unités de $e^2/\varepsilon l_B$)

7 Comparaison avec d'autres méthodes

7.1 Diagonalisation exacte

La méthode de référence pour les petits systèmes consiste à diagonaliser exactement l'hamiltonien de Coulomb dans le niveau de Landau le plus bas[17]. Les résultats fournis par la théorie des fermions composites sont en très bon accord avec les calculs de diagonalisation exacte.

7.2 Méthode de Monte Carlo

La méthode variationnelle de Monte Carlo a également été appliquée au calcul de l'énergie des états de Laughlin [25]. Les résultats sont :

$$\varepsilon_{ee}^{\mathrm{MC}}(N=6,\nu=1/3)=0.4774\pm0.0002 \tag{3.21}$$

qui est en excellent accord avec notre valeur 0.477399.

8 Applications et perspectives

8.1 Informatique quantique topologique

Pour certaines fractions, notamment $\nu=5/2$ [26], les fermions composites obéissent à des statistiques non abéliennes. Ces excitations pourraient servir de qubits topologiques pour l'informatique quantique.

$$\nu=\frac{5}{2}=\frac{1}{2}+2 \quad \Rightarrow \quad \nu^*=\frac{1}{2} \tag{3.22}$$

À $\nu=5/2$, les quasi-particules sont des anyons non abéliens de type Pfaffian [19].

8.2 Matériaux 2D

La théorie des fermions composites s'étend aussi aux nouveaux matériaux bidimensionnels comme le graphène [17] et les dichalcogénures de métaux de transition [20]. Dans ces systèmes, la présence d'une structure de bande de Dirac change la relation entre le champ magnétique effectif et le facteur de remplissage. :

$$\frac{1}{\nu}=\frac{1}{\nu^*}+2p\pm\frac{g}{2} \tag{3.23}$$

où g prend en compte la dégénérescence de vallée et de spin.

9 Conclusion

La théorie des fermions composites apparaît comme un cadre théorique majeur pour interpréter l'effet Hall quantique fractionnaire dans les points quantiques semi-conducteurs. Elle s'appuie sur plusieurs avancées fondamentales : la fonction d'onde de Jain qui généralise celle de Laughlin et rend compte de l'ensemble des fractions observées ; la réduction du champ magnétique effectif ressenti par les fermions composites qui fait le lien entre les régimes fractionnaire et entier ; la validation quantitative des calculs d'énergie pour des systèmes à N électrons en excellent accord avec les diagonalisations exactes et les simulations Monte Carlo ; et enfin la nature fractionnaire de la charge des excitations élémentaires dont les statistiques non abéliennes pour certaines fractions ouvrent des perspectives prometteuses pour l'information quantique. Nos calculs indiquent également que cette approche microscopique demeure valable pour de grands moments angulaires, et qu'elle décrit avec une précision remarquable, tant sur le plan qualitatif que quantitatif, l'état fondamental des points quantiques sur toute la gamme étudiée.

Chapitre 4

Application de l’Effet Hall

1 Introduction

L'ingénieur en mécatronique ou en instrumentation doit connaître les deux étapes essentielles qui constituent la chaîne de mesure à la base de la conception de tout capteur à effet Hall. La première étape consiste à générer le champ magnétique à partir d'une source physique (aimant permanent, courant électrique ou bobine), la seconde à convertir ce champ en signal électrique exploitable. Ces deux étapes obéissent à deux lois physiques fondamentales de l'électromagnétisme : la loi de Biot-Savart et l'effet Hall. Ces deux lois ont été faites séparément et à près d'un demi-siècle dedistance. En 1820, juste après la découverte par Ørsted de l'action d'un courant électrique sur une boussole, les physiciens français Jean-Baptiste Biot et Félix Savart énoncèrent la loi de Biot-Savart. Elle établit pour la première fois une relation mathématique exacte entre un courant électrique et le champ magnétique qu'il crée, jetant ainsi les bases de l'électromagnétisme classique. En 1879, près de soixante ans plus tard, l'effet qui porte son nom fut découvert par Edwin Herbert Hall, qui observa l'apparition d'une tension transverse dans une feuille d'or traversée par un courant et placée dans un champ magnétique. L'effet Hall n'a trouvé ses premières applications industrielles significatives qu'avec l'arrivée des semi-conducteurs dans les années 1950-1960. Le fait que ces deux lois interagissent est remarquable, mais cetteinteraction est souvent sous-estimée dans la littérature technique. D'un côté, la loi de Biot-Savart répond à la question : « Quelle source donnée produit en un point donné de l'espace un champ magnétique B ? D'un autre côté, l'effet Hall répond à la question : « Quelle tension VH induit un champ magnétique B dans un élément semi-conducteur traversé par un courant ? » Voici justement le principe de fonctionnement de tout capteur Hall :l'enchaînement naturel de ces deux questions : Une grandeur physique (position, vitesse, courant) agit sur une source de champ magnétique, la loi de Biot-Savart permet de calculer le champ résultant au niveau de l'élément Hall, et l'effet Hall convertit ce champ en tension électrique. Ce chapitre a pour but un double objet. Nous commencerons par un rappel rigoureux de la loi de Biot-Savart en détaillant les configurations géométriques les plus fréquemment rencontrées dans les applications de capteurs Hall : fil rectiligne infini pour les capteurs de courant, spire circulaire pour certaines configurations de position, aimant permanent cylindrique pour les capteurs de position linéaire ou angulaire. Nous présenterons également le modèle des courants équivalents de Poisson qui permet de considérer un aimant permanent comme une répartition de boucles de courant et rend ainsi applicable la loi de Biot-Savart. En deuxième lieu, nous allons expliciter le lien fondamental entre la loi de Biot-Savart et l'effet Hall à travers l'équation unifiée du capteur Hall, qui combine les deux lois en une seule expression mettant en relation directe la tension de sortie avec la grandeur physique d'entrée.

Ce chapitre est résolument pratique. Nous verrons ensuite des exemples concrets de dimensionnement, après avoir posé les bases théoriques. Nous verrons comment les concentrateurs de flux, qui sont des matériauxferromagnétiques à haute perméabilité (comme le permalloy), permettentd'amplifier le champ magnétique d'un facteur de 10 à 100 et rendent ainsimesurable des courants très faibles. Nous décrivons la procédure de dimensionnement en quatre étapes : définition de la source de champ, calcul de B par la loi de Biot-Savart, calcul de V_H par l'effet Hall et vérification du rapport signal/bruit. Nous allons détailler un exemple complet de calcul pour un capteur de courant de 10 A, ce qui montrera l'importance des concentrateurs de flux lorsque le champ direct est trop faible. Enfin, nous proposons un tableau de correspondance synthétique entre les deux lois et l'équation unifiée qui constitue l'outil de base pour tout concepteur de capteur Hall.

Ce chapitre fait donc le lien entre la physique fondamentale de l'électromagnétisme et les applications concrètes qui seront développées dans les chapitres suivants (ABS automobile, surpresseurs domestiques, boîtes de vitesse automatiques). Il faut maîtriser à la fois la loi de Biot-Savart et l'effet Hall pour comprendre, dimensionner et optimiser ces systèmes.

2 les Surpresseurs Domestiques

2.1 Le surpresseur intelligent(automatique)

Le surpresseur automatique est un appareil destiné à assurer une pression suffisante dans les installations d'eau domestique, lorsque la pression du réseau public est insuffisante. Il fonctionne grâce à une détection précise des conditions d'écoulement et de pression. L'intelligence repose sur l'effet Hall qui assure deux fonctions distinctes et complémentaires : la mesure du débit et la mesure de la pression différentielle.

Les sondes à effet Hall se démarquent des systèmes classiques équipés d'un pressostat mécanique ou d'un contacteur à lames (Reed switch) par une précision supérieure, une fiabilité accrue dans le temps et la capacité de détecter des débits très faibles, avantage majeur pour l'utilisateur.

2.1.1 Architecture et principe de fonctionnement

Un surpresseur intégrant des technologies à effet Hall se compose des éléments suivants (Tableau 4.1) :

Composant	**Rôle**
Carter hydraulique	Passage de l'eau, intégrant la turbine ou la chambre à membrane
Turbine (ou rotor aimanté)	Élément mobile entraîné par le débit d'eau
Aimant permanent	Fixé sur la turbine ou la membrane, génère un champ magnétique variable
Capteur à effet Hall	Élément statique qui détecte les variations du champ magnétique
Carte électronique de commande	Traite le signal du capteur et commande le moteur de la pompe

TABLE 4.1 – Composants d'un surpresseur à effet Hall

Le principe est le suivant : lorsque l'eau s'écoule, elle entraîne une turbine ou déplace une membrane. L'aimant solidaire de cette pièce mobile se déplace par rapport au capteur Hall. Ce dernier génère un signal électrique dont la fréquence (pour une turbine) ou l'amplitude(pour une membrane) est proportionnelle au débit ou à la pression. Le calculateur interprète ce signal pour décider de la mise en marche ou de l'arrêt du moteur.

2.2 Capteur de débit à turbine Hall

2.2.1 Description technique

Le débitmètre à turbine Hall est le plus couramment utilisé sur les surpresseurs modernes. Il se trouve à l'entrée ou à la sortie de la pompe et comprend un corpsde détecteur traversé par l'eau dans lequel tourne une turbine munie d'un aimant [27].

La structure typique (d'après les brevets et spécifications techniques) est illustrée ci-dessous :

2.2.2 Fonctionnement détaillé

Lorsque l'eau passe dans le détecteur, son énergie cinétique fait tourner une turbine à une vitesse proportionnelle au débit volumique. Un aimant fixé sur la turbine tourne avec elle et crée un champ magnétique mobile. Le détecteur Hall est généralement placé à proximité, à l'extérieur du circuit hydraulique dans un boîtier étanche, et détecte le passage alterné des pôles Nord et Sud. Il fournit alors un signal de sortie sous forme d'impulsions carrées, dont la fréquence est directement proportionnelle à la vitesse de rotation de la turbine, et donc au débit d'eau [**?**].

2.2.3 Équation de mesure

La relation entre le débit Q (exprimé en L/min) et la fréquence F (exprimée en Hz) est donnée par une relation de type :

$$\boxed{F = k \times Q + \varepsilon} \tag{4.1}$$

Le coefficient k, fonction de la géométrie du capteur, apparaît dans la relation fréquence des impulsions-débit ; pour certains modèles, on trouve une valeur typique d'environ $k \approx 18$, ce qui assure une précision de l'ordre de $\pm 10\%$. Le signal de sortie est un signal logique dont l'état haut est supérieur à $> 4,7$ VDC et l'état bas est inférieur à $< 0,5$ VDC sous une alimentation de 5 V, le rapport cyclique étant maintenu à $50\% \pm 10\%$.

2.2.4 Avantage critique : détection des micro-débits

Le principal avantage technique du capteur Hall turbine est qu'il peut détecter des débits extrêmement faibles, de l'ordre de 1 L/min, alors que les solutions classiques (contacteur à lames) ont besoin de 3 L/min.

Dans une installation où la pression du réseau est très faible (par exemple, dernier étage d'un immeuble, source alimentant une maison isolée), le débit résiduel peut être inférieur à 3 L/min. Un surpresseur traditionnel ne s'enclencherait pas, et l'utilisateur n'aurait plus d'eau courante. Le capteur Hall permet le démarrage du surpresseur, celui-ci assure alors la pression et rend l'installation fonctionnelle.

2.2.5 Intégration mécanique et protection

L'intégration mécanique est indispensable pour s'assurer que le dispositif reste fiable et qu'il ne soit pas affecté par la corrosion ou les fuites. Le capteur Hall est logé dans un logement dédié le plus souvent intégré aucarter par moulage avec le corps de pompe, ce qui assure une parfaiteétanchéité. Une stricte séparation hydraulique est observée : la turbine et l'aimantbaignent dans l'eau, tandis que le capteur Hall est isolé dans une cavitéétanche, à l'abri de l'humidité. Enfin, le choix des matériaux confère à l'ensemble une grande durabilité : la turbine est en plastique technique injecté (type nylon) et l'aimant est surmoulé afin d'éviter toute corrosion et de préserver son aimantation dans le temps.

2.3 Capteur de pression différentielle Hall

2.3.1 Principe et architecture

Une méthode alternative ou complémentaire au débitmètre à turbine consiste à utiliser un capteur de pression à effet Hall, particulièrement adapté pour capter les variations lentes de pression, comme celles dues à des fuites, et pour ajuster dynamiquement le seuil de déclenchement [28,46]. Le système comporte une chambre de pression munie d'une membrane élastique, en EPDM ou en silicone le plus souvent, associée à un ressort de rappel taré. Un aimant fixé sur la membrane se déplace en réaction aux variations de pression et un capteur Hall linéaire situé tout près enregistre ce déplacement avec précision : la pression est ainsi surveillée en continu et de façon réactive.

2.3.2 Fonctionnement

L'eau entre dans la chambre et pousse sur la membrane. La pression plus forte déforme celle-ci et comprime le ressort. L'aimant fixé à la membrane se déplace, ce qui change la distance entre lui et le capteur Hall. Celui-ci fournit une tension analogique proportionnelle au champ magnétique reçu, et donc proportionnelle à la pression [29,47].

Intelligence embarquée : Le calculateur ne se borne pas à comparer la pression à un seuil fixe. Il étudie la vitesse à laquelle la pression chute pour différencier les situations. (Tableau 4.2) :

Situation	**Taux de chute de pression**	**Action**
Ouverture d'un robinet (débit élevé)	Élevé	Démarrage immédiat de la pompe
Fuite lente (goutte-à-goutte)	Faible	Ne démarre pas immédiatement, attend une chute plus importante

TABLE 4.2 – Analyse des chutes de pression par le calculateur

Cet algorithme adaptatif évite les cycles de marche/arrêt intempestifs (phénomène de "cycling") qui usent prématurément la pompe et créent des à-coups de pression désagréables.

2.4 Avantages techniques par rapport aux solutions classiques

2.4.1 Comparatif technologique

Le Tableau 4.3 établit un comparatif détaillé entre les solutions à effet Hall et les contacteurs à lames.

Critère	**Contacteur à lames (Reed)**	**Capteur à effet Hall**
Précision de mesure	Faible (binaire : ON/OFF)	Élevée (proportionnelle, fréquentielle)
Débit minimum détectable	~ 3 L/min	**1 L/min**
Consommation électrique	Nulle (contact sec)	~ 20 mA (active)
Robustesse mécanique	Bonne (mais contacts mobiles)	Excellente (sans contact, statique)
Protection environnement	IP limitée (oxydation possible)	IP67 possible (encapsulé)
Informations fournies	État (présence/absence de débit)	Débit, pression et état
Immunité aux vibrations	Moyenne	Élevée

TABLE 4.3 – Comparatif technologique : Capteur Hall vs Contacteur à lames (Reed)

2.4.2 Solutions hybrides

Les surpresseurs les plus performants combinent les deux technologies : un capteur Hall turbine pour le débit et un capteur Hall pression. La redondance et la cross-vérification permettent d'affiner la commande (exemple : si débit élevé mais pas de chute de pression $\rightarrow$ anomalie, sécurité).

2.5 Spécifications techniques et caractéristiques

2.5.1 Capteur de débit à turbine Hall – caractéristiques standards

Les caractéristiques typiques d'un débitmètre à turbine Hall sont résumées dans le Tableau 4.4, d'après les données constructeurs.

Paramètre	**Valeur typique**
Tension d'alimentation	5 – 24 VDC
Pression maximale admissible	0,35 MPa ($\sim 3,5$ bars)
Plage de débit mesurable	0,2 – 60 L/min (selon modèle)
Précision	$\pm 10\%$ sur la plage
Température de fonctionnement	-10°C à $+80$°C
Résistance d'isolement	> 100 MΩ
Signal de sortie	Fréquence / impulsions (rapport cyclique 50%)
Raccordement	3 fils : Rouge (+Vcc), Noir (GND), Jaune/Blanc (Signal)

TABLE 4.4 – Spécifications techniques du capteur de débit à turbine Hall

2.5.2 Capteur de pression Hall

Le Tableau 4.5 présente les caractéristiques typiques d'un capteur de pression à effet Hall.

Paramètre	**Caractéristique**
Plage de pression	Adaptée à la hauteur de refoulement (typ. 0-10 bars)
Sortie	Analogique linéaire (0,5 – 4,5 V) ou numérique (I^2C, PWM)
Précision statique	$\pm 0,5\%$ à $\pm 1\%$ de la pleine échelle
Dérive thermique	Compensée électroniquement

TABLE 4.5 – Spécifications techniques du capteur de pression Hall

3 Application au Système ABS Automobile

3.1 Le capteur de vitesse de roue ABS

3.1.1 Introduction :

Le système ABS (Anti-lock Braking System) permet de conserver la capacité du conducteur à diriger son véhicule en empêchant le blocage des roues lors d'un freinage d'urgence. Cette fonction s'appuie sur une mesure précise et fiable de la vitesse de rotation de chaque roue, mesurée aujourd'hui par les capteurs à effet Hall, la technologie de référence des véhicules modernes[30]. À la différence des capteurs inductifs passifs, ces capteurs actifs sont alimentés en courant (en général entre 5 et 12 V) et fournissent un signal carré numérique directement utilisable par l'ordinateur ABS. Leur avantage réside dans leur capacité à détecter des mouvements extrêmement lents, allant jusqu'à 0,1 km/h, ce qui était impossible pour les générations précédentes. En pratique, un capteur de vitesse de roue à effet Hall transforme les variations du champ magnétique, causées par la rotation d'une cible dentelée ou d'un anneau multipolaire, en un signal électrique carré dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse de rotation de la roue.

3.2 Principe physique et architecture du capteur Hall ABS

Rappel de l'effet Hall

L'effet Hall est basé sur le principe suivant : lorsqu'on soumet à un champ magnétique perpendiculaire un conducteur ou semi-conducteur traversé par un courant électrique, il apparaît une tension (appelée tension de Hall) perpendiculaire à la fois au courant et au champ magnétique.

$$\boxed{V_H = \frac{B \cdot I}{n \cdot e \cdot t}} \tag{4.2}$$

Dans le cas d'un capteur ABS, on utilise cet effet pour détecter les variations du champ magnétique dues au passage des dents d'une cible métallique (ou d'un anneau multipolaire).

3.2.1 Architecture générale

Un capteur de vitesse de roue pour système ABS repose sur trois blocs fonctionnels principaux. Le premier provient des éléments du capteur lui-même : un aimant permanent assure la polarisation magnétique, un élément Hall en semi-conducteur détecte les variations du champ dues à la rotation d'une cible dentelée ou d'un anneau codé. Le signal brut fourni par l'élément Hall est ensuite envoyé à un étaged'interface qui assure son conditionnement par amplification, filtrage et mise enforme pour le transformer en signal numérique carré exploitable[31]. Ce signal est finalement envoyé au calculateur ABS (ECU), qui joue le rôle du système de traitement : il détermine la vitesse de rotation de chaque roue, identifie un éventuel début de blocage et commande alors les électrovannes de régulation de pression.

3.3 Pourquoi le capteur Hall est supérieur pour l'ABS moderne

C'est une combinaison d'avantages décisifs qui a permis au capteur à effet Hall de devenir un élément courant des systèmes ABS. Sa capacité à détecter un arrêt complet de la roue est indispensable aux fonctions d'assistance au démarrage en pente ou de maintien stationnaire. De plus, son signal d'amplitude constante quelle que soit la vitesse facilite l'électronique embarquée, et sa résolution exceptionnelle, dès 0,1 km/h, répond aux exigences du stationnement automatique et du contrôle de traction à basse vitesse. Enfin, sa très grande robustesse vis-à-vis des perturbations environnementales (vibrations, impuretés ou variations d'entrefer) et son signal numérique directement interprété par le calculateur sans conversion lourde en font une solution à la fois fiable, précise et pérenne pour l'automobile moderne.

3.4 Structure interne et composants

3.4.1 Les trois éléments fondamentaux

Un capteur de vitesse à effet Hall pour un système ABS comprend trois éléments principaux. L'aimant permanent qui se trouve habituellement derrière l'élément Hall crée un champ magnétique de polarisation constante. La pastille Hall est constituée d'un matériau semi-conducteur, généralement du silicium, sur lequel circule un courant continu et dont la résistance électrique varie en fonction du champ magnétique qu'elle reçoit. Enfin, un circuit intégré spécialisé (ASIC) conditionne le signal : il amplifie, filtre et façonne les variations de courant ou de tension pour les transformer en un signal numérique carré directement utilisable par le calculateur.

3.4.2 Structure matérielle selon les brevets

Le brevet européen EP0647851 décrit un capteur Hall ABS moderne intégrant un élément codeur composite qui accroît nettement la précision de détection. L'association de cette structure est constituée d'un anneau bipolaire aimanté axialement, avec des pôles Sud en surface, et d'une cible ferromagnétique munie de fenêtres qui permet d'annuler les champs parasites. L'aimantation axiale, dont le pôle N est formé par la base, donne à cet ensemble des coupures très nettes entre les zones magnétisées et non magnétisées, ce qui se traduit par une meilleure qualité du signal délivré par le capteur [31].

3.5 Caractéristiques dimensionnelles typiques

Le Tableau 4.6 présente les caractéristiques dimensionnelles typiques d'un capteur Hall ABS.

Paramètre	**Valeur typique**
Nombre de dents/pôles	48 à 100 (selon constructeur)
Entrefer (gap)	0,5 à 2,5 mm
Température de fonctionnement	-40°C à $+150$°C
Tension d'alimentation	5-24 VDC
Courant de repos	7 mA (typique)
Courant actif	14 mA (typique)
Fréquence de sortie max	0 à 2500 Hz

TABLE 4.6 – Caractéristiques dimensionnelles typiques

3.6 Principe de fonctionnement détaillé

3.6.1 Processus complet

Le processus de mesure en 5 étapes :

Étape	**Phénomène physique**	**Description**
1	Rotation de la roue	La roue est mise en mouvement par le véhicule
2	Défilement de la cible	La cible (roue dentée ou anneau multipolaire) défile devant le capteur, avec un passage alterné de dents/creux ou de pôles N/S
3	Variation du champ magnétique	Le champ magnétique reçu par l'élément Hall varie en fonction de la position de la cible
4	Variation de résistance	La résistance de l'élément Hall semiconducteur se modifie, entraînant une variation du courant ou de la tension traversant le circuit
5	Mise en forme du signal	Le circuit intégré (ASIC) convertit ces variations en un signal carré logique (0 V / 5 V) exploitable
Sortie	Transmission	Le signal numérique est transmis au calculateur ABS pour traitement

TABLE 4.7 – Processus de mesure d'un capteur de vitesse à effet Hall pour ABS

3.6.2 Mesure différentielle

La technologie clé du circuit AD22157, comme indiqué sur sa fiche technique, repose sur une mesure différentielle spatiale du champ magnétique. Ce système comporte trois ensembles de cellules Hall placés en ligne sur le support de silicium, dont deux sont reliés à des amplificateurs différentiels[32]. Cette architecture ne permet pas de mesurer la valeur absolue du champ magnétique, mais sa variation entre deux points de mesure distincts (B). De cette manière, le détecteur compense le champ de polarisation constant produit par l'aimant permanent, tout en éliminant les champs parasites uniformes. Il en résulte une haute sensibilité et un signal débarrassé des offsets indésirables.

3.7 Conditions de détection

Le circuit AD22157 distingue trois modes de fonctionnement suivant l'amplitude du champ mesuré. (Tableau 4.8) :

Plage de champ ΔB	**Comportement**
$\Delta B > 4$ mT	Mode normal - signal valide
2 mT $< \Delta B < 4$ mT	Mode "low field" - précision réduite
$\Delta B < 2$ mT	Mode "extremely low field" - simple détection de présence
Signal dynamique absent	Mode "fail-safe" - signal d'erreur à 1,5 Hz

TABLE 4.8 – Conditions de détection du circuit AD22157

Cette hiérarchie permet au calculateur ABS d'évaluer la fiabilité de la mesure au moment du freinage.

3.8 Signal de sortie et traitement électronique

3.8.1 Caractéristiques du signal

Le capteur Hall ABS produit une onde carrée numérique dont les caractéristiques sont précises (Tableau 4.9) :

Paramètre	**Valeur**
Tension haute (High)	2,5 V
Tension basse (Low)	0,75 V
Alimentation capteur	8 V (depuis ECU)
Type de signal	Onde carrée
Nombre de fils	2 (alimentation + signal)

TABLE 4.9 – Caractéristiques du signal - Exemple BMW E38

*Note :*Ces valeurs dépendent des constructeurs ; certains capteurs donnent un signal standard 0-5V.

3.8.2 Relation vitesse fréquence

La fréquence du signal de sortie est proportionnelle à la vitesse de rotation de la roue. :

$$\boxed{V_{roue} = k \times f_{signal}} \tag{4.3}$$

La vitesse de rotation de la roue, notée V_{roue} et exprimée en km/h ou en tr/min, est directement déduite de la fréquence du signal Hall, f_{signal} en Hz, par l'intermédiaire d'une constante k ;Cette constante intègre les paramètres géométriques du capteur, à savoir le nombre de dents ou de pôles de la cible ainsi que le diamètre de la roue, permettant ainsi d'établir une relation linéaire entre la fréquence mesurée et la vitesse réelle du véhicule[33].

Exemple de calcul :

Pour une cible comportant 48 dents et une fréquence de sortie du capteur de 600 Hz, la vitesse de rotation de la roue est obtenue en multipliant la fréquence par 60 secondes, puis en divisant par le nombre de dents, soit :

$$V_{\text{roue}} = \frac{600 \times 60}{48} = 750 \text{ tr/min.}$$

3.8.3 Traitement par le calculateur ABS

Le traitement du signal à l'intérieur du capteur suit une chaîne de conditionnement qui comporte plusieurs étapes afin de fournir une information propre et exploitable. Le signal Hall différentiel, qui est brut et de faible amplitude, est tout d'abord amplifié et filtré, puis il subit une soustraction et un filtrage différentiel permettant d'éliminer efficacement les parasites. Il passe ensuite par un déclencheur de Schmitt qui assure le crêtage et le calibrage du signal en le convertissant en signal carré mis en forme. Enfin des générateurs de courant stabilisent ce signal pour le rendre constant et robuste avant de le transmettre au calculateur ABS.

3.9 Élément codeur : Cible et anneau multipolaire

3.9.1 Les deux architectures possibles

Les capteurs Hall ABS utilisent deux types principaux d'éléments codeurs. Le premier type, une roue dentée ferromagnétique, s'emploie avec un aimant permanent incorporé au détecteur : les dents modulent le flux magnétique lorsqu'elles passent, constituant une solution simple et peu coûteuse. Le second, plus perfectionné, est constitué d'un anneau multipolaire aimanté avec des pôles Nord et Sud alternés qui ne nécessite pas d'aimant séparé ; cette technologie permet d'avoir une meilleure précision et un encombrement moindre, au prix d'un coût légèrement plus élevé.

3.9.2 Structure de l'anneau multipolaire selon brevet

Le brevet européen EP0647851 présente un élément codeur composite haute précision constitué d'une cible ferromagnétique et d'un anneau bipolaire aimanté axialement. La cible, de forme annulaire, est munie de fenêtres ou d'encoches qui jouent le rôle de circuit magnétique en canalisant les lignes de champ et en éliminant leur dispersion. L'anneau bipolaire comporte, pour sa part, une base massive formant le pôle Nord, surmontée de dents axiales constituant les pôles Sud, et s'insérant dans les fenêtres de la cible. Cette structure intégrée et compacte permet d'avoir des transitions nettes entre les zones magnétisées et non magnétisées et garantit ainsi un signal de haute qualité.

Les lignes de champ sont canalisées par la cible ferromagnétique, qui crée ainsi des coupures très franches entre zones magnétisées (dents) et zones non magnétisées (fenêtres). Cela permet d'améliorer la précision de détection.

3.9.3 Précision de fabrication

La précision de la détection dépend de façon directe de la qualité de fabrication des éléments codeurs. La fabrication d'un anneau multipolaire est assez délicate du point de vue de la précision de la magnétisation. Il faut donc une dispersion aussi faible que possible sur les caractéristiques dimensionnelles et magnétiques des pôles afin d'avoir un bon signal de détection.

Les solutions modernes utilisent donc des cibles découpées avec précision (par emboutissage) associées à une magnétisation contrôlée pour garantir la qualité du signal.

3.10 Performances et limites techniques

3.10.1 Performances clés

Le Tableau 4.10 résume les performances clés d'un capteur Hall ABS.

Performance	**Valeur**
Vitesse minimale détectable	0,1 km/h
Plage de fréquence de sortie	0 - 2500 Hz
Précision des fronts	$\pm 2\%$ (stabilité temporelle)
Plage de température	-40°C à $+150$°C
Protection contre inversion polarité	Jusqu'à -30V

TABLE 4.10 – Performances clés du capteur Hall ABS

3.10.2 Limites techniques

Limites fondamentales :

En effet, le capteur Hall, malgré ses nombreux avantages, présente certaines limites à ne pas négliger. Plus l'entrefer (distance entre le capteur et la cible) augmente, moins la mesure est précise. En outre, le signal peut être perturbé par les champs magnétiques parasites produits par des moteurs électriques puissants ou par des haut-parleurs situés à proximité, risque d'autant plus élevé dans les véhicules hybrides ou électriques. La dérive thermique est également source d'erreur car la sensibilité de l'élément Hall varie avec la température, de l'ordre de 450 ppm/°C. Enfin, la contamination ferromagnétique provenant de l'accumulation de particules métalliques, telles que la limaille de frein, sur l'aimant permanent, peut modifier le champ de polarisation et abaisser les performances du capteur.

Solutions existantes :

Les capteurs Hall modernes intègrent plusieurs solutions techniques pour contourner ces limites. Le circuit ASIC assure directement la compensation thermique, c'est-à-dire qu'il corrige la dérive de sensibilité causée par les variations de température. La mesure différentielle permet, quant à elle, d'éliminer de façon efficace les champs magnétiques parasites homogènes en ne conservant que la variation utile du signal. Enfin, une étanchéité, généralement conforme au niveau de protection IP67, protège le capteur contre l'humidité, la poussière et les contaminants ferromagnétiques et assure ainsi sa fiabilité et sa durabilité dans les environnements sévères.

3.11 Problématique avancée : la dérive thermique

3.11.1 Phénomène physique

Une limite importante du capteur Hall est la sensibilité de l'élément semi-conducteur à la température. Cette dérive thermique ajoute une composante parasite basse fréquence dans le signal de mesure.

3.11.2 Algorithme de compensation

Des recherches ont été menées afin de compenser la dérive thermique des capteurs Hall, et une méthode fondée sur le filtrage adaptatif a été proposée à cet effet. Le signal du capteur, qui comporte de la dérive, est d'abord traité par un filtremoyenne-médiane pondérée (MEM) qui permet d'extraire la tendance lente caractéristiquede cette dérive[33]. On procède ensuite à une décomposition en modes empiriques (EMD) qui sépare le signal en différentes composantes fréquentielles, et un test de Student (t-test) permet d'identifier celles qui correspondent à la dérive. Ces composantes sont ensuite retranchées du signal d'origine, ce qui donne un signal compensé, débarrassé des effets thermiques indésirables et délivrant une mesure propre et fiable de la vitesse de la roue.

3.11.3 Résultats expérimentaux

Le Tableau 4.11 présente l'amélioration du rapport signal/bruit après compensation.

Condition	**SNR - Algorithme proposé**	**SNR - Méthode classique**
Bruit faible (C=100)	7,6 dB	3,5 dB
Bruit moyen (C=500)	11,4 dB	5,7 dB
Bruit fort (C=900)	15,0 dB	13,1 dB

TABLE 4.11 – Amélioration du rapport signal/bruit après compensation

Cette problématique est devenue critique avec l'apparition des **véhicules hybrides et électriques** dont les moteurs sont situés au plus près des roues et génèrent des échauffements importants.

4 les Boîtes de Vitesses Automatiques

4.1 Introduction

Au cours des vingt dernières années, les boîtes de vitesses automatiques ont radicalement changé. On a beaucoup remplacé les liaisons mécaniques classiques (câbles, tringleries) entre le levier de vitesses et la boîte par des systèmes"shift-by-wire", où la commande se fait par transmission électronique[34,35].

Les capteurs à effet Hall occupent une place fondamentale dans ce contexte. Ils servent trois fonctions différentes mais complémentaires. (Tableau 4.12) :

Fonction	**Rôle**	**Emplacement typique**
Position du levier	Détecter la position du sélecteur (P, R, N, D)	Module sous le levier
Vitesse d'entrée	Mesurer la vitesse de l'arbre primaire	À l'intérieur du carter de boîte
Vitesse de sortie	Mesurer la vitesse de l'arbre secondaire	Près de l'arbre de sortie

TABLE 4.12 – Trois fonctions principales des capteurs Hall en transmission automatique

.

4.2 Fonction 1 : Détection de la position du levier sélecteur (PRNDL)

4.2.1 Principe général

Le sélecteur de vitesses (PRNDL - Park, Reverse, Neutral, Drive, Low) est l'interface entre le conducteur et la transmission. Dans un système « shift-by-wire », le capteur à effet Hall mesure la position angulaire du levier et l'envoie au calculateur de transmission (TCU) qui commande les actionneurs de la boîte[36].

L'objectif est de détecter avec une grande fiabilité la position relative du levier, une erreur pouvant avoir des conséquences graves sur la sécurité.

4.2.2 Architecture avec capteurs Hall 2D/3D

Il existe deux manières principales de détecter la position du levier. :

Dans une configuration classique de mesure angulaire, on utilise un ou plusieurs capteurs Hall 2D pour détecter les variations du champ magnétique dans le plan XY. Un aimant est fixé sur l'arbre du levier ; la position angulaire est calculée à partir des composantes B_x et B_y du champ mesuré, par application de la fonction arctangente. Grâce à cette approche simple et robuste, il est possible de déterminer avec précision et en continu l'angle de rotation.

L'approche avancée consiste à monter en biais des capteurs Hall 3D, qui détectent en même temps les mouvements autour des axes de sélection et de changement de vitesse. Cette technologie, présentée dans certains brevets, présente plusieurs avantages notables : une détection précise avec un seul capteur, alors que plusieurs étaient auparavant nécessaires, une meilleure tolérance aux variations d'entrefer, ainsi qu'une compacité améliorée du module. Le brevet US20100294067A1 indique que l'installation du détecteur 3D en position inclinée permet d'avoir au moins deux des trois signaux de sortie disponibles avec une bonne linéarité et donc de garantir une mesure fiable et robuste dans des conditions différentes.

4.2.3 Capteurs spécifiques pour sélecteurs

Des circuits intégrés dédiés ont été spécialement conçus pour les mesures angulaires, dont l'A31315 d'Allegro MicroSystems, qui est un parfait exemple de cette catégorie. Ce capteur Hall 3D permet de mesurer simultanément les trois composantes du champ magnétique (X, Y, Z) et offre plusieurs interfaces de sortie (analogique, PWM ou SENT (SAE J2716)) pour s'adapter à différentes architectures électroniques. Il fournit une mesure angulaire sur 360° ou en course courte (< 360°), avec une résolution de 16 bits assurant une grande précision[37,38]. Il est conçu pour des applications à très haute sécurité et est certifié ASIL B en version à simple puce et ASIL D en version double puce. Enfin, grâce à sa plage de fonctionnement étendue de -40 °C à +150 °C et à sa qualification AEC-Q100 Grade 0, c'est un composant robuste et fiable pour l'environnement automobile.

4.2.4 Redondance pour la sécurité

Les applications automobiles critiques telles que les systèmes de freinage ou de direction imposent souvent une redondance des mesures afin d'atteindre un haut niveau de sécurité. Le TMAG5170D-Q1 de Texas Instruments y répond en intégrant deux capteurs(dies) dans le même boîtier et en les disposant de telle manière que lesécarts de mesure entre les deux capteurs soient minimisés[35,39]. Cette architecture redondante fournit deux mesures identiques et indépendantes, augmente la fiabilité du système grâce à une comparaison permanente des signaux et assure un fonctionnement dégradé en cas de défaillance d'une voie, évitant ainsi une panne complète du dispositif.

4.3 Fonction 2 : Mesure de vitesse de rotation interne

4.3.1 Pourquoi mesurer les vitesses internes ?

Une transmission automatique moderne dispose de plusieurs capteurs de vitesse afin d'optimiser le passage des rapports. (Tableau 4.13) :

Capteur	Rôle	Informations fournies
Vitesse d'entrée (turbine)	Mesure la vitesse d'entrée de la boîte	Calcul du glissement du convertisseur
Vitesse de sortie	Mesure la vitesse de l'arbre de sortie	Calcul de la vitesse du véhicule
Vitesse des planétaires	Mesure des composants internes	Commande précise des embrayages

TABLE 4.13 – Capteurs de vitesse internes à une transmission automatique

4.3.2 Capteur Hall différentiel

Les capteurs Hall différentiels sont employés lorsque l'application requiert une mesure robuste et fiable. Ils mesurent la variation spatiale du champ magnétique au lieu de sa valeur absolue, ce qui permet d'éliminer les offsets et les perturbations communes. Le TLE4953C d'Infineon (XENSIV™), est une référence dans cette catégorie. Il comporte, en structure interne, un aimant de polarisation assurant la génération du champ magnétique, deux éléments Hall différentiels captant les variations locales du flux, et un circuit intégré en technologie BiCMOS assurant le conditionnement du signal. Ce dernier traite la différence entre les deux mesures afin d'en extraire l'information utile, puis fournit un signal de sortie au format PWM directement utilisable par le calculateur. Cette architecture permet au capteur de bénéficier d'une excellente immunité aux parasites et d'une grande stabilité dans le temps. Pour ces applications, on utilise des capteurs Hall différentiels qui mesurent la variation spatiale du champ magnétique plutôt que sa valeur absolue.

La mesure différentielle supprime les champs parasites homogènes et les variations lentes (déviation thermique, variations d'entrefer);.

4.3.3 Principe de fonctionnement - Capteur de vitesse de sortie Mercedes

Le dossier technique Mercedes décrit en détail le fonctionnement du capteur de vitesse de sortie sur la transmission :

La vitesse de sortie de la transmission est mesurée grâce à une bague à impulsions (3) et à un capteur Hall différentiel. Le capteur de vitesse de sortie intègre deux générateurs Hall et un aimant en barre. Les variations du champ magnétique sont dues au mouvement de rotation de la bague d'impulsions. Ce mouvement rotatif fait varier la polarité de la différence d'induction entre les deux éléments Hall. Ce changement de polarité est transformé en un signal continu par le système d'analyse électronique.

4.3.4 Caractéristiques des capteurs de vitesse

Le Tableau 4.14 présente les caractéristiques typiques des capteurs de vitesse.

Paramètre	**Valeur typique**	**Source**
Fréquence de sortie max	12 kHz	Infineon TLE4953C
Température	$-40°$C à $+150°$C	Standard AEC-Q100
Entrefer (air gap)	Jusqu'à 2,5 mm	Selon cible
Détection à l'arrêt	Oui (0 Hz)	Tous capteurs actifs
Interface	2 fils (PWM) ou 3 fils	Selon constructeur

TABLE 4.14 – Caractéristiques des capteurs de vitesse Hall

4.4 Fonction 3 : Détection de direction de rotation

4.4.1 Importance de la direction

Avec les transmissions automatiques modernes, il ne suffit plus de connaître la vitesse de rotation : il est également nécessaire de déterminer le sens dans lequel tourne l'arbre. Cette information est essentielle à plusieurs fonctions importantes du véhicule. Elle permet de valider les passages de rapports avant et arrière en garantissant la cohérence des changements de direction, de détecter les fonctionnements anormaux, comme une roue libre parasite pouvant indiquer un dysfonctionnement mécanique, et d'assurer le bon fonctionnement des systèmes de stationnement et de maintien en côte, qui nécessitent une connaissance précise du sens de déplacement du véhicule[40].

4.4.2 Capteurs avec détection de direction

LeTLE4953C intègre nativement la fonction de détection de sens de rotation : Erkennen der Drehrichtung (Dokumentation Infineon) Principe : Avec deux éléments Hall décalés dans l'espace, le circuit est capable de déterminer l'ordre de passage des dents de la cible. On en déduit ainsi le sens de parcours (avant/arrière)

4.4.3 Capteur Piher SSH-G01

Un autre exemple est le détecteur SSH-G01 de Piher Sensing Systems, conçu spécialement pour les transmissions :

Caractéristiques : Ce détecteur permet de connaître en même temps le sens et la vitesse de rotation sans aucun étalonnage grâce à sa technologie « plug and play ». Il est conçu pour les environnements sévères et dispose d'une protection IP67 pour être étanche à l'humidité et à la poussière. Sa plage de mesure s'étend jusqu'à 12 kHz en avant et 7 kHz en marche arrière. La sortie se fait par une interface à deux fils avec un courant entre 6 et 14 mA selon l'état logique du signal, ce qui simplifie son intégration dans les architectures électroniques existantes.

4.5 Architecture des capteurs : Solutions mono-capteur et multi-capteurs

4.5.1 Évolution des architectures

Dans l'histoire, la détection de la position du levier de vitesses s'effectuait au moyen d'un grand nombre de capteurs Hall, chacun étant affecté à une position précise (P, R, N, D...), et installés sur un circuit imprimé de grande taille. Cette approche multi-capteurs souffrait de plusieurs inconvénients majeurs : elle augmentait considérablement le volume du module, entraînait un coût de fabrication plus élevé du fait du nombre de composants et de la complexité du câblage, et rendait difficile l'adaptation du système à différents types de leviers ou à différentes configurations de transmission, chaque variante nécessitant une refonte partielle du circuit imprimé.

4.5.2 Architecture moderne : Capteur 3D unique

Les solutions modernes utilisent maintenant un unique capteur Hall 3D tel que l'A31315 ou le TMAG5170D-Q1 qui mesure les trois composantes du champ magnétique en même temps. Cette approche possède de nombreux avantages par rapport aux architectures multi-capteurs : une compacité accrue, qui réduit l'encombrement du module, une linéarité améliorée grâce à la possibilité de monter le capteur de manière inclinée pour optimiser la réponse angulaire, et une réduction importante des coûts au niveau des composants, de l'intégration et de la maintenance.

4.5.3 Design breveté avec circuit imprimé étendu

Un brevet présente une solution hybride où le circuit imprimé comporte des extensions en forme de bride qui permettent de positionner au mieux les capteurs Hall par rapport au levier. Cette approche permet d'adapter les différentes géométries de levier sans refonte complète.

4.5.4 Capteurs Hall 2D :

Cette méthode consiste à mesurer les composantes B_x et B_y du champ magnétique, ce qui permet de connaître une position angulaire simple, en général pour des courses inférieures à 90°. Cette approche a toutefois une limite importante : elle reste sensible aux variations d'entrefer ce qui peut altérer la précision de la mesure en situation réelle.

4.5.5 Capteurs Hall 3D :

L'idée de cette méthode avancée est de mesurer en même temps les trois composantes du champ magnétique, B_x, B_y et B_z. Elle convient particulièrement aux applications nécessitant une position angulaire sur 360° ou une détection de mouvement suivant plusieurs axes. L'utilisation d'éléments Hall verticaux et planaires permet cette capacitétridimensionnelle de capter le champ dans les trois dimensions de l'espace. Par exemple, le capteur A31315 intègre ces éléments pour détecter deux des trois composantes et en déduire très précisément l'angle absolu de rotation.

4.6 Technologies de mesure : 2D, 3D et différentielle

4.6.1 Capteurs Hall différentiels :

L'idée de la mesure différentielle consiste à comparer le champ magnétique mesuré par deux éléments Hall voisins. Cette technique est surtout utilisée pour la détection des dents métalliques, afin de mesurer la vitesse de rotation. Son atout majeur est une très bonne immunité aux champs magnétiques parasites et une compensation efficace des dérives thermiques et des offsets, pour une mesure stable et fiable même dans les environnements sévères.

Formule simplifiée :

$$\boxed{Signal_{diff} = V_{Hall1} - V_{Hall2} \propto (B_1 - B_2)} \tag{4.4}$$

La cible tournante qui module le flux fait changer de signe ladifférence à chaque passage de dent. Un déclencheur de Schmitt convertit ce signal en onde carrée.

4.7 Normes et exigences de sécurité automobile (ISO 26262)

4.7.1 Niveaux d'intégrité ASIL

Les applications de transmission automatique sont classées critiques pour la sécurité dans la norme ISO 26262. Le Tableau 4.15 indique les différents niveaux.

Niveau ASIL	Signification	Application typique
ASIL A	Risque faible	Confort
ASIL B	Risque modéré	Position levier (non redondé simple)
ASIL C	Risque élevé	Vitesse roue
ASIL D	Risque très élevé	Direction, freinage

TABLE 4.15 – Niveaux d'intégrité ASIL pour applications transmission

4.7.2 Composants certifiés

Les capteurs récents sont désormais certifiés aux niveaux ASIL exigés par la norme ISO 26262, ce qui prouve leur aptitude à être utilisés dans les applications automobiles critiques. Ainsi, par exemple, l'A31315 d'Allegro MicroSystems est certifié ASIL B en configuration simple puce et ASIL D en configuration double puce, ce qui permet une certaine flexibilité en fonction du niveau de sécurité requis. Le TMAG5170D-Q1 de Texas Instruments, lui, utilise une architecture à deux pucesqui fournit une redondance complète et lui permet d'atteindre le niveau ASIL D,le niveau le plus élevé de la norme, pour les systèmes qui nécessitent la plusgrande tolérance aux pannes.

4.7.3 Mécanismes de sécurité intégrés

Les capteurs modernes sont désormais équipés de fonctions de diagnostic avancées, augmentant ainsi la fiabilité et la sécurité des systèmes. Ils peuvent détecter les défauts de câblage (coupures de fils, courts-circuits…) et produire un signal d'erreur dédié, généralement une fréquence spécifique, pour avertir le calculateur. D'autres, comme le TLE4953C d'Infineon, sont même équipés d'une fonction d'auto-calibrage dynamique qui, en temps réel, compense les variations de l'environnement et garantit ainsi une mesure précise et stable pendant toute la durée de vie du capteur.

4.8 Performances et caractéristiques techniques

4.8.1 Tableau comparatif des capteurs pour transmission

Le Tableau 4.16 fait un comparatif des principaux capteurs utilisés dans les transmissions automatiques.

Paramètre	**TLE4953C (Infineon)**	**SSH-G01 (Piher)**	**A31315 (Allegro)**
Type	Vitesse + direction	Vitesse + direction	Position 3D
Interface	2 fils PWM	2 fils courant	Analog/PWM/SENT
Fréquence max	12 kHz	12 kHz	N/A (position)
Température	$-40°$C à $+150°$C	Jusqu'à 125°C	$-40°$C à $+150°$C
Protection	EMI renforcée	IP67	AEC-Q100 Grade 0
ASIL	Non spécifié	Non spécifié	B / D
Application	Vitesse transmission	Transmission industrielle	Sélecteur PRNDL

TABLE 4.16 – Comparatif des capteurs Hall pour transmission

4.8.2 Performances clés : Capteurs de vitesse

D'après les fiches techniques, les performances des capteurs de vitesse sont résumées dans le Tableau 4.17.

Paramètre	**Valeur**	**Condition**
Tension d'alimentation	4,5 - 24 VDC	Selon modèle
Courant de repos	6 - 8 mA	État bas
Courant actif	12 - 16 mA	État haut
Temps de démarrage	1 ms	Mise sous tension
Fréquence de sortie	0 - 12 kHz	Selon cible
Entrefer (gap)	0,5 - 2,5 mm	Selon application
Protection inversion	Jusqu'à -30 V	Standard

TABLE 4.17 – Performances clés des capteurs de vitesse Hall

4.8.3 Performances position 3D

Pour les capteurs de position (A31315), le Tableau 4.18 présente les performances.

Paramètre	**Valeur**
Résolution angulaire	16 bits
Précision	$\pm 0,3^{\circ}$ typique
Sortie analogique	0-5 V ou rapport métrique
Sortie PWM	Fréquence configurable
Sortie SENT	Selon SAE J2716

TABLE 4.18 – Performances des capteurs de position 3D

5 L'Effet Hall et la Loi de Biot-Savart

5.1 Introduction

La loi de Biot-Savart et l'effet Hall sont deux concepts fondamentaux décrivant deux aspects complémentaires de l'électromagnétisme. Leurs rôles respectifs sont résumés dans le Tableau 4.19.

Concept	**Rôle**	**Relation**
Loi de Biot-Savart	Calcule le champ magnétique produit par un courant électrique	Cause → Effet
Effet Hall	Détecte un champ magnétique via une tension induite	Effet → Mesure

TABLE 4.19 – Comparaison des deux concepts fondamentaux

Dans la conception des capteurs Hall, ces deux lois sont indissociables : Le champ magnétique produit par un aimant ou un courant peut être prédit par la loi de Biot-Savart, tandis que l'effet Hall permet de transformer ce champ en un signal électrique qui peut être mesuré.

5.2 Rappel de la loi de Biot-Savart

5.2.1 Énoncé général

La loi de Biot-Savart permet de déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ créé en un point de l'espace par un circuit électrique traversé par un courant I [41].

Forme différentielle (pour un élément infinitésimal de courant) :

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}} \tag{4.5}$$

La loi de Biot-Savart exprime le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ en fonction de plusieurs grandeurs physiques, et il est mesuré en teslas. La perméabilité magnétique du vide, désignée par $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, agit comme une constante fondamentale. Le courant électrique I (ampères) s'écoule à travers un élément de longueur $d\vec{\ell}$ dans la direction du courant. Le vecteur $\vec{r}$ situe la position du point d'observation par rapport à l'élément de courant, et r est la distance entre les deux éléments. Grâce à l'ensemble de ces paramètres, on peut calculer la contribution infinitésimale au champ magnétique total[48].

Forme intégrale (pour un circuit complet) :

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}} \tag{4.6}$$

5.3 Cas particuliers importants pour les capteurs Hall

5.3.1 Champ créé par un fil rectiligne infini

Pour un fil rectiligne infini parcouru par un courant I, à une distance a :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \tag{4.7}$$

le champ magnétique produit par le passage d'un courant électrique I dans un fil rectiligne, représenté par une flèche verticale dirigée vers le haut. Les lignes de champ magnétique forment des cercles concentriques autour de ce fil, dans un plan perpendiculaire au courant, suivant la règle de la main droite. À un point situé à droite du conducteur, le vecteur du champ magnétique $\vec{B}$ est dirigé vers l'observateur .

5.3.2 Champ créé au centre d'une spire circulaire

Au centre d'une spire circulaire de rayon R traversée par un courant I :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \tag{4.8}$$

5.3.3 Champ créé par un aimant permanent (modèle équivalent)

Un aimant permanent peut être représenté par une distribution de courants équivalents (boucles de courant). Pour un aimant cylindrique de rayon R et de hauteur h, aimantéaxialement, le champ sur l'axe à une distance z de la face est :

$$B(z) = \frac{B_r}{2}\left(\frac{z+h}{\sqrt{(z+h)^2+R^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right) \tag{4.9}$$

Où B_r est l'aimantation rémanente du matériau (typiquement 1,2 T pour un Néodyme N42).

5.4 Lien fondamental : du courant au champ magnétique

5.4.1 La chaîne de mesure complète

Dans un capteur Hall, la loi de Biot-Savart et l'effet Hall se succèdent comme suit :

L'effet Hall est basé sur une chaîne de transduction comportant deux étapes principales. Tout d'abord, une source de champ magnétique (aimant permanent, courant électrique ou bobine) génère un champ dont l'intensité B est déterminée par la loi de Biot-Savart en fonction de la source et de la distance. Un élément Hall détecte ensuite ce champ, et le convertit en une tension Hall V_H qui est proportionnelle au champ appliqué grâce à la sensibilité S du capteur selon la relation suivante $V_H = S \times B$. La grandeur électrique ainsi obtenue constitue le signal de sortie exploitable par le système électronique[42].

5.4.2 Équation complète du capteur Hall

En combinant les deux lois, on obtient la tension de sortie du capteur en fonction de la source de champ :

Cas 1 : Source = aimant permanent

$$V_H = S \cdot B_{aimant}(x, y, z) \tag{4.10}$$

Où $B_{aimant}(x, y, z)$ est donné par l'équation de Biot-Savart appliquée à la distribution de courant équivalente de l'aimant.

Cas 2 : Source = courant à mesurer (capteur de courant Hall) Pour un fil parcouru par un courant I_{mesure} à une distance d du capteur :

$$V_H = S \cdot \frac{\mu_0 I_{mesure}}{2\pi d} \tag{4.11}$$

Ainsi, la tension de Hall est directement proportionnelle au courant mesuré :

$$\boxed{V_H = S \cdot \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot I_{mesure}} \tag{4.12}$$

5.5 Calcul du champ magnétique dans une sonde Hall

5.5.1 Configuration typique d'un capteur Hall à concentration de flux

Les modèles modernes accroissent la sensibilité des détecteurs Hall en intégrant des concentrateurs de flux en matériau ferromagnétique à haute perméabilité, par exemple le permalloy. Ces éléments, placés à proximité de la pastille Hall, ont pour effet de canaliser et d'amplifier le champ magnétique qui provient d'un aimant ou d'un courant, et permettent ainsi d'augmenter le signal mesuré. La loi de Biot-Savart permet de calculer le champ résultant au niveau de l'élément sensible, ce qui permet de modéliser cette amplification[42,44]. Cette technique améliore nettement le rapport signal sur bruit et la résolution du capteur, sans augmenter ni la taille ni la consommation du dispositif.

Le facteur d'amplification k dépend de la géométrie du concentrateur :

$$B_{capteur} = k \cdot B_{appliqu} \tag{4.13}$$

Avec k pouvant atteindre 10 à 100 selon la conception.

5.5.2 Application : Capteur de courant à effet Hall

Les capteurs de courant à effet Hall, par exemple les modèles ACS712 ou ACS758, utilisent directement la loi de Biot-Savart pour déterminer l'intensité du courant électrique. L'idée est de faire passer le courant à mesurer dans un conducteur, généralement une barre de cuivre placée dans le boîtier même du capteur. Ce courant crée un champ magnétique proportionnel à son intensité et qui est détecté par une ou plusieurs cellules Hall situées près du conducteur. La tension de Hall V H, délivrée par le capteur, est donc directement proportionnelle au courant mesuré, permettant ainsi une mesure précise et isolée galvaniquement, sans contact direct avec le circuit surveillé.

Relation simplifiée :

$$V_{out} = \frac{V_{cc}}{2} + S \cdot I_{mesure} \tag{4.14}$$

Où S est la sensibilité (typiquement 66 à 185 mV/A).

5.6 Configuration géométrique optimale

5.6.1 Positionnement de l'aimant par rapport au capteur

La configuration géométrique idéale d'un détecteur à effet Hall dépend d'un positionnement rigoureux de l'aimant vis-à-vis de l'élément sensible, dans le but d'optimiser à la fois la sensibilité et la linéarité de la mesure. Dans le cas d'une configuration axiale, qui est celle généralement utilisée pour les capteurs de position linéaire, un aimant cylindrique dont les pôles Nord et Sud sont disposés suivant l'axe de déplacement est placé à une distance d d de l'élément Hall. Le champ magnétique produit par l'aimant diminue avec la distance selon la loi de Biot-Savart ; le choix de cette distance détermine donc la plage de mesure et

la linéarité de la réponse du capteur. En prenant bien soin de dimensionner cet entrefer, on obtient un signal exploitable sur toute la course souhaitée.

Le champ sur l'axe d'un aimant cylindrique de rayon R et de hauteur h est donné par l'équation (4.9).

Configuration latérale (pour capteur de position angulaire) :

Si l'on choisit une configuration angulaire, qui est souvent utilisée pour les capteurs de position rotative, l'aimant est fixé sur un axe de rotation et placé près du capteur Hall. Lorsque l'aimant tourne, le champ magnétique qu'il produit à l'endroit où se situe l'élément Hall change d'orientation et d'amplitude ; on peut ainsi connaître la position angulaire de l'arbre[45]. La loi de Biot-Savart permet de modéliser la distribution spatiale du champ en fonction de la géométrie de l'aimant et de sa distance par rapport au capteur. Cette configuration convient particulièrement aux applications qui nécessitent une mesure d'angle sur 360°, comme les systèmes de direction ou les boîtes de vitesses automatiques.

5.6.2 Optimisation de l'entrefer

L'entrefer entre l'aimant et le capteur est un paramètre critique. La loi de Biot-Savart indique que le champ décroît généralement comme $1/r^2$ ou $1/r^3$ en fonction de la géométrie. Le Tableau 4.20 résume les lois de décroissance.

Configuration	**Loi de décroissance**	**Capteur typique**
Fil rectiligne infini	$1/r$	Capteur de courant
Spire circulaire (axe)	$1/r^3$ (grande distance)	Position axiale
Aimant cylindrique (axe)	$1/z^3$ (grande distance)	Position linéaire
Aimant cubique	$1/x^2$ (latéral)	Position latérale

TABLE 4.20 – Lois de décroissance du champ magnétique avec la distance

Exemple : Pour un capteur de position linéaire dont l'entrefer est de 2 mm, le champ B est égal à B_0. Si l'entrefer devient 3 mm, le champ sera$B = B_0 \times (2/3)^3 \approx 0,3B_0$.

5.7 Dimensionnement d'un capteur Hall

5.7.1 Procédure de dimensionnement

Quatre étapes clés permettent de dimensionner un capteur Hall. La première consiste à déterminer quelle est la source du champ magnétique : aimant permanent, courant électrique ou bobine. On calcule ensuite l'intensité du champ B au niveau de l'élément Hall grâce à la loi de Biot-Savart qui dépend de la géométrie de la source et de la distance entre celle-ci et le capteur. On en déduit la tension de Hall V_H à partir de la sensibilité S du capteur selon la relation $V_H = S \times B$. C'est la troisième étape. Enfin, on vérifie que cette tension est suffisamment grande par rapport au bruit électronique environnant, de telle sorte qu'on puisse obtenir un rapport signal sur bruit (SNR) suffisant pour que la mesure soit fiable.

5.7.2 Exemple concret : Capteur de courant 10 A

Objectif : Mesurer un courant de 0 à 10 A avec une résolution de 10 mA.

Données : Prenons l'exemple d'une configuration typique de mesure de courant par effet Hall. La distance entre le fil conducteur et le capteur est imposée à $d = 5\,\text{mm}$. Le capteur Hall utilisé a une sensibilité S égale à $10\,\text{mV/T}$. Le bruit électronique de fond, exprimé en valeur RMS, vaut $V_{\text{bruit}} = 1\,\text{mV}$. Ces réglages fixent le seuil du champ magnétique détectable et veillent à ce que le signal utile reste toujours plus grand que le bruit afin d'assurer la fiabilité de la mesure.

Calcul du champ maximal (loi de Biot-Savart) :

$$B_{max} = \frac{\mu_0 I_{max}}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0,005} = \frac{4 \times 10^{-6}}{0,005} = 0,8\ \text{mT} \tag{4.15}$$

Calcul de la tension de Hall maximale :

$$V_{H,max} = S \times B_{max} = 10 \times 10^{-3} \times 0,8 \times 10^{-3} = 8\mu V \tag{4.16}$$

Problème : $8\mu V$ est inférieur au bruit de 1 mV $\rightarrow$ mesure impossible.

Solution : Ajouter un concentrateur de flux avec $k = 500$:

$$B_{capteur} = 500 \times 0,8\ \text{mT} = 0,4\ \text{T} \tag{4.17}$$

$$V_{H,max} = 10 \times 10^{-3} \times 0,4 = 4\ \text{mV} \tag{4.18}$$

Le rapport signal/bruit devient :

$$SNR = 20 \log_{10}\left(\frac{4\ \text{mV}}{1\ \text{mV}}\right) = 12\ \text{dB} \tag{4.19}$$

Ce qui est acceptable pour une mesure basse résolution.

La loi de Biot-Savart permet également de sélectionner l'aimant idéal. Le Tableau 4.21 compare les matériaux principaux.

Matériau	$\mathbf{B_r}$ (T)	$\mathbf{H_c}$ (kA/m)	**Stabilité thermique**
Néodyme (N42)	1,2 - 1,4	800 - 1000	Moyenne (80°C max)
Samarium-Cobalt	0,9 - 1,1	600 - 800	Élevée (250°C max)
AlNiCo	0,6 - 1,3	50 - 150	Élevée (550°C max)
Ferrite	0,2 - 0,4	150 - 300	Bonne (250°C max)

TABLE 4.21 – Propriétés des aimants pour capteurs Hall

5.8 Synthèse et équations fondamentales

5.8.1 Tableau de correspondance

Le Tableau 4.22 synthétise les liens entre la loi de Biot-Savart et l'effet Hall.

Grandeur	**Loi de Biot-Savart**	**Effet Hall**
Entrée	Courant I ou aimant	Champ magnétique B
Sortie	Champ magnétique B	Tension V_H
Relation	$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$V_H = \dfrac{BI}{net}$
Constante	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$	$R_H = 1/(ne)$

TABLE 4.22 – Correspondance entre Biot-Savart et effet Hall

5.8.2 Équation unifiée pour un capteur de courant

En combinant les deux lois, l'équation unifiée pour un capteur de courant à effet Hall est :

$$\boxed{V_H = \frac{\mu_0 \cdot I_{source} \cdot I_{polarisation}}{2\pi d \cdot n \cdot e \cdot t}} \tag{4.20}$$

Cette équation montre les dépendances fondamentales de la tension de sortied'un capteur à effet Hall. Elle est proportionnelle au courant mesuré I_{source} qui est à l'origine du champ magnétique détecté et au courant de polarisation $I_{\text{polarisation}}$ traversant l'élément Hall qui détermine sa sensibilité. Elle varie en revanche inversement à la distance d entre le capteur et la source de champ : plus cette distance est importante, plus le champ magnétique reçu est faible et donc plus la tension de sortie diminue.

5.8.3 De la loi de Biot-Savart à la tension de Hall : les deux étapes de transduction

les deux étapes de base pour convertir un courant en tension de Hall. La loi de Biot-Savart permet tout d'abord de calculer le champ magnétique B créé par le courant source I_{source} à une distance d, et s'exprime par :

$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{source}}}{2\pi d}$$

Dans un deuxième temps, l'effet Hall convertit ce champ en une tension V_H, proportionnelle au produit de B par le courant de polarisation I_{pol} traversant l'élément Hall, selon la relation :

$$V_H = \frac{I_{\text{pol}}}{net} \cdot B$$

5.9 Conclusion

Pour résumer, la conception des capteurs à effet Hall repose sur le duo indissociable formé par la loi de Biot-Savart et l'effet Hall. La loi de Biot-Savart intervient en amont : elle permet de calculer l'amplitude et la répartition spatiale du champ magnétique B au niveau de l'élément sensible, à partir des caractéristiques géométriques de la source (intensité du courant à mesurer, aimantation d'un aimant permanent, ou profil d'une roue dentée modulant le flux). L'effet Hall intervient en aval : il transforme ce champ B en une tension de Hall $V_H = S \cdot B$, où S est la sensibilité du capteur, proportionnelle au courant de polarisation et inversement proportionnelle à la charge des porteurs et à l'épaisseur du semi-conducteur. Cette complémentarité se décline concrètement dans trois familles d'applications : pour les capteurs de courant, Biot-Savart donne $B = \mu_0 I/(2\pi d)$, ce qui rend V_H directement proportionnelle au courant I ; pour les capteurs de position linéaire, le champ d'un aimant cylindrique décroît en $1/z^3$, ce qui assure une grande sensibilité sur une plage de mesure réduite ; pour les capteurs de vitesse angulaire (ABS, boîtes automatiques), Biot-Savart guide la conception de l'anneau multipolaire ou de la roue dentée qui module le champ vu par le capteur différentiel. Ainsi, tout dimensionnement rigoureux d'un capteur Hall repose sur la maîtrise conjointe de ces deux lois : Biot-Savart pour la partie « source $\rightarrow$ champ », et l'effet Hall pour la partie « champ $\rightarrow$ signal électrique ». Leur synergie est résumée dans l'équation unifiée

$$V_H = \frac{\mu_0 I_{\text{source}} I_{\text{pol}}}{2\pi d n e t}, \tag{4.21}$$

qui constitue l'outil de base de tout ingénieur en mécatronique ou en instrumentation pour optimiser à la fois la géométrie de la source et les paramètres du semi-conducteur

Conclusion Générale

Intégrer l'effet Hall dans les surpresseurs domestiques, c'est une avancée importante qui améliore le confort d'usage (démarrage même à très faible débit) et la fiabilité (pas de contacts mécaniques, encapsulation). Les capteurs à effet Hall sont répartis en deux grandes familles fonctionnelles : Le capteur de débit à turbine : parfait pour activer la pompe dès qu'un besoin en eau apparaît, même minime (à partir d'1 L/min).

Le capteur de pression différentielle quant à lui permet une régulation plus fine, évite le pompage cyclique en cas de micro-fuite et augmente la durée de vie du système. Le capteur de vitesse ABS à effet Hall marque une avancée technologique significative par rapport aux capteurs inductifs passifs et ses caractéristiques en font la référence des systèmes de freinage modernes. Il permet une détection continue, de l'immobilité à très haute vitesse, sur une plage de 0,1 à 250 km/h, et fournit un signal numérique dont l'amplitude ne dépend pas de la vitesse de rotation, ce qui simplifie son traitement.

La mesure différentielle lui procure une très grande immunité aux perturbations électromagnétiques et sa solidité face aux vibrations, à la saleté et aux variations de température assure une fiabilité exemplaire dans les conditions réelles. On peut envisager plusieurs pistes d'approfondissement dans le cadre d'un mémoire technique, notamment l'optimisation du conditionnement du signal, la compensation des dérives thermiques, l'intégration dans les architectures de véhicules hybrides ou électriques ou encore l'étude des performances en présence de champs parasites.Les senseurs à effet Hall qui équipent les transmissions automatiques modernes présentent quatre caractéristiques principales.

D'abord, la détection différentielle confère un grand gain de robustesse contre les champs magnétiques parasites et les dérives thermiques, et permet ainsi d'obtenir des mesures fiables même dans des environnements électromagnétiques sévères. La redondance intégrée par double puce (dual die) permet ensuite d'atteindre le niveau de sécurité ASIL D sur les fonctions critiques et garantit un fonctionnement dégradé en cas de défaillance d'une voie de mesure. Troisièmement, la mesure 3D est intéressante car elle permet de remplacer plusieurs capteurs Hall 2D par un seul composant et donc de réduire l'encombrement, la complexité du câblage et le coût de fabrication. En quatrième lieu, l'auto-calibrage dynamique inclut des algorithmes de compensation qui facilitent la production en usine et corrigent automatiquement les variations de montage et les dérives thermiques en fonctionnement.

Les capteurs à effet Hall utilisés dans les boîtes de vitesses automatiques s'orientent vers une intégration accrue, avec l'émergence de capteurs intelligents qui intègrent directement des unités de traitement logique (microcontrôleurs embarqués) ainsi que des interfaces de communication standardisées comme le SENT (Single Edge Nibble Transmission) ou le PSI5 (Peripheral Sensor Interface 5). En outre, l'émergence des véhicules électriques et hybrides, dotés de leurs exigences thermiques et électromagnétiques particulières, pousse à innover en concevant des capteurs résistant mieux aux hautes températures (jusqu'à 200 °C) et moins sensibles aux champs parasites produits par les moteurs de traction. Enfin, la tendance à la réduction du nombre de composants et à l'augmentation de la fiabilité globale du système (objectif zéro panne) conduit à l'adoption massive des capteurs Hall 3D redondants certifiés ASIL D, devenant la nouvelle référence pour les transmissions de demain.

Conclusion Générale

En un mot, les capteurs à effet Hall sont au cœur de l'électronisation des boîtes de vitesses automatiques, et leur évolution ininterrompue repousse chaque jour un peu plus les limites de la précision, de la fiabilité et de la sécurité. Grâce à leur capacité à mesurer de façon robuste et sans contact la position, la vitesse et la direction, elles constituent une technologie incontournable pour l'industrie automobile moderne.Dans la conception et l'analyse des capteurs à effet Hall, la loi de Biot-Savart et l'effet Hall sont **inséparables**.Ainsi, la loi de Biot-Savart et l'effet Hall constituent un couple inséparable au cœur de la chaîne de mesure des capteurs magnétiques modernes.

D'une façon, Biot-Savart permet de calculer l'amplitude du champ B au niveau de l'élément sensible à partir des caractéristiques géométriques et magnétiques de la source (courant à mesurer ou aimant permanent). D'autre part, l'effet Hall transforme ce champ en une tension électrique proportionnelle $V_H = S \cdot B$. Cette complémentarité apparaît de façon concrète dans trois types d'applications majeures : pour les capteurs de courant, la relation $B = \mu_0 I/(2\pi d)$ de Biot-Savart conduit directement à $V_H \propto I$; pour les capteurs de position linéaire, le champ d'un aimant cylindrique décroît en $1/z^3$ selon Biot-Savart, ce qui impose une plage de mesure limitée mais très sensible ; pour les capteurs de vitesse angulaire (ABS, boîtes automatiques), Biot-Savart permet de concevoir l'anneau multipolaire ou la roue dentée qui module le champ vu par le capteur Hall différentiel. Ainsi, tout dimensionnement rigoureux d'un capteur Hall repose sur lamaîtrise conjointe de ces deux lois : Biot-Savart pour la partie « source $\rightarrow$ champ », etl'effet Hall pour la partie « champ $\rightarrow$ signal électrique ». Cette synergie fondamentale est résumée dans leur équation unifiée, $V_H = (\mu_0 I_{source} I_{pol})/(2\pi dnet)$, qui est l'outil de base de tout ingénieur en mécatronique ou en instrumentation.

Bibliographie

[1] E. Hall, "On a new action of the magnet on electric currents", American Journal of Mathematics, 2, No. 3, (1879).

[2] Neil W. Ashcroft and N. David Mermin, "Solid State Physics", Saunders College, Philadelphia (1976).

[3] David Tong, "The Quantum Hall Effect", Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Cambridge, UK (2016).

[4] Bouchene Lynda et Chertouk Mourad, "Conception et simulation d'un capteur de champ magnétique à effet Hall", Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (2018).

[5] Marko Horbatsch, "The Classical Hall Effect", York University, Ontario, Canada.

[6] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, "New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance", Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).

[7] Patrick Fournier, "Travaux pratiques", Département de Physique, U. de Sherbrooke.

[8] Antoine Sterdyniak, "Etude de l'intrication dans l'effet Hall quantique fractionnaire", Université Pierre et Marie Curie (2013).

[9] K. V. Klitzing, Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).

[10] Shivakumar Jolad, "Physics at the Edge of Fractional Quantum Hall Systems", The Pennsylvania State University (2010).

[11] J. K. Jain, "Composite Fermions", Cambridge University Press (2007).

[12] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit, Phys. Rev. Lett. 48, 1559 (1982).

[13] R. B. Laughlin, Anomalous Quantum Hall Effect : An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations, Phys. Rev. Lett. 50, 1395 (1983).

[14] J. K. Jain, Composite-fermion approach for the fractional quantum Hall effect, Phys. Rev. Lett. 63, 199 (1989).

[15] J. K. Jain, Theory of the fractional quantum Hall effect, Phys. Rev. B f40, 4079 (1989).

[16] H. L. Störmer, Nobel Lecture : The fractional quantum Hall effect, Rev. Mod. Phys. 71, 875 (1999).

[17] S. M. Girvin, Introduction to the Fractional Quantum Hall Effect, Seminaire Poincaré 2, 53 (2004).

[18] C. G. Darwin, The Diamagnetism of the Free Electron, Proc. Cambridge Philos. Soc. 27, 86 (1930).

[19] M. O. Goerbig et P. Lederer, Électrons bidimensionnels sous champ magnétique fort : la physique des effets Hall quantiques, Laboratoire de Physique des Solides, CNRS (2006).

[20] J. K. Jain, Composite Fermions, Cambridge University Press (2007).

[21] Mohammed Ahmed Ammar, "Méthodes Analytique et Numérique dans l'Effet Hall Quantique Fractionnaire", Université de Tlemcen (2018).

[22] Bouchene Lynda et Chertouk Mourad, "Conception et simulation d'un capteur de champ magnétique à effet Hall", Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (2018).

[23] O. Ciftja and C. Wexler, Exact diagonalization of the lowest Landau level Hamiltonian for the fractional quantum Hall effect, Phys. Rev. B 67, 075304 (2003).

[24] M. Torelli and G. Vignale, Exact diagonalization of the fractional quantum Hall effect Hamiltonian, Phys. Rev. B 84, 075323 (2011).

[25] F. C. Alcaraz and R. Z. Bariev, Monte Carlo study of the fractional quantum Hall effect, Phys. Rev. B 62, 10231 (2000).

[26] C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, "Non-Abelian anyons and topological quantum computation", Rev. Mod. Phys. 80, 1083 (2008).

[27] SEAWARD, "Pump Sentry - Capteur de débit à effet Hall", Fiche Technique (2023).

[28] CÔTÉ, J.-P. "Les surpresseurs intelligents à capteur Hall", Revue Technique Hydraulique, n°45, pp. 34-42 (2022).

[29] GRUNDFOS, "Technologie de détection par effet Hall dans les pompes", White Paper (2024).

[30] BOSCH, "Systèmes de freinage ABS/ESP - Manuel technique", 5ème édition (2021).

[31] Analog Devices, "AD22157 - Capteur de vitesse à effet Hall pour ABS", Data Sheet Rev. A (2020).

[32] Infineon Technologies, "XENSIV™ - Capteurs de vitesse pour applications automobiles", Catalog (2023).

[33] ZF Friedrichshafen AG, "Shift-by-wire Technology using Hall Sensors", Technical Paper (2022).

[34] Allegro MicroSystems, "A31315 - 3D Hall-Effect Position Sensor for Automotive", Datasheet (2023).

[35] Texas Instruments, "TMAG5170D-Q1 - Dual die 3D Hall-Effect Sensor", Datasheet Rev. B (2024).

[36] Infineon Technologies, "TLE4953C - Differential Hall Wheel Speed Sensor", Datasheet v2.1 (2023).

[37] Piher Sensing Systems, "SSH-G01 - Hall effect speed and direction sensor for transmissions", Product Brochure (2023).

[38] RAMSDEN, E. "Hall-Effect Sensors : Theory and Application", 2nd Edition, Elsevier (2006).

[39] ISO 26262 :2018, "Road vehicles – Functional safety", International Standard.

[40] SAE J2716, "SENT - Single Edge Nibble Transmission for Automotive Applications", Standard (2020).

[41] BIOT, J.B., SAVART, F. "Mémoire sur le magnétisme", Annales de Chimie et de Physique (1820).

[42] HALL, E.H. "On a New Action of the Magnet on Electric Currents", American Journal of Mathematics (1879).

[43] RAMSDEN, E. "Hall-Effect Sensors : Theory and Application", 2nd Edition, Elsevier (2006).

[44] JACKSON, J.D. "Classical Electrodynamics", 3rd Edition, Wiley (1999).

[45] GRIFFITHS, D.J. "Introduction to Electrodynamics", 4th Edition, Cambridge University Press (2017).

[46] Allegro MicroSystems, "ACS712 - Fully Integrated Hall-Effect Current Sensor", Datasheet (2023).

[47] POPOVIC, R.S. "Hall Effect Devices", 2nd Edition, Institute of Physics Publishing (2004).

[48] Journal of Mathematical Physics 52, 122105 (2011) ; doi : 10.1063/1.3672196.

Annexe A

Annexes

1 Démonstrations complémentaires

1.1 Dérivation complète du tenseur de conductivité

2 Symboles et notations utilisés

Symbole	Unité	Définition
V_H	V	Tension de Hall
B	T	Champ magnétique
I	A	Courant électrique
n	m^{-3}	Densité de porteurs de charge
e	C	Charge élémentaire ($1,602 \times 10^{-19}$ C)
t	m	Épaisseur de l'élément Hall
Q	L/min	Débit volumique
F	Hz	Fréquence du signal de sortie
k	-	Coefficient de proportionnalité

TABLE A.1 – Liste des symboles

Abstract

Since its demonstration in 1879 on a thin gold leaf, the Hall effect has survived technological revolutions without ever being superseded, and this is what has made it the basis of modern instrumentation, both in quantum physics and in the field of semiconductors. The Hall effect is used to measure magnetic fields to deduce information such as position or velocity. It is used in a wide variety of applications, ranging from automobiles to household pumps. This synergy is illustrated by several applications: household pressure boosters use Hall sensors that measure the magnetic field; automotive ABS uses Hall sensors that detect wheel speed, offering an advantage over passive inductive sensors thanks to their digital signal, immunity to interference, and robustness within a specific temperature range; automatic transmissions use magnetic sensors to convert the mechanical movements of the gear lever into digital signals. Finally, we will study how the Hall effect, coupled with the Biot-Savart law, allows us to measure the intensity of an electric current without direct contact and to characterize magnetic fields.

Résumé

Depuis sa mise en évidence en 1879 sur une fine feuille d'or, l'effet Hall a traversé les révolutions technologiques sans jamais être détrôné, et c'est ce qui en a fait la base de l'instrumentation moderne, aussi bien en physique quantique que dans le domaine des semi-conducteurs. L'effet Hall sert à mesurer des champs magnétiques pour en déduire une information comme une position ou une vitesse. Il est utilisé dans des applications très variées, allant de l'automobile aux pompes domestiques. Cette synergie est illustrée par plusieurs applications : les surpresseurs domestiques utilisent des capteurs Hall qui mesurent le champ magnétique; l'ABS automobile utilise des capteurs Hall qui détectent la vitesse de la roue, offrant un avantage sur les inductifs passifs grâce à leur signal numérique, leur immunité aux parasites et leur robustesse dans une plage de température spécifique ; les boîtes de vitesses automatiques utilisent des capteurs magnétiques pour convertir les mouvements mécaniques du levier en signaux numériques. En Fin, nous allons étudier comment l'effet Hall, couplé à la loi de Biot-Savart, permet de mesurer l'intensité d'un courant électrique sans contact direct et de caractériser des champs magnétiques.

الملخص

منذ اكتشافها لأول مرة عام 1879 على صفيحة رقيقة من الذهب، صمدت ظاهرة هول أمام الثورات التكنولوجية دون أن تُستبدل، وهذا ما جعلها أساسًا للأجهزة الحديثة، سواء في الفيزياء الكمية أو في مجال أشباه الموصلات. تُستخدم ظاهرة هول لقياس المجالات المغناطيسية واستنتاج معلومات مثل الموقع أو السرعة. وتُستخدم في تطبيقات متنوعة، بدءًا من السيارات وصولًا إلى مضخات المياه المنزلية. ويتضح هذا التكامل من خلال عدة تطبيقات: تستخدم معززات ضغط المياه المنزلية مستشعرات هول لقياس المجال المغناطيسي؛ وتستخدم أنظمة منع انغلاق المكابح (ABS) في السيارات مستشعرات هول للكشف عن سرعة العجلات، مما يوفر ميزة على المستشعرات الحثية السلبية بفضل إشارتها الرقمية، ومقاومتها للتداخل، ومتانتها ضمن نطاق درجة حرارة محدد؛ وتستخدم ناقلات الحركة الأوتوماتيكية مستشعرات مغناطيسية لتحويل الحركات الميكانيكية لذراع ناقل الحركة إلى إشارات رقمية. أخيرًا، سندرس كيف تُمكّننا ظاهرة هول، بالاقتران مع قانون بيو-سافار، من قياس شدة التيار الكهربائي دون تلامس مباشر وتوصيف المجالات المغناطيسية.