# République Algérienne Démocratique et Populaire

*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

*Université Yahia Farès de Médéa*

*Faculté de Technologie*

*Département du Génie Electrique*



**Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Master2 en génie électrique**

**Option : Automatique et systèmes**

**Présenté par Melle Boudoua Syrine**

## Thème :

# Commande par modes de glissements adaptatifs du second ordre pour un robot mobile de type voiture

**Encadré par :**

**Professeur A. Tlemçani**

**Promotion : 2019-2020**

# Table des matières


**Introduction générale 1**

**1. Présentation et modélisation des robots mobiles de type voiture 5**

1.1 Introduction……..……...5

1.2 Roulement sans glissement et contraintes non holonomes…….....5

1.3 Centre instantané de rotation……....8

1.4 Modélisation des robots mobiles de type tricycle et voiture…….8

1.4.1 Modélisation cinématique des robots de type tricycle……....8

1.4.2 Modélisation cinématique des robots de type voiture……10

1.5 Conclusion……..12

**2. Commande par mode de glissements d'ordres supérieurs 13**

2.1 Introduction.....13

2.2 Mode glissant classique……..13

2.3 Invariance des régimes glissants par rapport aux perturbations……...15

2.4 Phénomène de broutement……..16

2.5 Commande par mode de glissements d'ordre supérieur……..17

2.5.1 Algorithme du Twisting…….18

2.5.2 Commande par mode de glissement du second ordre adaptative……...21

2.6 Conclusion……..…….....24

**3. Elaboration et mise en œuvre d'une commande par mode de glissements du second ordre adaptatifs appliquée à un robot mobile de type voiture 26**

3.1 Introduction……....26

3.2 Modèle d'erreur de poursuite et mise en forme……...26

3.3 Elaboration de la loi commande par modes de glissements à gains fixes et adaptatifs……29

3.3.1 Choix des surfaces de glissements et stabilité du système…….29

3.4 Commandes effectives et résultats de simulation……32

3.4.1 Suivie de trajectoire avec erreurs initiales……..35

3.4.2 Poursuite de trajectoire avec présence de perturbations à bornes inconnues……..41

3.5 Conclusion……..46

**Conclusion générale** **47**

**Bibliographie** **49**

# Notations et Acronymes

- $\Re$, $\Re^+$ désignent respectivement l'ensemble des nombres réels et l'ensemble des nombres réels positifs.
- $\Re^n$ : $\Re$ - espace vectoriel de dimension n.
- $\chi \subset \Re^n$ variété différentielle de $\Re^n$.
- $x = (x_1, \cdots, x_n)^T$ vecteur d'état.
- $s$ fonction de commutation ou de glissement.
- $S_r = \left\{ x \in \chi : s = \dot{s} = \cdots = s^{(r-1)} = 0 \right\}$ ensemble de glissement d'ordre r par rapport à la fonction contrainte $s$.
- $span\left\{g(x)\right\}$ espace engendré par la base $g(x)$.
- Crochet de Lie de deux champs de vecteurs: $\left[b_i(q), b_j(q)\right] = \frac{db_j}{dq} b_i - \frac{db_i}{dq} b_j$
- $sign\,(s)$ est la fonction signe définie par : $sign(s) = \begin{cases} +1 & si\ s(t,x) \succ 0 \\ -1 & si\ s(t,x) \prec 0 \end{cases}$
- $\wedge$ produit vectoriel de vecteurs.
- $V_0$ Fonction candidate de Lyapunov pour garantir la stabilité des modes de glissements d'ordre supérieurs à gains fixes.
- $V$ Fonction candidate de Lyapunov pour garantir la stabilité des modes de glissements d'ordre supérieurs à gains variables.
- $q = \left(x, y, \theta, \psi\right)^T$ : le vecteur de configuration du robot ou $x, y, \theta$ représente respectivement, l'abscisse, l'ordonnée et l'orientation du robot par rapport au repère fixe, $\psi$ représente l'angle de braquage de la roue avant du tricycle équivalent au robot.
- $\psi_D$ Angle de braquage de la roue droite.
- $\psi_G$ Angle de braquage de la roue gauche.
- $L$ est l'entraxe des roues.
- $\rho$ rayon de courbure pour le cas d'une trajectoire circulaire.
- $\tan(.)$ la fonction tangente.
- Cotg(.) la fonction cotangente.

- $v$ vitesse longitudinale du robot imposé au centre de l'axe de rotation des deux roues arrières.
- $\omega$ la vitesse d'orientation du robot.
- CIR centre instantané de rotation.
- MGOS : Modes de glissants d'ordres supérieurs.
- CES : Consumer Electronics Show.

# LISTE DES FIGURES

**Figure.1-** Urban Mobility Experience.....1

**Figure 1.1 :** Caractérisation du roulement sans glissement .....7

**Figure 1.2 :** Robot mobile de type tricycle et son centre instantané de rotation.....9

**Figure 1.3 :** Robot mobile de type voiture (Robucar).....10

**Figure 1.4:** Centre instantané de rotation.....11

**Figure 1.5 :** Braquage différentiel d'Ackerman.....11

**Figure 2.1 :** Attractivité de la surface.....14

**Figure 2.2 :** Mode de glissement réel et apparition de la réticence.....16

**Figure 2.3 :** Twisting algorithme : portrait de phase.....18

**Figure 2.4 :** Courbe limite par twisting algorithme.....19

**Figure 2.5 :** Twisting adaptatifs : Plan de phase et zone de convergence.....23

**Figure 3.1 :** Robucar du CDTA.....35

**Figure 3.2 :** Poursuite de trajectoire twisting à gains fixes.....36

**Figure 3.3 :** Poursuite de trajectoire twisting à gains adaptatifs.....36

**Figure 3.4 :** Gains fixes: commande $w_1$ .....36

**Figure 3.5 :** Twisting adaptatifs: commande $w_1$ .....36

**Figure 3.6 :** Gains fixes: commande $w_2$ .....37

**Figure 3.7 :** Gains adaptatifs: commande $w_2$ .....37

**Figure 3.8 :** Gains fixes: vitesse linéaire.....37

**Figure 3.9 :** Gains adaptatifs: vitesse linéaire.....37

**Figure 3.10 :** Gains fixes angle de braquage.....37

**Figure 3.11 :** Gains adaptatifs angle de braquage.....37

**Figure 3.12 :** Gains fixes position suivant x.....37

**Figure 3.13 :** Gains adaptatifs position suivant x.....37

**Figure 3.14 :** Gains fixes position suivant y.....38

**Figure 3.15 :** Gains adaptatifs position suivant y.....38

**Figure 3.16 :** Gains fixes position angulaire $\theta$ .....38

**Figure 3.17 :** Gains adaptatifs position angulaire $\theta$ .....38

**Figure 3.18:** Gains fixes Surface $S_1$ .....38

**Figure 3.19:** Gains adaptatifs Surface $S_1$ .....38

**Figure 3.20 :** Gains fixes Surface $S_2$ .....38

**Figure 3.21 :** Gains adaptatifs Surface $S_2$ .....38

**Figure 3.22 :** Gains fixes dérivé de la surface $\dot{S}_1$ .....39

**Figure 3.23 :** Gains adaptatifs dérivé de la surface $\dot{S}_1$ .....39

**Figure 3.24 :** Gains fixes dérivé de la surface $\dot{S}_2$ .....39

**Figure 3.25 :** Gains adaptatifs dérivé de la surface $\dot{S}_2$ .....39

**Figure 3.26 :** Gains fixes plan de phase $S_1$ .....40

**Figure 3.27 :** Gains adaptatifs plan de phase $S_1$ .....40

**Figure 3.28 :** Gains fixes plan de phase $S_2$ .....40

**Figure 3.29 :** Gains adaptatifs : plan de phase $S_2$ .....40

**Figure 3.30 :** Evolution du gain r11.....41

**Figure 3.31 :** Evolution du gain r21.....41

**Figure 3.32 :** gains fixes : trajectoire rectiligne.....42

**Figure 3.33 :** gains adaptatifs : trajectoire rectiligne.....42

**Figure 3.34 :** gains fixes : vitesse linéaire.....42

**Figure 3.35 :** gains adaptatifs : vitesse linéaire.....42

**Figure 3.36 :** gains fixes: angle de braquage.....43

**Figure 3.37 :** gains adaptatifs: angle de braquage.....43

**Figure 3.38 :** gains fixes: commande $w_1$ .....43

**Figure 3.39 :** gains adaptatifs: commande $w_1$ .....43

**Figure 3.40 :** gains fixes: commande $w_2$ .....43

**Figure 3.41 :** gains adaptatifs: commande $w_2$ .....43

**Figure 3.40 :** gains fixes: commande $\ddot{w}_1$ .....44

**Figure 3.41 :** gains adaptatifs: commande $\ddot{w}_1$ .....44

**Figure 3.42 :** gains fixes: commande $\ddot{w}_2$ .....44

**Figure 3.43 :** gains adaptatifs: commande $\ddot{w}_2$ .....44

**Figure 3.44 :** Evolution du gain r11.....45

**Figure 3.45 :** Evolution du gain r21.....45

**Figure 3.46 :** Signal de perturbation.....45

# *Introduction Générale*

# Introduction générale

La robotisation avec la montée en puissance de l'intelligence artificielle devient un des sujets forts des années à venir. En effet leur intégration dans le monde du travail constitue déjà une réalité dans différentes industries (usinage, assemblage, transport hospitalier, exploration sous-marine, déminage …).

Dans ce contexte, nous nous intéressons plus particulièrement au domaine de la robotique mobile autonome motivés par son impact socioéconomique pour ses applications de robotique de service (chaises roulantes, assistance aux malvoyants…) mais également de transport urbain, l'utilisation de véhicules autonomes pourrait entrainer une circulation routière fluide et sûre tout en réduisant considérablement certains accidents routiers dont la cause est souvent humaine.

Les rapports sur les robots mobiles dans l'industrie manufacturière présentent une grande exposition aux scénarios d'analyses de marchés actuels et à la rentabilité de ces derniers dans l'industrie. Parmi les plus grands constructeurs dans le monde nous pouvons citer la firme **Kuka Robotics**, **Honda**, **Omron Adept Technologies**, **Asics Robotics** et beaucoup d'autres.

Durant le **Consumer Electronics Show (CES)** de l'année 2019, la Continental Corporation a mis à contribution son véhicule électrique sans conducteur la Urban Mobility Experience (CUBE) que l'équipementier allemand considère comme un transport de mobilité urbaine du premier ou du dernier kilomètre. Ce robot-taxi sera donc étendu à la livraison de marchandises de façon à optimiser la capacité de transport disponible et de permettre au véhicule de se substituer au transport de personnes en fonction de la demande, un concept que d'autres constructeurs, comme Mercedes, ont aussi dévoilé durant le CES.




Figure.1- Urban Mobility Experience [8]

Plusieurs thématiques de recherches sont mises en œuvre afin de réaliser l'autonomie de ce type de robot, nous pouvons les regrouper sous trois axes principaux : la localisation, la planification de trajectoire et enfin la commande pour l'exécution des trajectoires qui représente l'objet de notre étude dans ce présent manuscrit.

Le thème de notre travail s'inscrit dans le cadre du projet « Commande Avancée des Systèmes Dynamiques » CASD de la division Robotique et Productique du centre de Recherche et de Développement des Technologies Avancées (CDTA). Le travail consiste à synthétiser une commande par modes de glissements du second ordre adaptatifs pour la commande d'un robot mobile de type voiture « **Robucar** ».

La voiture étant un système non-holonome, sous-actionné, son modèle s'exprime sous la forme d'un système d'équations non-linéaires et fortement couplées rendant les techniques de commandes conventionnelles telles que les commandes linéaires et les méthodes directes par Lyapunov inapplicables (il n'est pas possible d'élaborer de façon générique une loi de commande découlant d'une étude de stabilité par Lyapunov). Pour la commande de ce type de systèmes nous avons opté pour la commande par modes de glissements pour ces propriétés de robustesse vis avis des non linéarités, imperfections, incertitudes de modélisations et des perturbations externes.

La commande par modes de glissements s'inscrit dans la théorie des systèmes à structure variable qui a fait l'objet de plusieurs travaux en union soviétique depuis 1962 notamment au sein de l'équipe du professeur Emelyanov (Utkin, Taran, Kostyleva …etc)[1], à partir des résultats théoriques du mathématicien A.F. Philippov sur les équations différentielles à second membre discontinu [2].

Les lois de commande par modes glissants sont réalisées de manière à conduire et contraindre en temps fini le point représentatif de l'évolution du système dans l'espace des phases à rester au voisinage d'une hypersurface de commutation (variable de glissement), par l'intermédiaire d'une commande discontinue. Une fois sur cette hypersurface (système en régime glissant) le comportement dynamique résultant du système à commander dépendra des paramètres des équations qui définissent cette hypersurface, il jouira alors de la propriété d'insensibilité par rapport à certaines perturbations internes et externes et aux variations paramétriques du système à commander.

Cependant dans la pratique, l'utilisation des modes glissants classiques est limitée par certaines restrictions sévères telles que le phénomène du chattering (broutement) et la condition sur le

degré relatif du système par rapport à la variable de glissement. Bien que l'utilisation d'une part des fonctions dites sigmoïdes (saturation, arctangente, tangente hyperbolique, pseudo-signe) [2] et, d'autre part, de la commande à structure variable généralisée [3] pour des systèmes de degrés relatifs égales à 1 a permis de réduire le phénomène du chattering, la précision de convergence et la robustesse s'en trouvent dépréciées. De ce fait et afin de réduire le phénomène du chattering, et lever la condition sur le degré relatif des systèmes, la commande par mode de glissement d'ordre supérieur (MGOS) [4][5] permet de généraliser le concept classique en appliquant la discontinuité sur les dérivées d'ordre supérieur de la surface de glissement au lieu d'influencer la première dérivé comme c'est le cas de la commande par mode de glissement d'ordre 1, de plus lorsque la précision de convergence est proportionnelle au temps d'acquisition écoulé entre deux instants de mesure pour les modes de glissements d'ordre 1, en utilisant les modes de glissements d'ordre supérieur, pour un ordre de glissement d'ordre r cette même précision se voit augmenter d'une valeur supérieur à la puissance d'ordre r de la précision obtenu dans le cas classique.

Toujours dans l'optique de renforcer les efforts pour la réduction du chattering lors de l'utilisation des commandes par modes de glissements d'ordre supérieurs, qui rappelons le représente un effet indésirable aussi bien au niveau des entrées de commandes des systèmes provoquant l'usure voire même une dégradation de la partie mécanique qu'au niveau des sorties des systèmes en particulier durant le régime transitoire. Une grande partie du broutement provient de la discontinuité de la commande qui réagit immédiatement de manière drastique à la moindre déviation du système de la surface de glissement, déviation qui le plus souvent est en générale causé par les non linéarités non modélisables ou non modélisées lors de l'élaboration de la loi de commande ou encore par l'occurrence d'éventuelles perturbations au cours du fonctionnement du système à commander [6]. La commande à structure variable nécessite la connaissance des bornes des perturbations et des incertitudes du modèle du système à commander, dans la pratique de telles données sont très souvent difficiles à obtenir ou même à estimer, la démarche la plus courante consiste à utiliser des gains de commandes suffisamment larges et souvent surestimés ce qui engendre à la fois plus de chattering et plus de consommations énergétiques. Pour pallier à ce problème les travaux les plus récents ont proposé différentes techniques d'adaptation des gains de commandes pour les MGOS notamment pour le cas des perturbations inconnues.

Pour positionner le travail effectué dans ce mémoire, nous nous sommes proposés d'exploiter l'une des techniques les plus viables d'adaptation des gains en modes de glissements d'ordres supérieurs pour la commande d'un robot mobile de type voiture (ROBUCAR). La

technique consiste à prédéfinir dans le plan de phases un domaine de convergence centré à l'origine, lorsque ce domaine est atteint les gains du contrôleur par modes de glissement commencent à diminuer, par contre si les trajectoires du système s'éloignent du domaine les gains vont augmenter afin de forcer les trajectoires à revenir au domaine prédéfini au voisinage de l'origine, l'adaptation se fait grâce à un algorithme établi à travers une étude de stabilité par Lyapunov [7].

La structure de ce mémoire est organisée en trois chapitres :

- Dans le premier chapitre nous aborderons les aspects de base de la modélisation des robots mobiles à roues, de la notion de non holonomie jusqu'au critère d'Ackerman pour le braquage des roues avant pour les robots de type voiture.

- Le second chapitre sera consacré en premier lieu à l'étude de la commande par modes de glissements classiques et d'ordres supérieurs, en mettant le point en second lieu sur la technique d'adaptation des gains de la commande d'ordre supérieurs (commande par mode de glissements adaptatifs).

- Dans le troisième et dernier Chapitre nous présenterons notre stratégie de commande permettant l'exploitation des algorithmes par modes de glissements présentés dans le second chapitre pour notre robot mobile de type voiture (non holonome, sous actionné) en mode de poursuite de trajectoire. A l'issue de ce travail nos résultats de simulations seront présentés, ainsi qu'une étude comparative en termes de précision, robustesse, réduction de chattering et consommation énergétique.

# *Chapitre 1*

# Chapitre 1

# Présentation et modélisation des robots mobiles de type voiture

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons aborder les principes de base de la modélisation en robotique mobile, la notion de non holonomie et la condition de roulement sans glissement, nous présenterons ensuite de manière plus ciblé la modélisation cinématique des robots mobiles de type voiture.

## 1.2 Roulement sans glissement et contraintes non holonomes

Deux solides roulent l'un par rapport à l'autre si :

- ils sont en contact par une liaison permettant le roulement, c'est à dire une rotation et une translation suivant des axes orthogonaux. C'est le cas des liaisons ponctuelles et linéaires rectilignes.
- on considère qu'il y a adhérence au niveau du contact. Il n'y a pas de glissement.

Le mouvement relatif des deux solides est donc une rotation combinée à une translation.

Le mouvement d'une roue sur le sol est fortement influencé par la nature du contact (régularité, matériaux en contact …). On parle de roulement sans glissement (r.s.g.) de la roue sur le sol, lorsque la vitesse relative de la roue par rapport au sol au point de contact est nulle. Théoriquement, pour vérifier cette condition, il faut réunir les hypothèses suivantes :

- ✓ le contact entre la roue et le sol est ponctuel ;
- ✓ les roues sont indéformables, de rayon r.

**Remarque :** *Dans la pratique, ces hypothèses ne sont pas tout à fait vérifiées en particulier lors de l'utilisation de roues équipées de pneus (le contact se fait sur une surface ce qui engendre de légers glissements) mais encore par rapport à l'état de la chaussée (sèche, mouillée, enneigée…) pouvant provoquer une perte d'adhérence.*

Le travail développé dans ce manuscrit est effectué sous l'hypothèse de roulement sans glissement sur un sol parfaitement plan.

Mathématiquement on peut traduire la condition de roulement sans glissement sur une roue : Soit P le centre de la roue, Q le point de contact de la roue avec le sol, φ l'angle de rotation propre de la roue et θ l'angle entre le plan de la roue et le plan $(O,\vec{x},\vec{z})$ comme indiqué à la figure 1.1 La nullité de la vitesse relative de la roue par rapport au sol $\vec{v}_Q$ au point de contact permet d'obtenir une relation vectorielle entre la vitesse $\vec{v}_P$ du centre P de la roue et le vecteur vitesse de rotation $\vec{\omega}$ de la roue : [9]

$$\vec{v}_Q = \vec{v}_P + \vec{\omega} \wedge \vec{PQ} \tag{1.1}$$

Les points P et Q ont pour coordonnées respectives $(x \quad y \quad r)^T$ et $(x \quad y \quad 0)^T$. Il vient alors :

$$\begin{cases} \dot{x}\,\vec{x} + \dot{y}\,\vec{y} + \left( \dot{\theta}\,\vec{z} - \dot{\varphi}\,(\sin\theta\,\vec{x} - \cos\theta\,\vec{y}) \right) \wedge (-r\,\vec{z}) = 0 \\ \left( \dot{x} - r\,\dot{\varphi}\cos\theta \right)\vec{x} + \left( \dot{y} - r\,\dot{\varphi}\sin\theta \right)\vec{y} = 0 \end{cases} \tag{1.2}$$

Ceci nous donne le système de contraintes scalaires :

$$\begin{cases} \dot{x} - r\,\dot{\varphi}\cos\theta = 0 \\ \dot{y} - r\,\dot{\varphi}\sin\theta = 0 \end{cases} \tag{1.3}$$

Qui est équivalent à :

$$\begin{cases} \dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta = r\,\dot{\varphi} \\ -\dot{x}\sin\theta + \dot{y}\cos\theta = 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

L'équation 1.4 fait ressortir les composantes de la vitesse au point p dans le plan de la roue par le produit scalaire $\vec{v}_P.\vec{y}'$ et perpendiculairement au plan de la roue par le produit vectoriel $\vec{v}_P \Lambda \vec{y}'$ Ces contraintes traduisent le fait que le vecteur $\vec{v}_P$ soit dans le plan de la roue et ait pour module $r\dot{\varphi}$.

Les contraintes de roulements sans glissements représentées par le système d'équations 1.4 sont des contraintes non holonomes, dans la définition suivante nous nous proposons de préciser ce que recouvre ce terme.

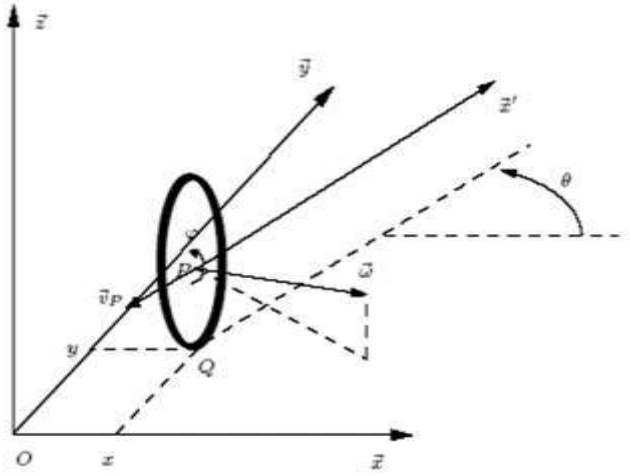



**Figure 1.1** : Caractérisation du roulement sans glissement.

**Définition1.1 :**

Soit un système de configuration q soumis à des contraintes indépendantes sur les vitesses, regroupées sous la forme (pfaffienne) $A^T(q).\dot{q} = 0$ . S'il n'est pas possible d'intégrer l'une de ces contraintes elle est dite non intégrable ou non holonôme.

Dans notre contexte c'est-à-dire pour le cas de robot mobile de type voiture, ce terme signifie qu'il ne peut y avoir de déplacements instantanés parallèlement à l'axe de rotation de la roue. Prenons à titre d'exemple qu'une voiture ne peut se garer sans effectuer de créneaux.

Afin de démontrer mathématiquement si une contrainte est intégrable ou non, nous allons énoncer le théorème de Frobenius suivant dont une version complète pourra être trouvée dans les ouvrages de géométrie différentielle [10] ou de commande non linéaire [11].

**Theorème1.1** Soit un système de configuration q de dimension n**,** soumis à un ensemble de contraintes indépendantes s'écrivant sous la forme $A^T(q).\dot{q} = 0$ . Soit $B(q) = [b_1(q)\, b_2(q) \cdots b_m(q)]$ une matrice de rang plein m, orthogonale à $A(q)$ sur tout l'espace des configurations. Soit enfin l'algèbre de Lie de dimension p, avec $m \le p \le n$ , engendrée par l'ensemble des colonnes de $B(q)$ , auxquelles s'ajoutent les crochets de Lie successifs formés à partir de ces colonnes, à condition qu'ils augmentent la dimension de l'algèbre. Alors parmi les contraintes auxquelles est soumis le système, $n - p$ sont intégrables.

Crochet de Lie : $[b_i(q), b_j(q)] = \frac{db_j}{dq} b_i - \frac{db_i}{dq} b_j$

## 1.2 Centre instantané de rotation

Dans ce paragraphe nous allons présenter brièvement, la notion de centre instantané de rotation, condition que va faciliter la compréhension de de la mise en mobilité de toute plateforme mobile équipée de roues.

En effet toute disposition de roue sur une base que l'on veut mobile ne conduit pas forcement à une solution viable. Un mauvais choix peut limiter la mobilité du robot ou occasionner d'éventuels blocages. Par exemple, un robot équipé de deux roues fixes non parallèles ne pourrait pas aller en ligne droite, Pour qu'une disposition de roues soit viable et n'entraîne pas de glissement des roues sur le sol, il faut qu'il existe pour toutes ces roues un unique point de vitesse nulle autour duquel tourne le robot de façon instantanée. Ce point représente le centre instantané de rotation (CIR). Les points de vitesse nulle liés aux roues se trouvant sur leur axe de rotation, il est donc nécessaire que le point d'intersection des axes de rotation des différentes roues soit unique.

## 1.3 Modélisation des robots mobiles de type tricycle et voiture

D'un point de vue purement cinématique ces deux types de robots partagent des propriétés similaires raison pour laquelle nous les regroupons dans ce paragraphe.

### 1.3.1 Modélisation cinématique des robots de type tricycle

Ce robot est constitué de deux roues fixes de même axe et d'une roue centrée orientable placée sur l'axe longitudinal du robot (figure 1.2). Le mouvement est conféré au robot par deux actions : la vitesse longitudinale $v$ imposée au point $o'$ (centre de l'axe de rotation des deux roues arrière du robot) et l'orientation de la roue avant $\Psi$ . De ce point de vue, il est donc très proche d'une voiture. Comme indiqué à la figure 1.2 le centre instantané de rotation (CIR) se situe à la rencontre des axes des roues fixes et de la roue orientable. Ainsi par l'intermédiaire d'un simple raisonnement géométrique nous pouvons à la fois déterminer le rayon de courbure $\rho$ à partir de l'angle d'orientation de la roue avant :

$$\rho = \frac{\tan(\Psi)}{D} \tag{1.5}$$

Et la vitesse d'orientation du robot $\omega$ à partir de la vitesse linaire et du rayon $\rho$ :

$$\omega = \frac{v}{D}\tan(\Psi) \tag{1.6}$$

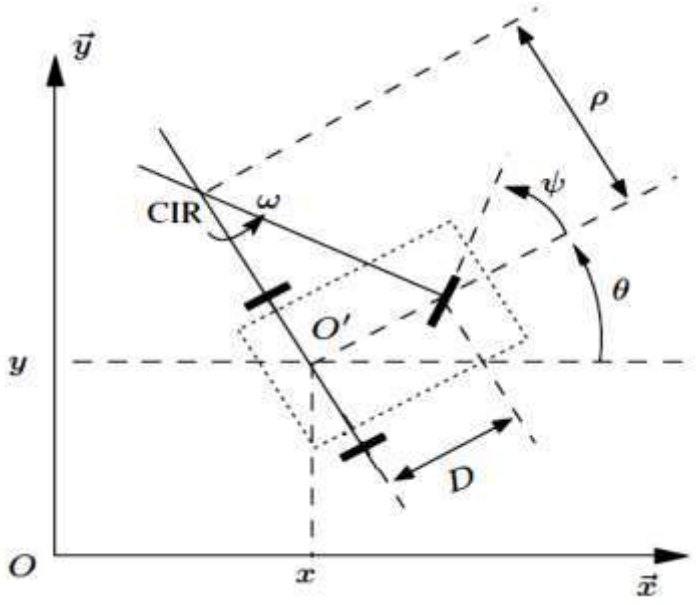



**Figure 1.2** : Robot mobile de type tricycle et son centre instantané de rotation.

L'utilisation des contraintes cinématiques de roulement sans glissement établis sur chaqu'une des trois roues du robot nous permet de définir le modèle cinématique du robot tricycle comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = v\cos(\theta) \\ \dot{y} = v\sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \dfrac{v}{D}\tan(\Psi) \\ \dot{\Psi} = \eta \end{cases} \tag{1.7}$$

La commande cinématique de ce type de robot se fait par le couple $U = (v, \eta)^T$ , $\eta$ étant la vitesse de braquage imposée à la roue avant.

Dans le prochain paragraphe nous allons établir l'équivalence entre le modèle du robot tricycle et voiture.

### 1.3.2 Modélisation cinématique des robots de type voiture

Le cas du robot de type voiture (figure 1.3) est très similaire à celui du tricycle. La différence se situe au niveau du train avant, qui comporte deux roues au lieu d'une. Le roulement idéal, assurant que le CIR est bien unique, est réalisé sur une voiture par un système de braquage différentiel dit d'Ackerman. En effet l'unicité du centre instantané de rotation (CIR) impose que les axes des roues du robot soient concourants en d'autres termes, les roues du train arrières qui ne sont pas orientables (roues centrées fixes), possèdent donc le même axe d'orientation, par contre les roues orientables du train avant ne doivent pas avoir la même orientation (roues non parallèle), l'angle de braquage imposé à la roue droite ne dois pas être le même que celui imposé à la roue gauche comme illustré à la figure (1.4).



**Figure 1.3** : Robot mobile de type voiture (Robucar).

L'équivalence entre le robot tricycle et la voiture est facile à démontrer. Il suffit pour cela de figurer une roue virtuelle qui transformerait un robot de type voiture en tricycle en plaçant la roue virtuelle au centre de l'axe des roues avant de la voiture, avec une orientation tel que le CIR reste inchangé, conformément à la figure 1.4.

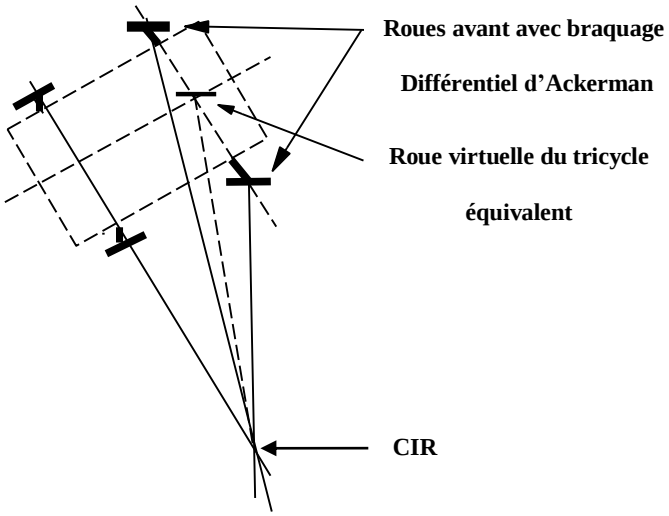



**Figure 1.4**: Centre instantané de rotation.

Un raisonnement géométrique permet d'établir la relation entre les angles de braquage de la roue droite et gauche de la voiture et de l'angle de braquage de la roue virtuelle du tricycle équivalant (Figure 1.5) :

$$\begin{cases} \cot g(\psi) = \dfrac{\rho}{D} \\ \cot g(\psi_D) = \dfrac{\rho - L}{D} \\ \cot g(\psi_G) = \dfrac{\rho + L}{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cot g(\Psi_D) = \cot g(\Psi) - \dfrac{L}{D} \\ \cot g(\Psi_G) = \cot g(\Psi) + \dfrac{L}{D} \end{cases}$$

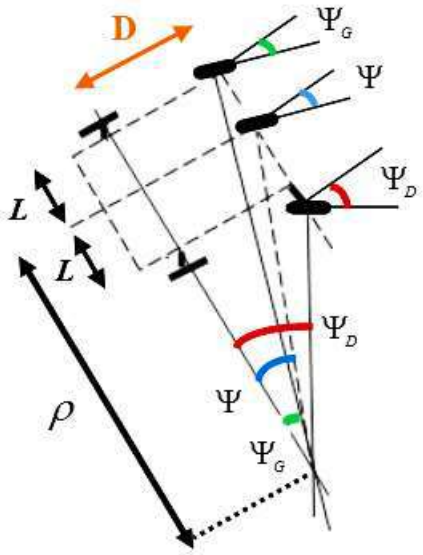



**Figure 1.5 :** Braquage différentiel d'Ackerman.

**Conclusion_** Bien que non exhaustive nous avons présenté dans ce chapitre les briques de bases relatifs à la robotique mobile ; nous avons mis le point sur la notion de non holonomie, de roulement sans glissement, et établis le modèle cinématique des robots mobiles à roues de type voiture en l'occurrence le Robucar, permettant à la fois la compréhension de son mode de locomotion et l'élaboration de lois de commandes autours de ce modèles pour des applications de poursuites de trajectoires.

# *Chapitre 2*

# Chapitre2

# Commande par mode de glissements d'ordres supérieurs

## 2.1 Introduction

Nous consacrons ce chapitre à la description de la commande par modes de glissements d'ordre supérieurs. Ce type de commande possède l'avantage de rallier à la fois robustesse et performances au niveau de la précision de convergence notamment en présence d'incertitudes sur le modèle du système à commander et également en présence de perturbations internes ou externes le tout en temps fini. Nous nous intéresserons plus en détails à travers une étude sur la stabilité par Lyapunov à une technique particulière d'adaptation des gains pour les modes de glissements du second ordre en présence de perturbations inconnues supposées bornées. Dans un souci de simplification dans la théorie présentée dans ce chapitre les systèmes sont supposés non-linéaires, mono-entrée mono-sortie (*SISO*) et affines en la commande, tous les résultats peuvent être généralisés à des systèmes de la forme $\dot{x} = f(x,u)$ [12] et au cas des systèmes multivariables.

Le travail présenté dans ce mémoire concerne uniquement les systèmes continus, pour les systèmes discrets ou présentant des retards, la technique de commande par modes de glissements diffère, et les travaux s'y réfèrent peuvent être consultés dans les ouvrages suivants [13][14][15][16].

## 2.2 Mode glissant classique

Considérons le système non-linéaire dynamique suivant [17]:

$$\dot{x} = F(t,x,u) = f(x) + g(x)\,u \tag{2.1}$$

$x = (x_1, \cdots, x_n)^T$ appartient à $\chi$ qui représente soit une variété différentiable, soit un ouvert de $\Re^n$. La fonction $u : \Re^n \times \Re^+ \to \Re$ représente l'entrée ou la commande du système. $f$ et $g$ sont des champs de vecteurs suffisamment différentiable sur $\chi$.

On définit également $s(t,x)$ une fonction suffisamment différentiable appelée fonction de glissement ou de commutation tel que $s : \chi \times \Re^+ \to \Re$ et vérifie que $\frac{\partial s}{\partial x}$ soit non nulle sur $\chi$.

L'ensemble $S = \{ x \in \chi : s(t,x) = 0 \}$ représente alors une sous variété de $\chi$ de dimension $(n-1)$ appelée surface de glissement ou de commutation ou encore contrainte.

On dit qu'il existe un régime glissant idéale sur $S$ s'il existe un temps finis $t_f$ tel que la solution de l'équation (2.1) satisfasse $s(t,x) = 0$ pour tout $t \geq t_f$ [17][18]. Et afin de garantir l'existence d'un tel régime, une condition suffisante consiste à garantir que la surface de glissement doit être localement attractive, ce qui peut se traduire mathématiquement par :

$$\lim_{s \to 0^+} \frac{\partial s}{\partial x}(f + g\,u) \prec 0 \qquad et \qquad \lim_{s \to 0^-} \frac{\partial s}{\partial x}(f + g\,u) \succ 0 \tag{2.2}$$

Ou sous la forme (condition de $\eta$ attractivité) :

$$s\,\dot{s} \leq -\eta |s| \text{ ,avec } \eta \succ 0 \tag{2.3}$$

Géométriquement cette condition exprime le fait que dans un voisinage de la surface de glissement, les vecteurs vitesses des trajectoires du système doivent toujours pointer vers cette surface comme illustré à la figure 2.1.

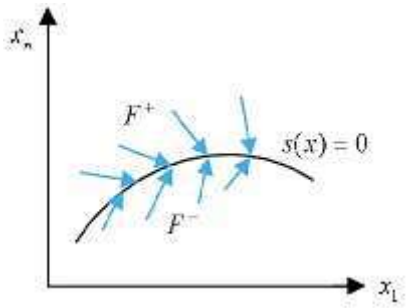



**Figure 2.1 :** Attractivité de la surface

La commande *u* est construite de façon à ce que les trajectoires du système soient amenées vers la surface de glissement et soient ensuite maintenues dans un voisinage de celle-ci. *u* est une loi de commande à structure variable définie comme suit :

$$u = \begin{cases} u^+(x) & si\ s(t,x) \succ 0 \\ u^-(x) & si\ s(t,x) \prec 0 \end{cases}, \quad u^+(x) \neq u^-(x) \tag{2.4}$$

Plus communément la commande discontinue *u* est donnée sous la forme suivante :

$$u = -k\ sign(s) \tag{2.5}$$

Bien que la commande discontinue permette de garantir la convergence en temps fini et la robustesse vis-à-vis des perturbations, souvent dans la synthèse de la loi de commande par modes glissants s'ajoute une commande continue appelée commande équivalente qui traduit le comportement du système lorsqu'il est restreint à la surface $s(t,x)=0$. La commande équivalente est obtenu par la condition d'invariance de la surface définie par :

$$\dot{s}=\frac{\partial s}{\partial x}(f+g\,u)=0\Rightarrow u_{eq}(x)=-\left[\frac{\partial s}{\partial x}g(x)\right]^{-1}\frac{\partial s}{\partial x}f(x) \tag{2.6}$$

Ainsi la commande par mode de glissement est composée de la commande équivalente dépendant du modèle du système et de la commande discontinue ou terme de robustesse :

$$u_{gliss}=u_{eq}+u_{dis}=u_{eq}-k\,sign(s) \tag{2.7}$$

### 2.3 Invariance des régimes glissants par rapport aux perturbations

Reprenons le système (2.1) que l'on suppose maintenant soumis à des perturbations $\xi$ pouvant représenter des incertitudes paramétriques sur le terme nominal de dérive $f$ ou des perturbations externes indépendantes de l'état [19]:

$$\dot{x}=f(x)+g(x)\,u+\xi \tag{2.8}$$

On dit que le régime glissant jouit de la propriété d'invariance par rapport au signal de perturbation $\xi$ chaque fois que la dynamique du système en mode de glissement est indépendante du signal de perturbation $\xi$.Le théorème suivant permet d'avoir une description des incertitudes auxquelles le régime glissant sera insensible [20].

**Théorème 1** Un régime glissant sur $S$, du système perturbé (2.8), est indépendant du signal de perturbation $\xi$, si et seulement si celui-ci vérifie la condition suivante :

$$\xi\in span\{g(x)\} \tag{2.9}$$

Avec *span* l'espace engendré par la base $g(x)$.

La condition (2.9) est appelée condition de recouvrement ou matching condition.

**Remarque** _Une fois que le système est en mode de glissement, il devient alors insensible aux perturbations, par contre durant le régime transitoire il y reste affecté.

## 2.4 Phénomène de broutement

Bien que le caractère discontinu de la commande permette d'obtenir une grande précision et robustesse vis-à-vis des perturbations en réagissant ou répondant immédiatement à la moindre déviation du système de la surface de glissement, cette caractéristique intrinsèque de ce type de commande engendre des commutations de hautes fréquences au niveau des entrées de commandes, provoquant ainsi une importante sollicitation mécanique des actionneurs voir une usure rapide de la partie mécanique, ainsi qu'une grande consommation énergétique.

Le Phénomène de broutement ou réticence (chattering) apparait également au niveau des sorties du système. En effet, théoriquement, la technique par modes glissants suppose que la commande puisse commuter avec une fréquence infinie alors que les limites technologiques et physiques des systèmes, tels que des retards au niveau des commutations ou de petites constantes de temps au niveau des actionneurs ne le permette pas, il en résulte en réalité que le régime glissant idéale n'existe pas dans la pratique, ce qui implique également l'apparition du phénomène de réticence au voisinage de la surface tel que illustré à la figure 2.2.

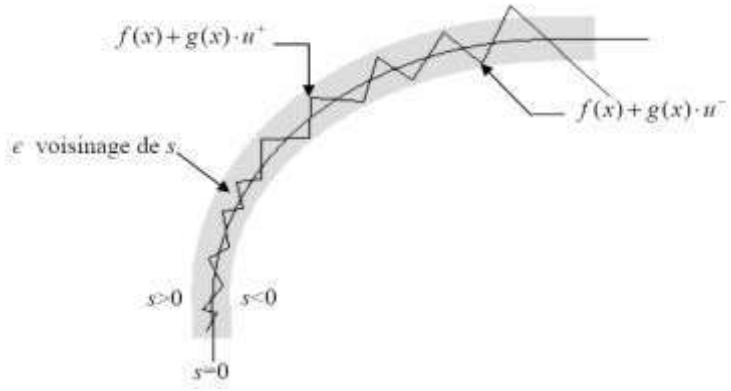



**Figure2.2** Mode de glissement réel et apparition de la réticence

Afin de résoudre le problème de chattering plusieurs approches ont été proposées dans la litérature, l'une des premières idées consistait à utiliser des fonctions continues à la place de la fonction sign au voisinage de la surface, tel que la fonction de saturation définie par :

$$sat(s)=\begin{cases}\dfrac{s}{\varepsilon} & si \ \ |s|\le\varepsilon \\ sign(s) & si\ |s|\succ\varepsilon\end{cases} \qquad (2.10)$$

Où le régime glissant se produit dans un $\varepsilon$ voisinage de la surface, d'autres fonctions ont également été utilisés dans le but de réduire le chattering (fonctions sigmoïdes, arctangente,…)

mais les propriétés de convergence en temps finis, de robustesse et de précision s'en trouvent dépréciées. Afin de remédier à ce problème et maintenir les propriétés des modes de glissements, les chercheurs nous ont conduits vers la généralisation du concept des modes glissants d'ordre1 (classique) sur les dérivés d'ordres supérieurs de la surface de glissements, ainsi la discontinuité intervient sur les dérivées d'ordre r ce qui permet de réduire et de façon significative le phénomène de broutement. Les prochains paragraphes sont destinés à la description de la commande par modes de glissements du second ordre.

## 2.5 Commande par mode de glissements d'ordre supérieur

Comme il a été défini dans les premiers paragraphes de ce chapitre, l'objectif de la commande par régime glissant du premier ordre consiste à contraindre le système à rester sur la surface de glissement $s(t,x)=0$, tandis que pour la commande par modes de glissements d'ordre supérieur (d'ordre r) le travail consiste à forcer le système à évoluer sur cette même surface et à maintenir $s$ ainsi que ses r-1 premières dérivées successives à zéro [21][22]:

$$s = \dot{s} = \cdots = s^{(r-1)} = 0 \tag{2.11}$$

Où $r$ Désigne le degré relatif du système défini comme suit :

**Degré relatif :** Le degré relatif d'un système représente le nombre minimum de fois, qu'il faut dériver la sortie par rapport au temps pour faire apparaitre l'entrée de commande de manière explicite :

a) **Degré relatif $r$ =1 :** $\dfrac{\partial \dot{s}}{\partial u} \neq 0$ (2.12)

b) **Degré relatif $r$ :** $\dfrac{\partial s^{(i)}}{\partial u} = 0 \quad (i = 1,2,\ldots,r-1)\ et\ \dfrac{\partial s^{(r)}}{\partial u} \neq 0$ (2.13)

Dans le cas a) pour les systèmes de degré relatif égal à 1 le problème de la commande peut être résolu par l'utilisation des modes de glissements d'ordre1, une commande par modes de glissements du second ordre peut aussi être appliquée.

Dans le cas b) une loi de commande par modes glissants d'ordre p est imposée avec $p \geq r$.

L'ensemble de glissement d'ordre r par rapport à la fonction contrainte $s$ est défini par :

$$S_r = \left\{ x \in \chi : s = \dot{s} = \cdots = s^{(r-1)} = 0 \right\} \tag{2.14}$$

Supposant $S_r$ non vide définissant localement un ensemble intégral au sens de Filippov, la dynamique satisfaisant (2.14) est appelée mode glissant d'ordre r par rapport à la fonction contrainte $S$.

A titre d'exemple une commande par modes de glissements du second ordre doit vérifier :

$$s = \dot{s} = 0 \tag{2.15}$$

Dans ce qui suit, nous allons présenter d'une manière plus synthétique et plus illustratif un des algorithmes les plus usités pour la réalisation d'un mode de glissement du second ordre, en l'occurrence le twisting algorithme. Les détails de l'élaboration ainsi que les conditions de réalisation y seront présentés.

### 2.5.1 Algorithme du Twisting

L'objectif de tout contrôleur par modes glissants du second ordre consiste à générer un régime glissant du deuxième ordre et de réaliser en temps finis la convergence vers zéro de la surface de glissement et de sa première dérivée $s = \dot{s} = 0$. La convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase $(s, \dot{s})$ est obtenue grâce à la commutation de la commande entre deux valeurs, cette commutation crée des trajectoires circulaires jusqu'à la convergence en temps fini vers l'origine tel que illustré à la figure 2.3.

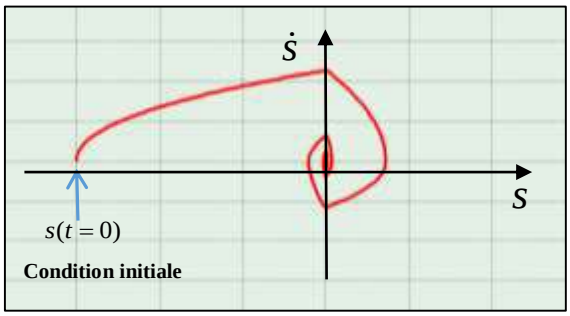



**Figure 2.3** Twisting algorithme : portrait de phase

L'algorithme est appliqué sur un système de degré relatif égal à deux:

$$\ddot{s} = \psi(x,t) + \varphi(x,t)\,U \tag{2.16}$$

Tel que :

$$|\psi(x,t)| \le C\,, 0 \le \Gamma_m \le \varphi(x,t) \le \Gamma_M\,, C \succ 0 \tag{2.17}$$

Considérant le système (2.16) et la surface de glissement $s$, la loi de commande par twisting algorithme est définie suit [21] [22] :

$$U = -r_1 sign(s) - r_2 sign(\dot{s}) \tag{2.18}$$

Permet l'établissement, d'un régime glissant du second ordre $s = \dot{s} = 0$ en temps fini si et seulement si les gains $r_1$ et $r_2$ vérifient :

$$\begin{aligned} &r_1 > r_2 \\ &\Gamma_m (r_1 + r_2) - C \succ \Gamma_M (r_1 - r_2) + C \\ &\Gamma_m (r_1 - r_2) \succ C \end{aligned} \tag{2.19}$$

En effet l'utilisation du contrôleur (2.18) sous les conditions (2.19) appliqués sur le modèle (2.16) nous permet d'établir les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} -\left[\Gamma_M (r_1 + r_2) + C\right] \le \ddot{s}\, sign(s) \le -\left[\Gamma_m (r_1 + r_2) - C\right] \prec 0 \qquad & with\ s\dot{s} \succ 0 \\ -\left[\Gamma_M (r_1 - r_2) + C\right] \le \ddot{s}\, sign(s) \le -\left[\Gamma_m (r_1 - r_2) - C\right] \prec 0 \qquad & with\ s\dot{s} \prec 0 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Les inégalités (2.20) décrivent le comportement du système sur les quatre quadrants du plan de phase, prenons à titre d'exemple les conditions initiales $s(t=0) = 0\, and\ \dot{s}(t=0) = \dot{s}_0 > 0$.

La courbe qui contient toutes les autres courbes suivant les inégalités (2.20) est décrite par :

$$\ddot{s} = \begin{cases} -\left[\Gamma_m (r_1 + r_2) - C\right] sign(s) & (s\,\dot{s} > 0) \\ -\left[\Gamma_M (r_1 + r_2) + C\right] sign(s) & (s\,\dot{s} < 0) \end{cases} \tag{2.21}$$

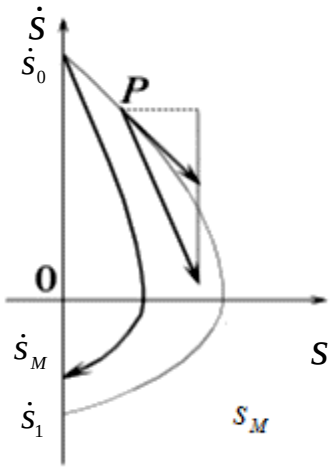



**Figure 2.4** Courbe limite par twisting algorithme

Plus explicitement la représentation mathématique sur les quatre quadrants est donnée par :

$\dot{s} \geq 0$

$$\begin{cases} s = \dfrac{\dot{s}^2}{2\,[\,\Gamma_M (r_1 - r_2) + C\,]} + s_M & (s \prec 0) \\ s = -\dfrac{\dot{s}^2}{2[\,\Gamma_m (r_1 + r_2) - C\,]} + q^2 |s_M| & (s \succ 0) \end{cases} \tag{2.22}$$

Avec

$$s_M = s_0 - \frac{\dot{s}_0^{\,2}}{2[\Gamma_M (r_1 - r_2) + C\,]} \tag{2.23}$$

$$q = \frac{\Gamma_M (r_1 - r_2) + C}{\Gamma_m (r_1 + r_2) - C}, \quad q \prec 1. \tag{2.24}$$

$\dot{s} \prec 0$

$$\begin{cases} s = \dfrac{-\dot{s}^2}{2[\Gamma_M (r_1 - r_2) + C]} + q^2 |s_M| & (s \prec 0) \\ s = \dfrac{\dot{s}^2}{2[\Gamma_m (r_1 + r_2) - C]} - q^4 |s_M| & (s \succ 0) \end{cases} \tag{2.25}$$

Les équations (2.22) et (2.25) expriment les propriétés du twisting algorithme tel que chaques intersections de la courbe du plan de phase avec les axes $s \; et \; \dot{s}$ forment une suite géométrique de raison $q$ et $q^2$ de telle façon que l'abscisse et l'ordonnée soient croisées de plus en plus vers l'origine :

$$\begin{cases} \left| \dfrac{\dot{s}_{i+1}}{\dot{s}_i} \right| \leq q \prec 1 \\ \left| \dfrac{s_{i+1}}{s_i} \right| \leq q^2 \prec 1 \end{cases} \tag{2.26}$$

La somme des éléments de la suite géométrique nous permet de déterminer le temps de convergence comme suit :

$$\sum |\dot{s}_i| \leq |\dot{s}_0| (1 + q + q^2 + \cdots) \leq \frac{|\dot{s}_0|}{1 - q} \tag{2.27}$$

Le calcul du temps de convergence se fait par la somme du temps écoulé sur chaque cadrant du plan de phase, le temps de convergence total est donné par :

$$T = \sum \frac{|\dot{s}_i|}{[\Gamma_m (r_1 - r_2) - C]} \leq \frac{|\dot{s}_0|}{(1-q)[\Gamma_m (r_1 - r_2) - C]} \tag{2.28}$$

Bien que non exhaustif, dans ce paragraphe nous avons présenté de manière aussi bien théorique que synthétique les briques de bases nécessaires à la compréhension de la commande par modes de glissements d'ordre supérieur, et plus particulièrement de la commande par modes de glissements du second ordre par l'utilisation du twisting algorithme que représente la technique la plus usité dans la littérature et les travaux pratiques.

Dans cette partie les gains des algorithmes de la commande dépendent de la connaissance des bornes d'incertitudes du modèle du système et des éventuelles perturbations pouvant y survenir. Dans la pratique, il n'est pas toujours possible d'avoir une estimation exacte de ces bornes, les gains sont alors souvent surestimés augmentant ainsi le phénomène du chattering. Dans ce qui suit nous allons présenter une technique permettant l'adaptation des gains du twisting algorithme.

### 2.5.2 Commande par mode de glissement du second ordre adaptative

Cette section représente la partie la plus importante sur laquelle repose les résultats du travail effectué dans ce mémoire, la technique permet l'adaptation des gains du Twisting algorithme vis-à-vis des incertitudes et des perturbations supposées à bornes inconnues [7].

L'idée de base consiste à augmenter dynamiquement les gains du twisting algorithme jusqu'à ce que la surface de glissement et sa dérivée atteignent l'origine du plan de phase, une fois le régime glissant du second ordre établis, l'algorithme d'adaptation fera décroître les gains de façon dynamique, ainsi le processus se verra réitéré lorsque la surface et sa dérivée s'éloignent de l'origine. Afin d'éviter la surestimation des gains une solution consiste à concevoir une zone ou un domaine autour de l'origine du plan de phase et d'augmenter dynamiquement les gains jusqu'à atteindre ce domaine, une fois le domaine atteint l'algorithme d'adaptation fera décroître les gains et les augmentera à nouveau dès que l'on se trouve à l'extérieur du domaine.

Dans ce qui suit les étapes mathématiques permettant de réaliser l'adaptation seront présentées en détails.

Le modèle dynamique d'un système mécanique du second ordre communément utilisé en robotique est représenté sous la forme suivante [21] :

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + P(\dot{q}) + G(q) = \tau + \zeta(t,q,\dot{q}) \tag{2.29}$$

Avec $q \in R^n$ représente le vecteur de coordonnées généralisées, $M(q) \in R^{n \times n}$ la matrice d'inertie symétrique définie strictement positive, $C(q,\dot{q})$ la matrice de Coriolis et forces centrifuges, $P(\dot{q})$ le vecteur friction de Coulomb, $G(q)$ symbolise le vecteur des forces gravitationnelles, $\zeta(t,q,\dot{q})$ représente les perturbations supposées à bornes inconnues. $\tau$ est le vecteur d'entrées représente les couples des actionneurs.

Les matrices représentants le modèle du système (2.29) sont souvent difficiles à identifier dans le cas pratique, néanmoins on suppose que le système nominal est connu et les matrices correspondantes définie par : $M_n(q)$, $C_n(q,\dot{q})$, $P_n(\dot{q})$, $G_n(q)$.

En posant $x = q$ et $y = \dot{q}$ le système (2.29) peut être donné sous forme de représentation d'état comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= f(t,x,y,\tau) + \psi(t,x,y) + \zeta(t,x,y) \end{aligned} \tag{2.30}$$

Où $x$ et $y$ sont les états du système, la fonction $f(t,x,y,\tau)$ représente la partie nominale du système dynamique tel que :

$$f(t,x,y,\tau) = M_n(x)^{-1}\left[-C_n(x,y)\,y - P_n(y) - G_n(x) + \tau\right] \tag{2.31}$$

Les incertitudes du modèle sont regroupées dans la fonction $\psi(t,x,y)$, tandis que la fonction $\zeta(t,x,y)$ représente les perturbations supposées à bornes inconnues.

La commande par modes glissants permet une flexibilité sur le choix de la surface de glissement, Si à titre d'exemple nous choisissons la surface de glissement $s = x = q$ et $\dot{s} = y = \dot{q}$ le système (2.30), sera de degrés relatif 2 par rapport à la surface de glissement (se référer au paragraphe 2.5 de ce chapitre), ainsi nous obtenons :

$$\ddot{s} = f(t,x,y,\tau) + \psi(t,x,y) + \zeta(t,x,y) \tag{2.32}$$

La commande en couple est donné par :

$$\tau = \left[C_n(x,y)\,y + P_n(y) + G_n(x) + M_n(x)U\right] \tag{2.33}$$

$U$ représente la commande par twisting algorithme donné par l'équation (2.18) :

$$U = -\alpha\,(sign\ (s) + \beta\, sign\ (\dot{s})) \tag{2.34}$$

Avec $0 \prec \beta \prec 1$.

Nous obtenons ainsi la dynamique suivante:

$$\ddot{s} = -\alpha\,(sign(s) + \beta\, sign(\dot{s})) + \delta(t, x, y) \tag{2.35}$$

La fonction $\delta(t, x, y)$ englobe à la fois les incertitudes du modèle et les perturbations, elle est supposée inconnue bornée (à borne inconnue) et définie par :

$$\delta(t, x, y) = \psi(t, x, y) + \zeta(t, x, y) \tag{2.36}$$

$$\delta(t, x, y) \le D \tag{2.37}$$

Comme énoncé au début du chapitre, l'adaptation du gain $\alpha$ du twisting algorithme se fait par la construction d'un domaine $\Gamma$ au voisinage de l'origine du plan de phase $(s, \dot{s})$ représenté comme suit :

$$\Gamma : \{(s, \dot{s}) : \mathrm{M}(s, \dot{s}) \le \eta\} \tag{2.38}$$

Avec

$$\mathrm{M}(s, \dot{s}) = \frac{s^2}{m} + \frac{\dot{s}^2}{n} \qquad (m, n \succ 0) \tag{2.39}$$

La zone de convergence de $(s(t), \dot{s}(t))$ est donc définie par $\mathrm{M}(s, \dot{s})$ représentée par une ellipse centrée à l'origine du plan de phase. $\eta$ délimite le voisinage acceptable de convergence.

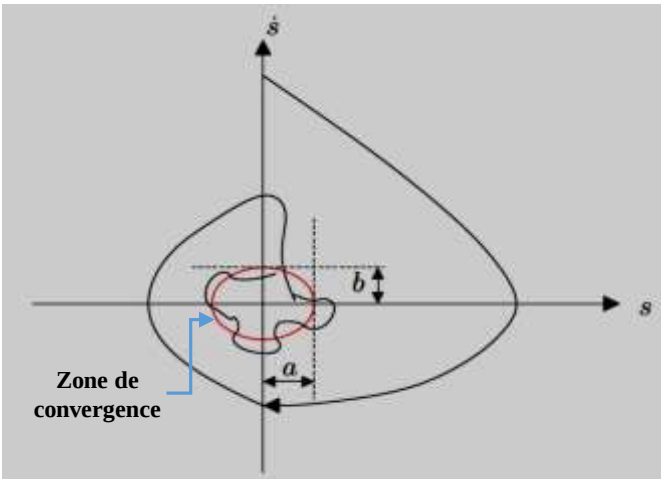



**Figure 2.5** Twisting adaptatif : Plan de phase et zone de convergence

Ensuite un algorithme d'adaptation permettra l'augmentation du gain si le point représentatif de l'évolution du système sur le plan de phase (point de coordonnées $(s(t), \dot{s}(t))$ ) se trouve en dehors du domaine $\Gamma$, en revanche l'algorithme déclenchera la décroissance du gain dès que le point représentatif du système se trouvera à l'intérieur du domaine $\Gamma$, le processus se verra réitérer aussitôt en dehors du domaine de sécurité $\Gamma$ dans le plan de phase.

L'algorithme d'adaptation fut proposé par Jose Kochalummoottil et al [7], il a été construit sur la base d'une étude de stabilité par lyapunov garantissant ainsi convergence et robustesse. La fonction de lyapunov utilisé est donné par [26][7] :

$$V(s,\dot{s},\alpha) = V_0(s,\dot{s}) + \frac{1}{2\gamma}(\alpha - \alpha^*)^2 \tag{2.40}$$

$$V_0(s,\dot{s}) = \alpha^2 s^2 + \gamma_1 |s|^{\frac{3}{2}} sign(s)\dot{s} + \alpha |s| \dot{s}^2 + \frac{1}{4}\dot{s}^4 \tag{2.41}$$

Ou : $\gamma$ est une constante strictement positive, et $\alpha^* \succ\succ 0$ est une constante positive suffisamment grande. La constante $\gamma_1$ doit vérifier :

$$0 \prec \gamma_1 \prec 4\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\alpha}(0.5\alpha - D) \tag{2.42}$$

L'algorithme d'adaptation du gain $\alpha$ du twisting algorithme est donné par :

$$\dot{\alpha}(t) = \begin{cases} w\sqrt{\frac{\gamma}{2}} sign\left(\mathrm{M}(s,\dot{s}) - \eta\right) & if\ (\alpha \geq \alpha_{\min}) \\ \chi & if\ (\alpha \prec \alpha_{\min}) \end{cases} \tag{2.43}$$

$w, \gamma, \chi, \alpha_{\min}$ sont des constantes positives tel que $w$ et $\gamma$ définissent la pente de la dynamique de croissance et décroissance du gain $\alpha$ , $\alpha_{\min}$ représente la valeur minimale imposée pour le gain $\alpha$ et le paramètre $\chi$ est utilisé afin de forcer le gain à rester au minimum sur la valeur $\alpha_{\min}$ et ne pas descendre en dessous, condition nécessaire pour maintenir à la fois la stabilité du système et engendrer en même temps le mode de glissement.

L'analyse complète sur la stabilité et la démonstration de l'algorithme sont présentées de façon exhaustive dans [7].

**Conclusion_** Nous avons présenté dans ce chapitre la commande par modes de glissements du premier et second ordre, cette technique de commande est utilisée essentiellement pour sa

propriété de robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisations et des perturbations pouvant agir sur le système, nous avons également montré que même sur la commande par modes de glissements du second ordre ou les gains peuvent être surestimés en particulier en présence de perturbations inconnues, il est encore possible de réduire le phénomène du chattering, en adaptant les gains de la commande. Dans ce chapitre nous avons présenté la technique pour des systèmes mono-entré mono-sortie, le prochain chapitre sera consacré à la mise en œuvre de cette technique sur un système sous actionné, le robot mobile de type voiture (robucar).

# *Chapitre 3*

# Chapitre 3

# Elaboration et mise en œuvre d'une commande par mode de glissements du second ordre adaptatifs appliquée à un robot mobile de type voiture

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons mettre en œuvre les outils nécessaires pour synthétiser notre loi de commande par twisting algorithme à gains adaptatifs pour un système sous actionné, il s'agit de commander un robot mobile autonome de type voiture pour une application de suivi de trajectoires tout en respectant les contraintes de mobilité (roulement sans glissement).

La trajectoire désirée est représenté par la configuration à chaque instant d'un robot virtuel (robot de référence), le robot réelle doit alors suivre le mouvement du robot de référence, pour cela, nous allons établir un modèle représentatif de l'erreur de poursuite entre les deux robots que nous allons transformer par difféomorphisme afin d'obtenir un modèle en représentation d'état exploitable pour la génération de lois de commandes ; la poursuite de trajectoire qu'exécute le robot réel pour atteindre les configurations du robot de référence à chaque instant se résume à stabiliser les états du modèle d'erreur de poursuite autour de zéro.

Pour commander le robot mobile, nous allons synthétiser un contrôleur par modes de glissements du second ordre afin de forcer la dynamique du système à atteindre la trajectoire désirée en dépits des non linéarités, des couplages et du caractère sous actionné du système, cela grâce à un choix judicieux des surfaces de glissements pouvant garantir la stabilité et la convergence asymptotique du modèle d'erreur de poursuite à travers une étude de la stabilité par lyapunov. L'algorithme d'adaptation des gains de la commande tel que présenté dans le chapitre précèdent sera ensuite appliqué afin de réduire le phénomène de broutement. Et à l'issue de ce travail les résultats du mouvement du robot en poursuite de trajectoire seront présentés en simulation.

## 3.2 Modèle d'erreur de poursuite et mise en forme

Dans le premier chapitre nous avons établi que le mouvement du robot mobile lui est conféré par deux actions, la vitesse longitudinale $v$ imposée au centre de l'axe de rotation des roues arrière et l'angle de braquage $\psi$ du train avant. Soumis aux contraintes de non holonomie

(roulement sans glissement) le modèle cinématique du robot mobile ainsi que celui du robot de référence (trajectoire désirée) sont représentés comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = v\cos(\theta) \\ \dot{y} = v\sin(\theta) \\ \dot{\theta} = \dfrac{v}{L}\tan(\psi) \\ \dot{\Psi} = u \end{cases} \tag{3.1}$$

Où le repérage du robot se fait par le vecteur de configuration $q = (x, y, \theta, \psi)^T$ et la commande du robot est représentée par le couple $(v, u)$ correspondant à la vitesse linéaire du robot et à la vitesse de braquage (variation de l'angle de braquage).

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v_r\cos(\theta_r) \\ \dot{y}_r = v_r\sin(\theta_r) \\ \dot{\theta}_r = \dfrac{v_r}{L}\tan(\psi_r) \\ \dot{\psi}_r = u_r \end{cases} \tag{3.2}$$

La trajectoire de référence que nous voulons imposer au robot est définie par les coordonnées $q_r = (x_r, y_r, \theta_r, \psi_r)^T$ du vecteur de configuration du robot virtuelle. La commande du robot de référence (virtuel) est donnée par le couple $(v_r, u_r)$ correspondant à la vitesse linéaire et vitesse de braquage de référence (variation de l'angle de braquage de référence).

Afin d'obtenir un modèle d'erreur exploitable pour la synthèse de loi de commande, le profil de l'erreur de suivi en position noté $e_r$ est exprimée dans le repère du robot de référence de la manière suivante :

$$e_r = \begin{pmatrix} e_{1r} \\ e_{2r} \\ e_{3r} \\ e_{4r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ \theta - \theta_r \\ \psi - \psi_r \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

La dynamique de l'erreur de poursuite est exprimée par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{e}_{1r} = u_r e_{2r} + v\cos(e_{3r}) - v_r \\ \dot{e}_{2r} = -u_r e_{1r} + v\sin(e_{3r}) \\ \dot{e}_{3r} = v\dfrac{\tan(\psi)}{L} - v_r \dfrac{\tan(\psi_r)}{L} \\ \dot{e}_{4r} = u - u_r \end{cases} \tag{3.4}$$

L'objectif de la commande en poursuite de trajectoire consiste à assurer la convergence asymptotique du profile de la dynamique de l'erreur de poursuite de trajectoire exprimée par le système d'équation (3.4). Pour faciliter la synthèse de la loi de commande et obtenir un modèle équivalent qui soit exploitable nous allons transformer le modèle (3.4) par difféomorphisme en utilisant le changement de variable suivant [23] :

$$\begin{cases} z_1 = e_{1r} \\ z_2 = e_{2r} \\ z_3 = \tan(e_{3r}) \\ z_4 = k e_{2r} + \dfrac{\tan(\Psi) - \cos(e_{3r})\tan(\Psi_r)}{L\cos^3(e_{3r})}, \qquad k > 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

Ou $z = (z_1, z_2, z_3, z_4)^t$ représente les nouvelles variables d'état du système.

Avec: $e_{3r} \in \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$, $\psi_r \in \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Les nouvelles entrées de commandes sont représentées par les variables suivantes :

$$\begin{cases} w_1 = v\cos(e_{3r}) - v_r \\ w_2 = k\dot{e}_{2r} + \left(\dfrac{3\tan(\psi)}{\cos(e_{3r})} - 2\tan(\psi_r)\right)\dfrac{\sin(e_{3r})}{L\cos^3(e_{3r})}\dot{e}_{3r} - \dfrac{u_r}{L\cos^2(e_{3r})\cos^2(\psi_r)} + \dfrac{u}{L\cos^2(e_{3r})\cos^2(\psi)} \end{cases} \tag{3.6}$$

Nous obtenons ainsi le nouveau modèle de poursuite équivalent au modèle (3.4) que nous allons exploiter dans ce qui suit afin de générer notre loi de commande :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = u_r z_2 + w_1 \\ \dot{z}_2 = -u_r z_1 + v_r z_3 + w_1 z_3 \\ \dot{z}_3 = -k v_r z_2 + v_r z_4 + w_1 h(z,t) \\ \dot{z}_4 = w_2 \end{cases} \tag{3.7}$$

Avec :

$$h(z,t) = z_4 - k z_2 + (1+ z_3^{\,2}) \frac{\tan(\psi_r)}{L} \tag{3.8}$$

La mise en forme du modèle d'erreur de poursuite par difféomorphisme nous a permis à partir du modèle cinématique du robot mobile de type voiture (simple braquage) présenté dans le premier chapitre, d'obtenir d'une part une représentation d'état du système à commander, d'autre part à réduire le couplage sur les différents états du système, nous pouvons remarquer à présent que la commande $w_1$ agit sur les trois premières variable d'états $z_1, z_2, z_3$ et la seconde entrée de commande $w_2$ agit uniquement sur la dernière variable d'état $z_4$ ce qui facilite l'élaboration de loi de commande.

Dans les paragraphes à venir nous allons exploiter ce modèle pour générer une commande glissante du second ordre par twisting algorithme pour réaliser une poursuite de trajectoire définie au préalable pour le robot mobile de type voiture.

### 3.3 Elaboration de la loi commande par modes de glissements à gains fixes et adaptatifs :

Dans ce paragraphe nous allons mettre œuvre la technique de commande par modes glissants du second ordre par twisting algorithme, pour notre système robotique caractérisé et présenté par un modèle cinématique non linéaire, sous actionné, et couplé. L'utilisation des modes glissants s'avère ainsi nécessaire, en vertu de sa propriété de robustesse, sa simplicité de mise en œuvre et de son niveau de précision. L'inconvénient majeur réside dans le problème de broutement (chattering) qui provoque une usure relativement rapide des organes de commande de processus. Dans ce paragraphe et afin de réduire le phénomène de chattering nous allons utiliser la technique d'adaptation des gains du twisting algorithme présentée dans le précèdent chapitre. Nous allons voir que même pendant la présence de perturbations à bornes inconnues le contrôleur s'adapte en augmentant ou diminuant les gains en fonction de la situation en occurrence. Une étude comparative de la commande par twisting algorithme à gains fixes et adaptatifs sera présentée.

#### 3.3.1 Choix des surfaces de glissements et stabilité du système :

Le système (3.7) étant sous actionné avec 4 variables d'états $z_1, z_2, z_3, z_4$ et 2 entrées de commandes $w_1$ et $w_2$, nous allons donc utiliser deux surfaces de glissements $S_1$ et $S_2$ définies

par [24] :

$$S_1 = k'(z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k})v_r + w_1 \tag{3.9}$$

$$S_2 = \frac{z_3}{k} v_r + k'' v_r z_4 + w_2 \tag{3.10}$$

$S = (S_1, S_2)^t$ , $k'$ et $k''$ sont des constantes positives.

Le choix de ces surfaces n'est évidemment pas fortuit il a été établis à travers une étude de stabilité par lyapunov. Nous allons démontrer que aussitôt que le régime glissant du second ordre est établis $S = \dot{S} = 0$ , la convergence des surfaces de glissements $S_1$ et $S_2$ vers l'origine implique la convergence asymptotique des états du modèle d'erreur de poursuite.

Lorsque le régime glissant est atteint les entrées de commande sont forcées vers les valeurs suivantes :

$$w_1 = -k' v_r (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k}) \tag{3.11}$$

$$w_2 = -\frac{z_3}{k} v_r - k'' v_r z_4 \tag{3.12}$$

Soit la fonction de lyapunov donnée par la forme suivante :

$$L = \frac{1}{2}(z_1^{\,2} + z_2^{\,2} + \frac{z_3^{\,2}}{k} + z_4^{\,2}) \tag{3.13}$$

La dérivé de la fonction de lyapunov le long de la trajectoire (3.7) est donnée par :

$$\frac{dL}{dt} = (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k}) w_1 + \frac{v_r}{k} z_3 z_4 + z_4 w_2 \tag{3.14}$$

En substituant (3.11) et (3.12) dans (3.14) on obtient :

$$\frac{dL}{dt} = -k' v_r \left( z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k} \right)^2 - k'' v_r z_4^{\,2} \tag{3.15}$$

La dérivé de lyapunov est semi-définie négative ce qui implique une stabilité simple au sens de lyapunov, dans ce cas les états du système convergeraient donc vers des valeurs bornées.

Afin de statuer sur la stabilité asymptotique et de ce fait sur la convergence asymptotique des états du système vers l'origine, nous nous devons d'utiliser le théorème de Barbalat de la manière suivante [25]:

$\frac{dL}{dt}$ est semi-négative ce qui implique la décroissance de la fonction de lyapunov et sa convergence vers une valeur positive $L_0$, les états $z_i(i=1:4)$ du système et leurs dérivés sont donc bornés, et nous pourrons déduire la continuité uniforme de ces états. La vitesse linéaire $v_r$ est également uniformément continue ça dérivé $\dot{v}_r$ étant physiquement bornés. Ce qui nous amène enfin vers la continuité uniforme de la dérivé de lyapunov, et en appliquant le théorème de Barbalat on peut déduire sa convergence vers zéro $\lim_{t\to\infty}\frac{dL}{dt}=0$.

Il en découle donc :

$$\lim_{t\to\infty}(v_r z_4)=0 \tag{3.16}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left(z_1+z_2z_3+z_3\frac{h(z,t)}{k}\right)=0 \tag{3.17}$$

De (3.16) nous obtenons la convergence asymptotique de $z_4$ vers zéro, ensuite en remplaçant (3.12) dans (3.7) on obtient:

$$\frac{dz_4}{dt}=-z_3\frac{v_r}{k}+k''v_r z_4 \tag{3.18}$$

$$\frac{dz_4}{dt}+z_3\frac{v_r}{k}=-k''v_r z_4 \tag{3.19}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{dz_4}{dt}+z_3\frac{v_r}{k}\right)=\lim_{t\to\infty}\left(-k''v_r z_4\right)=0 \tag{3.20}$$

$\frac{dz_4}{dt}$ étant uniformément continu, l'application du théorème de Barbalat implique la convergence asymptotique de $\frac{dz_4}{dt}$ vers zéro $\lim_{t\to\infty}\left(\frac{dz_4}{dt}\right)=0$, et ainsi celle de l'état $z_3$ vers l'origine ce qui implique de l'équation (3.17) la convergence asymptotique de $z_1$.

Un raisonnement similaire nous permettra de déduire la convergence asymptotique de $z_2$ en remplaçant (3.11) dans (3.7) de la manière suivante :

$$\frac{dz_3}{dt} = -kv_r z_2 + v_r z_4 - k' v_r (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k}) h(z,t) \tag{3.21}$$

$$\frac{dz_3}{dt} + kv_r z_2 = v_r z_4 - k' v_r (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k}) h(z,t) \tag{3.22}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left( \frac{dz_3}{dt} + kv_r z_2 \right) = \lim_{t\to\infty}\left( v_r z_4 - k' v_r (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k}) h(z,t) \right) = 0 \tag{3.23}$$

$\frac{dz_3}{dt}$ étant uniformément continu, l'application du théorème de Barbalat implique la convergence asymptotique de $\frac{dz_3}{dt}$ vers zéro, et par conséquent celle de l'état $z_2$ vers l'origine.

- Nous pouvons conclure que le choix (3.11), (3.12) effectué pour les surfaces de glissement $S_1$ et $S_2$ nous a permis de garantir le convergence asymptotique des états $z_i (i = 1:4)$ du modèle d'erreur de poursuite vers l'origine.

### 3.4 Commandes effectives et résultats de simulation:

Les surfaces de glissements (3.11) et (3.12) présentées dans le paragraphe précèdent indique que le système à commander est de degrés relatif nulle par rapport aux contraintes de glissement (surfaces $S_1$ et $S_2$). en effet les entrées de commande $w_1$ et $w_2$ apparaissent de façon explicite dans l'expression de ces surfaces, concrètement la commande physique sur une voiture avec conducteur se fait par l'accélérateur, le conducteur contrôle ainsi la variation de vitesse du véhicule et celle de l'angle de braquage des roues avant afin de poursuivre sa trajectoire, Nous voulons dans ce travail recréer le même mode de contrôle pour une voiture autonome (sans conducteur), pour cela nous allons considérer que les entrées de commande effectives (réelles) sont représentées non pas par $w_1$ et $w_2$ (vitesse linéaire et angle de braquage) mais plutôt par les dérivés du second ordre de ces dernières, ou $\ddot{w}_1$ sera équivalente à la variation de l'accélération connue par la communauté des mécanicien par le terme jerk et $\ddot{w}_2$ représente le

terme équivalent à la variation de l'accélération de l'angle de braquage du train avant de la voiture autonome. Le problème de commande sera donc reformulé comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{S}_1 = \gamma_1(t,z) + \ddot{w}_1 \\ \ddot{S}_2 = \gamma_2(t,z) + \ddot{w}_2 \end{cases} \tag{3.24}$$

Avec :

$$\begin{cases} \gamma_1(t,z) = \dfrac{d^2\left(k'\left(z_1 + z_2 z_3 + \dfrac{z_3 h(t,z)}{k}\right)v_r\right)}{d^2 t} \\ \gamma_2(t,z) = \dfrac{d^2\left(\dfrac{z_3 v_r}{k} + k'' v_r z_4\right)}{d^2 t} \end{cases} \tag{3.25}$$

La commande par modes de glissements du second ordre consiste à forcer le système à vérifier la contrainte $S = \dot{S} = 0$ en temps finis, sous la condition que les paramètres du modèle à commander soient bornés (se référer au chapitre 2), dans notre cas les états $z_i(i = 1:4)$ du systèmes et leurs dérivés successives sont bornés et uniformément continus (chaque dérivé d'ordre i est fonction des $z_i(i = 1:4)$), les fonctions $\gamma_i(t,z)$ sont donc forcément bornées.

$$|\gamma_i(t,z)| \le K_i \quad (i = 1:4) \tag{3.26}$$

Où les $K_i$ sont des constantes positives.

Nous pouvons à présent appliquer la commande par modes de glissements du second ordre sur le système (3.24), le système étant de degrés relatif égale à 2 nous pouvons appliquer l'algorithme du twisting déjà définie dans le chapitre 2, la commande est formulée de la manière suivante :

$$\begin{cases} \ddot{w}_1 = -r_{11} sign(S_1) - r_{12} sign(\dot{S}_1) \\ \ddot{w}_2 = -r_{21} sign(S_2) - r_{22} sign(\dot{S}_2) \end{cases} \tag{3.27}$$

Afin de réaliser un régime glissant du second ordre en temps fini les conditions sur les gains sont les suivantes :

$$\begin{cases} r_{11} > r_{12} > 0 \\ r_{11} - r_{12} > 0 \end{cases} \tag{3.28}$$

Et

$$\begin{cases} r_{21} > r_{22} > 0 \\ r_{21} - r_{22} > 0 \end{cases} \tag{3.29}$$

- Pour le cas de la commande par twisting algorithme à gains adaptatifs nous formalisons comme établis au chapitre 2 de la manière suivante :

$$\begin{cases} r_{12} = \beta_1 r_{11} \\ r_{22} = \beta_2 r_{21} \end{cases} \tag{3.30}$$

Avec : $0 \prec \beta_1 \prec 1$ et $0 \prec \beta_2 \prec 1$.

La zone de convergence respectivement pour la surface $S_1$ et $S_2$ définie par :

$$\begin{cases} \Gamma_1 : \{(s_1, \dot{s}_1) : \mathrm{M}_1(s_1, \dot{s}_1) \le \eta_1\} \\ \Gamma_2 : \{(s_2, \dot{s}_2) : \mathrm{M}_2(s_2, \dot{s}_2) \le \eta_2\} \end{cases} \tag{3.31}$$

Avec

$$\begin{cases} \mathrm{M}_1(s_1, \dot{s}_1) = \dfrac{{s_1}^2}{m_1} + \dfrac{{\dot{s}_1}^2}{n_1} & (m_1, n_1 \succ 0) \\ \mathrm{M}_2(s_2, \dot{s}_2) = \dfrac{{s_2}^2}{m_2} + \dfrac{{\dot{s}_2}^2}{n_2} & (m_2, n_2 \succ 0) \end{cases} \tag{3.32}$$

$\eta_1$ et $\eta_2$ désigne la limite admissible du domaine de convergence.

L'adaptation des gains se fait par l'algorithme Kochalummoottil [7] établis au chapitre 2 comme suit :

$$\dot{r}_{11}(t) = \begin{cases} w_1 \sqrt{\dfrac{\gamma_1}{2}} \, sign\left(\mathrm{M}(s_1, \dot{s}_1) - \eta_1\right) & if \ (r_{11} \ge r_{11\min}) \\ \chi_1 & if \ (r_{11} \prec r_{11\min}) \end{cases} \tag{3.33}$$

$$\dot{r}_{21}(t)=\begin{cases} w_2\sqrt{\frac{\gamma_2}{2}}sign\left(\mathrm{M}(s_2,\dot{s}_2)-\eta_2\right) & if\ \left(r_{21}\geq r_{21\min}\right) \\ \chi_2 & if\ \left(r_{21}\prec r_{21\min}\right) \end{cases} \tag{3.34}$$

Où $w_i,\gamma_i,\chi_i,r_{i1\min}\quad(i=1:2)$ sont des constantes positives.

Les résultats de simulation sont présentés en poursuite de trajectoire pour un robot mobile de type voiture en simple braquage. Dans l'optique de réaliser un travail expérimentale en perspective, nous avons pour cette simulation utilisé les dimensions du "robucar" un prototype existant au niveau du CDTA (Centre de Développement des Technologies Avancées. Alger) voir figure 3.1.



**Figure 3.1** Robucar du CDTA

### 3.4.1 Suivie de trajectoire avec erreurs initiales

Nous présentons les résultats obtenus pour la poursuite d'un cercle de rayon R= 5m, la trajectoire de référence est définie par le robot de référence avec une vitesse linéaire $v_r=\frac{\pi}{2}m/s$. On introduit une erreur de départ initiale tel que :

- ***Pour le robot de référence :*** $x_r(0)=0m,\ y_r(0)=0m,\ \theta_r(0)=0\,rad,\psi_r(0)=\arctan(\frac{D}{L})\,rad$

  Où $L=1.306\,m$ représente longueur du robot, et $D$ la distance entre les deux roues du train avant du robot (voir chapitre1).

- ***Pour le robot réel :*** $x(0)=1m,\ y(0)=1m,\ \theta(0)=0\,rad,\ \psi(0)=\arctan(\frac{D}{L})rad$

La période d'échantillonnage est de $10^{-2}s$, $k=0.05, k'=150, k''=80.5$

Nous présentons les résultats en utilisant la commande par modes de glissements à gains fixes et adaptatifs les paramètres sont donnés par :

- ***Twisting à gains fixe :*** $r_{11}=250.8, r_{12}=10.58, r_{21}=1000.8, r_{22}=700.2$
- ***Twisting à gains adaptatifs :*** $\begin{cases} r_{11\min}=5.8,\ r_{21\min}=10.8,\ w_1=w_1=100.9,\ \chi_1=\chi_2=1.9 \\ \gamma_1=\gamma_2=1.2, \beta_1=0.5, \beta_2=0.4 \end{cases}$
  - ✓ La zone de convergence pour la surface $S_1$ et $S_2$ :

$$\Gamma_i:\{(s_i,\dot{s}_i):\mathrm{M}_i(s_i,\dot{s}_i)\le\eta_i\},\ \mathrm{M}(s_i,\dot{s}_i)=\frac{s_i^{\,2}}{m_i}+\frac{\dot{s}_i^{\,2}}{n_i}\quad (m_i,n_i\succ 0)\ avec\ (i=1,2)$$

$m_i=n_i=10^5, \eta_i=0.15.$

Les résultats relatifs à la commande par twisting algorithme à gains fixes et adaptatifs sont conjointement présentés dans les figures suivantes :

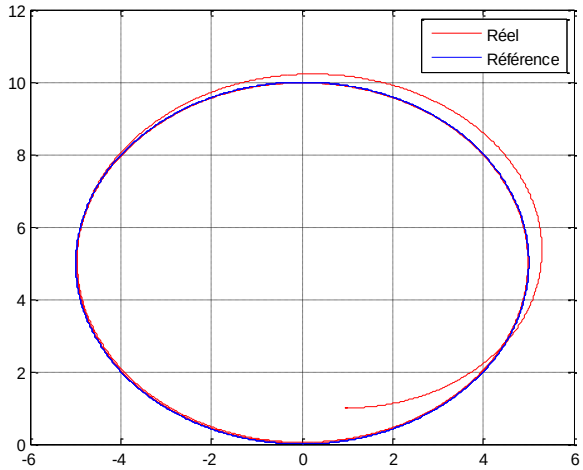



**Figure 3.2** Poursuite de trajectoire twisting à gains fixes

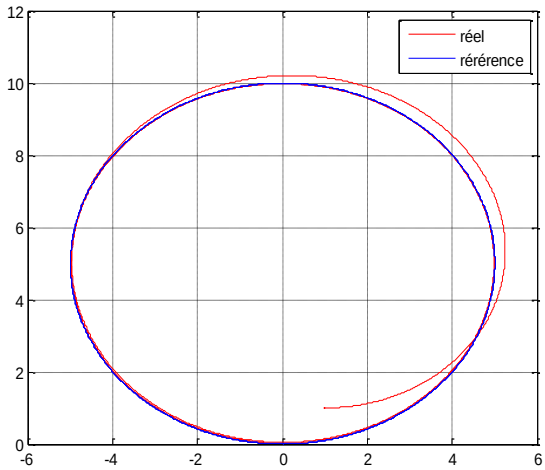



**Figure 3.3** Poursuite de trajectoire twisting à gains adaptatif

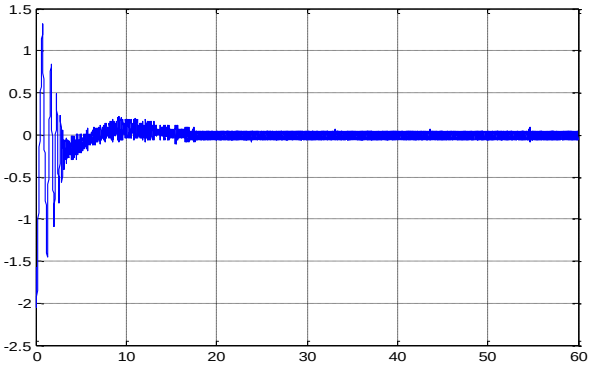


**Figure 3.4** Gains fixes: commande $w_1$

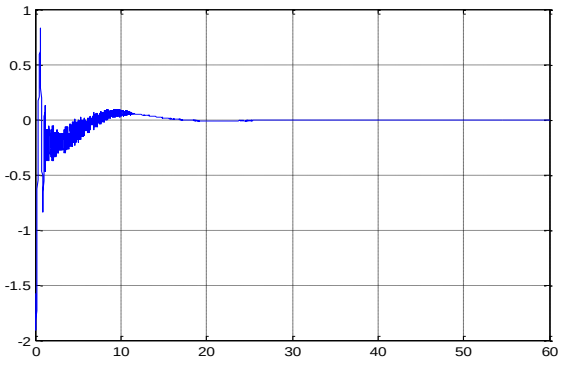


**Figure 3.5** Twisting adaptatif: commande $w_1$

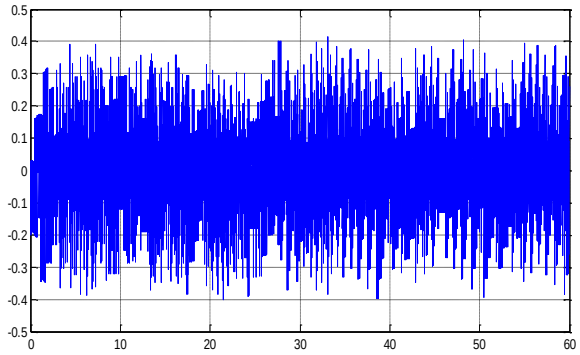


**Figure 3.6** Gains fixes: commande $w_2$

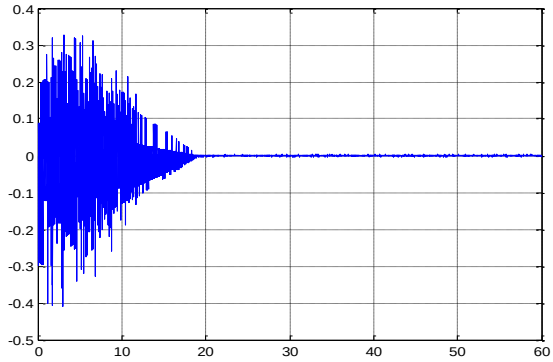


**Figure 3.7** Gains adaptatif: commande $w_2$

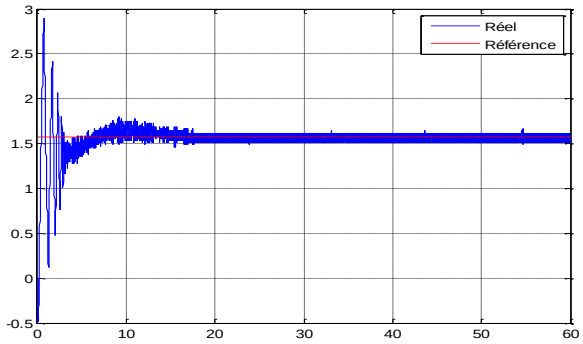



**Figure 3.8** Gain fixe: vitesse linéaire

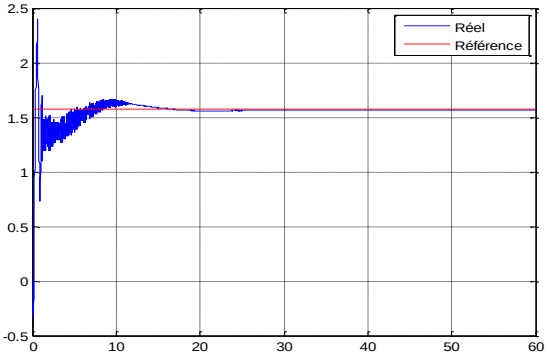



**Figure 3.9** Gains adaptatifs: vitesse linéaire

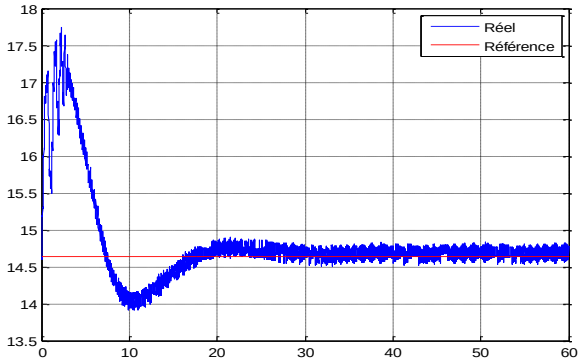



**Figure 3.10** Gains fixes angle de braquage

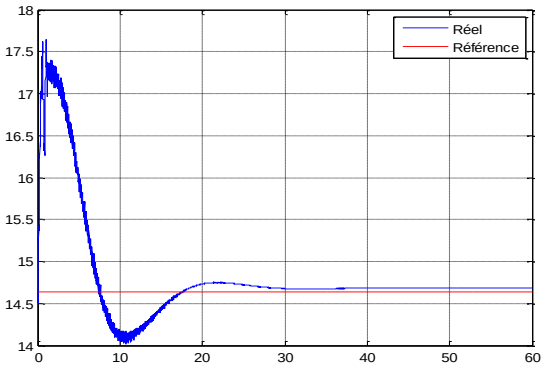



**Figure 3.11** Gains adaptatifs angle de braquage

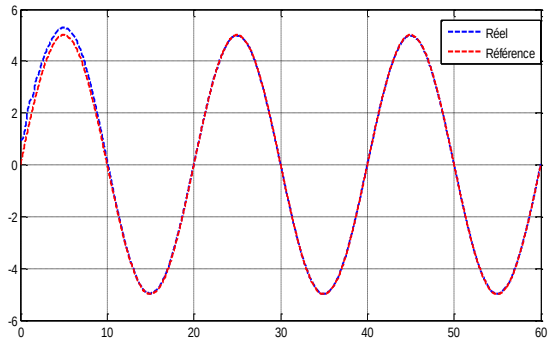



**Figure 3.12** Gains fixes position suivant x

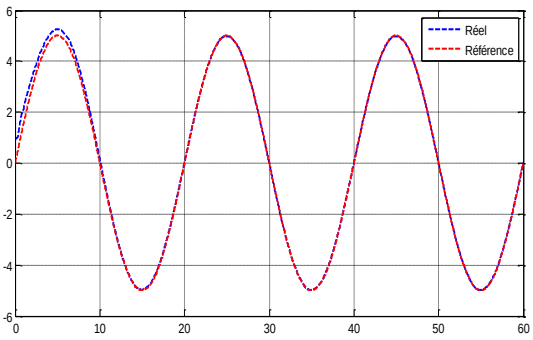



**Figure 3.13** Gains adaptatifs position suivant x

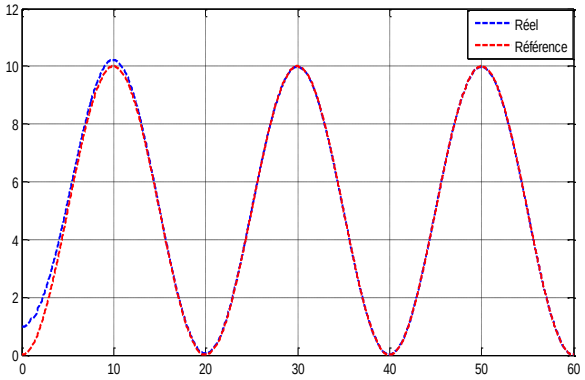



**Figure 3.14** Gains fixes position suivant y

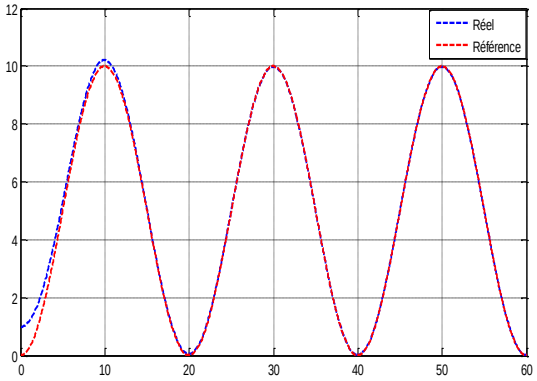



**Figure 3.15** Gains adaptatifs position suivant y

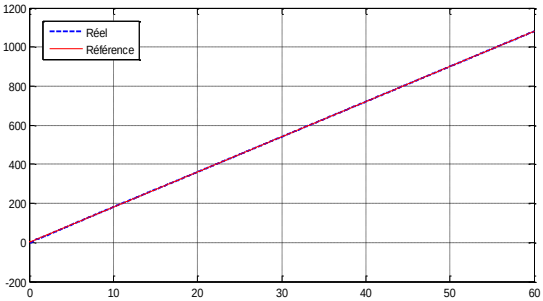



**Figure 3.16** Gains fixes position angulaire $\theta$

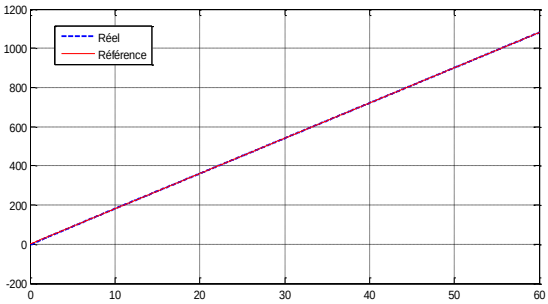



**Figure 3.17** Gains adaptatifs position angulaire $\theta$

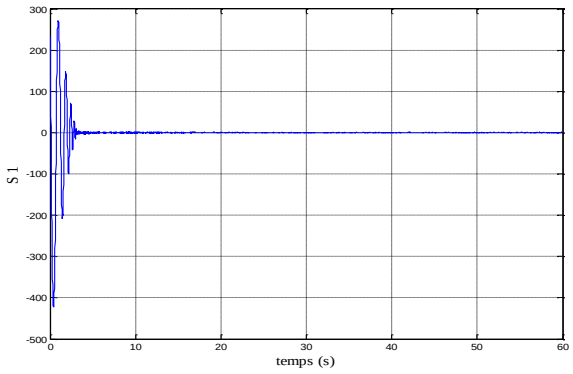



**Figure 3.18** Gains fixes : Surface $S_1$

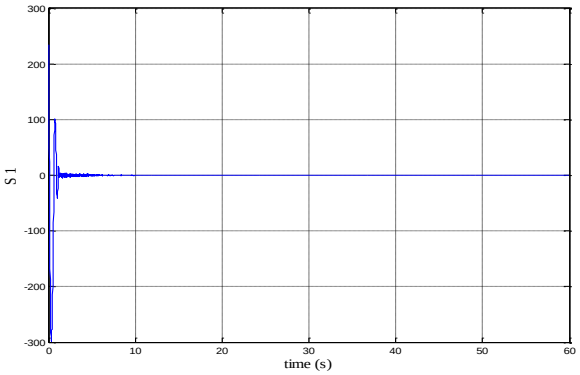



**Figure 3.19** Gains adaptatifs : Surface $S_1$

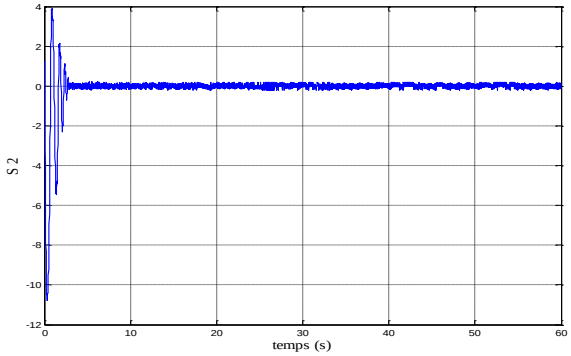



**Figure 3.20** Gains fixes : Surface $S_2$

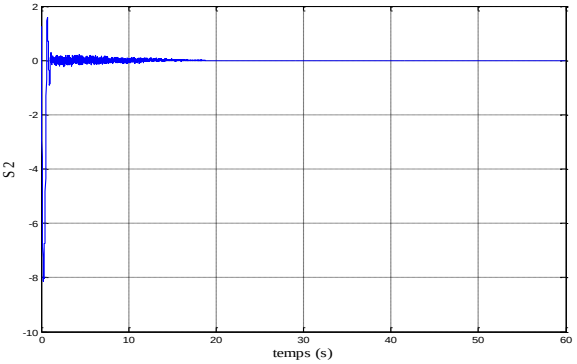



**Figure 3.21** Gains adaptatifs : Surface $S_2$

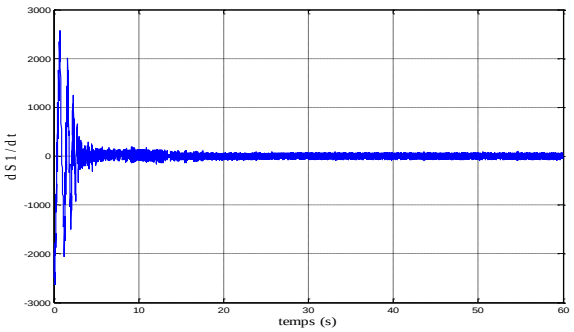



**Figure 3.22** Gains fixes: dérivé de la surface $\dot{S}_1$

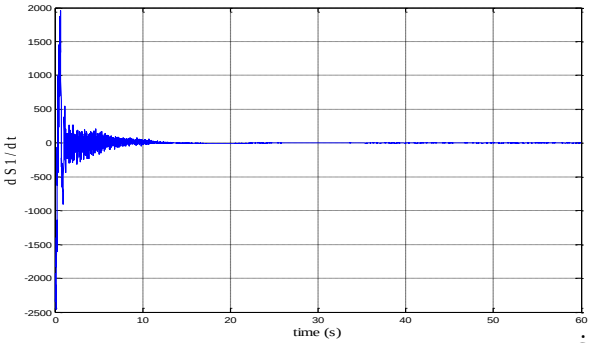



**Figure 3.23** Gains adaptatifs: dérivé de la surface $\dot{S}_1$

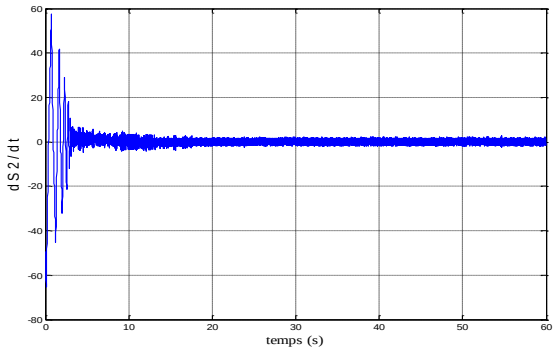



**Figure 3.24** Gains fixes: dérivé de la surface $\dot{S}_2$

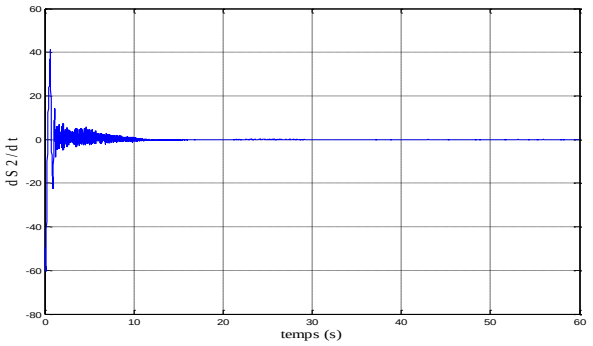



**Figure 3.25** Gains adaptatifs: dérivé de la surface $\dot{S}_2$

Dans les simulations entreprises, nous avons sciemment introduit une erreur initiale au niveau des coordonnées du robot réel par rapport au robot de référence, ainsi à l'instant $t = 0s$ au moment du démarrage le robot réel se trouve distancé d'une valeur d'un rayon d'un mètre par rapport à la trajectoire de référence, le but étant de confirmer par les résultats obtenus dans les figures 3.2 et 3.3 la robustesse des deux techniques (twisting à gains fixes et adaptatifs) par rapport aux erreurs initiales. Ainsi la technique de commande par modes de glissements assure la robustesse par rapport à la moindre déviation du robot de sa trajectoire de référence et ce quelques soit l'instant, la cause ou la position du robot (stabilité globale).

Dans les figures 3.26 à 3.29 nous avons visualisé le comportement du système soumis aux deux lois de commande dans le plan de phase par rapport aux surfaces $S_1$ et $S_2$, le régime glissant du second ordre est établis et ce en dépit du caractère non linéaire couplé et sous actionné du modèle du robot mobile.

- Le temps de convergence pour le twisting à gain fixe est estimé à 3.36 secondes pour la surface $S_1$, et 3.12 secondes pour la surface $S_2$ pour une précision de l'ordre de $10^{-1}$.
- Pour le twisting à gains adaptatifs le temps de convergence est estimé à 1.3 secondes pour la surface $S_1$ et $S_2$ avec une précision inférieur à $10^{-3}$.

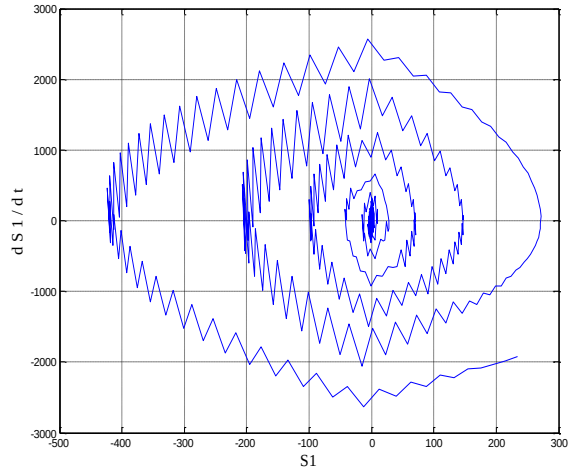



**Figure 3.26** Gains fixe: plan de phase $S_1$

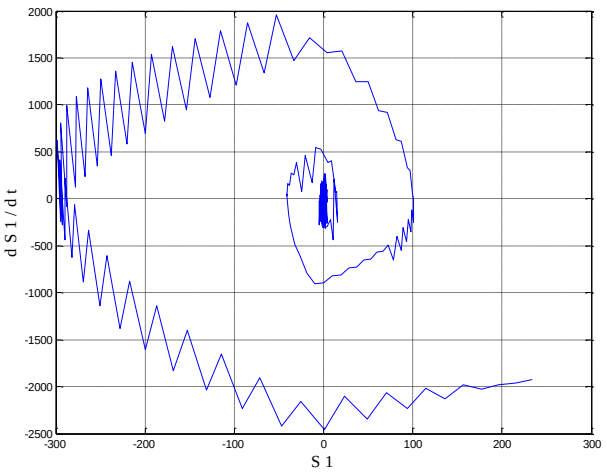



**Figure 3.27** Gains adaptatifs : plan de phase $S_1$

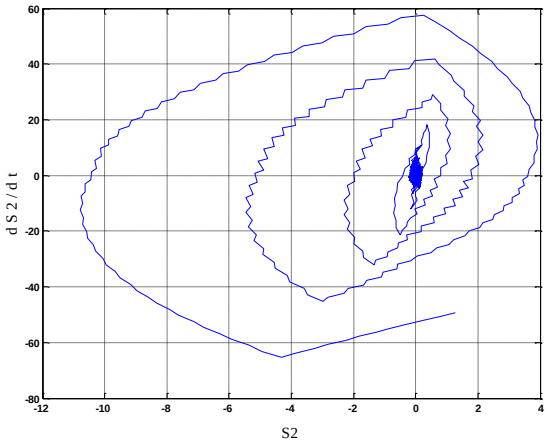



**Figure 3.28** Gains fixes: plan de phase $S_2$

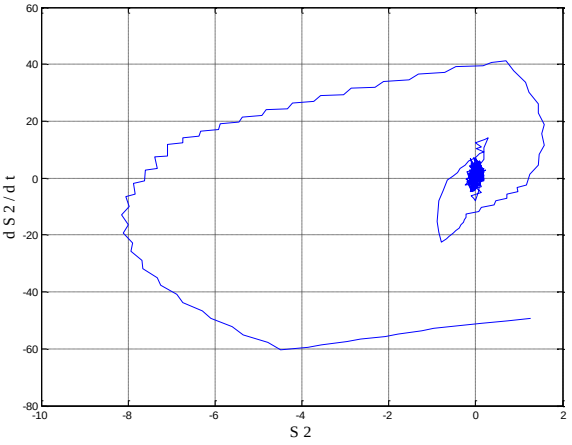



**Figure 3.29** Gains adaptatifs : plan de phase $S_2$

La comparaison entre les deux techniques en terme de broutement et de consommation énergétique révèle la possibilité de réduire le chattering notamment au niveau des entrées de commande $w_1$ et $w_2$ par l'utilisation de l'adaptation des gains (figure 3.4 à 3.6). En effet, nous avons défini un domaine de convergence qui traduit la précision admissible $\eta_1 = \eta_2 = 0.15$. Les gains augmentent jusqu'à atteindre ce domaine de convergence, ensuite tant que le système est maintenu à l'intérieur de ce domaine où la précision est forcément inférieure ou égale à 0.15 nous pouvons alors réduire l'effet du broutement en diminuant ces gains, ce processus se verra

inversé si pour une quelconque raison (Changement de trajectoire, perturbations…) on se trouve en dehors de la zone de convergence. Dans les figures suivantes nous présentons l'évolution des gains de la commande adaptative par twisting algorithme :

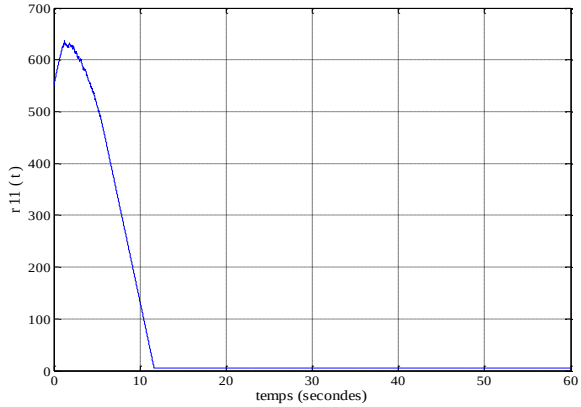



**Figure 3.30** Evolution du gain r11

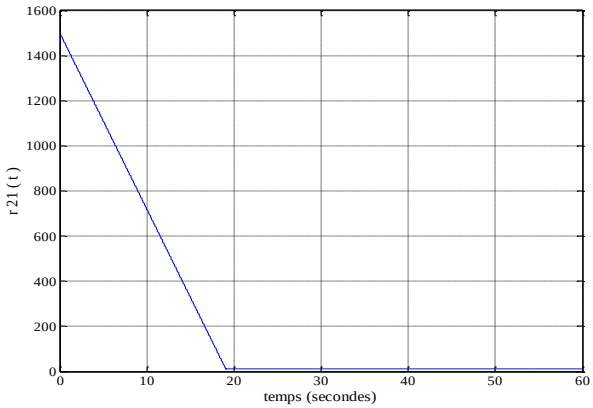



**Figure 3.31** Evolution du gain r21

### 3.4.2 Poursuite de trajectoire avec présence de perturbations à bornes inconnues:

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus pour la poursuite d'une trajectoire rectiligne en présence de perturbations que nous allons appliquer en simulation sur la dérivé seconde de la surface de glissement comme suit :

- Le robot est supposé poursuivre une ligne droite avec une vitesse de référence $v_r = \frac{\pi}{2} m/s$, comme dans le cas précédent nous avons introduit une erreur initiale au démarrage entre le robot réel et le robot de référence tel que :

$$\begin{cases} x(0) = 0\,m,\ y(0) = 2m,\ \theta(0) = 0\,rad,\ \psi(0) = \arctan(\frac{D}{L})\,rad \\ x_r(0) = 0\,m,\ y_r(0) = 0\,m,\ \theta_r(0) = 0\,rad,\ \psi_r(0) = \arctan(\frac{D}{L})\,rad \end{cases}$$

- La perturbation va être introduite sur la dérivé seconde de $S_1$ (voir équation 24 et 25) : $\ddot{S}_1 = \gamma_1(t,z) + \ddot{w}_1 + D$ avec $D$ qui représente la perturbation d'amplitude $D = 10$ supposée inconnue et dont l'influence va se répercuter sur l'ensemble des états $(x, y, \theta, \psi)$ du système, elle est appliquée entre les instants $t = 30s$ et $t = 50s$ .

- Les gains de commande pour les deux techniques sont respectivement :

*Twisting à gains fixe :* $r_{11}=300.8,\ r_{12}=0.2\,r_{11}, r_{21}=1000.8, r_{22}=0.7\,r_{21}$

*Twisting à gains adaptatifs :* $\begin{cases} r_{11\min}=0.8,\ r_{21\min}=1.8,\ w_1=40.9, w_2=10.9,\ \chi_1=\chi_2=1.9 \\ \gamma_1=\gamma_2=10.2, \beta_1=0.2, \beta_2=0.7 \\ m_1=n_1=1000, m_2=n_2=1000, \eta_1=\eta_2=1 \end{cases}$

$k=0.09,\ k'=150,\ k''=15.5$

Les résultats obtenus pour les deux lois de commandes sont présentés comme suit:

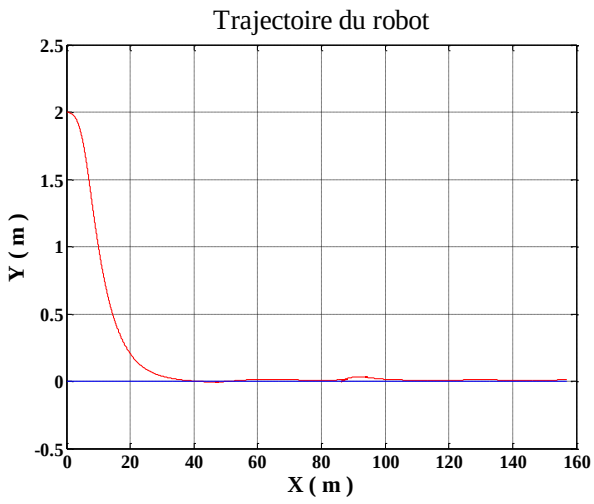



**Figure 3.32** gain fixe: trajectoire rectiligne

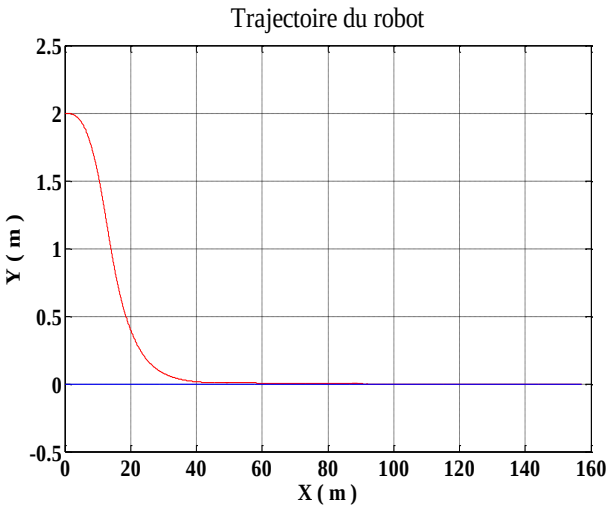



**Figure 3.33** gain adaptatif: trajectoire rectiligne

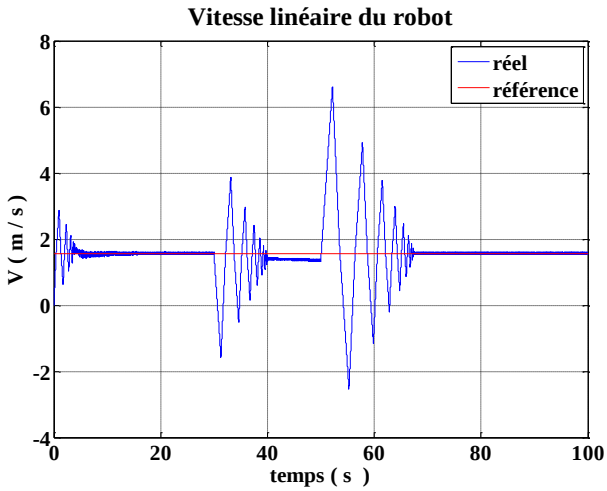



**Figure 3.34** gain fixe: vitesse linéaire

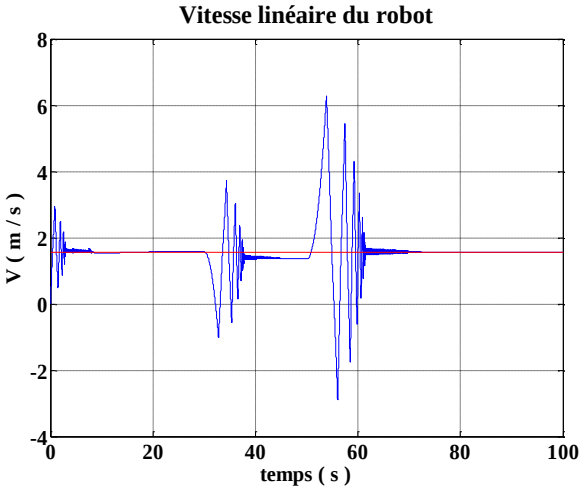



**Figure 3.35** gain adaptatif: vitesse linéaire

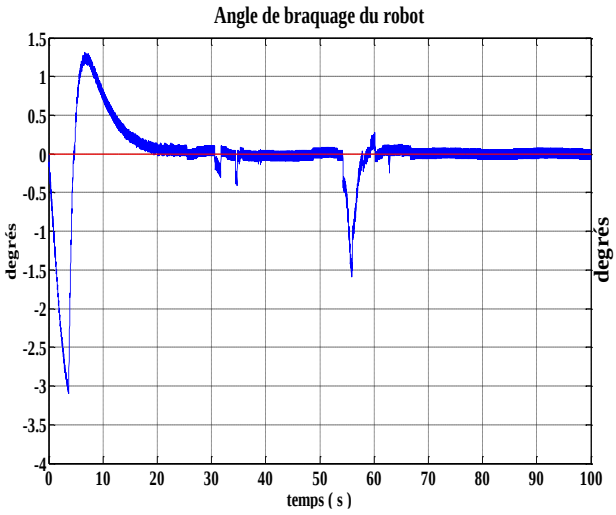



**Figure 3.36** gain fixe: angle de braquage

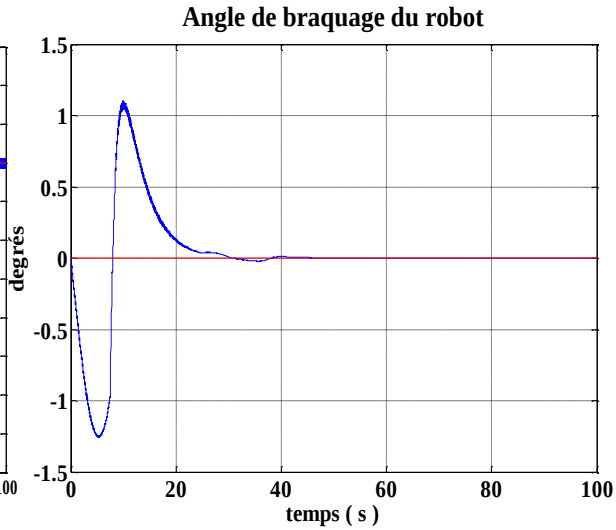



**Figure 3.37** gain adaptatif: angle de braquage

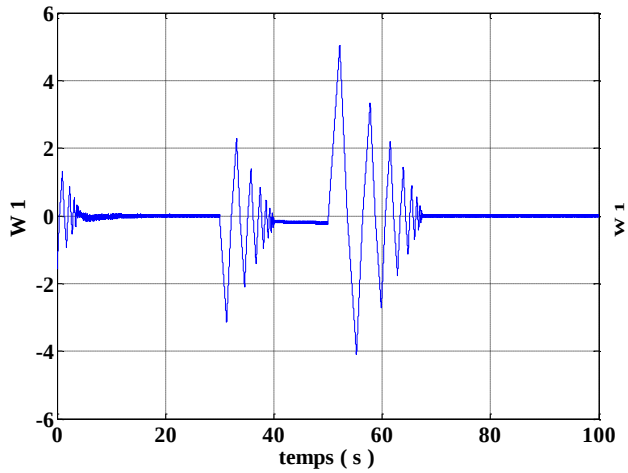



**Figure 3.38** gain fixe: commande $w_1$

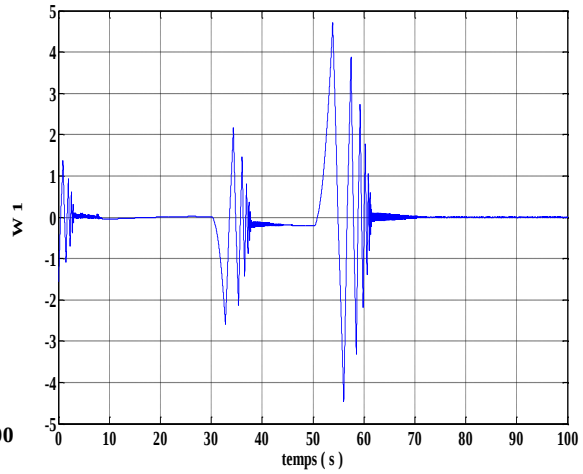



**Figure 3.39** gain adaptatif: commande $w_1$

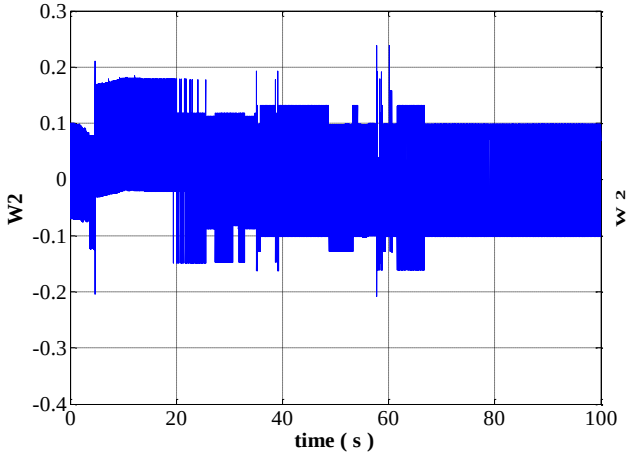



**Figure 3.40** gain fixe: commande $w_2$

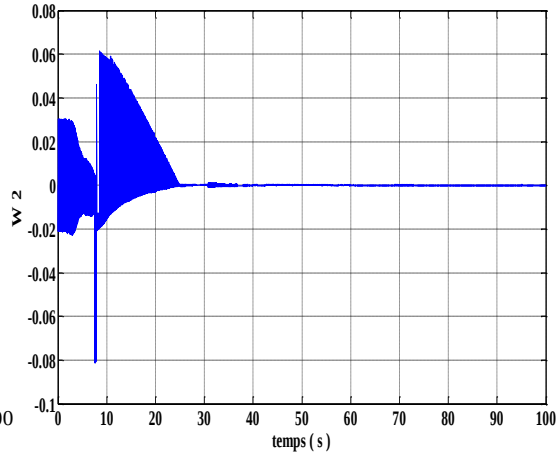



**Figure 3.41** gain adaptatif: commande $w_2$

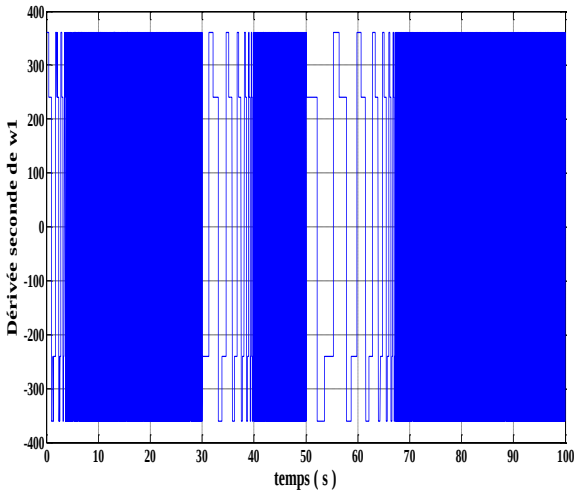



**Figure 3.40** gain fixe: commande $\ddot{w}_1$

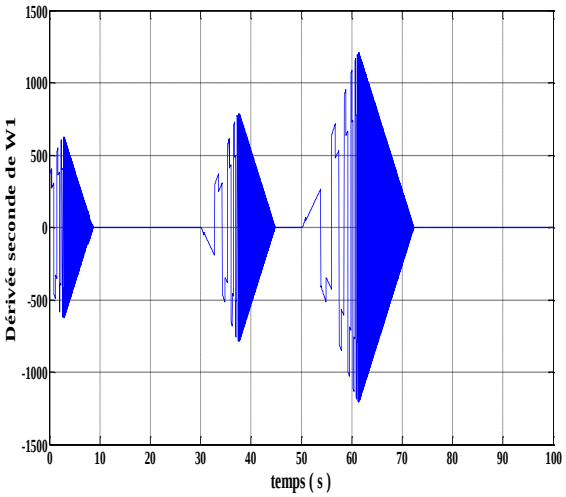



**Figure 3.41** gain adaptatif: commande $\ddot{w}_1$

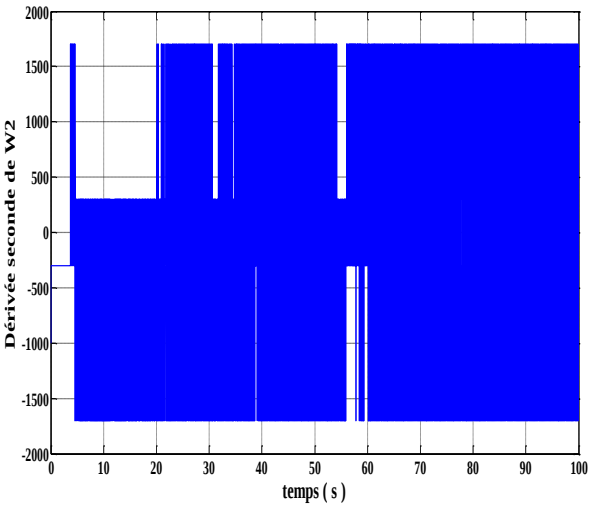



**Figure 3.42** gain fixe: commande $\ddot{w}_2$

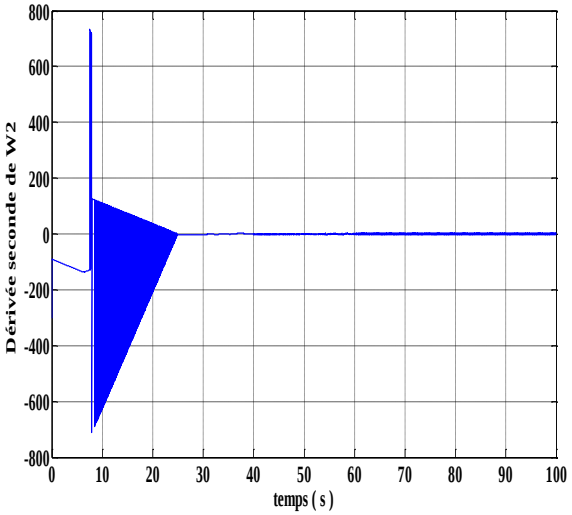



**Figure 3.43** gain adaptatif: commande $\ddot{w}_2$

Les résultats obtenus dans les figures ci-dessus révèlent un bon suivi de trajectoire. Pour les deux lois de commandes appliquées les effets de la perturbation ne sont pas perceptibles par rapport à l'évolution de la trajectoire, ceci est dû à la capacité des commandes par modes de glissements à réagir de façon instantanée à la moindre déviation du système de la consigne assignée. La perturbation est appliquée entre les instants $t_1 = 30s$ et $t_2 = 50s$ nous pouvons souligner sur les figures 3.38 et 3.39 l'apparition du broutement à partir de l'instant $t_1 = 30s$ afin de restabiliser la vitesse linéaire du système. L'application de la perturbation à bornes inconnues est perçue par la commande par modes de glissements à gains adaptatifs tel un changement dans la dynamique du système, lorsque la vitesse linéaire est restabiliser nous pouvons constater à partir de l'instant $t_2 = 50s$ une seconde activité de la commande brute par

twisting adaptatifs (figure 3.41) car l'annulation de la perturbation à cet instant est également perçue comme un changement de dynamique après adaptation.

Ce qu'il faut relever à travers les résultats obtenus réside dans la capacité de la technique proposée à s'adapter aux changements de la dynamique du système, sans connaissance à priori des éventuelles perturbations pouvant survenir en cours de fonctionnement, dans le cas de la commande à gains fixes, ces derniers doivent être calculés en fonction des incertitudes du modèle et des éventuelles perturbations (voir chapitre 2 conditions 2.19) et sont très souvent surestimés lorsque le système ou les perturbations sont difficiles à identifier ce qui augmente à la fois le chattering et la consommation énergétique, de ce point de vu nous pouvons constater sur les figures ci-dessus une réelle diminution du phénomène de chattering pour le cas à gains adaptatifs.

Dans les figures qui suivent nous allons analyser le comportement des gains de la commande adaptative :

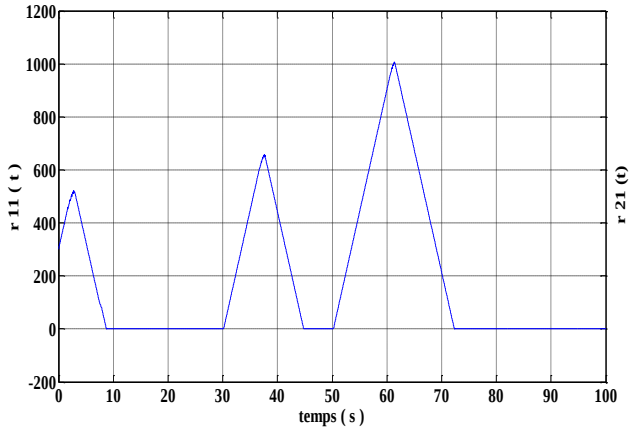



**Figure 3.44** Evolution du gain r11

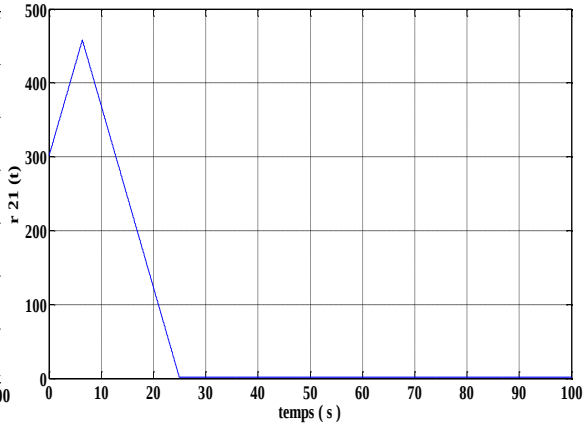



**Figure 3.45** Evolution du gain r21

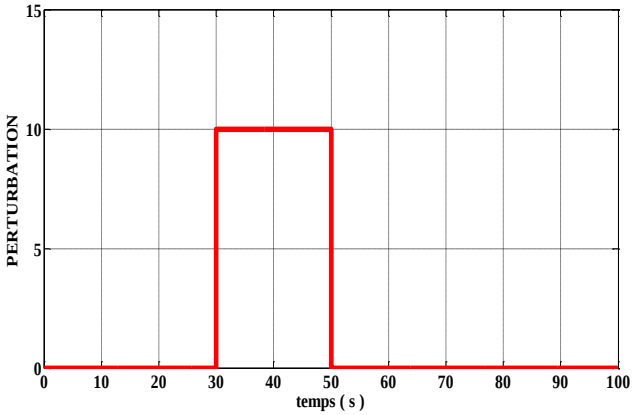



**Figure 3.46** Signal de perturbation

La perturbation étant appliquée directement sur la dérivée seconde de la surface $S_1$ le gain $r_{11}$ est instantanément réactif, la surface $S_2$ y est indirectement influencée car le système est couplé.

Lorsque la perturbation est appliquée à l'instant $t_1 = 30s$ le gain $r_{11}$ augmente jusqu'à ce que le système atteigne la zone de convergence limite $\eta_1$, une fois atteinte le système est déjà en mode de glissement et nous pouvons relâcher la contrainte sur le gain, se dernier va diminuer jusqu'à atteindre la valeur minimale imposée $r_{11\min} = 0.8$ et croitre à tout moment si le système se retrouve en dehors de la zone de convergence suite à un changement de dynamique, ou une perturbation. Une fois le système stabilisé, nous remarquons sur la figure 3.44 qu'à l'instant $t_2 = 50s$ correspondant au moment de l'annulation de la perturbation le gain se remet à croitre jusqu'à ce que le système regagne la zone de convergence délimité. L'évolution du gain $r_{21}$ suit le même procédé.

Les programmes correspondants aux résultats de simulations obtenus dans ce chapitre sont présentés en annexe A et B à la fin de ce manuscrit.

**Conclusion_** Dans ce chapitre nous avons mis en œuvre la technique de commande par modes de glissements du second ordre sur un robot mobile de type voiture (Robucar), le modèle cinématique du robot n'étant pas une représentation d'état du système, nous avons effectué une transformation par difféomorphisme afin d'obtenir un modèle exploitable pour la commande.

Ensuite nous avons synthétisé nos surfaces de glissements à travers une étude globale de stabilité par lyapunov et barbalat pour assurer la convergence asymptotique des états du système.

Une étude comparative à travers les simulations en mode de poursuite de trajectoire entre la commande par twisting à gains fixes et adaptatifs nous a permis de souligner nos conclusions par rapport à la robustesse vis-à-vis des erreurs initiales, des perturbations, de la consommation énergétique et du broutement. La technique d'adaptation des gains proposés dans [7] se révèle être très performante car elle maintient ou améliore les résultats de la commande tout en réduisant considérablement le phénomène de chattering.

# *Conclusion générale*

# Conclusion générale

Dans ce mémoire nous avons traité la thématique de commande relatif à la robotique mobile, en l'occurrence les robots de type voiture, le thème de recherche s'ouvre sur deux volets principaux, dans un premier temps nous avons présentés la caractéristique de roulement sans glissements des roues (non holonomie) ainsi que la modélisation cinématique nécessaire pour la locomotion et la mise en mouvement de ce type de robot par simple braquage des roues avants. Nous avons également développé le modèle d'erreur de poursuite du robot par difféomorphisme afin d'obtenir un modèle en représentation d'états exploitable pour la tâche de commande en poursuite de trajectoire. Ainsi le dans le second volet de recherche nous nous sommes consacrés à la présentation de la commande par modes de glissements du second ordre, réputés pour être robuste par rapports aux incertitudes de modélisation et des perturbations internes ou externes, nous avons utilisées la commande par twisting algorithme à gains fixes et adaptatifs ces derniers ont été utilisées afin de réduire le phénomène de chattering et la consommation énergétique. Le système étant non linéaire sous actionné et couplés deux surfaces de glissements ont été synthétisées suivant une étude de stabilité par lyapunov et barbalat, afin de garantir la convergence asymptotiques des états du système.

En conclusion, les résultats de simulations entrepris démontrent la capacité de la commande par modes de glissement à s'adapter aux changements de la dynamique du système, de plus l'utilisation de la technique proposé par kochalummuttil [7] a permis la réduction du chattering selon le seuil de précision exigée.

Nous devons souligner dans le travail effectué que seul le modèle cinématique du système a été utilisé, en effet ce modèle comporte les plus lourdes non linéarité, en plus d'être sous actionné, le système comporte 4 sorties pour 2 entrées de commande, dans le cas d'une commande en couple (modèle dynamique) que nous avons prévu de mettre en œuvre en perspective à ce travail la tâche se résume à commander un système à deux sortie $V$ et $\Psi$ (vitesse linéaire et angle de braquage) pour deux entrées de commande $\tau_1$ et $\tau_2$ (respectivement couple de la roue virtuelle avant et arrière suivant le modèle d'ackerman chapitre 1). Pour les robots de type voiture le modèle cinématique reste indispensable même lors de l'utilisation d'une commande en couple, les variables à asservir deviennent alors les commandes délivrées par le contrôleur cinématique à savoir la vitesse et l'angle de braquage du véhicule. Par contre nous devons fortement souligné

le fait que dans le travail présenté, en dépit de l'absence du modèle dynamique la commande par modes de glissements ainsi synthétisé sert à compenser les effets de la dynamique non modélisé du système. En effet le rôle et le principe de la commande comme élaboré au chapitre 3 consiste à forcer le système une fois en mode de glissement à rejoindre les commandes $w_1 = -k' v_r (z_1 + z_2 z_3 + z_3 \frac{h(z,t)}{k})$ et $w_2 = -\frac{z_3}{k} v_r - k'' v_r z_4$ correspondant à un certain profile de vitesse et de braquage après conversion et ce quel que soit la dynamique en cours, car une fois en mode de glissement le système jouit de la propriété d'insensibilité aux perturbations et à la dynamique du système.

Outre la commande dynamique, nous avons également prévu en perspective à ce travail la possibilité de prendre en considération les effets de glissement des roues lors de la modélisation du robot, dans le cas présent nous avons travaillé sous l'hypothèse de roulement sans glissement.

Et enfin et indéniablement une étude expérimentale sur le robot réel a été planifier pour les commandes que nous avons développé dans ce manuscrit.

# Bibliographie


[1] S. Emelyanov, Taran. "Sur une classe de systèmes de régulation automatique à structure variable". Journal de l'académie des sciences d'URSS, Energétique et automatique N°3, 1962.

[2] A.Philippov. "Equations différentielles à second membre discontinu". Journal de mathématique, Tome 51 N°1, 1960.

[3] M. Fliess. Sur la commande en régime glissant. C.R. Acad. Sci. Paris, I-313, pp.951.956, 1992.

[4] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and A. Levant. Higher-order sliding modes in control systems. Differential Equations, 29(11):1627–1647, 1993.

[5] A. Levant, "Arbitrary order sliding modes with finite time convergence", Proceedings of the 6th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems, June, Alghero, Italy, 1998.

[6] V. Utkin and H.Lee,"Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems", in Proc. of the international Workshop on Variable Structure Systems, 2006, pp. 346 - 350.

[7] J. Kochalummoottil, Y.B. Shtessel, J.A. Moreno, and L. Fridman, "Adaptive Twist Sliding Mode Control: a Lyapunov Design", in 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC) Orlando, FL, USA, pp.7623– 7628.2011.

[8] https://www.continental.com/en/press/press-releases/ces2019-157096.

[9] http://eavr.u-strasbg.fr/~bernard/education/3a_robmob/3a_robmob_poly.pdf

[10] F. W. Warner. Foundations of differentiable manifolds and lie groups. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1983.

[11] H. Nijmeijer et A. J. Van der Shaft. Nonlinear dynamical control systems. Springer Verlag, New York, 1990.

[12] H. Sira-Ramirez, "Sliding regimes in general non-linear systems : a relative degree approach", International Journal of Control, Vol. 50, No 4, pp. 1487-1506, 1989.

[13] H. Sira-Ramirez, "Non-linear discrete variable structure systems in quasi sliding mode", International Journal of Control, Vol. 54, No 5, pp. 1171-1187, 1989.

[14] K. Furuta, "Sliding mode control of a discrete system'". Systems and Control Letters, Vol. 14, pp.145-152, 1990.

[15] L.M. Fridman, E. Fridman et E.I. Shustin, "Steady modes in an autonomous system with break and delay", *Journal of Differentia! Equations,* Vol. 29, No 8, 1993.

[16] J.P. Richard, M. Dambrine, F. Gouaisbaut, W. Perruquetti, "Sliding control for delay systems: a survey", *numéro spécial Kybernetika: Advances in the analysis and control of time-delay systems,* Editeurs: J.-M. Dion, L. Dugard, S. I. Niculescu.

[17] T. Floquet. Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieurs. Thèse de doctorat. Université des Sciences et Technologie de Lille. 2000.

[18] V.I. Utkin, "Sliding Modes in Control Optimization", *Communication and Control Engineering Series,* Springer-Verlag, 1992.

[19] M. Hamerlain, "Commande hierarchisée à modèle de référence et à structure variable d'un robot manipulateur à muscles artificiels". Thèse de doctorat. Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse. 1993.

[20] H. Sira-Ramirez, "Differential geometric methods in variable structure control". International Journal of Control, Vol. 48, No 4, pp. 1359-1390, 1988.

[21] S.V. Emelyanov, S.K. Korovin and L.V. Levantovsky, "Second order sliding modes in controlling uncertain systems", Soviet Journal of Computer and System Science, Vol. 24, No. 4, pp. 63-68, 1986.

[22] A. Levant, “Higher-order sliding modes, differentiation and outputfeedback control”, International Journal of Control, 76, 9/10, 2003,924-941.

[23] J.P. Laumond, La Robotique Mobile, Traité IC2. Information-Commande-Communication. Paris, Hermes Science Publications, 2001.

[24] F. Hamerlain, K. Achour, T. Floquet, W. Perruquetti, " Trajectory tracking of a car-like robot using second order sliding mode control". Proceedings European Control Conference, Kos, Greece, pp.4932-4936, 2007.

[25] J-J.E. Slotine and W. Li, "Applied nonlinear control ", Verlag. Prentice Hall, 1990.

[26] R. Santiesteban, L. Fridman, J.A. Moreno, “Finite-time convergence analysis for “Twisting” controller via a strict Lyapunov function.”, in Proc. of the 11th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 2010.

**Résumé**

Ce mémoire traite du problème de poursuite de trajectoire pour un robot mobile de type voiture. Le système étant non holonome, sous-actionné, son modèle s'exprime sous la forme d'un système d'équations non-linéaires et fortement couplées rendant les techniques de commandes conventionnelles telles que les commandes linéaires et les méthodes directes par Lyapunov inapplicables. Dans ce contexte nous avons développé une commande par modes de glissements d'ordres supérieurs pour ces propriétés de robustesse vis avis des non linéarités, imperfections, incertitudes de modélisations et des perturbations externes. Le phénomène de chattering est réduit par l'adaptation des gains de la loi de commande. Les simulations effectuées sur le modèle du « ROBUCAR» du CDTA démontrent l'efficacité de la technique de commande adopté en terme de précision, robustesse et consommation énergétique.

**Mots clés :** Robots mobiles à roues, systèmes non holonomes, Commande à structure variable, Modes de glissement d'ordres supérieurs, gains adaptatifs.

**Abstract**

In this work we address the problem of the robust trajectory tracking control of a car-like mobile robot. The system is nonholonomic underactuated so its model is expressed in the form of a system of non-linear and strongly coupled equations making inapplicable conventional control techniques such as linear controls and direct methods by Lyapunov. In this context, a high order sliding mode controller is developed to overcome nonlinearities, model uncertainties and external disturbances. Chattering phenomenon is reduced using gains adaptation of controller parameters. Simulation results on the « ROBUCAR» CDTA model's show the efficiency of the proposed controller in term of precision, robustness and energy consumption.

**Keywords:** Wheeled mobile robots, nonholonomic systems, Variable structure control, higher order sliding modes, gain adaptation.

ملخص

تعالج هذه المذكرة مشكل تتبع المسار لروبوت متحرك من نوع سيارة. يتميز النظام بخاصية تدعى "Nonholonomie "، تترجم رياضيا بمعادلات تفاضلية غير قابلة التكامل، غير خطية ومقترنة بشدة مما يجعل تقنيات التحكم التقليدية غير قابلة للتطبيق. في هذا السياق، قمنا بتطويرقانون التحكم باستعمال تقنية نظام " الانزلاق الأعلى رتبة " لما له من خاصية في المتانة بوجود الاضطرابات الخارجية. نتائج الدراسات التي أجريت على نموذج «ROBUCAR » المتواجد على مستوى مركز تنمية التكنولوجيات المتطورة " CDTA" تبرهن فعالية تقنية التحكم المعتمدة من حيث الدقة والمتانة واستهلاك الطاقة.

مفاتيح

روبوتات متحركة بعجلات، خاصية "Nonholonomie "، نظام " الانزلاق الأعلى رتبة ".