Remerciements

Ce travail a été effectué à la Faculté de la technologie de l'Université de Médéa, au sein du laboratoire de Biomatériaux et Phénomènes de Transport (LBMP).

Au terme de cette thèse, je tiens à remercier tout naturellement en premier lieu ***ALLAH le tout Puissant*** *qui m'a donné la force, le courage et la patience de bien mener ce travail.*

Je tiens à remercier chaleureusement mes encadrants de thèse ***Prof. Mohamed Najib BOUAZIZ****, Professeur à l'Université Dr. Yahia Farès de Médéa et* ***Prof. S. HANINI****, Professeur à l'Université Dr. Yahia Farès de Médéa. Je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour ses précieux conseils, l'enthousiasme et les innombrables heures qu'il m'a consacrées. La qualité de son encadrement, sa perspicacité et lucidité scientifiques, et son esprit de rigueur ont été primordiaux tout au long de la thèse. Qu'il trouve ici le témoignage de ma plus profonde gratitude.*

Je souhaite également remercier les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail de thèse :

Mr. Président de jury, ***ABUDURA Salam****, Professeur à l'Université de Médéa*

Mr. Examinateur1, ***TAHAR ABBES Miloud****, Professeur à l'Université de l'Université H.B. de Chlef*

Mr. Examinateur2, ***BENAROUS Abdallah****, Professeur à l'Université de l'Université H.B. de Chlef*

Mes sentiments vont également à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Table des matières

	Page
Remerciements	*i*
Table des matières	*ii*
Nomenclature	*v*
Liste de figures	*vii*
Liste de tableaux	*x*
Résumé	*xi*
Abstract	*xii*
Introduction générale	1
Partie 1	
Chapitre I: Couche limite	
I.1. Introduction	6
I.2. Convection naturelle thermique et massique	6
I.2.1. Aspect physique du problème	6
I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre	7
I.2.1.1. Couche limite dynamique	8
I.2.1.2. Couche limite thermique	9
I.2.1.3. Couche limite massique	11
I.2.3. Equations de couche limite laminaire en convection libre	12
I.2.3.1. Considérations de similitude	14
I.3. Transfert radiatif	17
I.3.1. Définitions et lois du rayonnement thermique	19
I.3.1.1. Le rayonnement électromagnétique	19
I.3.1.2. Le rayonnement thermique	20
I.3.2. Classification des grandeurs physiques utilisées	20
I.3.2.1. La puissance émissive	21
I.3.2.2. Intensité Radiative	24
I.3.2.3. Le flux thermique radiatif	25
I.3.3. Modes combinées avec la radiation	26
I.3.4. L'équation générale de l'énergie	26
I.3.5. Interaction avec Conduction et Convection	27
I.4. Conclusion	27

Chapitre II: La Magnétohydrodynamique

II.1. Introduction..... 29
II.2. Description d'un fluide conducteur..... 29
II.2.1. Loi d'Ohm généralisée..... 30
II.2.2. Equations de Maxwell..... 31
II.2.3. Équation d'induction et force de Laplace..... 31
II.2.4. Équations du mouvement..... 33
II.3. Écoulement de Hartmann..... 34
II.4. Nombres sans dimension 39
II.5. Conclusion..... 40

Chapitre III: Les fluides micropolaires

III.1. Introduction..... 41
III.2. Les fluides micropolaires..... 41
III.2.1. Flux des particules fines en suspension..... 41
III.2.1.1. Fluides en suspension de particules polymériques..... 41
III.2.1.2. Colloïdes 41
III.2.1.3. Sangs..... 43
III.2.1.4. Liquide synovial ou liquide articulaire humain..... 43
III.2.1.5. Cristaux liquides..... 44
III.2.2. Quelques modèles rhéologiques de fluides micropolaires..... 46
III.2.2. 1. Carreau et modèles Carreau modifiés..... 46
III.2.2. 2. Modèles de sang humain..... 48
III.2.3. Purgeur de cisaillement ou fluide pseudoplastique..... 49
III.3. Caractéristiques générales du fluide micropolaire..... 50
III.3.1. Micro-rotation (vortex)..... 50
III.3.2. Viscosité du vortex..... 51
III.4. Paramètres principaux affectant la viscosité..... 51
III.4.1. Effets de la température et de la pression..... 51
III.5. Conclusion..... 52

Partie 2

Chapitre IV: Transfert thermique et massique en convection naturelle d'un fluide visqueux incompressible sur une plaque verticale en mouvement en présence d'une radiation thermique

IV.1. Introduction..... 53

IV.2. Formulation du problème..... 54
IV.3. Résultats et discussions..... 57
IV.3.1. Profils de vitesse..... 57
IV.3.2. Profils de température..... 59
IV.3.3. Profils de la concentration..... 61
IV.3.4. Variation du coefficient de frottement mécanique..... 63
IV.3.5. Variation du nombre de Nusselt..... 64
IV.3.6. Variation du nombre de Sherwood..... 66
IV.4. Conclusion..... 68

Chapitre V: Etude numérique d'un écoulement magnétohydrodynamique avec une convection naturelle en présence de l'effet de la thermophorèse sur une plaque verticale dans un milieu libre d'un fluide incompressible micropolaire

V.1. Introduction..... 69
V.2. Analyse mathématique 71
V.3. Résultats et discussions..... 75
V.3. 1. Effet du paramètre magnétique M et du paramètre matériel K..... 76
V.3.2. Effet du paramètre de thermophorèse τ et du paramètre matériel K..... 79
V.3.3. Effet du paramètre d'aspiration / injection f_w et du paramètre matériel K 81
V.3.4. Variations du coefficient de frottement mécanique, contrainte de cisaillement 83
V.3. Conclusion..... 85

Chapitre VI: Etude d'un écoulement magnétohydrodynamique avec une convection naturelle sur une plaque verticale en utilisant un fluide micropolaire sous l'effet de la radiation thermique

VI.1. Introduction..... 86
VI.2. Problème physique et formulation mathématique..... 88
VI.3. Résultats et discussions..... 91
VI.3.1. L'effet combiné de paramètre magnétique Ha et matériel K..... 92
VI.3.2. L'effet de couplage de paramètre du rayonnement R et du paramètre matériel K..... 94
VI.3.3. Variations du coefficient de frottement mécanique et le Nombre de Nuselt et Sherwood 96
VI.4. Conclusion..... 98
Conclusion générale..... 99
Référence bibliographiques..... 103
Annexe (A) Articles national et Internationale..... 109
Annexe (B) Communications nationales et Internationales..... 110

Nomenclature

Liste des symboles

B_0	Champ magnétique uniforme,	(Tesla)
C	Concentration,	(mol/m^3)
C_f	Coefficient de frottement mécanique,	(-)
c_p	Chaleur spécifique à pression constante du fluide,	(J/Kg)
D	Diffusivité massique,	(m^2/s)
Ec	Nombre d'ECKERT,	(-)
f	Fonction de vitesse adimensionnelle,	(-)
f_w	Paramètre aspiration/injection,	(-)
g	Accélération due à la gravité,	(m/s^2)
h	La micro rotation adimensionnelle,	(-)
Ha	Nombre de Hartmann,	(-)
Gr_x	Nombre de Grashof local thermique,	(-)
Gm_x	Nombre de Grashof local massique,	(-)
j	Densité de micro-inertie,	(W/m^2)
k_1	Coefficient thermophoréstique,	(-)
K	Paramètre matériel,	(-)
N	le paramètre de la radiation thermique,	(-)
Nu_x	Nombre de Nuselt local,	(-)
M_w	la contrainte de couple de paroi sans dimension	(-)
M	Le paramètre magnétique,	(-)
Pr	Nombre de Prandtl,	(-)
q_w	Flux thermique surfacique,	(W/m)
q'_w	Flux massique surfacique,	(W/m)
Re_x	Nombre de Reynolds local,	(-)
Sh_x	Nombre de Sherwood local,	(-)
Sc	Nombre de Schemidt,	(-)
T	Température,	(K)
T_r	Température de référence,	(K)
V_T	la vitesse de la thermophorèse,	(m/s)
v_w	Vitesse d'aspiration ou vitesse d'injection,	(m/s)
u	Composante de vitesse suivant x,	(m/s)
v	Composante de vitesse selon y,	(m/s)

x, y	Coordonnées cartésiennes,	(m)

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique moléculaire,	(m^2/s)
β	Coefficient d'expansion thermique de fluide,	(1/K)
β^*	Coefficient d'expansion massique,	(1/mole)
γ	Viscosité de gradient de rotation,	(m^2/s)
δ_h	Epaisseur de la couche limite hydrodynamique,	(m)
δ_m	Epaisseur de couche limite massique,	(m)
δ_{th}	Epaisseur de couche limite thermique,	(m)
η	Variable de similarité,	(-)
θ	Température adimensionnelle,	(-)
μ	Viscosité dynamique,	(Kg/s.m)
ν	Viscosité cinématique,	(m^2/s)
ρ	Densité du fluide,	(Kg/m^3)
σ^*	Constante de Stefan-Boltzmann,	($W/m^2.K^4$)
σ	Conductivité électrique du fluide,	($\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$)
ϕ	Concentration adimensionnelle,	(-)
Φ	Fonction de dissipation visqueuse,	(1/s)
ψ	Fonction de flux,	(m^2/s)
κ	Viscosité visqueuse,	(Kg/s.m)
λ_g	Conductivité thermique du fluide,	($W\ K^{-1}$)
τ	Paramètre de thermophorèse	(-)
τ_w	Contrainte de cisaillement surfacique,	(-)

Abréviation

MHD	Magnétohydrodynamique

Sous-rubriques

w	Évalué sur le mur
∞	Évalué en dehors de la couche limite

Liste de figures

Figure I.1. Couche limite dynamique sur une plaque plane ……..……. 8

Figure I.2. Couche limite thermique sur une plaque isothermique ……..... 9

Figure I.3. Couche limite massique sur une plaque horizontale ……..... 11

Figure I.4. Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire..... 13

Figure I.5. Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique..... 13

Figure I.6. Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique : (a) profils de vitesse, (b) profils de température..... 17

Figure I.7 : Spectre énergie émissive d'un corps noir ……..... 22

Figure I.8 : Spectre de puissance de l'émissive du corps noir normalisé..... 24

Figure II.1. Écoulement en conduite en présence d'une induction magnétique transversale uniforme..... 36

Figure II.2 Profils de vitesse de l'écoulement de Hartmann 37

Figure III.1: Viscosité du sang par rapport au taux de cisaillement……..... 43

Figure III.2: Cristaux liquides nématiques et smectiques …..... 44

Figure III.3: Phase cholestérolique ……..……..…….. 45

Figure III.4: Polymères cristallins liquides; (A) chaîne principale, (b) chaîne latérale …..... 45

Figure III.5: Molécules amphiphiles: (a) molécules de savon; (B) micelle; (C) vésicule; (D) molécule de phospholipide …..... 46

Figure III.6: La viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C …..... 48

Figure III.7: Profil des courbes obtenues à partir d'une solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau ……..... 49

Figure III.8: la viscosité dépend du taux de cisaillement de la solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau ……..……..... 50

Figure IV.1 : Modèle physique en présence d'un flux radiatif…….. 54

Figure IV.2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gr_x *(Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 58

Figure IV.3 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gm_x *(Gr_x = 2.0, N=*

3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)……..... 58

Figure IV.4 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de *N* (Gr_x *= 2.0,* Gm_x*= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*……..... 59

Figure IV.5 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 60

Figure IV.6: Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gm_x *(*Gr_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 60

Figure IV.7: Variation du profil de température pour différentes valeurs de *N* (Gr_x *= 2.0,* Gm_x*= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 61

Figure IV.8 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 62

Figure IV.9 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gm_x *(*Gr_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*…… 62

Figure IV.10 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de *N* (Gr_x*= 2.0,* Gm_x*=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)*…… 63

Figure IV.11 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de *Sc (Grx = 2.0,* Gm_x*= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)*…… 63

Figure IV.12 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de *N* (Gr_x *= 0.2,* Gm_x *=0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)*…… 64

Figure IV.13 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de *Sc* (Gr_x *= 0.2,* Gm_x *=0.1, N = 5.0, Pr = 0.71)*…… 64

Figure IV.14 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de *N* (Gr_x *= 0.2,* Gm_x *=0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)*…… 65

Figure IV.15 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de *Sc* (Gr_x *= 0.2,* Gm_x *=0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)*…… 66

Figure IV.16 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *=0.2, N = 5.0, Sc=0.6, Pr = 0.71)*…… 66

Figure IV.17 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de *N* (Gm_x *=0.2,* Gr_x *= 0.2, Sc=0.6, Pr = 0.71)*…… 67

Figure IV.18 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Gm_x *(*Gr_x *= 0.2, Sc=0.6, N = 5.0, Pr = 0.71)*…… 67

Figure IV.19 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de *Sc* (Gr_x *= 0.2, Gmx=0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)*…… 68

Figure V.1: Modèle physique et système de coordonnées..... 72

Figure V.2: Profils de vitesse $f'(\eta)$ pour comparaison avec les résultats d'Alam et al. 2009.. 75

Figure V.3: Profils de vitesse $f'(\eta)$ avec $M.$ (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0) 77

Figure V.4: Profils de microrotation $h(\eta)$ avec $M.$ (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)..... 77

Figure V.5: Profils de température $\theta(\eta)$ avec $M.$ (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)..... 78

Figure V.6: Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec $M.$ (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)..... 78

Figure V.7:Profils de vitesse $f'(\eta)$ avec $\tau.$ (Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0) 79

Figure V. 8 : Profils de microrotation $h(\eta)$ avec τ. *(Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)*..... 80

Figure V.9. Profils de température $\theta(\eta)$ avec τ. *(Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0*)..... 80

Figure V.10 : Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec τ. (*Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)*..... 81

Figure V.11 : Profils de vitesse $f'(\eta)$ avec f_w. (*Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, Pr = 0.71, M= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ =1.0)*..... 82

Figure V.12: Profils de microrotation $h(\eta)$ avec f_w. *(Gr_x = 2.0,* Gm_x *= 0.5, Pr = 0.71, M = 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)*..... 82

Figure V.13: Profils de température $\theta(\eta)$ avec f_w .(*Gr_x =2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, M= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ =1.0)*..... 83

Figure V.14: Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec f_w. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, M = 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0) 83

Figure VI.1: Modèle physique et système de coordonnées..... 89

Figure VI.2. Profiles de vitesse $f'(\eta)$ avec *(Gr_x=0.1, Gm_x=0.1, R =0.5, Pr=0.7, R=2.0* et *Sc=0.6*)..... 93

Figure VI.3**:** Profiles de temperature $\theta(\eta)$ avec *(Gr_x= 3.0, Gm_x = 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, R = 1.0* et *Sc = 0.6)*..... 93

Figure VI.4: Profiles de microrotation $h(\eta)$ avec *(Gr_x=0.5, Gm_x =0.5, Re =1.0, Pr =5.0, R = 1.0* et *Sc = 0.6)* 94

Figure VI.5: Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec *(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr = 0.7, R = 0.1* et *Sc = 0.3)*..... 94

Figure VI.6: Profiles de vitesse $f'(\eta)$ avec *(Gr_x = 0.1, Gm_x = 0.1, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.1* et *Sc = 0.6)*..... 95

Figure VI.7 Profiles de temperature $\theta(\eta)$ avec *(Gr_x = 3.0, Gm_x= 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, Ha = 0.5* et *Sc = 0.3)*..... 95

Figure VI.8: Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec *(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.7* et *Sc = 0.3)*..... 96

Figure VI.9: Profiles microrotation $h(\eta)$ avec *(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 0.5, Pr = 2.0, Ha = 0.3* et *Sc = 0.6)*..... 96

Liste de tableaux

Tableau II.1: Diffusivités magnétiques D_m et nombres de Reynolds magnétiques R_m pour quelques écoulements *MHD*, pour des longueurs L_0, des vitesses U_0 et des temps t_0 caractéristiques 33

Tableau III.1 : les forces se concentrent sur les suspensions colloïdes ……..... 42

Tableau III.2: Les lois rhéologiques de l'éclaircie par cisaillement de fluide micropolaire ne présentant pas de stress critique..... 47

Tableau III.3: Relations de différents coefficients de viscosité…….. 52

Tableau V.1 : Valeurs de $\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$, $M_w Re_x$, $Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$, $Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ et pour les valeurs sélectionnées de τ, *M* et *K* avec Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, *Pr* = 0.71, f_w= 1.0, *Ec* =0.1, *Sc*=0.3..... 84

Tableau V.2 : Valeurs de $\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$, $M_w Re_x$, $Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$, $Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ et pour les valeurs sélectionnées de τ, f_w *et K* avec Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, *Pr* = 0.71, *M* =1.0, *Ec* =0.1, *Sc* =0.3..... 84

Tableau VI.1 : Les valeurs de $Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ et pour les valeurs sélectionnées de *Ha*, Gr_x *R* et *K* avec (Gm_x = 4.0, *Re* = 1.0, *Pr* = 0.71, *Sc*=0.3)…… 97

Tableau VI.2: Les valeurs de $Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ et pour les valeurs sélectionnées de *Ha*, Gr_x, *R* et *K* avec (Gr_x = 1.0, *Re* = 0.5, *Pr* = 0.7, *Sc* = 0.6)..... 97

Tableau VI.3 : Les valeurs de $\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$ et pour les valeurs sélectionnées de *Ha*, Gr_x, *R* et *K* avec (Gm_x = 4.0, *Re* = 02.0, *Pr* = 0.70, Sc = 0.3)..... 97

Résumé :

Dans ce travail, on propose d'étudier le transfert thermique et massique sur un écoulement d'un fluide micropolaire, en convection naturelle dans la zone de la couche limite devant une plaque verticale semi infini en présence des effets magnétohydrodynamique et thermophorèse avec des conditions aux limites, la géométrie considérée est une plaque verticale .Le phénomène de la convection thermo-solutale est régi par les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration et de nouvelle équation qui représente la vitesse angulaire des microstructures. L'écoulement convectif est régi par différents paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Grashof thermique local Gr_x, le nombre de Grashof massique local Gm_x, le paramètre de la radiation thermique N , le nombre de Prandlt Pr, le paramètre magnétique M , le nombre de Hartemann Ha, le paramètre d'aspiration / injection f_w , le paramètre matériel K , le paramètre de la thermophorèse τ, le nombre de Reynolds local Re_x, le nombre d'Eckert Ec et le nombre de Schimdt Sc. Le problème envisagé est résolu par voie numérique, à l'aide d'une méthode de différence finie, en utilisant le code Matlab. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de l'effet de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif.

Mots clés: Convection naturelle, couche limite, fluide micropolaire, aspiration / injection, thermophorèse et magnétohydrodynamique.

Abstract :

In this work, we propose to study the thermal and mass transfer on a flow of a micropolar fluid, in natural convection in the zone of the boundary layer in front of a semi infinite vertical plate in the presence of the magnetohydrodynamic and thermophoresis effects with conditions at the geometry considered is a vertical plate. The phenomenon of thermo-solutal convection is governed by the conservation equations of mass, momentum, energy and concentration, and a new equation which represents the angular velocity of the microstructures. The convective flow is governed by different control parameters, namely the number of the local thermal Grashof number Gr_x, the local mass Grashof number Gm_x, the parameter of the thermal radiation N, the number of Prandlt Pr, the magnetic parameter M, the Hartemann number Ha, the Suction/injection parameter f_w, the material parameter K, the thermophoresis parameter τ, the local Reynold number Re_x, the Eckert number Ec and the Schimdt number Sc . The problem is solved numerically, using a finite difference method, using the Matlab code. The results obtained made it possible to highlight the influence of the effect of different control parameters on the convective flow.

Keywords : Natural convection, Boundary layer, Micropolar fluid , the Suction/Injection, Thermophoresis and Magnetohydrodynamic.

الملخص :

في هذا العمل، نقترح دراسة النقل الحراري والكتلي على تدفق سائل ميكروبولار في الحمل الحراري الطبيعي في منطقة طبقة الحدود أمام لوحة عمودية شبه لانهائية في وجود آثار تدفق مغناطيسي والحرارية مع الظروف الشكل الهندسي لهذه الدراسة هي عبارة عن لوحة عمودية. وتتحكم ظاهرة الحمل الحراري الحسي بمعادلات حفظ الكتلة والزخم والطاقة والتركيز، ومعادلة جديدة تمثل السرعة الزاوية للهيكل المجهري. يتم التحكم في تدفق الحمل الحراري من قبل معلمات التحكم المختلفة، وهي عدد من غراشوف عدد غراشوف الحرارية المحلية، والكتلة المحلية غراشوف عدد غمكس، المعلمة من الإشعاع الحراري N، وعدد من براندلت بيأر، المعلمة المغناطيسي M، عدد هارتمان ها، المعلمة شفط / حقن فو، المعلمة المواد K، المعلمة الحرارية τ، عدد رينولد المحلي Re_x ، عدد إكيرت Ec و عدد شميدت Sc. يتم حل المشكلة عدديا باستخدام طريقة فرق محدود باستخدام كود ماتلاب. النتائج التي تم الحصول عليها جعلت من الممكن تسليط الضوء على تأثير المعلمات السيطرة المختلفة على تدفق الحمل.

كلمات البحث: الحمل الحراري الطبيعي، طبقة الحدود، السائل ميكروبولار، شفط / حقن، ثيرموفوريس و تدفق مغناطيسي

.

De nos jours, l'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. Dans ce contexte, les études menées se fixent comme objectifs une connaissance détaillée et fiable du comportement des systèmes complexes induits par des matériaux ou fluides nouveaux et en présence des phénomènes de plus en plus variés et induisant des mécanismes nouveaux.

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des fluides micropolaires. Ces derniers sont des solutions contenant des microparticules en suspension dans un fluide à base newtonien ou non newtonien. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les fluides micropolaires peuvent être utilisées dans une multitude d'applications en ingénierie.

Au cours des dernières années, plusieurs problèmes d'écoulement simples liés à l'hydrodynamique classique Ont reçu une attention dans le contexte plus général de la magnétohydrodynamique (MHD). Plusieurs chercheurs ont étendu une grande partie de l'hydrodynamique disponible des solutions pour inclure les effets des champs magnétiques pour les cas où le fluide est Électriquement conducteur. En outre, l'étude des flux de fluides non-newtoniens (les fluides micropolaire) a reçu beaucoup d'attention des chercheurs en raison de la variété des applications en biologie, la physiologie, la technologie et l'industrie, particulièrement lors de la conception des circuits intégrés en microélectronique , accélérateurs, chauffage aérodynamique, technologie des polymères, industrie pétrolière et les études au plasma et les excitations de l'énergie géothermique.

D'autre part, la configuration géométrique du système et les conditions aux limites imposées à ses frontières ont une influence majeure sur la structure de l'écoulement et sur les taux de transfert de chaleur et de matière résultants. En plus, certains fluides utilisés dans la pratique sont conducteurs d'électricité et peuvent être affectés par l'effet d'un champ magnétique. Les études dans le domaine de la MHD ont montré que les quantités de tout type de transport (quantité de mouvement, transfert de chaleur et de masse) peuvent être contrôlées en imposant un champ magnétique d'intensité constante

ou variable. Il est alors avantageux de considérer des transferts en MHD à l'effet de contrôler la vitesse et par conséquent les transferts elles-mêmes.

De cette façon, la distribution mathématique d'un cas concret d'échange de chaleur et de masse est donné par le système d'équations différentielles correspondant est les conditions d'univalence.

La résolution de se système, compte tenu des conditions indiquées, permet d'obtenir la relation de distribution des vitesses, des températures et des concentrations par rapport aux coordonnées.

Le système d'équations différentielles d'échange de chaleur et de masse par convection formant avec les conditions d'univalence un système très compliqué, il est impossible d'obtenir dans le cas général la solution. On peut le résoudre seulement pour des cas particuliers sous des hypothèses sensiblement simplificatrices.

Si le problème est analytiquement irrésoluble, la résolution peut être trouvée en recourant à la méthode numérique, dans le cas d'un grand nombre de paramètre, il s'avère très difficile, et parfois impossible, de sélectionner la relation traduisant judicieusement l'influence de tous les arguments. Ces difficultés peuvent être surmontées en faisant appel à la théorie de similitude.

Cette théorie établit les conditions de similitude des phénomènes physiques et, sur cette base, permet de réduire sensiblement le nombre de variables. La théorie de similitude fournit les règles d'association raisonnables des grandeurs physiques en groupements sans dimensions dont le nombre est sensiblement inférieur au nombre de grandeurs dont ils se composent, et qui s'appellent nombres caractéristiques. Ces groupements ou nombres caractéristiques reflètent l'action commune de l'ensemble des grandeurs physiques sur le phénomène et peuvent être considérés comme de nouvelles variables généralisées. La diminution du nombre de variables et leur utilisation sous la forme de groupements simplifient considérablement la relation des expériences et la généralisation.

Les grandeurs physiques sont associées en groupements ou en nombres caractéristiques sans dimensions par la théorie de la similitude sur la base de l'analyse des équations différentielles qui décrivent le phénomène et qui traduisent les liaisons générales entre

les grandeurs. Toutefois, les nombres caractéristiques sans dimensions peuvent s'obtenir également par analyse des dimensions des grandeurs physiques qui importent pour le phénomène envisagé

Dans cet ordre d'idées, les équations de l'hydrodynamique, de la thermique et du transfert massique sont à revoir à la lumière de cette plus juste modélisation. Un troisième niveau de la complexité est constitué par la présence de l'effet thermophorèse. Ces derniers sont conjugués à la présence d'un champ magnétique qui va modifier de manière considérable l'écoulement et également les transports thermiques et massiques, l'ajout des particules de taille micrométrique (microfluide) va influencer les transferts en termes de mouvement Brownien et de thermophorèse, mécanismes élucidés comme prépondérants et créer par ces particules ou bien par la fraction volumique de microparticules.

Le présent travail est donc organisé en deux parties:

- La première partie comporte trois chapitres:

Le premier chapitre est consacré exclusivement à la couche limite et l'étude théorique de la convection naturelle dans un milieu libre, au cours duquel on donne l'aspect physique et mathématique de l'écoulement thermo-convectif sur des surfaces planes, et également une description détaillée en ce qui concerne la région dite couche limite dynamique, thermique et massique.

Le deuxième chapitre présente l'aspect théorique et pratique de la magnétohydrodynamique et les relations qui existent avec la mécanique des fluides.

Quant au chapitre suivant il est consacré à la présentation des principales définitions relatives aux fluides micropolaire, leurs fabrications, les propriétés essentielles liées à leurs utilisations ainsi que leurs applications dans divers domaines d'industrie.

- La deuxième partie contient trois chapitres:

Le premier chapitre a été consacré à l'étude du transfert thermique et massique en convection naturelle d'un fluide visqueux incompressible sur une plaque verticale en mouvement en présence d'une radiation thermique, débuté par un état de l'art réalisé dans ce domaine d'intérêt, et suivi par une formulation mathématique du problème physique sous forme d'équations différentielles et leur résolution numérique.

Finalement une analyse des résultats est établie pour décrire l'influence de différents paramètres qui contrôlent le problème.

Le deuxième chapitre est destiné à l'étude numérique d'un écoulement magnétohydrodynamique avec une convection naturelle en présence de l'effet de la thermophorèse sur une plaque verticale dans un milieu libre d'un fluide incompressible micropolaire. Après avoir décrit le modèle physique, nous présentons les principaux résultats obtenus que nous essayons d'interpréter et de confronter aux travaux fournis par la littérature.

Le troisième chapitre traite les équations d'un écoulement d'un fluide micro-polaire en présence de transfert convectif naturel thermique et massique sous l'effet d'un champ magnétique et une radiation thermique, ces équations représentent l'évolution d'un fluide portant en sein des microstructures rigides et isotropes ayant une vitesse angulaire propre, la forme des équations est assez proche de celles des équations de Navier-Stokes, la géométrie considérée est une plaque verticale, qui comporte une température et concentration constantes supérieurs à celles de la température et la concentration ambiante. Le phénomène mis en jeux est régi par les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration et nouvelle équation qui représente la vitesse angulaire des microstructures.

Le système d'équations différentielles partielles est transformé en un système d'équations ordinaires en utilisant la méthode de transformation de similarité. L'écoulement convectif est régi par différents paramètres de contrôle. À savoir le nombre de Grashof thermique Gr_x, le nombre de Grashof massique Gm_x, paramètre de la radiation N, le paramètre Pr (nombre de Prandlt), le paramètre magnétique (nombre de Hartemann) Ha, le nombre de Reynolds magnétique Re, le nombre d'Eckert Ec et le nombre de Schimdt Sc.

Le problème envisagé est résolu par voie numérique, à l'aide de la méthode de BVP, en utilisant le code Matlab. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de l'effet de radiation thermique, la magnéto hydrodynamique et l'effet de microstructures de fluide sur l'écoulement convectif combiné.

Pour chaque système, on se propose d'analyser les différents paramètres qui ont une influence sur la convection thermique et massique, en termes de nombre de Nusselt et Sherwood.

Cette thèse se propose comme une contribution dans ce domaine complexe dominé par les transferts thermique et massique, et faisant intervenir plusieurs niveaux de complexité, dus à :

- Ecoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection naturelle.
- L'interaction en couplage fort se traduisant par de fortes non-linéarités avec un flux radiatif
- La présence d'un écoulement magnétohydrodynamique (MHD)
- La présence l'effet de la thermophorèse
- L'écoulement d'un fluide micropolaire au voisinage d'une plaque verticale avec une modélisation adaptée aux mécanismes les plus représentatifs…

Une conclusion générale rassemble les principaux résultats obtenus dans cette étude et des perspectives qui peuvent être envisagées comme projets de recherche.

I.1. Introduction

La convection et un processus physique de transmission de la chaleur qui s`appuie sur un milieu matériel avec mouvement de matière [1, 2]. C`est l'un des modes de transport d`énergie sous l`action combinée de la conduction, de l`accumulation de l`énergie et du mouvement du milieu [3, 4]. Parmi cette combinaison, la convection est le mécanisme le plus important de transfert d`énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz [3]. De là, l`interaction entre solide et le fluide revêt une importance capitale.

Le transfert d`énergie par convection d`une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l`entoure s`effectue en plusieurs étapes. D`abord, la chaleur s`écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L`énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l`énergie de ces molécules. Les molécules vont alors se mélanger avec d`autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas, l`écoulement concerne le fluide avec transport d`énergie. En définitive, l`énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l`effet de leur mouvement [3, 5].

I.2. Convection naturelle thermique et massique

I.2.1. Aspect physique du problème

En fait, dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens. C'est ainsi que dans n'importe quelle salle d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvement d'air; celui ci se réchauffe en montant les long des parois les plus chaudes, et se refroidit en descendent le long des parois les plus froides. La diversité des situations est également plus grande en convection libre**:** par l'inclinaison d'une paroi, qui est souvent sans effet dans un écoulement isotherme, devient ici un paramètre essentiel; de même les effets de gravité sont significatifs dans des enceintes fermés anisothermes (bâtiment, réacteurs

chimiques) ou en physique de l'environnement, du fait des écarts de température entre la surface et l'ambiance [1].

Les domaines d'applications sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations que le refroidissement des circuits électriques et électroniques, la thermique du bâtiment et le confort humain, les panaches et la dispersion des effluents ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans. En ce qui concerne la mécanique des écoulements de convection naturelle on observe que, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a là un couplage structurel entre bilan de quantité du mouvement et bilan d'énergie, c.-à-d. entre champ de vitesse et champ de température. Ce couplage est fort du fait que la température est sous la dépendance de la vitesse et réciproquement.

Une spécificité de la convection libre concerne les faibles niveaux de vitesse atteints, avec pour conséquence immédiate des flux thermiques également modestes. Il en résulte d'abord que la convection libre constitue soit un obstacle lorsqu'on veut améliorer les échanges thermiques soit une sorte d'isolation naturelle lorsqu'on veut au contraire les réduire, et ensuite que les échanges par rayonnement, souvent négligeable en convection forcée, pourront être ici du même ordre de grandeur que les échanges convectifs [1].

Bien évidement, les gradients de densité auxquels nous avons fait allusion se produisent aussi en convection forcée mais là, justement, leurs effets sont à peu près nuls. Les cas intermédiaires, où ces effets sont comparables à ceux de l'écoulement forcé, constituent des situations de convection mixte. Ajoutons enfin que l'existence d'un gradient de masse volumique n'entraine pas automatiquement un mouvement de convection naturelle, ainsi, entre deux plaques planes horizontales, si c'est la plaque supérieure qui est la plus chaude, le transfert thermique reste en général purement conductif [1].

L'aspect le plus important des transferts en convection libre est (comme en convection forcée) ce qui se passe au voisinage des parois. On y retrouve en particulier des structures de couche limite. Les équations générales aux quelles obéit le phénomène seront traitées dans ce qui suit.

I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre

Le concept de la couche limite joue un rôle important pour la compréhension de la convection thermique et massique entre une surface et un fluide qui circule devant elle. Dans ce qui suit, la couche limite dynamique, thermique, et de concentration sont décrits, ainsi que leurs relations avec le coefficient de frottement, le coefficient de transfert de chaleur par convection, et le coefficient de transfert de masse par convection.

I.2.2.1. Couche limite dynamique

Pour introduire le concept d'une couche limite, on considère un écoulement sur la plaque plane de la figure I.1. Lorsque les particules de fluide entrent en contact avec la surface, leur vitesse est réduite de manière significative par rapport à la vitesse du fluide en amont de la plaque, et dans la plupart des cas, il est valable de supposer que la vitesse de la particule est égale à zéro à la paroi. Ces particules agissent alors pour retarder le mouvement des particules dans la couche de fluide adjacente, qui servent à retarder le mouvement des particules dans la couche suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que, à une distance $y = \delta$ à partir de la surface, l'effet devient négligeable. Ce retard de mouvement est associé à des contraintes de cisaillement τ agissant dans des plans qui sont parallèles à la vitesse du fluide (figure I.1). Avec l'augmentation de la distance y à partir de la surface, la composante de vitesse du fluide u selon l'axe x, doit alors augmenter jusqu'à ce qu'elle se rapproche de la valeur limite u_∞. L'indice ∞ est utilisé pour désigner les conditions dans l'écoulement libre en dehors de la couche limite. La quantité δ est dite l'épaisseur de la couche limite, et il est généralement définie comme la valeur de y pour lequel $u = 0.99\, u_\infty$. Le profil de vitesse de la couche limite se rapporte à une manière dans laquelle u varie avec y à travers la couche limite [7].

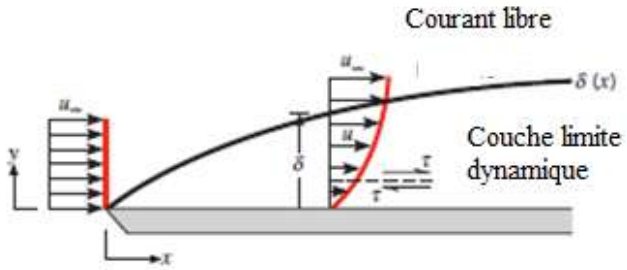


Figure I.1. Couche limite dynamique sur une plaque plane [6].

En conséquence, l'écoulement du fluide est caractérisé par deux zones distinctes, une couche mince de fluide (la couche limite) dans lequel des gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont grandes et une région en dehors de la couche limite dans laquelle les gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont négligeables. Avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de la viscosité pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite se développe *(δ Augmente avec x).* En mécanique des fluides, la couche limite joue un rôle important dans les écoulements à travers les conduites à cause de contraintes de cisaillement τ_s , et donc les effets de frottement en sont des conséquences. Pour les écoulements, ce taux fournit la base de détermination du coefficient de frottement local [6].

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} \qquad (I.1)$$

Un paramètre essentiel dont lequel la traînée de frottement de surface peut être déterminée. En supposant un fluide Newtonien, la contrainte de cisaillement surfacique peut être évaluée à partir du gradient de vitesse à la surface.

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (I.2)$$

où μ est la viscosité dynamique dans la couche limite dynamique, le gradient de vitesse à la surface dépend de la distance *x* en amont de la plaque. Par conséquent, la contrainte de cisaillement surfacique et le coefficient de frottement aussi dépend de *x* [6].

I.2.2.2. Couche limite thermique

Quand il ya un écoulement du fluide devant un surface, une couche limite thermique doit se développer s'il existe une différence de températures entre le fluide et la surface [6].

Considérons un écoulement sur une plaque plane isotherme (Figure I.2).

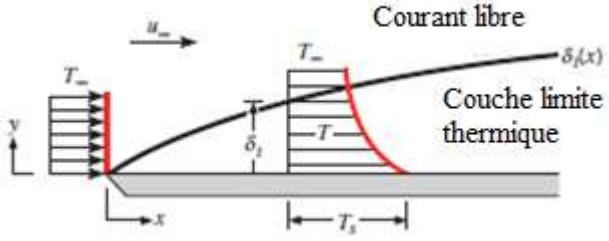


Figure I. 2. Couche limite thermique sur une plaque isothermique [6].

La température en amont de la plaque est uniforme $T(y)=T_\infty$, Cependant, les particules de fluide qui sont en contact avec la plaque évoluent pour atteindre l'équilibre thermique à la température de la surface de la plaque. À leur tour, ces particules échangent de l'énergie avec celles de la couche de fluide adjacente, et les gradients de température dans le fluide se développent.

La zone du fluide ou existent ces gradients de température appelé la couche limite thermique, et leur épaisseur δ_T est typiquement définie comme la valeur de *y* pour laquelle le rapport $(T_s-T)/(T_s-T_\infty)=0.99$. L'expérience montre que δ_T évolue le long de la paroi, et que la couche limite thermique s'épaissit quand on s'éloigne du bord d'attaque. La relation entre les conditions dans cette couche limite et le coefficient de transfert de chaleur par convection peut facilement être mise en évidence. À une distance *x* du bord d'attaque, le flux local thermique surfacique peut être obtenu en appliquant la loi de Fourier pour le fluide à *y = 0.*

$$q''_s=-k_f\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (I.3)$$

Cette expression est appropriée parce que, à la surface, il n'y a pas un mouvement fluide et le transfert d'énergie se produit uniquement par conduction. Rappelant la loi de Newton, nous voyons que:

$$q''_s=h(T_s-T_\infty) \qquad (I.4)$$

et en combinant cette équation avec (I.3), on obtient:

$$h=\frac{-k_f\,\partial T/\partial y|_{y=0}}{T_s-T_\infty} \qquad (I.5)$$

Par conséquent, les conditions imposées dans la couche limite, qui influencent fortement le gradient de température à la paroi $\partial T/\partial y|_{y=0}$, détermine le taux de transfert thermique.

Tant que δ_T augmente avec l'augmentation de *x,* le gradient de température dans la couche limite doit donc diminuer avec l'accroissement de *x,* et il en résulte que *h* et *q'* s'affaiblissent avec l'élévation de *x* [6].

I.2.2.3. Couche limite massique

Lorsque l'air se déplace devant la surface d'une flaque d'eau, l'eau liquide s'évapore, et la vapeur d'eau sera transférée dans le courant d'air. Ceci est un exemple de transfert de masse par convection. Considérons un mélange binaire d'espèces chimiques *A* et *B,* qui circule sur une surface (figure I.3).

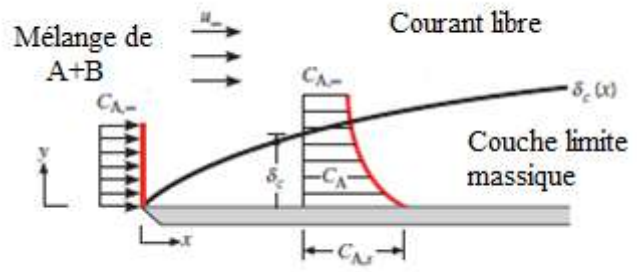


Figure I.3. Couche limite massique sur une plaque horizontale [6].

La concentration molaire *(kmol/m³)* de l'espèce *A* est à la surface $C_{A,s}$, et dans le courant libre, il est libre $C_{A,\infty}$ Si $C_{A,s}$ diffère de $C_{A,\infty}$ Le transfert de l'espèce chimique *A* par convection se produit. Par exemple, une espèce peut être une vapeur qui est transférée dans un courant de gaz (espèce *B)* due à l'évaporation à la surface du liquide (comme dans l'exemple de l'eau) ou en raison de la sublimation à une surface solide. Dans ce cas, une couche limite de concentration se développe et qui est similaire à la couche limite dynamique et thermique. La couche limite massique est la zone du fluide dans laquelle le gradient de concentration existe, l'épaisseur est typiquement définie comme la valeur de *y* pour que $[(C_{A,s}-C_A)/(C_{A,s}-C_{A,\infty})]=0.99$ avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de transfert massique pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite massique évolue. Le transfert massique par convection entre la surface et le fluide est déterminé par des conditions dans la couche limite, et il est intéressant de déterminer le taux de transfert produit. Cas particulier, pour le flux molaire de l'espèce chimique *A,* Il est utile de savoir que ce flux associé avec le transfert de l'espèce par la diffusion est déterminée par une expression qui est analogue à la loi de Fourier, nommée la loi Fick de la forme:

$$q''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y} \qquad (I.6)$$

Où D_{AB} est une propriété du mélange binaire appelé le coefficient de diffusion binaire. En tout point correspondant à $y > 0$ dans la couche limite de concentration de la figure I.3, le transfert d'espèces est due à la fois au mouvement d'advection et de diffusion. Cependant, en absence de l'effet de l'échelle nano ou macroscopique et l'influence de la diffusion de l'espèce sur la vitesse normale à la surface, le mouvement du fluide à la surface peut être négligé. Le transfert massique est du uniquement à la diffusion, à partir de la loi de Fick, le flux molaire à $y = 0$ est

$$q''_A = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial y}\bigg|_{y=0} \qquad (I.7)$$

Par analogie du transfert thermique, le coefficient de transfert massique h_m est:

$$h_m = \frac{-D_{AB}\,\partial C_A / \partial y\big|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \qquad (I.8)$$

I.2.3. Équations de couche limite laminaire en convection libre

Le mouvement d'un fluide dans lequel les gradients de vitesse, température et de concentration coexistent, les équations doivent se conformer à plusieurs lois physiques fondamentales. En particulier, à chaque point dans le fluide, la loi de la conservation de masse, de l'énergie et des espèces chimiques, ainsi que la deuxième loi de Newton doit être satisfaites. Les équations représentant ces exigences sont obtenues par l'application des lois sur un volume de contrôle différentiel situé dans l'écoulement (figure I.4.). Ces équations servent de point de départ de l'analyse de couches limites laminaires [7].

$$div\vec{V} = 0 \qquad (I.9)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}.grad\vec{V} = -\frac{1}{\rho} grad\left(p^*\right) + div\left(\nu.grad\vec{V}\right) \qquad (I.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(T\right) = div\left(\alpha.grad\left(T\right)\right) + \mu\Phi + \dot{q} \qquad (I.11)$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(C_A\right) = div\left(\alpha.grad\left(C_A\right)\right) + \dot{N} \qquad (I.12)$$

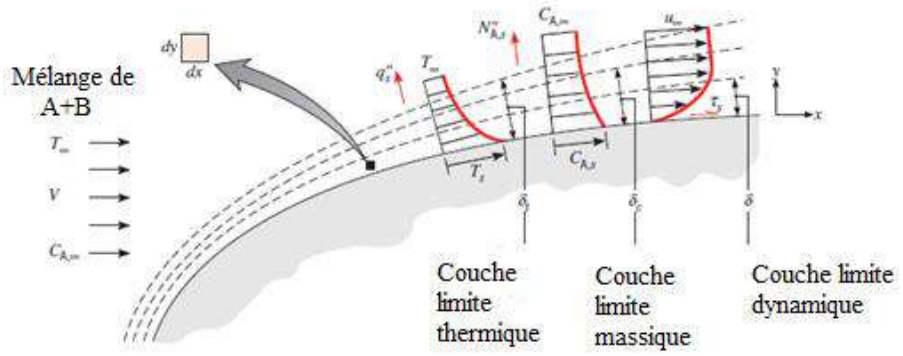


Figure I.4. Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire [7].

Considérons un écoulement de couche limite laminaire (figure I.5) qui est entraîné par des forces de flottabilité. On suppose que le régime soit stable, à deux dimensions, la force de gravité est constante et dirigée vers le bas (sens inverse de l'axe *x*). Ainsi, on suppose que le fluide est incompressible.

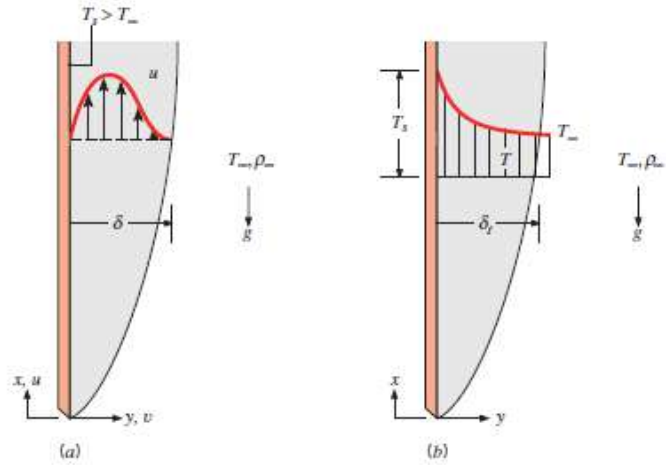


Figure I.5. Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique [7].

Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique [7]. à savoir:

$$v << u, et \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (I.13)$$

Par contre, $\partial u/\partial x$ n'est pas toujours négligeable devant $\partial u/\partial y$: au voisinage du maximum u_m (figure I.5.) on a en effet $\partial u/\partial y = 0$ et $\partial u/\partial x \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement.

Quoi qu'il en soit, il résulte de (I.13) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon *x,* le terme $\partial^2 u/\partial x^2$ disparait [7].

En fin dans la couche limite thermique et massique, les approximations suivantes sont justifiées:

$$\frac{\partial T}{\partial x} << \frac{\partial T}{\partial y}, et \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
$$\frac{\partial C_A}{\partial x} << \frac{\partial C_A}{\partial y}, et \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \qquad (I.14)$$

Ce qui traduit par la disparition des termes $\partial^2 T/\partial x^2$ *et* $\partial^2 C_A/\partial x^2$ dans l'équation de l'énergie et de la concentration. En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement il est admis que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice *p** obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$grad(p^*) \approx 0 \qquad (I.15)$$

Le regroupement des conditions précédentes va conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. En ce qui concerne le terme en $\vec{g}$ dans l'équation de quantité du mouvement, si on se trouve dans le cas $T_s > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut. On choisit alors pour *x* la même direction, de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur dirigée vers le bas) et le terme en $\vec{g}$ devient $+\beta(T - T_\infty)g$. Au contraire, avec $T_s < T_\infty$, l'écoulement est descendant, et on préfère encore prendre $\vec{x}$ dans le sens du mouvement. Cette fois, $\vec{g} = +g\vec{x}$ *et le terme en* $\vec{g}$ s'écrit $-\beta(T - T_\infty)g$.

Sous ces hypothèses les (I.9 - I.12) deviennent comme suit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (II.16)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (II.17)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (I.18)$$

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \qquad (I.19)$$

I.2.3.1. Considérations de similitude

Les paramètres sans dimension qui régissent l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur pour une plaque verticale sont de la forme [8].

$$x^* \equiv \frac{x}{L}, y^* \equiv \frac{y}{L}, u^* \equiv \frac{u}{u_0} v^* \equiv \frac{v}{u_0}, T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

Où L est une longueur caractéristique et u_0 est une vitesse de référence, les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17, I.18) sont réduites:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \qquad (I.20)$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \qquad (I.21)$$

Le paramètre sans dimension dans le premier terme du côté droit de l'équation (I.20) est une conséquence directe de la force de flottabilité. La vitesse de référence u_0 peut être spécifiée afin de simplifier la forme de l'équation. Il est convenable de choisir $u_0^2 = g\beta(T_s - T_\infty)L$, de sorte que le terme multipliant T^* devient l'unité. Alors Re_L devient $\left[g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu^2\right]^{1/2}$ [8].

Il est d'usage de définir le nombre de Grashof Gr_L comme le carré de ce nombre de Reynolds :

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \qquad (I.22)$$

En conséquence, Re_L dans les équations (I.20) et (I.21) est remplacé par $Gr_L^{1/2}$, et ainsi le nombre de Grashof (ou plus précisément, $Gr_L^{1/2}$) joue le même rôle dans la convection libre que le nombre de Reynolds joue en convection forcée. Basé sur la forme résultant des équations (I.20) et (I.21), nous nous prédisons des corrélations de transfert de chaleur de forme $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$ en convection libre. Rappelons que le nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide. En revanche, le nombre de Grashof est une mesure du rapport entre les forces de flottabilité et forces de la viscosité agissant sur le fluide.

De nombreuses solutions aux équations de couche limite de convection libre laminaires ont été obtenues, et un cas particulier qui a reçu beaucoup d'attention implique convection libre à partir d'une surface verticale isotherme dans un milieu libre

(Figure I.5). Pour cette géométrie les équations (I.16 - I.18) doivent être résolues sous des conditions aux limites de la forme:

$$\begin{aligned} &y=0: u=v=0, T=T_s \\ &y\to\infty: u\to 0, T\to T_\infty \end{aligned} \qquad (I.23)$$

Une solution de similarité au problème ci-dessus a été obtenue par Ostrach [9]. La solution nécessite le recours à des variables de transformation par l'introduction de variable de similarité de la forme :

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \qquad (I.24)$$

et représentant les composantes de vitesse en termes d'une fonction de courant définie comme:

$$\psi(x,y) \equiv f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \qquad (I.25)$$

avec la définition précédente de la fonction de courant, la composante de vitesse selon *x* peut être exprimée comme:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial y}=\frac{2\nu}{x}Gr_x^{1/2}f'(\eta) \qquad (I.26)$$

L'évaluation de la composante de vitesse d'une manière analogue $v=-\partial\psi/\partial x$ et en introduisant la température adimensionnée

$$T^* \equiv \frac{T-T_\infty}{T_s-T_\infty} \qquad (I.27)$$

Les trois équations aux dérivées partielles (I.16 - I.18) peuvent ensuite être réduites à deux équations différentielles ordinaires de la forme

$$f'''+3ff''-2(f')^2+T^*=0 \qquad (I.28)$$

$$T^{*\prime\prime}+3Pr\,fT^{*\prime}=0 \qquad (I.29)$$

Où *f* et *T** sont des fonctions de η et que les exposants doubles et triples respectivement, se rapportent à la deuxième et troisième dérivées par rapport à η. *Notez que f* est la variable dépendante correspondante à la couche limite dynamique et que l'équation de continuité (I.16) est automatiquement satisfaite au moyen de l'introduction de la fonction de courant.

Les conditions aux limites transformées nécessaires pour résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17 et I.18) sont alors de la forme

$$\eta = 0 : f = f' = 0; T^* = 1$$
$$\eta \to \infty : f' \to 0, T^* \to 0 \qquad (I.30)$$

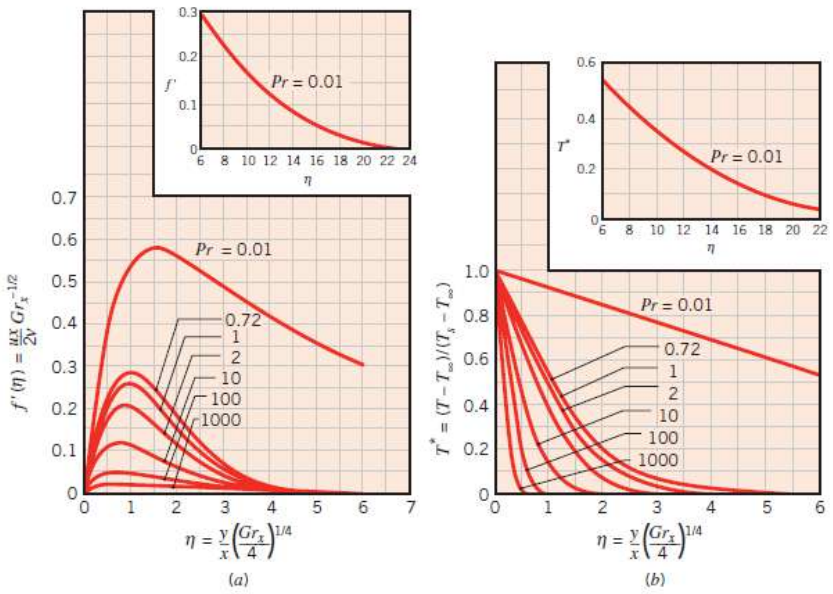


Figure I.6. Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique: (a) profils de vitesse, (b) profils de température [6, 9].

La solution numérique a été obtenue par Ostrach [9], et des résultats sélectionnés sont montrés dans la figure I.6. Utilisant la loi de Newton pour le coefficient de convection local *h*, le nombre Nusselt local peut être exprimé comme:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q'_s/(T_s - T_\infty)]x}{k} \qquad (I.31)$$

On peut aussi exprimer le nombre du Nusselt local sous la forme adimensionnée comme suit:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} \qquad (I.32)$$

I.3. Transfert radiatif [10]

Transfert thermique radiatif ou radiation thermique est la science qui étudie le transfert d'énergie sous forme des ondes électromagnétiques. Contrairement au transfert thermique conductif, les ondes électromagnétiques n'exigent pas de milieu pour leur propagation, [10].

Par conséquent à cause de leur capacité de propager à travers le vide, la radiation thermique devient le mode dominant de transfert thermique dans des basses pressions et des espaces externes. Une autre caractéristique entre la conduction (et convection, si elle est aidée par l'écoulement) et la radiation thermique est leur variation de température, tant que les flux conducteur et convectif sont plus ou moins linéairement dépendant sur les différences de la température, les flux radiatives ont tendance à être proportionnel aux différences de la température à la puissance quatre (ou même plus haut). Pour cette raison, la radiation a tendance à devenir le mode dominant de transfert de chaleur dans les applications à haute température, tel que combustion (les feux, chaudières, lances de fusée), les réactions nucléaires (émission solaire, armes nucléaires), et autres [10].

Tous les matériels émettent de façon continue et absorbent des ondes électromagnétiques, ou photons, en changeant leur énergie intérieure sur un niveau moléculaire. La force d'émission et absorption d'énergie radiative dépend de la température du matériel, aussi bien que sur la longueur d'onde λ, ou nombre d'onde η, cela caractérise les ondes électromagnétiques,

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} = \frac{1}{\eta} \qquad (I.33)$$

Où la longueur d'onde est mesurée par μm, pendant que la fréquence est mesurée en *Hertz,* et les nombres d'ondes sont donnés par cm^{-1}. Ondes électromagnétiques ou photons, (lesquels incluent ce qui est perçu comme "lumière") propagés à la vitesse de la lumière *c.* La vitesse de la lumière dépend du milieu auquel l'onde propage c_0 à travers la relation

$$c = \frac{c_0}{n}, c_0 = 2.998 \times 10^8\ m/s \qquad (I.34)$$

Où n est l'indice de réfraction du milieu, par définition l'indice de réfraction de vide $n \equiv 1$, pour la plupart des gaz l'indice de réfraction est même près d'unité, et le c dans l'équation (I.33) peut être remplacé par c_0, chaque onde ou photon retient avec lui un montant d'énergie E déterminé à partir de mécanique quantique comme

$$E = h\upsilon,\ h=6.626 \times 10^{-34}\ J.s \qquad (I.35)$$

Où *h* est la constante de Planck. La fréquence de la lumière ne change pas quand la lumière pénètre d'un milieu à un autre parce que l'énergie du photon doit être conservée.

En revanche, la longueur d'onde change, selon les valeurs de l'indice de réfraction pour les deux milieux. Quand une onde électromagnétique frappe une interface entre deux milieux, l'onde est ou reflétée ou est transmise. Les milieux plus solides et liquides absorbent toute la radiation sur une couche de la surface très mince. Les tels matériels sont appelés des surfaces opaques (bien que l'absorption à lieu sur une couche mince). Un matériel opaque qui ne reflète pas toute radiation à sa surface est appelé un amortisseur parfait, surface noire [10].

I.3.1 Définitions et lois du rayonnement thermique [10]

I.3.1.1 Le rayonnement électromagnétique

La matière émet des ondes électromagnétiques sous l'effet de diverses excitations. On réunit sous l'appellation de rayonnement l'ensemble des échanges d'énergie à distance entre les corps, par onde électromagnétique.

Ces échanges peuvent avoir lieu lorsque les corps sont séparés par le vide ou par n'importe quel milieu intermédiaire suffisamment transparent pour les ondes électromagnétiques.

Le phénomène se manifeste sous divers aspects : ondes hertziennes, lumineuses, thermiques, rayons *X,* gamma ou cosmique. Ces rayonnements peuvent être décomposés en un spectre constitué de radiations périodiques simples, les radiations monochromatiques, caractérisées par leur fréquence ν ou leur longueur d'onde λ, cette dernière étant liée à la fréquence par la relation $C = \lambda\nu$, dans laquelle *C* est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu traversé. On a $C = C_0/n$, C_0 étant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide (environ 3.10^8 *mètre /seconde)* et *n* l'indice de réfraction du milieu traversé.

La fréquence d'une radiation monochromatique demeure constante lorsque celle-ci se propage dans des milieux d'indices de réfraction différents, tandis que λ et *C* varient avec l'indice du milieu traversé. Il semble donc plus avantageux de rapporter les

grandeurs monochromatiques à la fréquence ν. Cependant, comme en thermique industrielle on a surtout à considérer des échanges radiatifs entre surfaces séparées par de l'air, dont l'indice est voisin de l'unité, l'habitude à été prise de se référer plutôt à la longueur d'onde, tant que cela ne présente pas d'inconvénient majeur. Cela n'est plus possible par exemple lorsqu'on aborde l'étude du rayonnement dans les milieux semi-transparents non homogènes, au sein desquels il peut y avoir des variations d'indice de réfraction.

I.3.1.2 Le rayonnement thermique [11]

Nous nous intéresserons ici uniquement au rayonnement thermique qui est celui émis par la matière du fait de sa température et au détriment de son énergie calorifique. Ce rayonnement n'occupe qu'une très faible portion du spectre des ondes électromagnétiques, située dans une fourchette de longueurs d'onde allant en gros de *0.1 à 100 microns (µm).* Dans ce domaine nos sens sont capables de percevoir le rayonnement sous la forme d'une sensation de chaleur. A l'intérieur d'une bande encore plus étroite comprise entre environ *0.4 et 0.8 µm,* appelée spectre visible, le rayonnement devient perceptible à l'œil. Nous réserverons le nom de lumière exclusivement à cette partie visible du rayonnement thermique.

Il faut noter que tous les rayonnements lumineux ne sont pas d'origine thermique, par exemple : les rayonnements dus à phosphorescence, à la fluorescence, aux décharges électriques dans les gaz raréfiés.

Le rayonnement thermique dans la partie non visible du spectre porte le nom d'ultraviolet *(UV),* du coté des courtes longueurs d'onde, et d'infrarouge *(IR),* du coté des grandes longueurs d'onde. Le rayonnement des sources thermiques de température inférieure à *500 °C* les plus courantes est situé entièrement dans l'infrarouge [11].

I.3.2 Classification des grandeurs physiques utilisées [11]

Les grandeurs physiques utilisées sont classées selon deux critères indépendants qui sont :

- La composition spectrale du rayonnement

Les grandeurs physiques relatives à l'ensemble du spectre du rayonnement thermique sont appelées totales, ce qualificatif pouvant d'ailleurs être considéré comme implicite.

Les grandeurs relatives à un intervalle spectral étroit *d* λ centré autour d'une longueur d'onde λ sont dites monochromatiques. On les affecte d'un indice λ pour les distinguer des précédentes.

- La distribution spatiale (directionnelle) du rayonnement

Les grandeurs sont dites hémisphériques lorsqu'elles concernent l'ensemble des directions de l'espace dont lesquelles un élément de surface peut rayonner ou recevoir du rayonnement. Le qualificatif hémisphérique est facultatif (de même que total).
Les grandeurs sont dites directionnelles lorsqu'elles caractérisent une direction donnée de propagation du rayonnement, relativement à la surface considérée.

1.3.2.1 La puissance émissive [10]

Chaque milieu émet une radiation électromagnétique de façon continue et aléatoire dans toutes les directions à un taux selon la température locale et les propriétés du matériel.
Les flux thermiques radiatifs émis d'une surface est appelée puissance émissive E, et il y a une distinction entre puissance émissive total et spectral (le flux thermique émis sur le spectre entier ou à une fréquence donné par unité de la fréquence), la puissance émissive totale est donnée par

$$E(T)=\int_0^\infty E_\lambda(T,\lambda)d\lambda=\int_0^\infty E_\upsilon(T,\upsilon)d\upsilon \qquad (I.36)$$

C'est facile de montrer qu'un corps noir n'est pas un absorbeur parfait seulement, mais c'est aussi un émetteur parfait, c'est, l'émission d'une telle surface dépasse cela de toute autre surface à la même température (connu comme la loi de Kirchhoff). La puissance émissive démarre une surface noire opaque, communément appelée puissance émissive du corps noir, peut être déterminé à partir de statistique quantique comme

$$E_{b\lambda}(T,\lambda)=\frac{2\pi hc_0^2}{n^2\lambda^5\left(e^{hc_0/n\lambda kT}-1\right)} \qquad n=const \qquad (I.37)$$

Où il est supposé que la surface noire est adjacente à un milieu non absorbant d'indice de réfraction constant *n.* Le constant $k=1.3806\times10^{-23}$ est connu comme la constante de Boltzmann, La dépendance de l'émissivité spectrale du corps noir dans le vide *(n = 1)* est montrée pour plusieurs émetteurs de la température dans la Figure 1.9

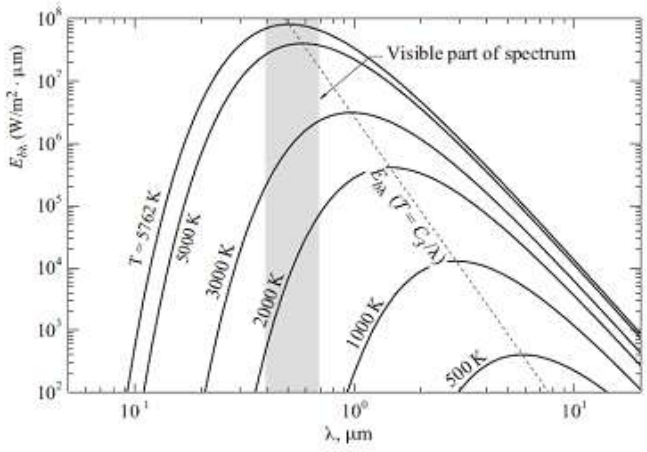


Figure I.7 : Spectre énergie émissive d'un corps noir [10]

Il est vu que l'émission est nulle aux deux fins extrêmes du spectre avec un maximum à quelque longueur d'onde intermédiaire. Le niveau général de montées de l'émission avec température, et la partie importante du spectre (la partie qui contient la plupart de l'énergie émise) décalages vers longueurs d'onde plus courtes. Parce que l'émission du soleil ("spectre solaire") s'est bien rapprochée par émission du corps noir à une température solaire effective de $T_{\text{solaire}} = 5762\ K$, ce niveau de la température est aussi inclus dans la figure. Les problèmes du transfert de chaleur impliquent généralement des niveaux de la température entre *300 et 2000 K* (plus, peut-être, radiation solaire). Par conséquent, les marges d'intérêt spectrales dans les applications du transfert de chaleur incluent l'ultraviolet *(0.1 à 0.4 μm),* radiation visible *(0.4 à 0.7μm,* comme indiqué dans la figure I.8), et infrarouge *(0.7 à 20 μm).* Pour une évaluation rapide, une puissance émissive peut être écrite comme

$$\frac{E_{b\lambda}}{n^3T^5} = \frac{C_1}{(n\lambda T)^5\left(e^{C_2/n\lambda T}-1\right)} \qquad (n = constant) \qquad (I.38)$$

Où

$$C_1 = 2\pi\pi h_0^2 = 3.7419\times10^{-16}\,W.m^2 \qquad (I.39)$$

$$C_2 = \frac{hc_0}{k} = 14{,}388\,\mu m.k \qquad (I.40)$$

Équation (I.38) a son maximum à

$$(n\lambda T)_{max} = C_3 = 2898 \mu m.K \qquad (I.41)$$

C1, C2, C3 sont la première, seconde, et troisième constante de la radiation, respectivement.

L'émissivité du corps noir total est trouvée en intégrant l'équation (I.38) sur le spectre entier, résulte

$$E_b(T) = n^2 \sigma T^4 \qquad (I.42)$$

Où $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4$ est la constante de Stefan Boltzmann

C'est souvent désirable de calculer la puissance émissive fractionnaire, c'est, la puissance émissive a contenu sur une gamme de la longueur d'onde finie, entre λ_1 et λ_2. Ce n'est pas possible d'intégrer l'équation (I.38) entre ces limites dans la forme fermée; alors, les valeurs de la puissance émissive fractionnaire, a comprise entre *0* et $n\lambda T$, qui se trouve sous forme de tableau. [10]

$$f(n\lambda T) = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} b\lambda} = \int_0^{n\lambda T} \frac{E_{b\lambda}}{n^3 \sigma T^5} d(n\lambda T) \qquad (I.43)$$

Alors que

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda = [f(n\lambda_2 T) - f(n\lambda_1 T)] n^2 \sigma T^4 \qquad (I.44)$$

Les deux fonctions sont aussi montrées dans la figure I.9, avec la répartition de Wien qui est la limite de longueur d'onde courte d'équation (I.37),

$$E_{b\lambda} \approx \frac{2\pi h c_0^2}{n^2 \lambda^5} e^{-hc_0/n\lambda T} = \frac{C_1}{n^2 \lambda^5} e^{-C_2/n\lambda T} \qquad (I.45)$$

Comme vu de la figure, La répartition de Wien est réellement plutôt exacte sur le spectre entier, en prédisant une puissance émissive totale approximativement *8*% inférieur que celui donné par équation (I.40). Parce que la répartition de Wien peut être intégrée

analytiquement sur les parties du spectre, il est utilisé quelquefois dans les applications du transfert de chaleur.

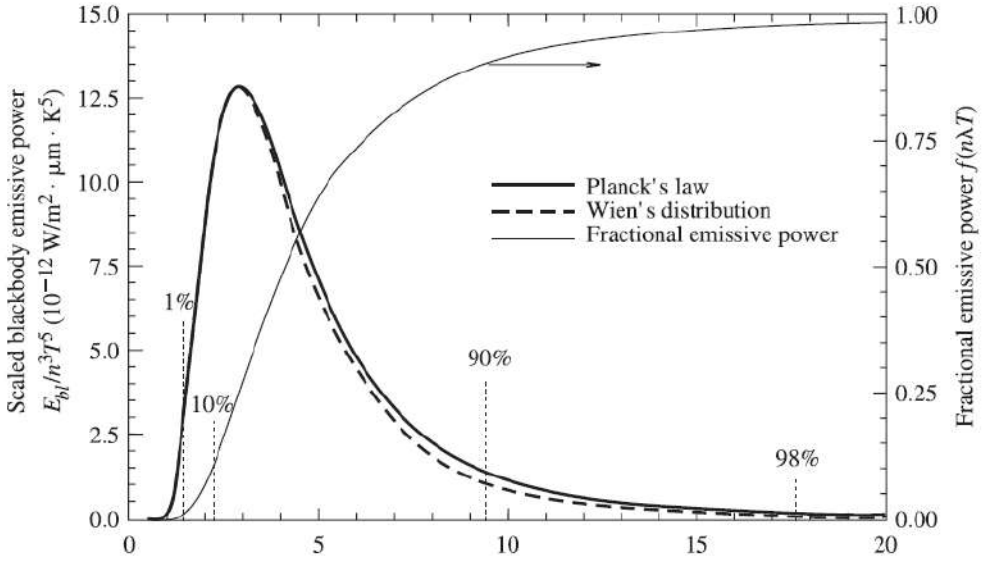


Figure I.8 : Spectre de puissance de l'émissive du corps noir normalisé [10]

I.3.2.2 Intensité Radiative [10]

Le comportement directionnel de l'énergie radiative propagée à travers un milieu est caractérisé par l'intensité radiative, qui défini comme suivant l'écoulement d'énergie radiative en fonction du temps, de la surface normale de rayons et de l'angle solide.

Comme la puissance émissive, l'intensité est définie sur les deux spectrales et totales, liées par,

$$I(\bar{s}) = \int_0^\infty I_\lambda(\bar{s},\lambda)d\lambda \qquad (I.46)$$

Cependant, les puissances émissives différentes qui dépendent seulement sur la position (et longueur d'onde), l'intensité radiative dépend, de plus, le vecteur de la direction $\hat{s}$.

La puissance émissive peut être en rapport avec l'intensité émise en intégrant cette intensité sur les 2π angles solides au-dessus d'une surface, et se rendre compte alors que la prévision de dA normal aux rayons est $dA\cos\theta$. Donc

$$E(r) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I(r,\theta,\psi)\cos\theta\sin\theta.d\theta.d\psi = \int_{2\pi} I(r,\hat{s})\hat{n}.\hat{s}.d\Omega \qquad (I.47)$$

Pour une surface noire, il est montré aisément, à travers une variation de la loi de Kirchhoff qui $I_{b\lambda}$ est indépendant de la direction, ou

$$I_{b\lambda} = I_{b\lambda}(T,\lambda) \qquad (I.48)$$

Utilisant cette relation dans l'équation (I.48), il est observé que l'intensité qui laisse un corps noir (ou toute surface dont l'intensité sortante est indépendante de direction, ou diffuse) que soit évalué de la puissance émissive de corps noir comme

$$I_{b\lambda}(r,\lambda) = \frac{E_{b\lambda}(r,\lambda)}{\pi} \qquad (I.49)$$

Dans la littérature, l'intensité spectrale du corps noir est quelquefois connue sous le nom de la fonction de Planck.

I.3.2.3 Le flux thermique radiatif [10]

La puissance émissive est l'énergie radiative totale de transmission en continu d'une surface due à l'émission. Cependant, c'est un flux radiatif, mais pas le flux radiatif *n* et à la surface, parce qu'il explique seulement l'émission et pas pour une radiation émettrice et radiation réfléchie.

Etendant la définition d'équation (I.48) donne

$$(q_\lambda)_{out} = \int_{\cos\theta>0} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega \geq 0 \qquad (I.50)$$

Où $I_\lambda(\theta)$ est maintenant intensité sortante (due à émission plus réflexion). De la même façon, pour les directions $(\pi/2 < \theta < \pi)$,

$$(q_\lambda)_{in} = \int_{\cos\theta<0} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega \prec 0 \qquad (I.51)$$

Combinant les contributions entrant et sortant, le flux net radiatif à la surface

$$(q_\lambda)_{net} = q_\lambda.\hat{n} = (q_\lambda)_{in} + (q_\lambda)_{out} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega \qquad (I.52)$$

Le flux radiatif total, finalement, est obtenu en intégrant l'équation (I.53) sur le spectre entier, alors

$$q.\hat{n} = \int_0^\infty q_\lambda .\hat{n} d\lambda = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda (\hat{s}) \hat{n}.\hat{s}.d\Omega d\lambda \qquad (I.53)$$

La surface décrite par le vecteur unitaire $\hat{n}$ peut être un imaginaire. Donc, éliminer $\hat{n}$ de l'équation (I.54) donne la définition du vecteur du flux radiatif à l'intérieur d'un milieu participant:

$$q = \int_0^\infty q_\lambda d\lambda = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda (\hat{s}) \hat{s}.d\Omega.d\lambda \qquad (I.54)$$

I.3.3 Modes combinées avec la radiation [11]

Presque tous les problèmes de l'ingénierie ou le transfert radiatif intervient dans les autres modes de transfert de l'énergie (conduction, convection) et/ou sources d'énergie (réactions nucléaires et réactions chimiques telles que la combustion). Ce tout affecte la température d'un milieu à travers l'équation d'énergie, et donc la radiation est en relation presque toujours à ces autres formes d'énergie. Le transfert radiatif dépend de la quatrième puissance de la température absolue, pendant que les autres modes de transfert d'énergie dépendent des gradients de la température locaux (conduction) ou différences de la température (convection). Par conséquent, nous attendons une équation d'énergie générale non linéaire et contenir souvent les deux intégrales de quatrième puissance température pour terme radiatif et deuxième dérivation partielle de température pour conduction.

Les telles différentielles intégra-partielles non linéaires n'ont pas le patrimoine de méthodes de la solution analytiques et numériques qui ont été développées pour des formes plus simples.

I.3.4 L'équation générale de l'énergie [11]

Une équation de la conservation d'énergie générale est de la forme suivante :

$$\rho c_p \, DT/D\tau = \beta T \, Dp/D\tau + \vec{\nabla}.\left(k\vec{\nabla}T - \overrightarrow{q_{rad}}\right) + S + \Phi_d \qquad (I.55)$$

Où $D/D\tau$ est la dérivée substantielle, β est le coefficient d'expansion volumique, S est le terme de source volumétrique, et Φ_d est la dissipation visqueuse.

I.3.5 Interaction avec Conduction et Convection [11]

Pour les problèmes où la convection et/ou la conduction dans un milieu est couplée avec transfert radiatif, plusieurs méthodes et solutions sont disponibles dans la littérature. La plupart des solutions sont pour les géométries simples (par exemple, convection libre dans une conduite entre deux cylindres horizontaux concentrique à températures différentes). Par exemple, si le milieu est optiquement épais à toutes les longueurs d'onde importantes, alors le flux radiatif local peut être lié au gradient dans la puissance émissive locale du milieu, alors

$$q_{rad,x} = -\left(\frac{4}{3k_R}\right)\frac{\partial E}{\partial x} = -\left(\frac{4\sigma}{3k_R}\right)\frac{\partial T^4}{\partial x} = -\left(\frac{16\sigma T^3}{3k_R}\right)\frac{\partial T}{\partial x} = -k_r\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (I.56)$$

Où $k_r = 16\sigma T^3/3k_R$ est la conductivité radiative, et k_R le coefficient d'absorption moyen de Rosseland. [11]

L'équation (I.57) à la même forme comme la loi Fourier pour transfert de chaleur par conduction. Cependant, la conductivité équivalente est hautement dépendante à la température. Pour un milieu tel qu'un solide à haute température où l'effet convective et les sources d'énergie sont négligeables, l'équation générale de l'énergie, (équation I.56) réduit à.

$$\vec{\nabla}\left(k\vec{\nabla}T - \overrightarrow{q_{rad}}\right) = \vec{\nabla}\left(k\vec{\nabla}T + k_y\vec{\nabla}T\right) = \vec{\nabla}[\left(k + k_y\right)\vec{\nabla}T\,] = 0 \qquad (I.57)$$

I.4. Conclusion

Les flux convectifs qui proviennent en partie ou exclusivement de forces de flottabilité sont examinés, et les paramètres sans dimension nécessaires pour caractériser ces flux ont été introduits. Cette présentation n'a pas d'autre prétention que de fournir les bases pour une analyse des situations de convection naturelle rencontrées dans les applications courantes. L'analyse complète d'un problème réel, le dimensionnement d'une installation ou l'optimisation d'un procédé où ces mécanismes convectifs interviennent parfois de façon déterminante nécessitent évidemment des connaissances spécifiques plus étendues. On a souhaité insister sur les aspects fondamentaux de cette question afin d'aider à la formulation d'un problème.

II.1. Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) est considérée la partie de la mécanique des fluides qui traite l'écoulement d'un fluide électro-conducteur en présence d'un champ magnétique. Ainsi aux forces d'inerties, de pression, de viscosité, de capillarité, qui intervient en mécanique des fluides classique, viennent s'ajouter des forces d'origine électromagnétique. Une description MHD réaliste de la dynamique d'un système fluide conducteur impose que les propriétés du milieu et des processus qui s'y développent répondent le plus exactement possible aux hypothèses, parfois sévères, sur lesquelles repose cette théorie.

Le champ électromagnétique, seul élément qui en milieu conducteur différencie formellement la MHD de l'hydrodynamique, a une influence sur le mouvement uniquement par le champ magnétique, les forces électriques, qu'elles soient d'origine électromagnétique ou électrostatique (produites par d'éventuelles variations locales dans la densité de charge), sont négligeables car, dans une très bonne approximation, le fluide MHD est localement neutre (en conservant néanmoins des courants non nuls). La MHD repose donc simplement sur une vision hydrodynamique du fluide incluant toutefois les forces de Laplace dues à l'action du champ magnétique sur les courants; quant a l'évolution du champ électromagnétique, elle est bien entendu déterminée par les équations de Maxwell. La fermeture du système se fait à travers une loi d'Ohm reliant la densité de courant et donc les mouvements de la matière au champ électromagnétique [12].

Parmi les applications de la MHD, on citera la métallurgie, qui consiste à produire des forces magnétiques suffisantes pour mettre en métal liquide en mouvement (brassage), le maintenir en sustentation (lévitation), le façonner (formage), le pulvériser,... etc.

II.2. Description d'un fluide conducteur

Afin de pouvoir définir des grandeurs physiques dans un fluide, les particules doivent rester localisées. L'approximation fluide n'est donc valable que dans la mesure où les conditions thermodynamiques varient peu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen, trajectoire suivie par une particule sans être défléchie, pour des temps détermines par l'agitation thermique; les processus de délocalisation sont en fait

responsables des phénomènes de transport. La description d'un fluide sous-entend que toutes les espèces chimiques sont suffisamment couplées pour être thermalisées et suivre une distribution de Maxwell unique. Ce couplage doit bien sûr s'opérer entre les éléments d'une même espèce chimique mais également entre chacune des populations dans le cas d'un plasma. En hydrodynamique, dans des milieux suffisamment denses, l'approximation fluide est validée par des collisions qui transfèrent de la quantité de mouvement entre les particules de façon très efficace, via des interactions de type Van der Waals.

II.2.1. Loi d'Ohm généralisée

L'établissement de la loi d'Ohm pour un fluide conducteur, c'est-a-dire d'une loi reliant les mouvements de la matière aux densités volumiques de courant, au champ électrique E et au champ magnétique B est à la base de la théorie MHD et peut être un point délicat, notamment pour les plasmas. Cette loi traduit en termes de courant la réponse d'un milieu conducteur immobile à un champ électrique via la conductivité électrique σ_e. Elle prend la forme d'une simple relation de proportionnalité dans le référentiel où le fluide est localement au repos ; sa traduction dans le référentiel lié au laboratoire se fait par une transformation de Lorentz sur le tenseur de Maxwell décrivant le champ électromagnétique. Dans l'approximation classique valide pour la MHD, la loi d'Ohm s'écrit dans le référentiel du laboratoire [13]:

$$\vec{j} = \sigma_e\left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}\right) \qquad (II.1)$$

σ_e: la conductivité électrique.

u: la vitesse du fluide.

La loi d'Ohm formulée ici est une forme réduite de l'expression la plus générale établie en physique des plasmas dans le cadre d'un modèle simplifié. Elle cache en fait toute la microphysique de la population d'électrons qui dépend du type de plasma rencontré. Dans un plasma chaud complètement ionisée par exemple, un courant peut être produit d'une part à travers le gradient de la pression du gaz d'électrons dans une direction parallèle au champ magnétique et peut être d'autre part généré par un effet Hall dans la direction perpendiculaire à *B.* La loi d'Ohm s'écrit alors sous une forme tensorielle et la relation (II.1) n'est plus valable que dans le cas limite des plasmas complètement ionisées sans effets Hall [13]. Cependant, quel que soit le milieu

conducteur considéré, pour des champs magnétiques pas trop grands et des fréquences pas trop élevées, l'expression de la loi d'Ohm énoncée reste largement valable.

II.2.2. Equations de Maxwell

L'ensemble des équations fluides montre comment vont évoluer les grandeurs physiques sous l'action d'éventuels champs de forces extérieurs. Nous allons à présent voir comment évoluent ces champs électromagnétiques *E* et *B.* Cette évolution se décrit naturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA [13]:

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (II.2.a)$$

$$\nabla.\vec{B} = 0 \qquad (II.2.b)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \qquad (II.2.c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (II.2.d)$$

Auxquelles on ajoute la loi d'Ohm (II.1). Le diamagnétisme des milieux diluées que sont les fluides électro-conducteurs est très faible, on peut donc se permettre d'approximer la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique à celles du vide $\varepsilon = \varepsilon_0$ et $\mu = \mu_0$, avec $\mu_0 = 4\ \pi \times 10^{-7}\ H.m^{-1}$ et $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8{,}854 \times 10^{-12}\ F.m^{-1}$.

Dans la limite relativiste à laquelle nous allons nous intéresser, la forme réduite de la relation d'Ampère s'écrit :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \qquad (II.3)$$

en accord avec la conservation de la charge, qui requiert un courant à divergence nulle, c-à-d un courant circulant sur des boucles fermées sans accumulation de charges.

II.2.3. Équation d'induction et force de Laplace

Les phénomènes de couplage entre le champ de vitesse et le champ magnétique que rassemble la MHD peuvent être à caractère fort lorsque les deux champs s'influencent mutuellement ou faible si un champ influence l'autre sans contrepartie. Lorsque le champ magnétique induit reste suffisamment faible pour être négligé devant le champ externe appliqué, on observe la formation d'un courant électrique qui va réagir avec le champ magnétique pour créer une force volumique de Laplace (force de Lorentz)

$\vec{f}_0 = \vec{j} \times \vec{B}$ s'opposant à la cause qui lui donne naissance (i.e. l'écoulement) et qui tendra à retarder le mouvement du fluide. Le champ magnétique est décrit par une équation de diffusion, pilotée par un coefficient de diffusion magnétique $D_m = 1/\mu_0\sigma_e$ *[13]:*

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = D_m \nabla^2 \vec{B} \qquad \textit{(II.4)}$$

L'équation (II.4) exprime le fait que toute perturbation locale de *B* tend à s'atténuer par diffusion selon le schéma classique d'une courbe Gaussienne : la largeur augmente comme la racine carrée du temps et l'amplitude décroit comme l'inverse de cette largeur (de façon à ne pas être en contradiction avec l'équation de conservation (II.2b) de Maxwell). En un temps de l'ordre de *t,* la distance de diffusion parcourue est de l'ordre de $\sqrt{D_m t}$ *;* la pénétration d'un champ alternatif de pulsation ω est limitée à une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de $\sqrt{D_m/\omega}$ *:* c'est l'effet de peau. Un paramètre important qui mesure cet effet est le paramètre d'écran $R_\omega = \omega L_0^2/D_m$ qui, en termes de rapport de fréquences, traduit cette pénétration du champ magnétique dans le fluide conducteur. La condition $R_\omega << 1$ implique que le temps caractéristique de diffusion des gradients magnétiques sur l'épaisseur du film magnétique (qui représente le terme caractéristique d'établissement d'un profil de champ stationnaire) est beaucoup plus petit que le temps caractéristique $1/\omega$ d'évolution de l'écoulement. Si cette condition est réalisée, l'écoulement magnéto- diffusif pourra être considéré comme quasi-stationnaire [13].

Les phénomènes de diffusion sont indépendants de u : dans ce cas limite, il n'y a aucune convection de B par la matière. Le nombre qui mesure le flux de convection du champ magnétique sur le flux diffusif est le nombre de Reynolds magnétique $R_\omega = U_0 L_0/D_m$, analogue au nombre de Reynolds hydraulique, où la viscosité cinématique s'apparie au coefficient effectif de diffusion magnétique. Nous donnons à titre d'illustration quelques valeurs numériques de ce coefficient au tableau (II.1). La restriction de couplage faible entre le champ dynamique et le champ magnétique impose à ce nombre d'être le plus petit possible [13].

Dans le cas limite contraire de très fort Reynolds magnétique, les lignes de champ sont attachées aux éléments fluides à tout instant. On parle alors de MHD idéale. Cette discipline connaît son essor en astrophysique ; l'équation de transport qui modélise la MHD non-résistive s'écrit [13] :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{u} \times \vec{B} \right) \qquad (II.5)$$

Tableau II.1. Diffusivités magnétiques D_m et nombres de Reynolds magnétiques R_m pour quelques écoulements MHD, pour des longueurs L_0, des vitesses U_0 et des temps t_0 caractéristiques [13].

Substance	$L_0(m)$	$U_0\,(m.s^{-1})$	$D_m\,(m^2s^{-1})$	t_0	R_m
Mercure	*0.1*	*0.1*	*1*	*0.01*	*0.01*
Sodium liquide	*0.1*	*0.1*	*0.1*	*0.1*	*0.1*
Plasma de laboratoire	*1*	*100*	*10*	*0.1*	*10*
Noyau terrestre	10^7	*0.1*	*1*	10^{14}	10^6
Gaz interstellaire	10^{17}	10^3	10^3	10^{31}	10^{17}

II.2.4. Équations du mouvement

L'équation d'état des fluides conducteurs (métaux liquides) peut souvent se ramener à ρ = *Cte* (avec ρ masse volumique). Lorsque les variations de température T sont suffisantes pour provoquer des variations de densité, on peut adopter la loi Boussinesq, de la forme [14] :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta \left(T - T_0 \right) \right] \qquad (II.6)$$

avec β coefficient de dilatation volumique, ρ_0 masse volumique à T_0. Mais le coefficient de dilatation volumique est assez faible $(\approx 2.10^{-4}\ K^{-1})$ pour que l'équation de continuité, qui exprime le principe de conservation de la masse, s'écrive :

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \qquad (II.7)$$

La loi fondamentale de la dynamique conduit à l'équation de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla} \right)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} + \frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B} \qquad (II.8)$$

avec g accélération due à la pesanteur, p pression ν viscosité cinématique.

où parmi les forces extérieures, nous retenons la force de Laplace par unité de masse $\frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B}$:

Cette équation introduit la viscosité cinématique ν du fluide, tellement petite dans les métaux liquides *(≈ 10^{-7} m^2s^{-1})* que le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$ est en général très grand par rapport à l'unité *(≈ 10^7).* Cela a pour conséquence qu'à grande échelle le frottement visqueux est négligeable. Toutefois, il existe des régions très minces, que l'on appelle couches limites, où le terme devient capable d'entrer en compétition avec les autres. Ces couches limites ont une épaisseur [14].

Lorsque la température T est une variable importante du problème, comme c'est bien souvent le cas dans les métaux fondus, on doit encore exprimer le premier principe de la thermodynamique pour fermer le système d'équations. Cette équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)T = \alpha \Delta T + \frac{j^2}{\sigma \rho c} + \frac{\Phi_\nu}{\rho c} \qquad (II.9)$$

avec, *c:* capacité thermique massique,

Φ_ν*:* dissipation volumique par viscosité,

α*:* diffusivité thermique *($\alpha = \kappa / \rho c$)*, κ conductivité thermique.

La dissipation Φ_ν est en général négligeable dans les métaux liquides. Dans de nombreux problèmes, c'est aussi le cas pour la dissipation par effet Joule $j^2/\sigma\rho c$. On a en effet, en notant Θ une différence de température caractéristique [14] :

$$\frac{j^2}{\sigma \kappa \Delta T} \approx \frac{\sigma u^2 B^2 L^2}{\kappa \Theta} = \frac{u^2}{c\Theta}\frac{\nu}{\alpha}\frac{\sigma B^2 L^2}{\rho \nu} \qquad (II.10)$$

Le nombre de Prandtl ν/α est petit *(≈ 10^{-3})*, et le nombre d'Eckert $u/\sqrt{c\Theta}$ est lui aussi habituellement petit *(≈ 10^{-2})*. Il faudrait des valeurs spécialement élevées de l'induction magnétique pour que le nombre de Hartmann $\sigma B^2 L^2/\rho\nu$ soit assez grand pour rendre l'effet Joule non négligeable par rapport à la conduction thermique.

II.3. Écoulement de Hartmann

Dans ce paragraphe, nous utilisons les coordonnées adimensionnelles :

$X, Y, Z = \frac{1}{\ell}(x, y, z)$ avec ℓ demi-largeur de la conduite.

Limitons d'abord notre attention au cas des conduites très longues en régime établi $\partial/\partial t = \partial/\partial x = 0$ situées dans l'entrefer d'un aimant (figure II.1.a). Le fluide s'écoule avec la vitesse $\vec{u}(u,0,0)$ dans un champ magnétique uniforme d'induction $\vec{B}(0,B_0,0)$. Le champ

électromoteur $\vec{u} \wedge \vec{B} = (0,0,uB_y)$ pousse les ions positifs dans la direction *Oz* et, pour que les lignes de courant électrique se referment, un champ électrique $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ apparaît.

Le potentiel φ est maximal en *M* et minimal en *M'*, et la différence $\varphi(M) - \varphi(M')$ est proportionnelle au débit. Ce champ électrique permet le retour des lignes de courant électrique soit dans la paroi, soit dans la couche limite, au prorata des conductances de ces deux régions. Ce circuit électrique forme deux spires de sens opposés qui induisent une induction $B_x = b$, mais ne modifient pas l'induction transversale $B_y = B_0$. En identifiant les expressions de j_y et j_z déduites de la relation d'Ampère et de la loi d'Ohm [14]:

$$j_y = \frac{1}{\mu}\frac{\partial b}{\partial z} = -\sigma\frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad (II.11)$$

$$j_z = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial b}{\partial y} = \sigma\left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z} + uB_0\right) \qquad (II.12)$$

et en tenant compte la relation $\vec{\nabla}.\vec{j} = 0$, on obtient les relations qui lient *b* et φ à *u:*

$$\Delta b + \mu\sigma B_0 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad (II.13)$$

$$\Delta \varphi - B_0 \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \qquad (II.14)$$

La troisième équation, qui ferme le système, est l'équation du mouvement, qui s'écrit :

$$\Delta u + \frac{B_0}{\rho \nu \mu}\frac{\partial b}{\partial y} = -\frac{G_p}{\nu} \qquad (II.15)$$

en notant $\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho G_p$ le gradient de pression moteur appliqué de l'extérieur.

Les conditions aux limites, qui doivent être associées à ces équations (II.13) à (II.15) pour déterminer complètement la solution, expriment :

- que la vitesse u s'annule sur le contour intérieur Ci de la paroi ;
- que la composante b du champ magnétique s'annule sur le contour extérieur Ce de la paroi
- que la composante du champ électrique normale à la paroi $(\vec{e}_n.\vec{\nabla}\varphi)$ est nulle sur C_e *et* continue sur C_i, et que φ est aussi continu sur C_i. La solution de ce problème est élémentaire lorsque la conduite est un rectangle de demi-longueur dans la direction *Oz* (figure II.1.b). Loin des bords $Z = \pm\Gamma$, les distributions de *u, b* et φ sont indépendantes de

z, les équations *(II.13), (II.14) et (II.15)* se réduisent à des équations différentielles ordinaires et leur solution s'écrit [14]:

$$\frac{u}{V}=1-\frac{ch(HaY)}{chHa} \qquad (II.16)$$

$$\frac{b}{B_0R_m}=\frac{1}{Ha}\frac{sh(HaY)}{chHa}-\left(1+\frac{E}{B_0V}\right)Y \qquad (II.17)$$

$$\frac{j_z}{\sigma B_0V}=\frac{E}{B_0V}+1-\frac{ch(HaY)}{chHa} \qquad (II.18)$$

$$\text{avec, } R_m=\mu\sigma V\ell, Ha=\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}}B_0\ell, etV=\frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2}-\frac{E}{B_0} \qquad (II.19)$$

On retrouve le rôle attendu du nombre de Reynolds magnétique et un nombre nouveau apparaît, le nombre de Hartmann *Ha,* dont le carré $\sigma B^2\ell^2/\rho\nu$ est une mesure du rapport des forces électromagnétiques aux forces de viscosité.

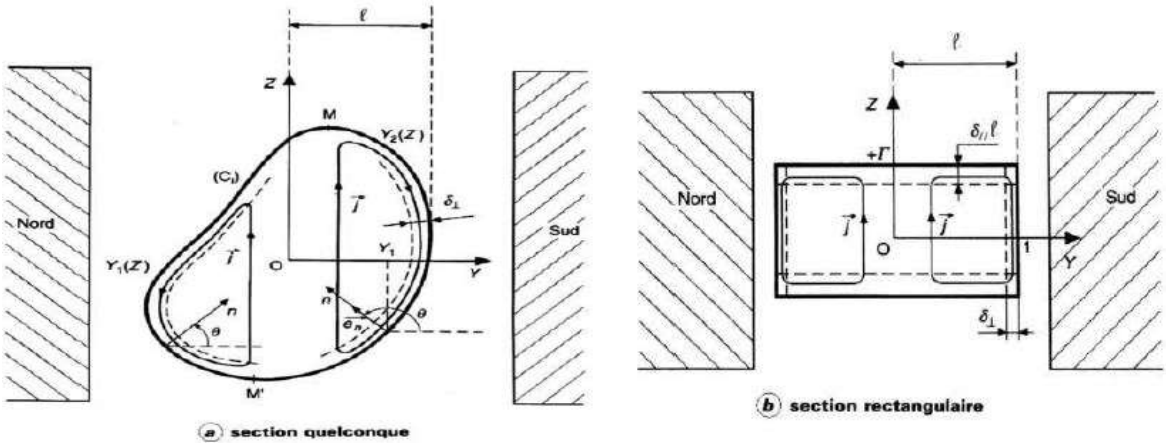


Figure II.1. Écoulement en conduite en présence d'une induction magnétique transversale uniforme [14].

La figure II.2 met en évidence le rôle crucial de ce nombre de Hartmann. Lorsqu'il est modéré, le profil de vitesse est encore proche de la parabole de Poiseuille. Mais, lorsqu'il devient très grand, ce profil est tout à fait plat, sauf dans une mince couche limite située le long des parois perpendiculaires à B_0, dont l'épaisseur est indépendante de la largeur de la conduite:

$$\delta_\perp=\frac{1}{B_0}\sqrt{\frac{\rho\nu}{\sigma}} \qquad (II.20)$$

où est concentrée toute la variation de vitesse. Les paramètres globaux de cet écoulement sont aussi fortement dépendants du nombre de Hartmann, notamment :

- la vitesse moyenne :

$$\overline{u} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} u dy = V\left(1 - \frac{thHa}{Ha}\right) \qquad (II.21)$$

- la densité de courant moyenne :

$$\bar{j} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} j_z dy = \sigma E + \sigma B_0 \overline{u} \qquad (II.22)$$

- le coefficient de frottement :

$$C_f = \frac{2\nu}{\overline{u}^2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{\ell} = \frac{2Ha^2}{Re}\frac{1}{\frac{Ha}{thHa} - 1} \qquad (II.23)$$

- le coefficient de perte de charge :

$$\lambda = \frac{2G_p \ell}{\overline{u}^2} = C_f + 2\frac{B_0 \bar{j} \ell}{\rho \overline{u}^2} \qquad (II.24)$$

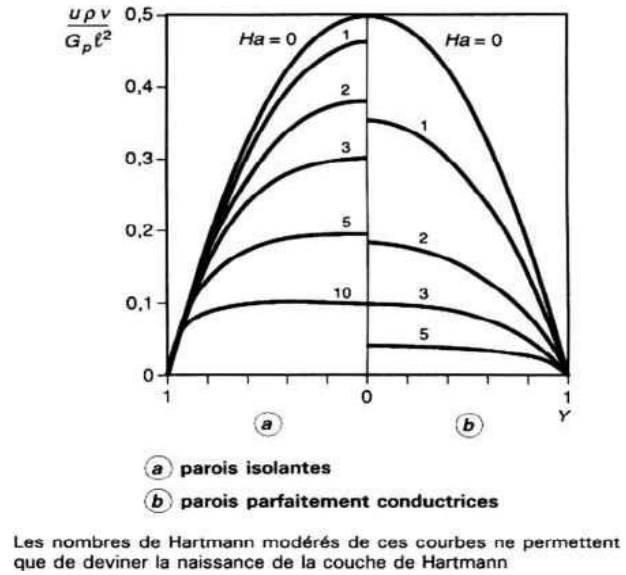


Figure II.2 Profils de vitesse de l'écoulement de Hartmann [14].

Tous ces paramètres, ainsi que *E* et *V,* liés par une des relations (II.19), dépendent également de la conductance du circuit extérieur, que celui-ci se limite aux parois ou bien qu'il existe effectivement un circuit électrique extérieur lié au domaine fluide par des électrodes placées aux bouts *Z= ±Γ.* Deux cas particuliers simples se dégagent.

Dans une conduite à parois isolantes, sans circuit extérieur, on a :

$$\bar{j} = 0; E = \frac{\rho G_p}{\sigma B_0}\left(1 - \frac{Ha}{thHa}\right); V = \frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2}\frac{Ha}{thHa} \qquad (II.25)$$

Dans une conduite à parois parfaitement conductrices, on a :

$$E = 0; \bar{j} = \frac{\rho G_p}{B_0}\left(1 - \frac{thHa}{Ha}\right); V = \frac{\rho G_p}{\sigma B_0^2} \qquad (II.26)$$

et quand *Ha>>1*, $\bar{j} = \rho G_p / B_0$. Dans le cas le plus général, on doit introduire le rapport *C* des conductances respectives des parois (épaisseur *e*, conductivité σ_p) et du fluide (largeur 2ℓ, conductivité σ) :

$$C = \frac{\sigma_p e}{\sigma \ell} \qquad (II.27)$$

ainsi que le courant électrique par unité de longueur *I* forcé de l'extérieur. La condition de fermeture du circuit s'écrit :

$$\sigma E \ell (1 + C) + \sigma B_0 \bar{u} \ell = \frac{1}{2} \qquad (II.28)$$

Quand $I = 0$, l'expression globale de l'équilibre des forces appliquées à une tranche fluide se ramène à :

$$\lambda = 2\frac{Ha^2}{Re}\left(\frac{thHa}{Ha - thHa} + \frac{C}{1 + C}\right) \qquad (II.29)$$

On note les deux formes asymptotiques de cette loi lorsque $Ha \to \infty$: si $C = 0$, $\lambda \to 2Ha/Re$, alors que, si $C \to \infty$, $\lambda \to 2Ha^2/Re$. Autrement dit, à G_p et B_0 donnés, la vitesse est *Ha* fois plus faible en présence de parois très conductrices qu'en présence de parois isolantes ; on parle de blocage électromagnétique du fluide lorsque ces parois sont très conductrices et de freinage électromagnétique lorsqu'elles sont isolantes. Quand $I \neq 0$, le fonctionnement du système peut être interprété en termes de conversion d'énergie. Le système est un générateur de courant électrique continu si $0 < I < 2\ell\rho G_p / B_0$; une part de la puissance mécanique fournie au fluide est en effet convertie en puissance électrique dissipée elle-même dans le circuit. Si $I < 0$, le système fonctionne comme une pompe et le débit est supérieur à ce qu'il serait à courant nul ; la puissance électrique provient alors d'un générateur placé sur le circuit extérieur. Enfin, si $I > 2\ell\rho G_p / B_0$, les forces électromagnétiques s'opposent au gradient de pression moteur et le système est un frein électromagnétique. Si $I > 2\ell\rho G_p (1 + C)/B_0$, la direction de l'écoulement peut être inversée [14].

II.4. Nombres sans dimension

L'adimensionnement des équations de la MHD, conduit à des nombres sans dimension caractéristiques, qui nous aiderons à décrire les résultats des expériences. On note *L* une échelle caractéristique de longueur, *U* une amplitude caractéristique du champ de vitesse, *t* une échelle caractéristique de temps. Pour construire les nombres sans dimension, le choix des valeurs de ces échelles, pour qu'elles soient pertinentes pour le problème étudié, n'est pas évident [15].

En pratique on prend le plus souvent, pour *L* la longueur intégrale de l'écoulement, vue comme l'échelle spatiale de l'injection de l'énergie. Pour *U* on prend l'amplitude du champ de vitesse, moyenné en temps et en espace. Enfin pour *t* on prend l'inverse de la fréquence de rotation des turbines qui mettent en mouvement le fluide. On envisage aussi une amplitude caractéristique du champ magnétique B_0, mais qui n'est bien définie, que dans le cas d'un champ homogène et constant [15].

- Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\eta}{\nu}$

Ce nombre dépendant des propriétés physiques du fluide, compare l'efficacité de la diffusion de la quantité de mouvement, à celle du champ magnétique. *Pr* vaut $9.5\ 10^{-6}$ pour le sodium et $1.5\ 10^{-6}$ pour le gallium. Pour des longueurs comparables, les perturbations de champ magnétique diffusent environ *100 000* fois plus vite, que celles de vitesse.

- Nombre de Reynolds $Re = \frac{LV}{\nu}$

Il traduit l'importance du terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes, par rapport aux termes visqueux. Dans les expériences, *Re* sera toujours grand, au dessus de 10 000, de sorte que les écoulements seront toujours turbulents.

- Nombre de Reynolds magnétique $Rm = \frac{LV}{\eta}$

Il est construit dans l'équation de l'induction comme le rapport du terme $rot\left(\vec{u} \wedge \vec{B}\right)$ produisant les effets d'induction, par rapport au terme diffusif $\eta \Delta \vec{B}$. Ce nombre est le paramètre naturel de l'effet dynamo. Le nombre de Reynolds magnétique *Rm* est lié au nombre de Reynolds *Re* (dit hydrodynamique pour le différencier du premier), par la relation *Rm = Pm Re.* Les valeurs de *Pm* pour les métaux liquides, font que pour avoir *Rm* d'ordre un, *Re* est d'ordre 10^5 au moins.

- Paramètre d'interaction $N = \frac{\sigma B_0^2 L}{\rho V}$

Il correspond au rapport dans l'équation de Navier-Stokes de la force de Laplace $\vec{j} \wedge \vec{B}$, sur le terme convectif $_ \left(\vec{u}.\vec{grad}\right)\vec{u}$. Il traduit l'importance de l'action d'un champ magnétique sur le mouvement du fluide. Notons que la définition ici énoncée, n'est pas adaptée à l'effet dynamo. Certaines références utilisent le nombre de *Lundquist S* [16], *qu'on peut définir par* $s = \sqrt{NRm}$.

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, parlant des lois de base caractérisant les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques présents dans la pompe MHD à conduction, des expressions mathématiques ont été établis dans leurs formes générales.

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'une part la définition des fluides micropolaire en donnant des exemples de ce type de fluides non newtoniens, d'autre part le comportement rhéologique actuel de ces fluides. *Eringen* a formulé la théorie micropolaire «micro-continuum », qui a été utilisée par de nombreux auteurs dans diverses conditions physiques, *M. M. Rahman*, [17]. Les fluides micropolaire sont des fluides non newtoniens avec les structures internes dans lesquelles le couplage entre la vitesse de rotation de chaque particule et le champ de vitesse macroscopique est considéré [17]. Exemples: les flux colloïdes et la suspension de fines particules, les cristaux liquides de polymère à longue chaîne, le sang, les liquides pétillants (brillants, colorés, etc.), Y. A. *Buyevich*, [18]. La théorie de la micropolarité est adoptée pour examiner les effets de la microstructure et de la microrubrification sur les dispositifs de lubrification dans la couche mince de lubrifiant. La micropolarité entraînera une augmentation de la viscosité équivalente qui conduit plus tard à une lubrification améliorée, *Z. Chaohui, et al,* [19].

III.2. Les fluides micropolaire

III.2.1. Flux des particules fines en suspension

On donne quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non newtoniens.

III.2.1.1. Fluides en suspension de particules polymériques

Ces fluides sont considérés comme des solutions non newtoniennes de faible concentration du polymère, par exemple, des molécules de particules de latex dissoutes dans l'eau (figure III.7). Nicodemo et al ont observé que l'addition de particules de latex dans un fluide cisaillé n'a tout simplement aucune influence sur la courbe de viscosité [18].

III.2.1.2. Colloïdes

Les fluides colloïdaux sont des fluides qui contiennent des particules fines similaires contenant de la colle ou de la gélatine et qui ne cristallise pas, les forces browniennes et les interactions particule-particule jouent un rôle important [18].

Les forces internes peuvent être divisées en forces hydrodynamiques responsables de la migration, de l'alignement ou de l'orientation des particules dans le cas des particules non sphériques et de la structure effondrée en matière de précipitations et d'agrégats, ce qui entraîne des mouvements relatifs des particules en suspension, Einstein a confirmé que les seules forces dans l'analyse de la viscosité d'une boule de suspension diluée dans un liquide newtonien [18].

Les forces internes non hydrodynamiques forment des forces browniennes responsables du mouvement interne et de la distribution des particules, elles ont la force des interactions physiques et chimiques qui peuvent affecter la structure interne des particules colloïdales en suspension. Le mouvement brownien permet aux forces attrayantes à faible portée de promouvoir la floculation de la construction et de la formation du réseau à faible gel. Ne pas dire que les forces extérieures, par exemple en raison d'un champ électrique, peuvent modifier radicalement les propriétés rhéologiques des suspensions [18]. Tableau III.1 résume les forces principales agissant sur les particules colloïdales avec des formules mathématiques de base pour calculer la grandeur:

Tableau III.1 les forces se concentrent sur les suspensions colloïdes (Adapté par Russell et al) [18]

Force	***La magnitude***	***Définition***
Brownian	$kT/\ d_p$ *(III.1)*	*k: constant de Boltzman* *T: température [K]* *dp: diamètre de particule*
Van Der Waals	A/d_p *(III.2)*	*A: constante Hamaker*
Visqueux	$\eta d_p^2 U = \eta d_p \dot{\gamma}$ *(III.3)*	*η: viscosité de particule*
Inertie	$d_p^2 \rho_p U^2$ *(III.4)*	*U: Vitesse relative de la particule*

Gravitationnel	$d_p^2 \Delta \rho g$ *(III.5)*	$\Delta \rho$*: Différence entre la densité de fluide et la particule*

III.2.1.3. Sangs

Les flux du sang sont considérés comme des fluides en suspensions de vésicules déformables de caractère non newtonien, le comportement se déplaçant comme un fluide d'éclaircie par cisaillement, sa viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement (gradient de vitesse) augmente, A.C. Eringen [20-25]. Voir l'exemple donné par N. Midoux et D. Quemada, [26-27]. (figure III.1)

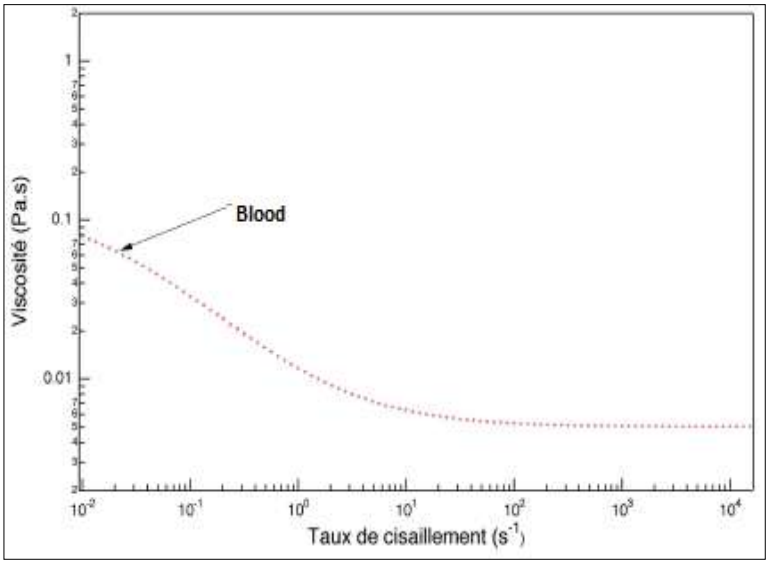


Figure III.1: Viscosité du sang par rapport au taux de cisaillement [29].

III.2.1.4. Liquide synovial ou liquide articulaire humain.

Au sujet d'une étude du comportement rhéologique du fluide synovial, nous pouvons trouver, pour des exemples, Ogston et Stanier ont mis en évidence le comportement des caractères viscoélastiques, Dowson et Mow ainsi que Jones ont noté que les liaisons articulaires humaines ont le même comportement rhéologique qu'un lubrifiant, tandis que Dintenfass a constaté que le liquide synovial est non-newtonien en raison de la présence de molécules d'acide byaluronique (polymère à longue chaîne) et sa viscosité diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement, cela a été soutenue expérimentalement par Bloch et Dintenfass, Maroudas et Dowson. S. P. Singh, et al, [30].

III.2.1.5. Cristaux liquides.

Il existe un grand nombre de composés organiques qui présentent simultanément un comportement solide et liquide, en même temps qu'ils circulent comme des fluides. Ces substances sont appelées cristaux liquides. Ces derniers sont constitués de molécules en forme de tige, de type disque ou arbitraire dans un environnement fluide. Il existe de nombreux types de cristaux liquides.

Les cristaux liquides, qui possèdent des molécules en forme de tige, sont divisés en deux classes: nématique et smectique (Figure III.2) [20].

- Dans les cristaux liquides nématiques, les centres de masse des molécules sont distribués au hasard en trois dimensions.

- En smectics, ils sont disposés dans des avions équidistants.

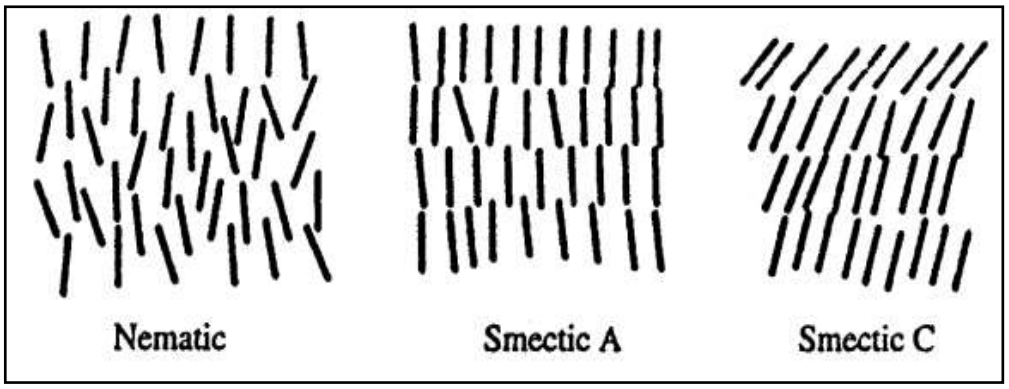


Figure III.2: Cristaux liquides nématiques et smectiques [20].

Lorsque les éléments en forme de tige de la classe nématique sont organisés dans des plans adjacents, légèrement tournés formant une structure hélicoïdale, on appelle la phase cholestérolique ou chiralnématique (figure III.3). Les cholestérols présentent une biréfringence et une activité optique. Il peut citer d'autres types de cristaux liquides, les polymères dont les molécules se composent de barres rigides fixées l'une à l'autre par des chaînes souples ou par une seule fibre longue et souple avec des barres attachées en tant que chaînes latérales (figure III.4), des cristaux liquides polymères peuvent être présents en nématique, en chiralnématique ou en smectique [20].

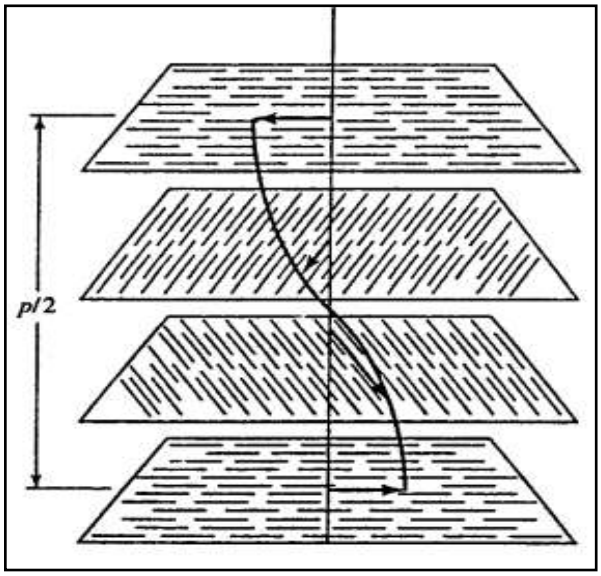


Figure III.3: Phase cholestérolique [20]

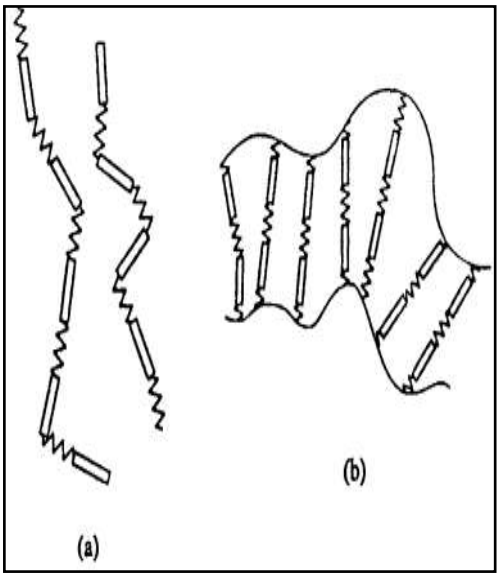


Figure III.4: Polymères cristallins liquides; (A) chaîne principale,

(b) chaîne latérale [20].

Une classe différente de cristaux liquides a des molécules biologiquement importantes, par exemple des phospholipides, appelés molécules amphiphiles, qui sont à la recherche d'eau ou à l'eau répulsive (figure III, 5).

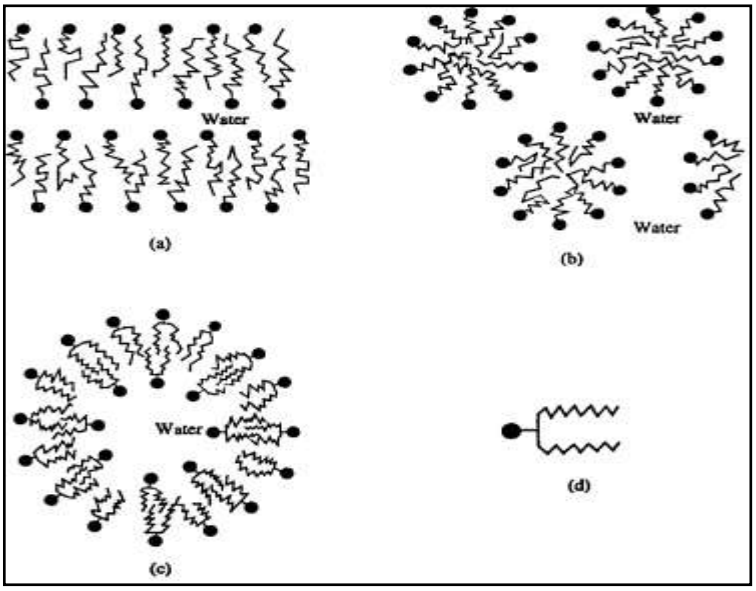


Figure III.5: Molécules amphiphiles: (a) molécules de savon; (B) micelle; (C) vésicule; (D) molécule de phospholipide [20].

III.2.2. Quelques modèles rhéologiques de fluides micropolaires.

Dans la littérature, il existe plusieurs modèles qui expliquent le comportement rhéologique des fluides micropolaires non newtoniens, car leur comportement rhéologique est indépendant du temps et inclus dans la catégorie des fluides pseudo-plastiques (dilution par cisaillement) [18].

III.2.2.1. Carreau et modèles Carreau modifiés.

On peut distinguer ce type de fluide; Le modèle de fusion de polymère à faible concentration est proposé (tableau III.2), pour des concentrations élevées de solides ou des matrices à faible viscosité, les interactions particules par particule peuvent devenir significatives, comme pour les masses de polystyrène remplies de charbon noir, de dioxyde de titane et de carbonate de calcium. Poslinski et d'autres ont proposé un modèle Carreau modifié [18]:

Tableau III.2: Les lois rhéologiques de l'éclaircie par cisaillement de fluide micropolaire ne présentant pas de stress critique. N. Midoux, D. Quemada et H. A. Barnes [26, 27] et [31].

Modèles	***Lois rhéologiques***	***Paramètres n < 1***
Ostwald De Waele	$\tau = k.\dot{\gamma}^n$ $(III.6)$	*n, k: Paramètre et indice de cohérence, respectivement*
Ostwald De Waele	$\mu = m.\dot{\gamma}^{n-1}$ $(III.7)$	*m : est un paramètre, un comportement erroné à faible taux de cisaillement.*
Carreau	$\tau = \left[\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (\lambda.\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}}\right].\dot{\gamma}$ *(III.8)*	μ_0, μ_∞, λ *n : Indice de structure*
Cross	$\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+(\dot{\gamma}.t_1)^p}\right].\dot{\gamma}$ *(III.9)*	*$\mu\infty$: Présente la viscosité à très haut taux de cisaillement*
Ellis	$\tau = \left[\frac{\mu_0}{1+\left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}\right].\dot{\gamma}$ *(III.10)*	μ_0 , $\tau_{1/2}$, α $\tau_{1/2}$ *: Présente la moitié du stress de cisaillement appliqué*

$$\mu = \frac{\sigma_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\mu_0}{(1+(t_1\dot{\gamma})^2)^{(1-n)/2}} \qquad (III.11)$$

Avec, $\sigma_0 = G_0 \times \gamma_0$ *et* G_0 est le module d'élasticité, avec: $\sigma_0 < |\sigma|$ *et* $\acute{\gamma}_0 \geq |\acute{\gamma}|$, μ_0 viscosité nulle, et le temps caractéristique *(t_1)* est décrit par Maron Pierce, en donnant les expressions suivantes [18].

$$t_1 = t_{1m}\frac{\mu_0}{\mu_m} \qquad (III.12)$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_m} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2} \qquad (III.13)$$

Avec: μm et t_{1m} sont respectivement la viscosité et la période caractéristique de la matrice polymère, *φm:* est la fraction maximale d'emballage *= 0,80;* $\frac{\mu_0}{\mu_m} = \frac{2}{5}$

Poslinski et al ont obtenu un bon accord entre le modèle proposé et les données expérimentales, ils ont constaté que le comportement rhéologique des particules en suspension est très similaire au comportement des particules de polymère non saturées

(faible concentration de polymère) et des particules sphériques suspendues de verre. (Figure III.5) [18].

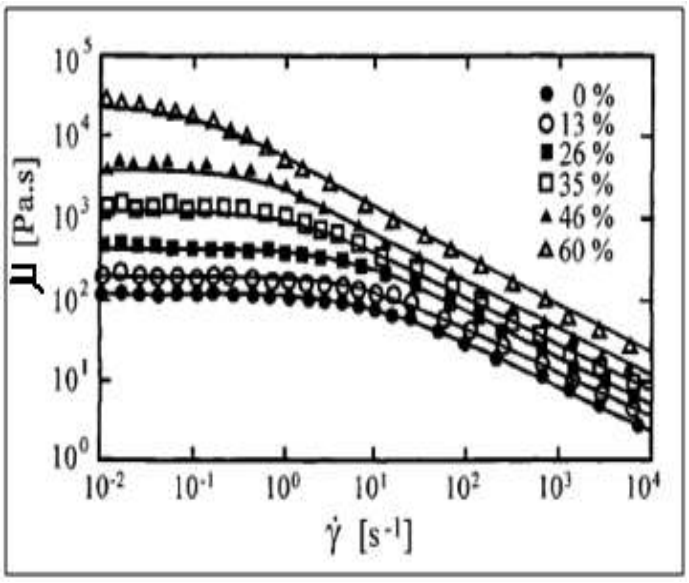


Figure III.6: La viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C [18].

III.2.2.2. Modèles de sang humain.

Dans le rétrécissement pathologique, le flux de sang humain dans la sténose d'un vaisseau sanguin ou une artère est fourni sous le modèle de fluide micropolaire suivant, Md. Ikbal [29]:

$$\tau = -m\left\{\left|\sqrt{\frac{1}{2}(\acute{\gamma}:\acute{\gamma})}\right|^{n-1}\right\}\acute{\gamma} \qquad (III.14)$$

$$\text{avec: } \frac{1}{2}(\acute{\gamma}:\acute{\gamma}) = 2\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \qquad (III.15)$$

τ *:* Tenseur de contrainte de cisaillement *;* $\acute{\gamma}$ *:* Tenseur du taux de cisaillement;

m et n : Sont respectivement l'indice de cohérence et le paramètre d'index du comportement des fluides; Z et r sont les coordonnées polaires; U et v sont respectivement les composantes de vitesse le long de l'axe *(oz)* et du pôle *(r).*

Il existe un schéma particulier de circulation sanguine dans une artère étroite de cathétérisme; Ce modèle est donné par la formule de la viscosité effective suivante, V. P. Srivastava et al, [32].

$$\mu_e = \frac{(1-C)\mu_s}{1-\varepsilon^4+\beta(1-\varepsilon^2)+(1-\varepsilon^2)^2/log\varepsilon} \qquad (III.16)$$

Avec: μ_s: est une relation empirique avec la viscosité d'une suspension; $= \frac{a_1}{a}$, où a; $a1$ sont les valeurs limites prises par le rayon r d'un cylindre creux; $\beta = \frac{8C(1-C)\mu_s}{Sa^2}$; S est le coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule par particule. C: la densité des particules dans la fraction volumique du sang.

III.2.3. Purgeur de cisaillement ou fluide pseudoplastique.

Généralement, ce type de fluide ne présente pas de stress critique d'écoulement ou de contraintes critiques très faibles, par exemple: ciments, adhésifs, fluides contenant des particules en suspension de détergent et quelques peintures, particules en suspension de latex (polymère) dans l'eau, solution aqueuse de Polyacrylamide (figures III, 6 et III.7). Selon les expériences sur ce type de fluides, le gradient de viscosité apparente diminue alors que le taux de cisaillement augmente [26-28].

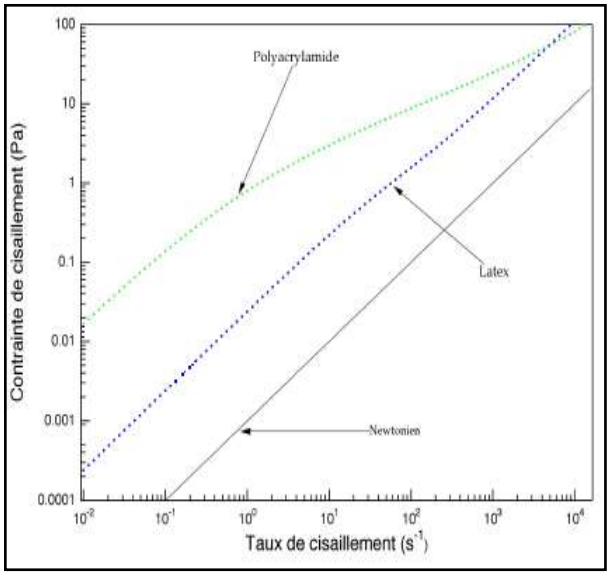


Figure III.7: Profil des courbes obtenues à partir d'une solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau [29].

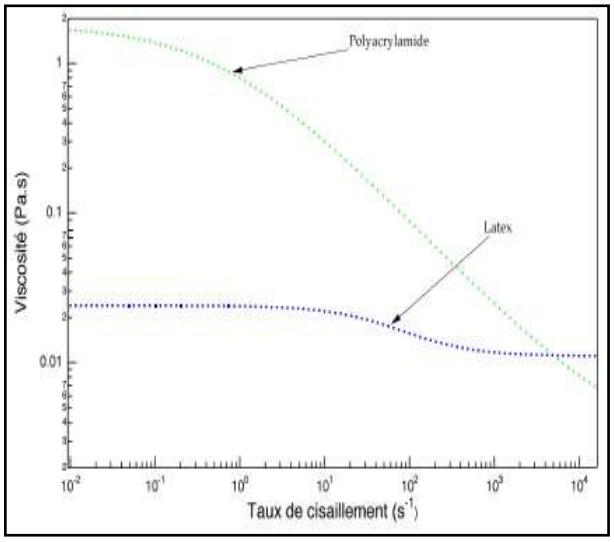


Figure III.8: La viscosité dépend du taux de cisaillement de la solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau [29].

III.3. Caractéristiques générales du fluide micropolaire.

Le fluide micropolaire se caractérise par le mouvement brownien, le mouvement rotatif (spin), la viscosité du vortex, la viscosité du gradient de rotation, la densité de la micro-inertie des particules solides en suspension, C. Y. Cheng [33].

III.3.1. Micro-rotation (vortex).

Le théorème qui a défini la bonne rotation des particules a dénoncé que lorsque les particules de fluide tournent autour de leur propre axe, le flux de fluide est appelé mouvement de rotation, les propriétés de ce type d'écoulement sont importantes et des propriétés différentes du débit potentiel (i-rotational). La rotation d'une particule est décrite par sa vitesse angulaire moyenne donnée par des formules formelles de formules différentielles données par les formules suivantes, E. Krause et R. P. Chhabra [28] et [34].

$$\begin{cases} d\alpha = \dfrac{\partial v}{\partial x}\, dt \\ d\beta = \dfrac{\partial u}{\partial y}\, dt \end{cases} \qquad (III.17)$$

En généralisant la relation (III.17) sous une autre forme en trois dimensions de l'espace, on obtient le vecteur de rotation ou de tourbillonnement vectoriel [27-28], et selon:

$$\vec{\omega} = \xi\vec{\imath} + \eta\vec{\jmath} + N\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times v \qquad (III.18)$$

Le composant de la vitesse angulaire pour une particule se déplaçant en translation et en rotation dans le plan *(xoy)*, dont le composant *N* est donné par:

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (III.19)$$

III.3.2. Viscosité du vortex.

Il est généralement donné par un coefficient σ * caractérisant la viscosité à la microscale à la bordure séparant la couche de fluide et la paroi des particules solides fines en suspension (liées à la zone de contact fluide-solide) dans les équations d'équilibre σ * est liée à la viscosité dynamique μ dans l'équation de moment, la relation entre σ * et μ est γ*:* appelée viscosité du gradient de spin donnée par la formule suivante, [27-28].

$$\gamma = (\mu + 0{,}5.\sigma^{*})j \qquad (III.20)$$

Avec: *j:* la densité de la micro-inertie.

σ^{*}: Viscosité du vortex

III.4. Paramètres principaux affectant la viscosité.

Les principaux paramètres qui ont un effet apparent sur la viscosité sont: la température pour les liquides et les semi-solides, exprimée par la loi Arrhenius; Pression; La nature chimique du fluide; La concentration de la solution en cas de matériau; La météo; La contrainte de cisaillement sur le site les deux premiers paramètres, [28]. Certains types de viscosités sont donnés dans le tableau III.3.

III.4.1. Effets de la température et de la pression.

Pratiquement, la température de l'augmentation incompressible du fluide entraîne l'expansion du volume (augmentation des distances intermoléculaires). Le même résultat, lorsque la pression devient très élevée, plus de *40 bars,* la viscosité *(μ)* augmente, moins de *40 bars,* la variation de viscosité est négligée, mais pour les fluides incompressibles, la pression de seuil est comptée au début de *20 bars* [28].

Tableau III.3: Relations de différents coefficients de viscosité, [28].

Coefficient	***Formule***	***Caractère***
Viscosité dynamique (absolue) μ	$\mu = \frac{\tau}{D}$ *(III.21)*	-----
Viscosité cinématique, ν	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ *(III.22)*	*μ : Viscosité dynamique de la dispersion.*
Viscosité relative, μ_r	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_s}$ *(III.23)*	μ_s *: Viscosité dynamique du solvant.*
Viscosité spécifique, μ_{sp}	$\mu_{sp} = \frac{(\mu - \mu s)}{\mu s}$ *(III.24)*	-----
Viscosité intrinsèque, μ_i	$\mu_i = lim_{\substack{C\to 0 \\ \varepsilon\to 0}} \left[\frac{\mu_{sp}}{C}\right]$ *(III.25)*	*C: Présente la concentration de la phase dispersée*

III.5. Conclusion

À partir de cette analyse théorique, nous pouvons conclure qu'il existe un lien important entre la structure microscopique et le comportement de l'écoulement des fluides. Ainsi, il est possible d'avoir certaines caractéristiques souhaitées d'un produit en manipulant la structure en utilisant une gamme d'additifs. À l'inverse, en utilisant des mesures rhéologiques pour obtenir des connaissances à l'échelle de la microstructure, on construit des matériaux dans une forme appropriée dans l'industrie (par exemple: médicaments pour soins personnels, peintures, etc.).

IV.1. Introduction

L'effet des radiations sur une plaque plane verticale et les flux de transfert thermique et massique est de plus en plus un problème important. Beaucoup des procédés dans le domaine de l'ingénierie se produisent à hautes températures et la connaissance du transfert de chaleur par rayonnement devient primordiale pour la conception pertinente de l'équipement. On pourra citer des exemples dans les domaines de l'ingénierie, les centrales nucléaires, turbines à gaz, les différents dispositifs de propulsion pour avion, missiles, satellites et véhicules spatiaux.

Le but de cette partie est de mettre en relief les résultats relatifs à ces transferts lors de l`écoulement laminaire de la chaleur en mode de convection naturelle, autour d'une plaque se trouvant en mouvement. De plus un flux radiatif est considéré et le paramètre approprié du rayonnement a été identifié grâce aux transformations de similarités.

La figure (IV.1) présente le schéma de notre problématique.

Pour la formulation des équations régissant l'écoulement d'un fluide sur une plaque verticale mise en mouvement, on adopte les hypothèses suivantes :

- Ecoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection naturelle.
- Fluide visqueux incompressible.
- Régime stationnaire.
- Fluide gris.
- Le milieu non dispersant.
- La présence d'un flux radiatif (haute température).
- La température de la plaque T_w supérieure à la température ambiante T_∞.
- Plaque est verticale et est en mouvement avec une vitesse U_0.

Compte tenu de ses hypothèses, les équations régissant notre phénomène, équation de continuité, équation de quantité de mouvement, équation d'énergie et équation de diffusion seront écrites pour la description mathématique fine des transferts ayant lieu.

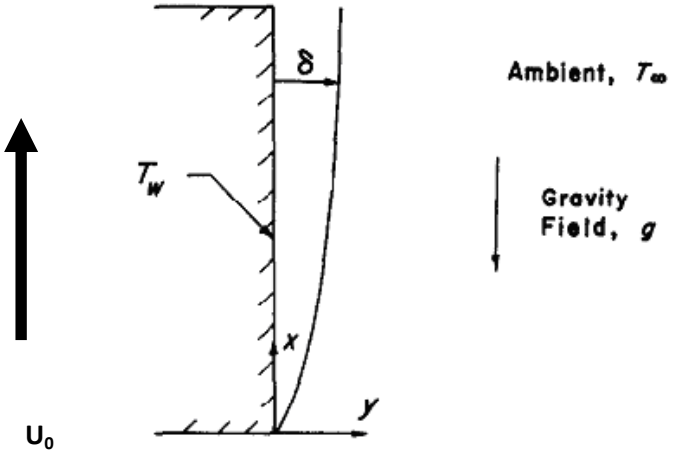


Figure IV .1 : Modèle physique en présence d'un flux radiatif

IV.2. Formulation du problème

Nous considérons le problème d'un écoulement laminaire à deux dimensions et en convection libre d'un fluide visqueux incompressible rayonnant autour d'une plaque verticale mis en mouvement. L'axe des abscisses *x* est pris le long de la plaque dans la direction verticale et l'axe des ordonnées lui est perpendiculaire. La plaque est maintenue à température et concentration constante, T_w *et* C_w, respectivement. Ces valeurs sont supposées être plus grandes que la température et concentration ambiante, T_∞ *et* C_∞, respectivement.

Les équations régissantes la couche limite en termes de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration pour des écoulements type convection naturelle sont comme suit, si l`approximation de Boussinesq est adoptée.

Variables primitives

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (IV.1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta\left(T-T_\infty\right)+g\beta^*\left(C-C_\infty\right)+\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (IV.2)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y} \qquad (IV.3)$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad (II.4)$$

Pour résoudre les équations considérées dans cette étude, il est nécessaire de spécifier les conditions initiales et les conditions aux limites sur toute la frontière du domaine d'écoulement.

Les conditions initiales et aux limites sont :

$$\begin{aligned} &y = 0 \ , u = u_0 \ , \ v = 0 \ , T = T_w \ , C = C_w \\ &x = 0 \ , u = 0 \ , \ T = T_\infty \ , C = C_\infty \\ &y \to \infty , u \to 0 \ , T \to T_\infty \ , C \to C_\infty \end{aligned} \qquad \textit{(IV.5)}$$

Où *u* et *v* sont les composantes de la vitesse dans les directions *x* et *y*, respectivement, *T* est la température, *C* est la concentration, β est le coefficient d'expansion thermique, β^* est le coefficient d'expansion massique, μ est la viscosité du fluide, ρ est la masse volumique, ν est la viscosité cinématique, c_p la chaleur massique, α est la diffusivité thermique, *D* est la diffusivité massique et *g* est l'accélération due à la gravité.

La quantité q_r représente le flux radiatif thermique dans la direction de *y,* est donné par l'approximation de Rosseland (P. Holman [5]), comme suit :

$$q_r = -\frac{4\sigma_s}{3k_e}\frac{\partial T^4}{\partial y} \qquad \textit{(IV.6)}$$

Où σ_s est la constante de Stefan-Boltzmann et k_e est le coefficient moyen d'absorption. Il convient de noter qu'en employant l'approximation de Rosseland nous limitons notre analyse aux fluides optiquement épais. Si les différences de la température dans l'écoulement sont suffisamment petites, alors l`équation (IV.6) peut être linéarisée en remplaçant T^4 dans la série de Taylor par T_∞, après avoir négligé les limites d'ordre plus supérieur et on peut écrire :

$$T^4 \cong 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4 \qquad \textit{(IV.7)}$$

Variables adimensionnées et de similarité locale

Les composantes de vitesse u et v peuvent être écrites sous la forme de fonction de courant comme suit :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \ , v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad \textit{(IV.8)}$$

Pour la résolution des problèmes non linéaires, on introduit les variables de similarités et les profils de similarités :

$$\eta = \sqrt{\frac{u_0}{\upsilon x}}y \ , \ \psi = \sqrt{u_0 \upsilon x}\, f \ , \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \ ,$$

$$\phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, \ X = \frac{x u_0}{\upsilon} \qquad (IV.9)$$

Les équations (IV.1)-(IV.4) avec les conditions initiales et aux limites (IV.5) se réduisent sous la forme adimensionnelle :

$$f''' + \frac{1}{2} f . f'' + Gr_x . \theta + Gm_x . \phi = 0 \qquad (IV.10)$$

$$\left(1 + \frac{4}{3N}\right)\theta'' + \frac{1}{2} Pr . f . \theta' = 0 \qquad (IV.11)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Sc . f . \phi' = 0 \qquad (IV.12)$$

Où Gr_x est le nombre de Grashof thermique local défini : $Gr_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{u_0^2} x$,

Gm_x est le nombre de Grashof massique local défini: $Gm_x = \frac{g\beta(C_W - C_\infty)}{u_0^2} x$,

Pr est le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\upsilon}{\alpha}$

Sc est le nombre de Schmidt $Sc = \frac{\upsilon}{D}$ et *N* le paramètre de rayonnement

$$N = \frac{k k_e}{4\sigma_S T_\infty^3} .$$

Les conditions initiales et aux limites deviennent :

$$y = 0 \ , \ \eta = 0 \ , \ f(0) = 1 \ , \theta(0) = 1 \ , \phi(0) = 1 \ , \ f(0) = 0$$
$$x = 0 \ , y \to \infty , \eta \to \infty , \ f'(\infty) = 0 \ , \theta(\infty) = 0 \ , \phi(\infty) = 0 \qquad (IV.13)$$

Grandeurs significatives

Les valeurs de coefficient du frottement mécanique local τ_x, le nombre de Nusselt local Nu_x et du nombre de Sherwood local Sh_x sont [35]:

$$\tau_x = -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} \qquad (IV.14)$$

$$Nu_x = \frac{-x\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{T_w - T_\infty} \qquad (IV.15)$$

$$Sh_x = \frac{-\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0}}{C_w - C_\infty} \qquad (IV.16)$$

En utilisant les quantités sans dimensions indiquées dans l'équation (IV.9), les valeurs du frottement mécanique local τ_x, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_x se transforment :

$$\tau_x = -f''(0)\sqrt{\frac{1}{X}} \qquad (IV.17)$$

$$Nu_x = -\sqrt{X}\cdot\theta'(0) \qquad (IV.18)$$

$$Sh_x = -\sqrt{X}\cdot\phi'(0) \qquad (IV.19)$$

IV.3. Résultats et discussions

Pour obtenir les différents profils, le système d'équations différentielles ordinaires (IV.13)-(IV .15) avec les conditions aux limites (IV.16), sont résolus numériquement à l'aide de la méthode différences finies pour le problème des valeurs aux limites (BVP) à l'aide de MATLAB, les calculs numériques d'entrée sont retenus :

Gr_x= (0.1 , 0.2 , 2.0 , 4.0 , 6.0) ; Gm_x= (2.0 , 4.0 , 6.0) ; N= (3.0 , 5.0 , 10.0) ; Sc= (0.3 , 0.6 , 0.78 , 0.94) ; Pr=0.71.

IV.3.1. Profils de vitesse

Les figures (IV.2)- (IV.4) représentent les variations de profils de vitesse en fonction de variable de similarité η pour différentes valeurs de paramètres de contrôle de notre système physique. La figure (IV.2) et (IV.3) montrent la variation de la vitesse avec différentes valeurs de Grashof thermique et massique local Gr_x, Gm_x respectivement, on observe que la vitesse augmente avec l'augmentation de Grashof thermique et massique local prés de la plaque, prés de la plaque si la température est plus grande se qui influe sur la densité devienne plus faible se qui nous donne une amélioration de la vitesse.

T'andis que la vitesse augmente avec la diminution de paramètre de rayonnement N d'après la figure (IV.4).

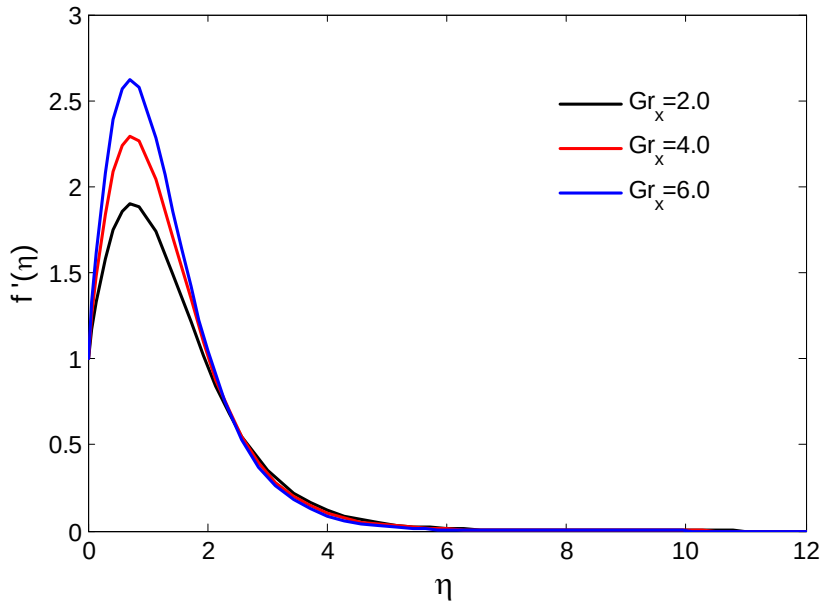


Figure IV.2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Grx (Gmx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

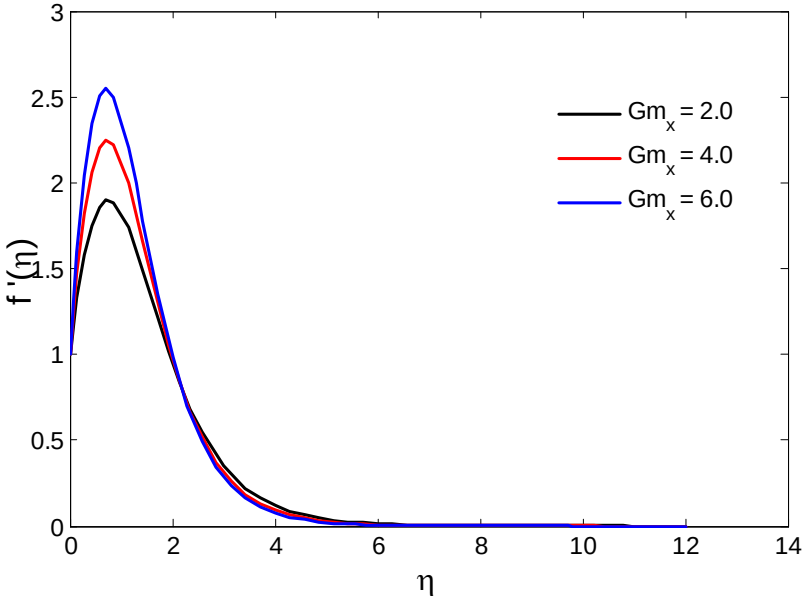


Figure IV.3: Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gmx (Grx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

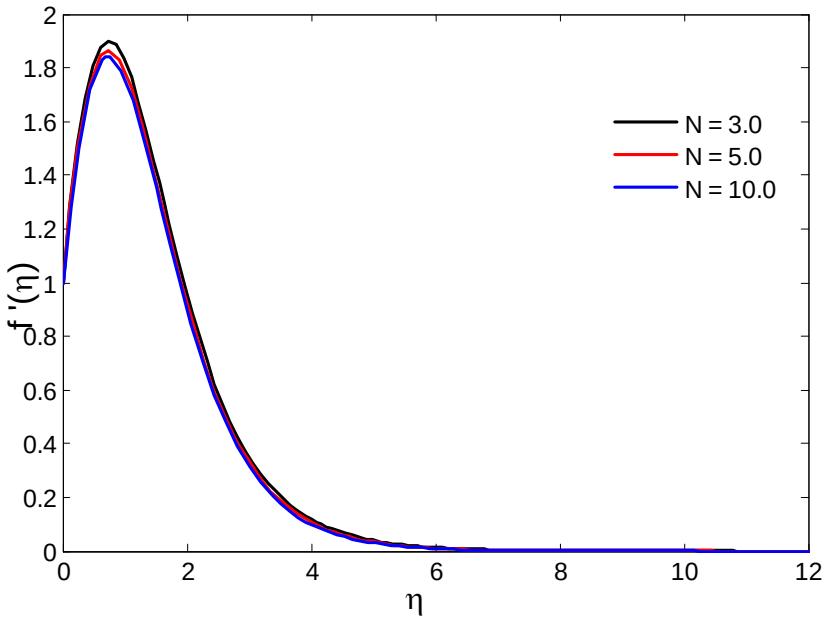


Figure IV.4: Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de N (Grx = 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

IV.3.2. Profils de température

Les profils de température sont présentés dans les figures (IV.5)- (IV.7), il peut être vu dans les trois figures que si le nombre de Grashof thermique local Gr_x, le nombre de Grashof massique local Gm_x et le paramètre de rayonnement augmente la température diminue.

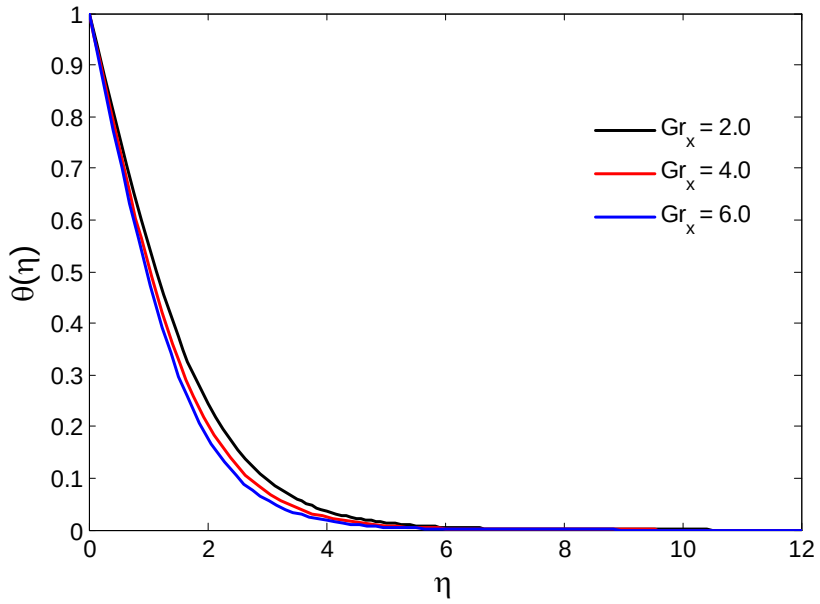


Figure IV.5: Variation du profil de température pour différentes valeurs de Grx (Gmx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

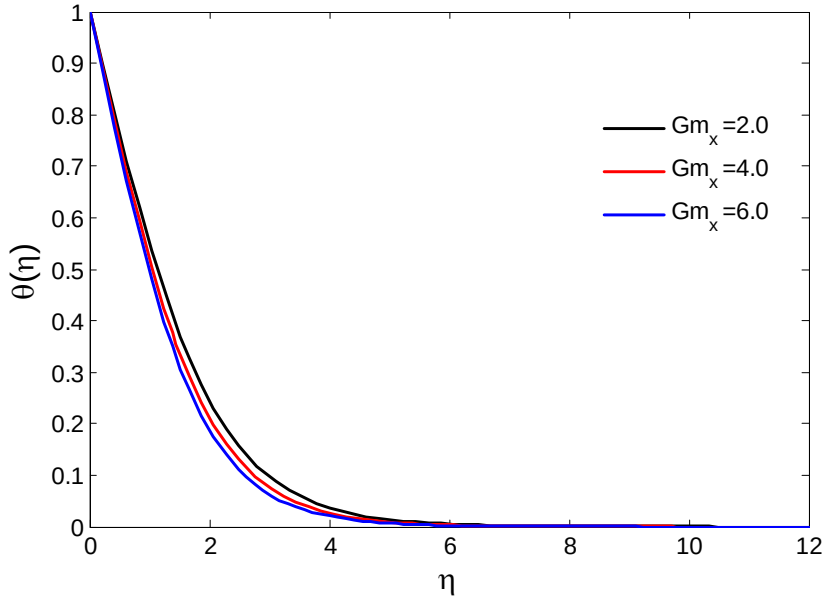


Figure IV.6: Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gmx (Grx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

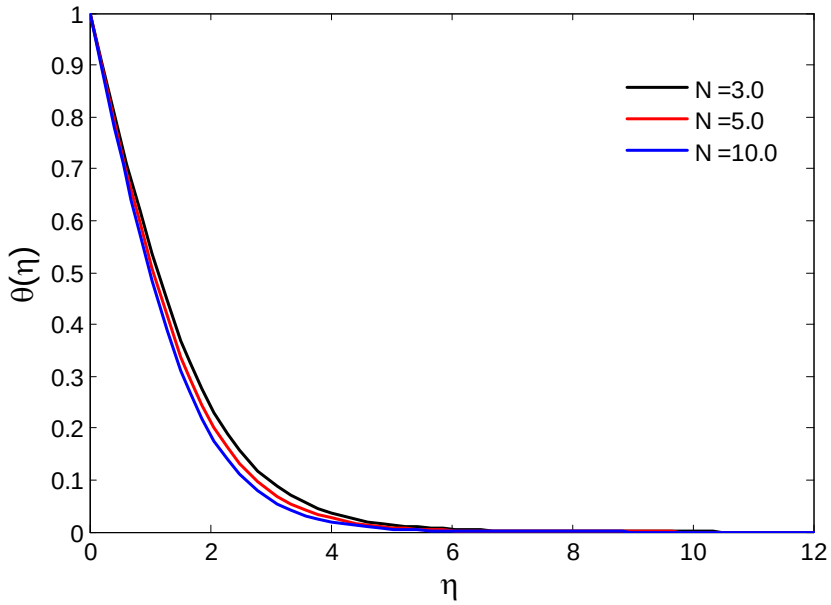


Figure IV.7: Variation du profil de température pour différentes valeurs de N (Grx = 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

IV.3.3. Profils de la concentration

Les figures (IV.8)-(IV.11) décrit les résultats de la distribution de la concentration en fonction de variable de similarité η, les figures (IV.8) et (IV.9) montre que la concentration diminue avec l'augmentation du nombre de Grashof thermique local Gr_x et le nombre de Grashof massique local Gm_x. La figure (IV.10) illustre l'effet de paramètre de rayonnement *N* sur le profil de la concentration parait être moins sensible à l'augmentation de paramètre de rayonnement *N.* Il est remarquable de la figure (IV.11) que comme le nombre de Schmidt *Sc* augmente le profil de la concentration diminue.

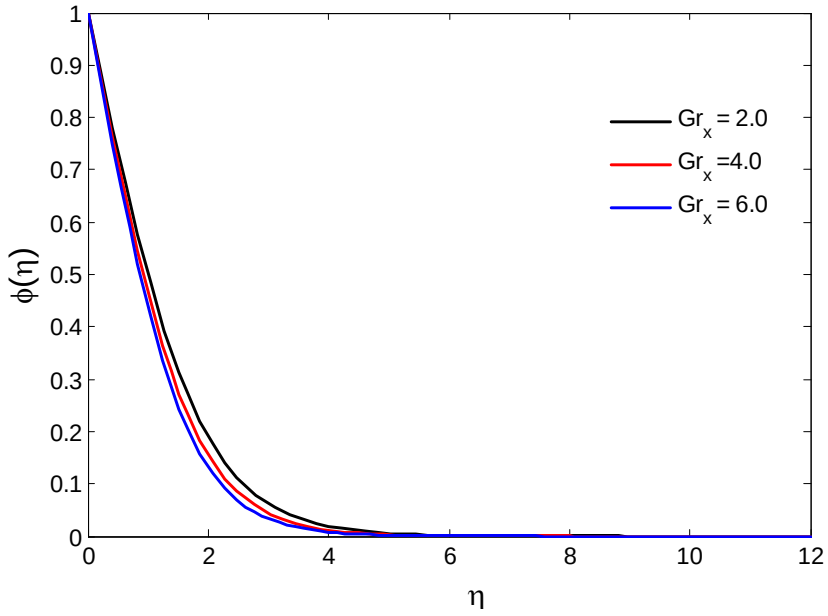


Figure IV.8: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Grx (Gmx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

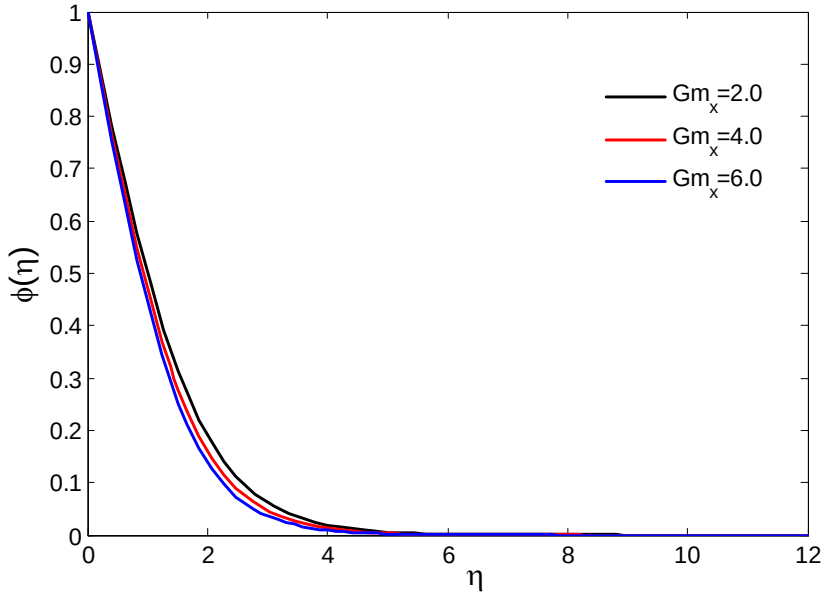


Figure IV.9: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gmx (Grx = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

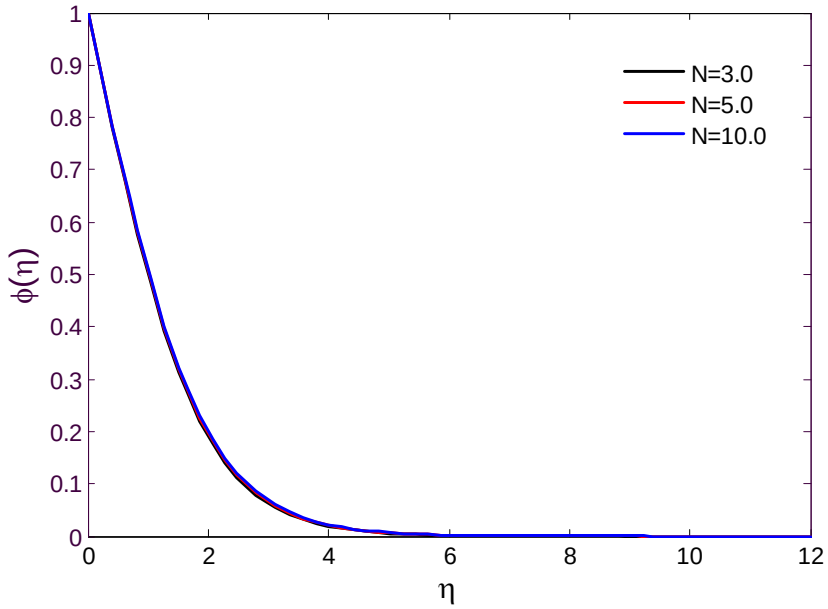


Figure IV.10: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de N (Grx= 2.0, Gmx=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)

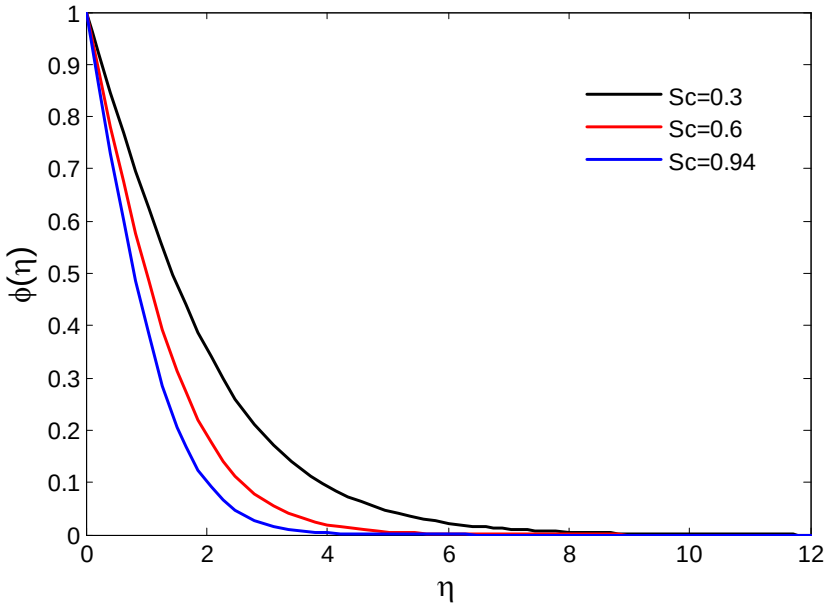


Figure IV.11: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc (Grx = 2.0, Gmx= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)

IV.3.4. Variation du coefficient de frottement mécanique

Le coefficient de frottement mécanique local τ_x est utilisé pour caractériser l'écoulement du fluide, la figure (IV.12) montre les variations de coefficient de frottement mécanique local τ_x en variant le paramètre de rayonnement *N*, il est intéressant de noter que le paramètre de rayonnement *N* augmente par contre le coefficient de frottement

mécanique local τ_x diminue et contrairement dans la figure (IV.13) quand le nombre de Schmidt *Sc* augmente le coefficient de frottement mécanique local τ_x augmente.

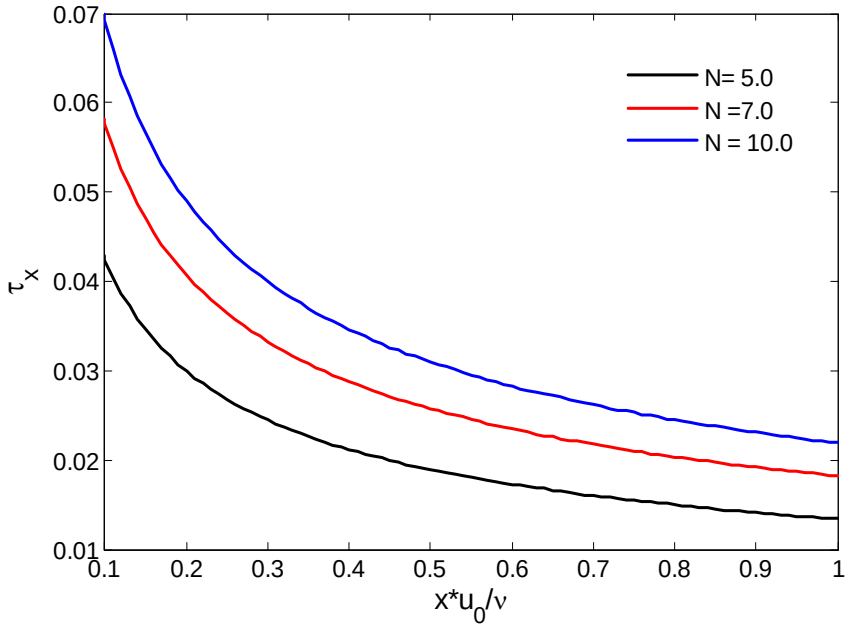


Figure IV.12: Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de N (Grx = 0.2, Gmx =0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)

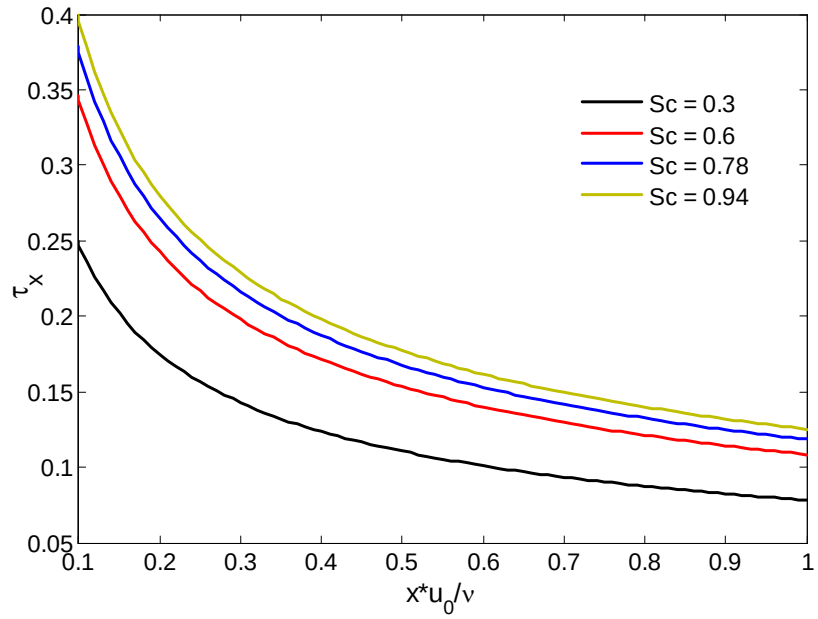


Figure IV.13 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de Sc (Grx = 0.2, Gmx =0.1, N = 5.0, Pr = 0.71)

IV.3.5. Variation du nombre de Nusselt

Les variations des nombres de Nusselt local Nu_x pour différentes valeurs de paramètre de rayonnement *N*, nombre de Schmidt *Sc* et nombre de Grashof massique local Gr_x sont

illustrées dans les figures (IV.14)-(IV.16) respectivement, il peut être vu que l'augmentation de paramètre de rayonnement N augmente le taux de transfert thermique en terme de nombre du Nusselt local Nu_x, de même pour le nombre de Grashof thermique local Gr_x c-à-d que il y a une amélioration de nombre de Nusselt local Nu_x, par contre l'augmentation du nombre de Schmidt Sc réduit le nombre de Nusselt local Nu_x.

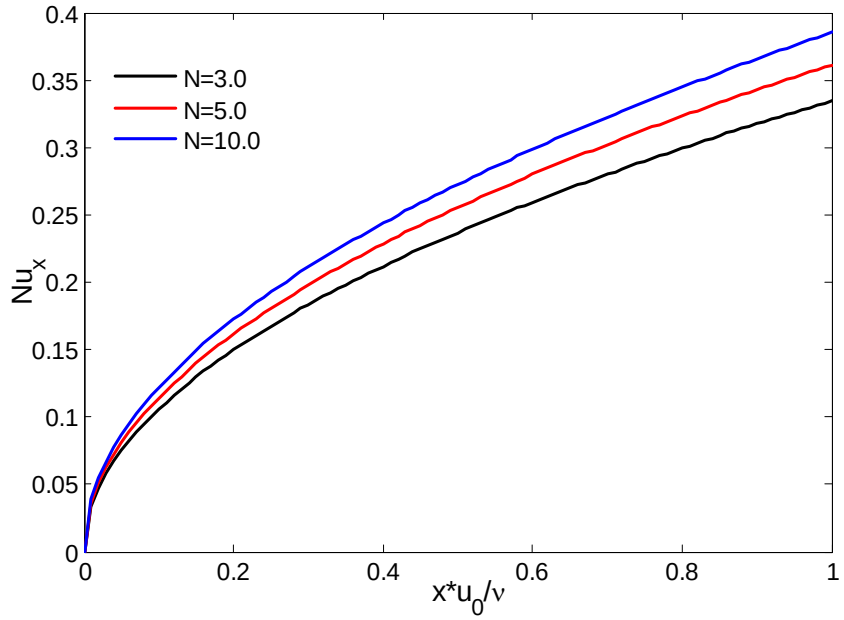


Figure IV.14: Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de N (Grx = 0.2, Gmx =0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)

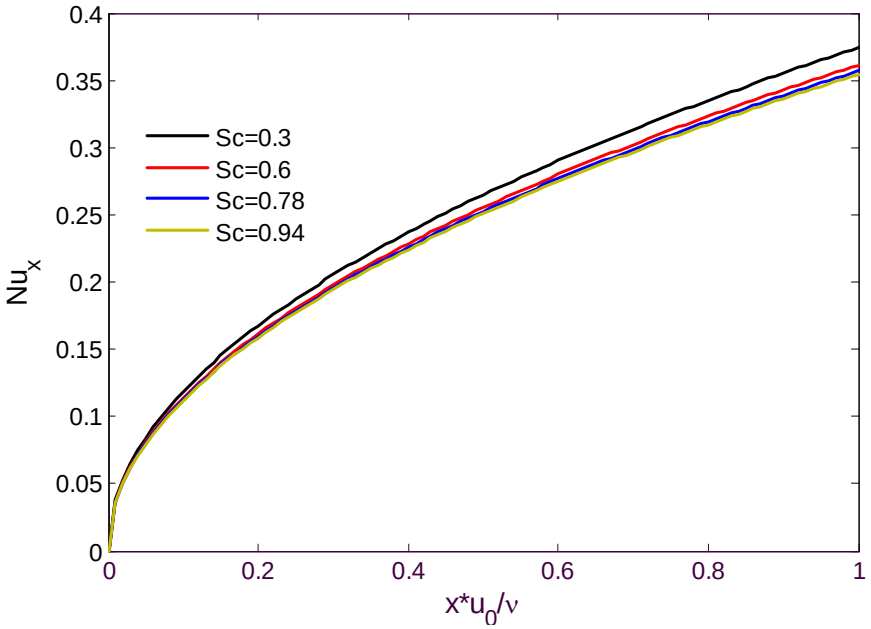


Figure IV.15: Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Sc (Grx = 0.2, Gmx =0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

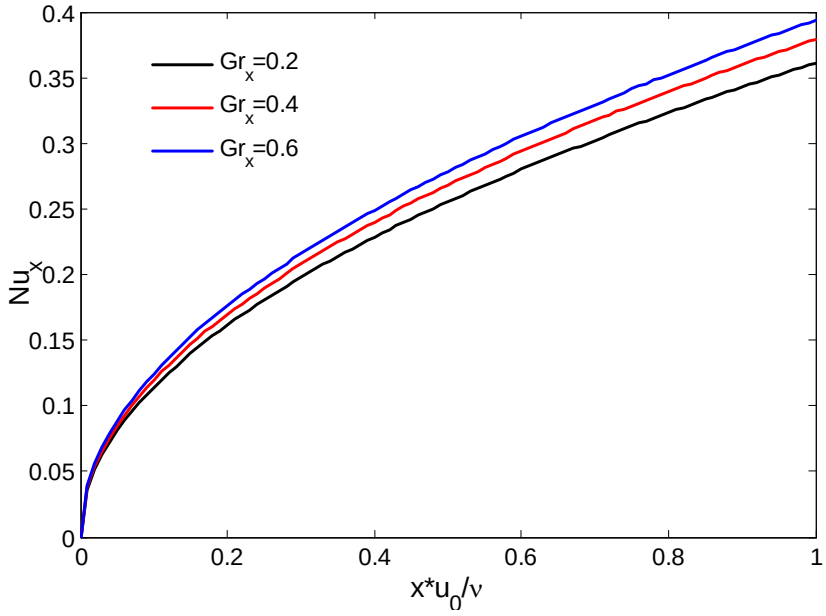


Figure IV.16: Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Grx (Gmx =0.2, N = 5.0, Sc=0.6, Pr = 0.71)

IV.3.6. Variation du nombre de Sherwood

Les variations du nombre de Sherwood local Sh_x pour différentes valeurs du paramètre de rayonnement N, Grashof massique local Gr_x et nombre de Schmidt Sc sont illustrées dans les figures (IV.17)-(IV.19) respectivement, on remarque que, le paramètre de rayonnement N n'a pas d'influence sur le nombre de Sherwood local Sh_x, la figure (IV.18) montre que le nombre de Grashof massique local Gm_x améliore le taux de transfert massique et augmente le nombre de Sherwood local *Shx*. De même pour le nombre de Schmidt Sc c-à-d qu'il y a une amélioration de nombre de Sherwood local Sh_x.

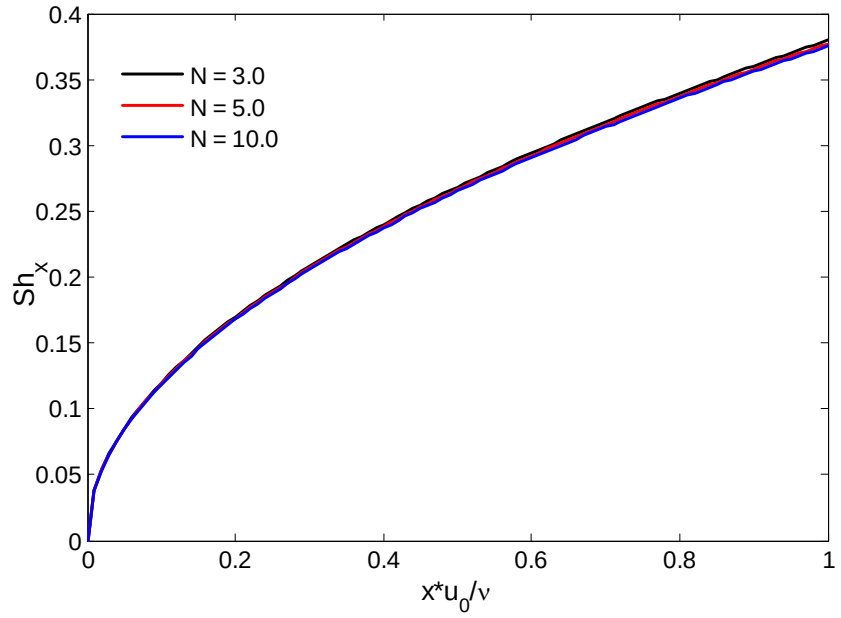


Figure IV.17: Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de N (Gmx =0.2, Grx = 0.2, Sc=0.6, Pr = 0.71)

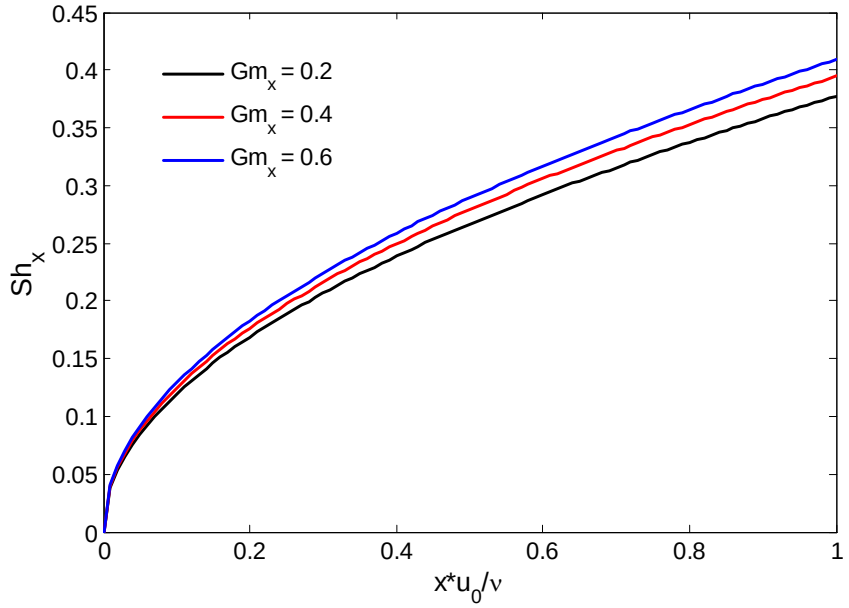


Figure IV.18 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Gmx (Grx = 0.2, Sc=0.6, N = 5.0, Pr = 0.71)

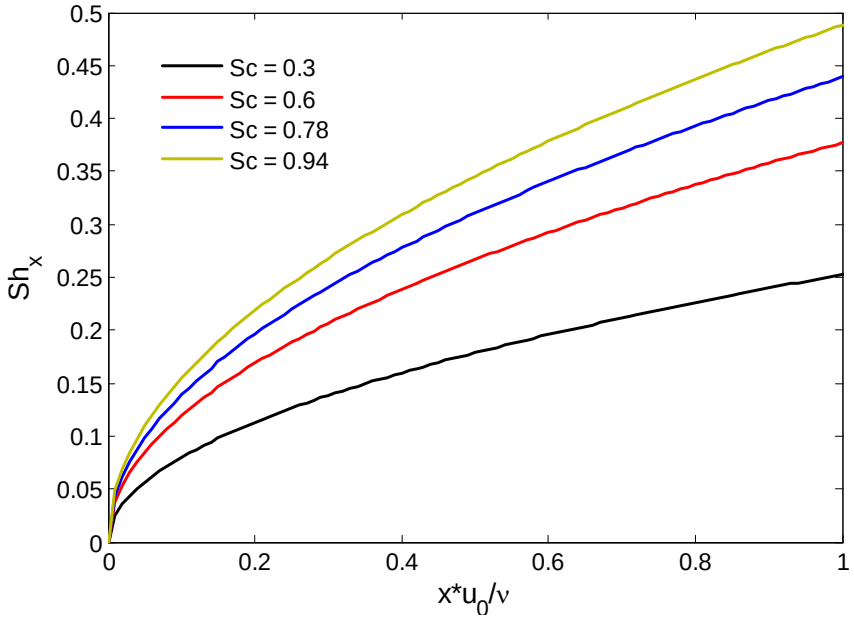


Figure IV.19 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Sc (Grx = 0.2, Gmx=0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

IV.4. Conclusion

La vitesse de la plaque a été maintenue à une valeur constante. Les équations différentielles partielles résultantes ont été transformées en un ensemble d'équations différentielles ordinaires, des évaluations numériques des résultats ont été effectuées et des résultats graphiques ont été obtenus pour illustrer les détails du flux et du transfert de chaleur et de masse, les caractéristiques et leur dépendance à l'égard de certains paramètres physiques. On a constaté que les profils de vitesse augmentent en raison de L'augmentation du nombre de Grashof thermique et massique local Gr_x, Gm_x respectivement. Cependant, les profils de température et de concentration diminuent quant aux coefficients de transfert thermique et massique, ils deviennent plus importants.

V.1. Introduction

L'inertie rotative locale et le stress par couple sont les effets rencontrés dans les fluides polymères, les lubrifiants exotiques et les cristaux liquides et l'hypothèse d'un liquide newtonien n'est pas nécessaire pour décrire le comportement de ces fluides typiques. Plus tard, on les appelle micropolarité (*Eringen,* 1966), dans la non-méningerie de la rhéologie comme classe de micro-continu, *Lukaszewicz* [36].

Les fluides micropolaire sont ceux qui contiennent des constituants de mi-cro peuvent subir une rotation, dont la présence peut affecter l'hydrodynamique du flux. Il existe de nombreuses applications pratiques, rapportées dans les articles de revue et le livre [36]. Par exemple, les fluides plasmas, liquides métalliques, ferro-fluides, fluides colinaux, fluides polymères et le sang utilisés en grande partie deviennent de plus en plus importants industriellement. Ces fluides appartiennent à la classe des fluides micropolaire et leurs applications se retrouvent dans les domaines de la biomédical, de l'ingénierie, de la dialyse du sang, du refroidissement de la transpiration ainsi que des générateurs de puissance MHD et du refroidissement du réacteur nucléaire

Ces types de fluides ont été modélisés d'abord par *Eringen* [37], en ajoutant une équation supplémentaire représentant le moment angulaire local qui fonctionne également dans l'équation de momentum classique.

Les fluides micropolaires ont été utilisés par de nombreux auteurs dans le flux de la couche limite et le transfert de chaleur pour différentes géométries dans plusieurs conditions physiques et thermiques, par exemple [38-42].

L'étude des effets du champ magnétique sur le débit, la chaleur et le transfert de masse sont relativement peu nombreuses lorsque le fluide non-newto-nian comme le soi-disant liquide micropolaire agit. *Ishak et al.* [43] analyser un fluide micropolaire avec un flux de MHD près d'un point de la nation du décalage. Les effets de radiation thermique et de réaction chimique pour le même type de fluide ont été considérés par *Das* [44]. Le premier effet cité est également traité numériquement par *Mahmoud* [45], compte tenu d'une surface d'étirement avec une conductivité thermique variable. Un modèle numérique est développé pour examiner les effets combinés de *Soret et Dufour* sur la

chaleur magnétohydrodynamique à convection mixte et le transfert de masse dans le milieu poreux Darcian saturé par fluide micropolaire en présence de rayonnement thermique, source de chaleur / évier non uniforme et la dissipation d'Ohmique est Présenté par *Pal et Chatterjee* [46]. *Seddeek et al.* [47] a tiré une solution analytique pour un fluide magnéto-micropolaire au-delà d'une plaque mobile. Le rayonnement, l'aspiration et le soufflage sont les mécanismes incorporés. La couche limite de la couche magnétohydrodynamique laminaire (MHD) continue après un coin avec un flux de chaleur de surface constant immergé dans un fluide micropolaire incompressible en présence d'un champ magnétique variable est étudiée par *Ishak et al.* [48]. *Mahmoud et Waheed* [49] ont examiné une interaction entre un fluide micropolaire MHD et une surface mobile avec rayonnement. Dans le domaine des différences à haute température, *Abd-El Aziz* [50] a étudié les effets ci-dessus sur une plaque semi-infini mobile avec un flux de convection mixte d'un fluide micropolaire. Le problème de l'écoulement et du transfert de chaleur sur un cylindre avec une boîte d'aspiration est discuté par *Elbarbary et Elgazery* [51]. La convection naturelle MHD non étudiée est étudiée par *Chamkha et al.* [52] pour une plaque poreuse chauffée
avec des effets combinés.

Un autre effet intéressant est la thermophorèse qui ne peut pas négliger sous un fort gradient thermique. C'est le mécanisme connu comme un déplacement de petites particules sous la présence d'un gradient thermique provoquant une vitesse appelée vitesse de thermophoresis. Ce phénomène a une application importante dans l'industrie et l'environnement. Dans ce contexte, *Alam et al.* [53] a présenté l'effet combiné du chauffage de joule et de la dissipation visqueuse et sur un fluide incompressible visqueux et sur une surface perméoire iso-thermique perméable inclinée. Pour une plaque verticale, *Tsai et Huang* [54] étudient les effets combinés de la thermophorèse et de l'électrophorèse à travers un milieu poreux dans le cas d'un flux de convection mixte. Avec l'aide de l'analyse du groupe Lie, *Muhaimin et al*. [55] a étudié la chaleur convective et le transfert de masse sans MHD avec thermophorèse et réaction chimique en présence d'une source de chaleur / évier. L'influence de la thermophorèse sur le flux de fluide micropolaire MHD est examinée par *Das* [44].

Un problème de transfert de masse et de chaleur d'une plaque verticale perméable mobile adjacente au fluide micropolaire soumis à un champ magnétique avec l'effet de la thermophorèse est étudiée dans le présent document. Motivé par les applications citées par Das [44] et compte tenu du cas intéressant de la déménagement du système, le problème actuel semble relativement nouveau. L'examen de la littérature publiée montre que le problème actuel n'a pas encore reçu l'attention de tout chercheur. Tous les mécanismes impliqués, à savoir le transfert naturel de chaleur et de masse, la présence d'un champ magnétique et la présence de la plaque perméable nécessitent un couplage fort et suggère un comportement intéressant à élucider

On obtient les solutions de similarité résultantes des équations de régulation. De nombreux résultats sont présentés et le jeu représentatif est affiché graphiquement pour illustrer l'influence des différents paramètres sans dimension. En tant que tel, il est dans l'objectif principal de déterminer l'influence des effets cibles spontanés du transfert de chaleur et de masse de la plaque perméable mobile vers le milieu externe, en particulier pour le microcontinuant fluide représentatif en tant que fluide micropolaire.

V.2. Analyse mathématique

Considérons un écoulement convectif lamellaire régulier d'un fluide micropolaire incompressible électriquement conducteur le long d'une plaque verticale semi-infinie. Un champ magnétique transversal B_0 est appliqué normalement à la plaque en présence d'une thermophorèse. Considéré par *Das* [44], le champ magnétique varie en force en fonction de x. Dans cette formulation, la dissipation magnétique n'est pas ignorée. La plaque est perméable et perçue / perdue avec une vitesse transversale v_w et se déplace le long de la direction x avec une vitesse constante U. La paroi est maintenue à température et concentration constante, T_w et C_w, et ces valeurs sont supposées Être supérieures à la température ambiante et à la concentration, T_∞ et C_∞, respectivement. La direction x qui est prise le long de la plaque est également la direction du flux et l'axe y est normal. Le schéma du problème physique actuel est représenté sur la figure V. 1.

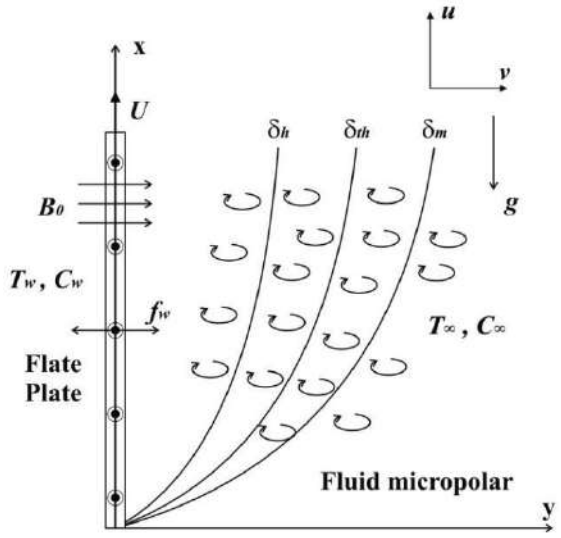


Figure V.1. Modèle physique et système de coordonnées

Ensuite, sous ces hypothèses avec Boussinesq's l'approximation et le modèle développé dans le travail de *Das* [44], les équations régissant la conservation de Masse, momentum et momentum angulaire, énergie et espèces la concentration peut être écrite comme

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (V.1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=\left(\frac{\mu+\kappa}{\rho}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\kappa}{\rho}\frac{\partial N}{\partial y}+g\beta(T-T_\infty)+g\beta^*(C-C_\infty)\ -\frac{\sigma B_0^2}{\rho}u \qquad (V.2)$$

$$j\rho\left(u\frac{\partial N}{\partial x}+v\frac{\partial N}{\partial y}\right)=\gamma\frac{\partial^2 N}{\partial y^2}-K\left(2N+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (V.3)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\lambda_g}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\sigma B_0^2}{\rho c_p}u^2 \qquad (V.4)$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-\frac{\partial}{\partial y}(V_T\,(C-C_\infty)) \qquad (V.5)$$

Ici T est la température; C est la concentration de l'espèce en la couche limite et N le composant de la microrotation plan vectoriel normal à *x-y*. Autres paramètres et quantités sont spécifiés dans la nomenclature. Nous suivons le travail de beaucoup d'auteurs récents comme travail de *Long Hsiao* [56], en supposant que la viscosité du gradient de rotation est: $\gamma=(\mu+\kappa/2)j$

V_T représente la vitesse de la thermophorèse

$V_T=k_1(\frac{\nu}{T_r}\frac{\partial T}{\partial y})$

Lorsque k_1 est un coefficient thermophorétique et T_r est une température de référence. Les conditions initiales et aux limites sont définies comme suit

$$at\ y = 0 : u = U\ , v = \pm v_w\ , T = T_w\ , C = C_w\ and\ N = -n\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$for\ y -> \infty : u = 0,\ \ T -> T_\infty\ , C = C_\infty\ , N -> 0 \qquad (V.6)$$

Dans l'équation ci-dessus $n = 1/2$ qui représente une faible concentration de flux de particules et indique la disparition de la partie anti-symétrique du tensor de contrainte, *Ahmadi* 1976[57].

Suivant *Yacob et al.* 2011[58], des quantités sans dimension sont introduites pour obtenir les solutions de similarité

$$\eta = \left(U/_{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} y\ , \psi = (\nu x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), N = U\left(U/_{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} h(\eta)$$

Alors que pour la température et la concentration sans dimension

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}\ , \phi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}$$

Où η est la variable de similarité indépendante, $f(\eta)$ est la fonction de vitesse sans dimension, $h(\eta)$ est la microrotation sans dimension, $\theta(\eta)$ est la température sans dimension et $\phi(\eta)$ est la concentration sans dimension. En outre, ψ est la fonction de flux qui est définie de la manière habituelle comme

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}\ , v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Ensuite, les composants de la vitesse deviennent

$$u = U f^{'}(\eta)\ and\ v = \frac{1}{2}\left(\nu U/_x\right)^{\frac{1}{2}} (\eta f^{'} - f)$$

En utilisant les quantités non dimensionnelles, les équations (V.1- V.5) avec les conditions aux limites (V.6) Peuvent être encore réduites à un ensemble d'équations différentielles ordinaires pour lesquelles des solutions numériques seront plus facilement obtenues

$$(1 + K) f^{'''} + \tfrac{1}{2} f f^{''} - M f^{'} + K h^{'} + G r_x \theta + G m_x \phi = 0 \qquad (V.7)$$

$$\left(1 + \frac{K}{2}\right) h^{''} - K(2h + f^{''}) + \frac{1}{2}(hf)^{'} = 0 \qquad (V.8)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2}Prf\theta' + MEcPrf'^2 = 0 \qquad (V.9)$$

$$\phi'' + \frac{1}{2}Scf\phi' + Sc\tau(\theta''\phi + \theta'\phi') = 0 \qquad (V.10)$$

Les conditions aux limites deviennent

$$at\ \eta = 0 : f'(0) = 1\ , f(0) = f_w\ , h(0) = -\frac{1}{2}f''(0)\ , \theta(0) = \phi(0) = 1$$

$$for\ \eta -> \infty : f'(\infty) = 0, h(\infty) -> \theta(\infty) -> \phi(\infty) -> 0 \qquad (V.11)$$

Où, nous avons pris $j = \nu x/U$ comme densité de micro-inertie.

$f_w = -2v_w\sqrt{x/\nu U}$ représente la vitesse d'aspiration / injection à la plaque.

Les différents paramètres impliqués sont définis par

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)x}{U^2}\ , Gm_x = \frac{g\beta^*(C_w - C_\infty)x}{U^2}\ , K = \frac{\kappa}{\mu}\ , M = \frac{Ha_x^2}{Re_x} = \frac{\sigma B_0^2 x}{\rho U},$$

$$Ec = \frac{U^2}{c_p(T_w - T_\infty)}\ , Pr = \frac{\nu}{\alpha}\ , \tau = -\frac{k_1(T_w - T_\infty)}{T_r}\ , Sc = \frac{\nu}{D}$$

Gr_x, Gm_x, K, M, Ec, Pr et τ Désignent le numéro local Grashof thermique, le numéro local Grashof, le paramètre matériel, le paramètre magnétique, le numéro Eckert, le numéro Prandtl et le paramètre thermophoretique respectivement, Tandis que Sc est le numéro de Schmidt. Ha_x *et* Re_x liés à M sont les nombres connus de Hartmann et Reynolds, respectivement

La contrainte de cisaillement de surface τ_w, la contrainte de couple de la paroi m_w, le flux de chaleur de surface q_w et le flux de masse de surface q'_w sont donnés par

$\tau_w = \left[(\mu + \kappa)\frac{\partial u}{\partial x} + \kappa N\right]_{y=0}\ , m_w = \gamma\left(\frac{\partial N}{\partial y}\right)_{y=0}\ , q_w = -\lambda_g(\frac{\partial T}{\partial y})_{y=0}\ , q'_w = -D(\frac{\partial C}{\partial y})_{y=0}$ Pour *les* applications pratiques, les quantités physiques correspondantes d'intérêt sont le coefficient de frottement mécanique C_f, la contrainte de couple de paroi sans dimension M_w, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_x, qui sont définis comme

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U^2}\ , M_w = \frac{m_w}{\rho U^2 x}\ , Nu_x = \frac{xq_w}{\lambda_g(T_w - T_\infty)}\ , Sh_x = \frac{xq_w'}{D(C_w - C_\infty)}$$

En utilisant les variables sans dimension, nous obtenons

$$\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{K}{2}\right)f''(0)\,, M_w Re_x = \left(1+\frac{K}{2}\right)h'(0)\,, \frac{Nu_x}{Re_x^{\frac{1}{2}}} = -\theta'(0), \frac{Sh_x}{Re_x^{\frac{1}{2}}} = -\phi'(0)(V.12)$$

V.3. Résultats et discussions

L'ensemble des équations différentielles ordinaires couplées (V.7) - (V.10) sont non linéaire et ne peut pas être résolu analytiquement. avec les conditions aux limites (V.11), ils forment un problème de valeur limite de deux points, qui peut être résolu en utilisant la méthode des différences finies qui implémente la formule de collocation Lobatto à 3 étapes. Une solution continue est fournie par le polynôme de collocation qui est précis dans le quatrième ordre. La sélection du maillage et le contrôle des erreurs sont liés au résidu de la solution continue. Les sous-intervalles sont générés pour procéder à l'intégration.

Les régions d'écoulement sont contrôlées par des paramètres thermophysiques, à savoir Gr_x, Gm_x, K, τ, M, Ec, Pr et Sc. Des calculs numériques sont effectués pour différentes valeurs des paramètres représentés sur toutes les figures. Pour vérifier l'exactitude du code utilisé, les calculs préliminaires sont exécutés sur la base des valeurs mises en œuvre par Alam et al. [53], Et en tenant compte des différences spécifiques dans les variables transformées. De la figure V.2 habillé Pr = 0.7; Sc = 1000 et M = 0.; Ec = Grx, Gmx = 0. ; K = 0. ; τ = 1, la vitesse prévue pour la comparaison est dans le bon accord.

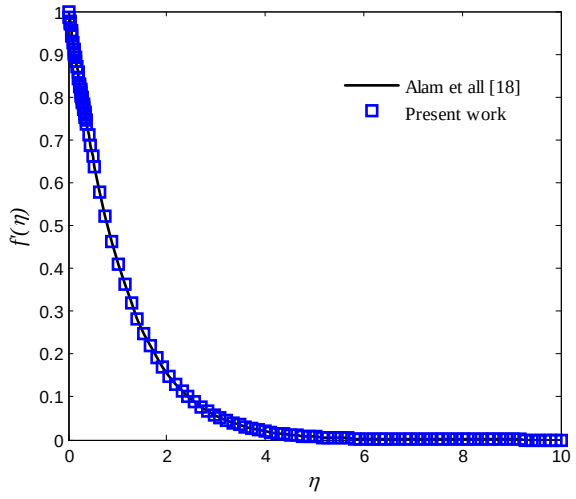


Figure V.2. Profils de vitesse f '(η) pour comparaison avec les résultats d'Alam et al. 2009

Ensuite, des calculs numériques ont été effectués pour les profils de vitesse, de microrotation, de température et de concentration. Pour comparer le comportement du fluide micropolaire fort et faible, les résultats principaux dans toutes les figures sont affichés graphiquement pour *K = 0,1 et K = 6.*

Un cas de référence est adopté avec ces paramètres, *Pr = 0,71; Sc = 0,3* et *Ec = 0,1;* Tandis que le nombre local de Grashof thermique est de *2,0* et le nombre de Grashof de concentration locale est choisi pour être de *0,5* .Les valeurs de force du champ magnétique sont choisies entre *0,5* et *1,0* alors que *M = 0,0* correspondent au flux sans champ magnétique. De même, le paramètre thermorélectrique τ prend *1.0* et *2.0* où, comme $\tau = 0$, l'absence du dépôt de particules de thermophoresis. Pour illustrer le flux d'aspiration / injection à travers la plaque perméable, les valeurs $f_w = +1$ correspondent à la boîte d'aspiration et $f_w = -1$ est choisi pour le cas d'injection. L'imperméable est représenté naturellement par $f_w = 0$.

V.3.1. Effet du paramètre magnétique *M* et du paramètre matériel *K*

Des courbes typiques sont obtenues pour la vitesse du fluide, Figure V.3. A partir de cette figure, on peut observer que l'augmentation du paramètre magnétique *M* diminue la vitesse *f'* à l'intérieur de la couche limite hydrodynamique. Ceci est dû à la force de Lorentz qui agit et décélère le mouvement du fluide. La comparaison utile entre un fluide faible et fortement micropolaire montre que cet effet magnétique est plus important pour un véritable liquide micropolaire. Le champ magnétique développe la force de Lorentz qui perturbe non seulement le flux principal, mais aussi la microrotation des particules.

La figure V.4 représente le profil de vitesse angulaire. Comme on peut le voir, l'effet de *M sur* le fluide micropolaire est plus prononcé pour la plaque mobile, où l'augmentation du champ magnétique correspond à une augmentation substantielle de la vitesse angulaire. Dans une zone représentative $\eta > 2$, on observe moins d'effet. Bien que le même effet se rencontre dans la même zone pour un fluide faiblement micropolaire, la tendance est telle que la vitesse angulaire tombe plus spectaculairement avec *M.* Ceci s'explique par la différence de concentration des particules et dans les deux cas.

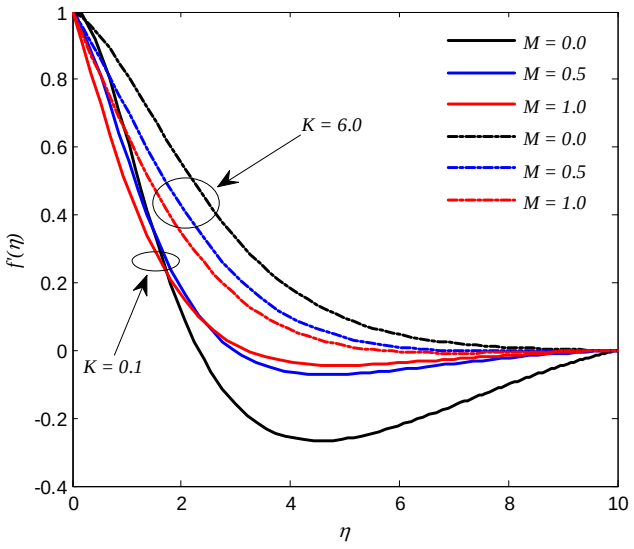


Figure V.3. Profils de vitesse f '(η) avec M. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

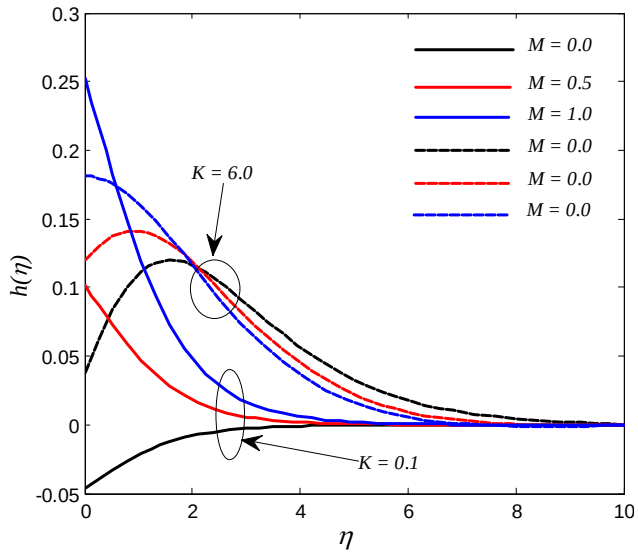


Figure V.4. Profils de microrotation h(η) avec M. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

Il a noté à partir de la figure V.5 que l'application d'un champ magnétique à l'écoulement conduit à une augmentation du profil de température avec l'augmentation de *M.* Ceci est attribué à la vitesse réduite, comme on l'a vu plus haut. Ensuite, la chaleur échangée avec la plaque mobile est réduite, provoquant à son tour une température accrue dans la couche limite thermique. Comparativement, les profils correspondants, un fluide faiblement micropolaire présentent une température plus élevée et une couche limite plus épaisse. Dans l'ensemble, cela indique qu'une chaleur étendue peut être obtenue par un fluide micropolaire plutôt qu'un fluide classique

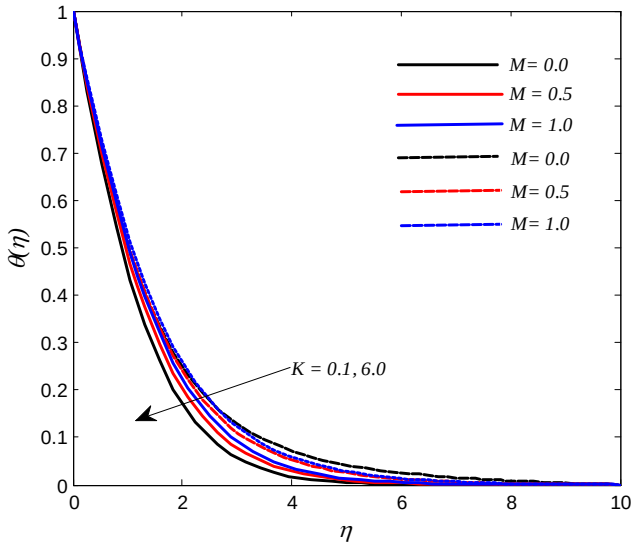


Figure V.5. Profils de température $\theta(\eta)$ avec M. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

La figure V. 6 montre les profils de concentration sous l'effet de *M.* ici encore, l'utilisation d'un fluide micropolaire est un moyen intéressant d'améliorer le transfert de masse. Pour les conditions actuelles rencontrées et un fluide classique, il convient de mentionner que les profils de température sont insensibles au changement de *M.* Comme la température à l'intérieur de la couche limite thermique, on peut également voir à partir de cette figure que la concentration du fluide dans le même La couche limite de masse augmente à mesure que *M* augmente. La couche limite du ticker est synonyme d'échange de masse lent, causé par la vitesse retardée ou la présence de la force de Lorentz.

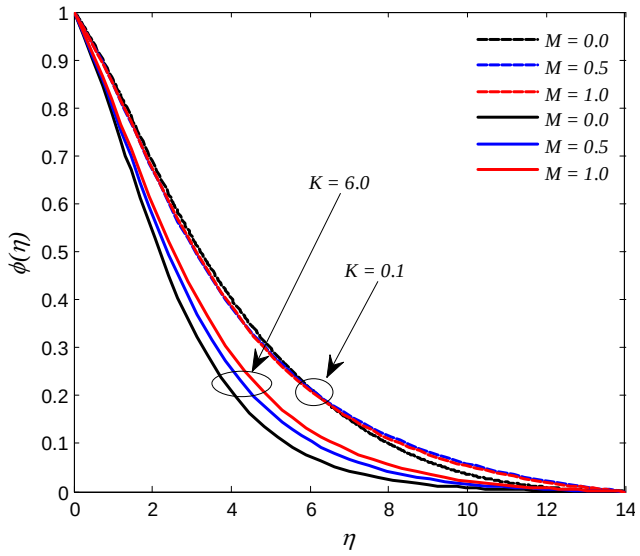


Figure V.6. Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec M. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

V.3.2. Effet du paramètre de thermophorèse τ et du paramètre matériel K

Le phénomène de thermophorèse ou la migration des particules provoquée par la présence d'un gradient thermique constitue un mécanisme supplémentaire pour la diffusion d'espèce. La vitesse est réduite uniformément lorsque le paramètre τ augmente, figure V.7. Pour une forte micropolarité du fluide, Cet effet augmente la vitesse du fluide et la couche limite de momentum est naturellement augmentée aussi. Au sens physique, il est évident que le liquide micropolaire peut être considéré comme plus visqueux qu'un fluide classique. La viscosité du vortex joue un rôle important par rapport au flux. Au voisinage de la plaque mobile, l'effet de τ sur la microrotation des particules, comme le montre la figure V.8, n'est pas négligeable. On constate que le départ maximal est situé sur la plaque et la vitesse angulaire est plus grande lorsque τ augmente. D'autre part, La microrotation est concentrée au mur et tombe brusquement par rapport à la faible micropolarité. Probablement, La viscosité du vortex car la viscosité fonctionne essentiellement à l'interface mur-fluide.

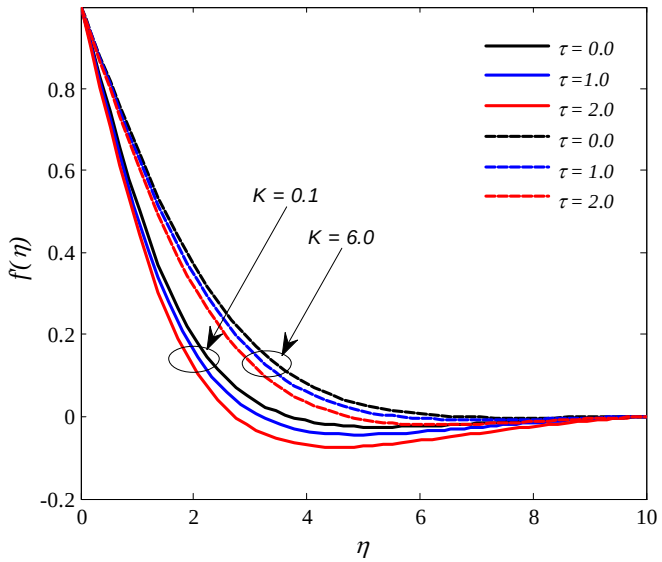


Figure V.7. Profils de vitesse $f'(\eta)$ avec τ. (Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)

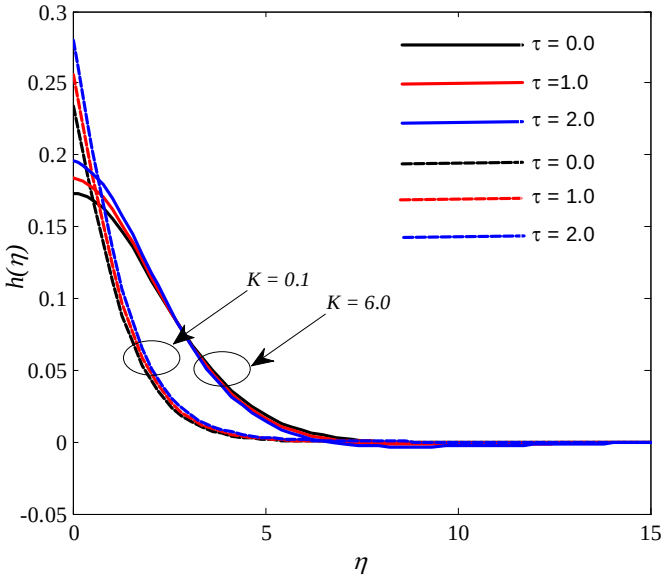


Figure V. 8. Profils de microrotation h(η) avec τ. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)

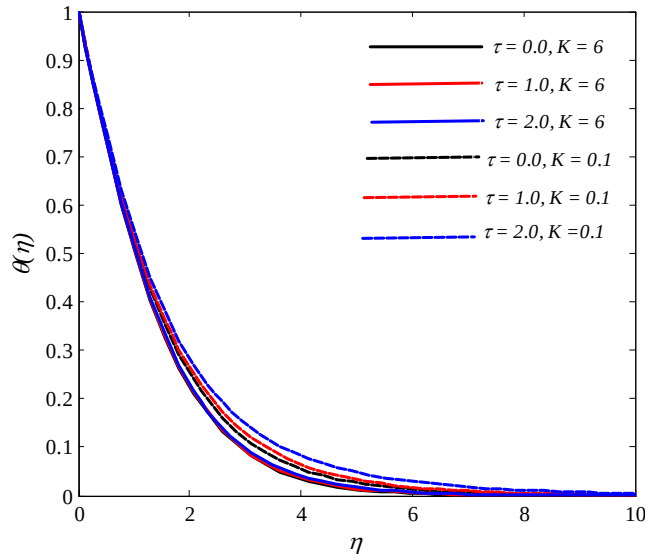


Figure V.9. Profils de température θ(η) avec τ. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)

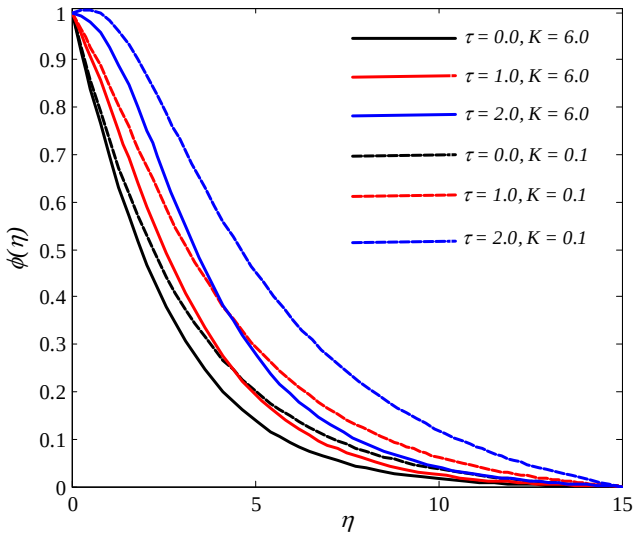


Figure V.10. Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec τ. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, M = 1.0)

De la figure V.9, Les profils de température ne sont pas affectés par l'effet de la thermophorèse. Cela s'explique par le fait que le phénomène actuel est un mécanisme de masse. À l'inverse, à la figure V.10, L'augmentation du paramètre thermophorèse τ provoque une augmentation de la concentration du fluide. Superposé au mécanisme de base, La couche limite de masse est amplifiée par la présence de la Thermophorèse. Il peut affirmer qu'un transfert de masse amélioré est obtenu par l'utilisation d'un fluide micropolaire.

V.3.3. Effet du paramètre d'aspiration / injection f_w et du paramètre matériel K

Les effets de l'aspiration / injection en conjonction avec un fluide micropolaire sont représentés sur les figures. V.11- V.14. Le passage de l'aspiration à l'injection conduit à améliorer la couche limite hydrodynamique, comme indiqué dans la figure V.11. Il est évident que la vitesse du fluide diminue lorsque l'aspiration se produit et vice versa. Inversement, L'épaisseur de la couche limite hydrodynamique est inférieure au cas d'aspiration que dans le cas d'injection. Les résultats montrent que le fluide micropolaire présente plus de résistance au débit, comme prévu. Cependant, Cet effet peut être inversé dans le cas d'injection avec un fort liquide micropolaire. La figure V.12 montre la tendance inverse de la microrrotation, en particulier dans la première région près de la plaque perméable mobile. Il convient de noter que la vitesse angulaire commence à partir d'une valeur minimale pour atteindre une valeur maximale, puis commence à diminuer. Un tel comportement n'apparaît pas pour un fluide micropolaire

dans le cas d'aspiration. Il est intéressant de noter qu'une valeur négative de la vitesse angulaire est observée pour un fluide micropolaire faible dans le cas d'injection. Ces résultats démontrent que la micro-rotation est intensive au milieu de la couche limite, Selon K et f_w. L'influence du paramètre d'aspiration / injection f_w sur le profile de température est illustrée à la figure V.13. Dans le cas d'aspiration, la température diminue alors que l'effet opposé est observé dans le cas d'injection. Par conséquent, une légère amélioration du transfert de chaleur avec le fluide micropolaire se rencontre dans ces conditions. Une tendance similaire est remarquée à partir du profile de concentration, tel qu'indiqué dans la figure V.14.

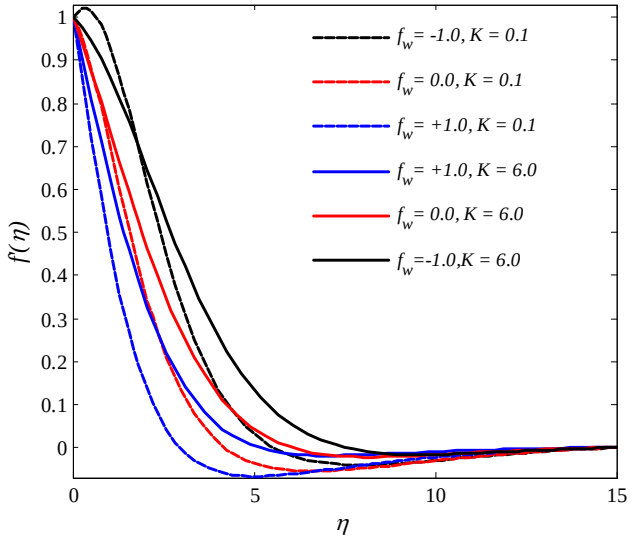


Figure V.11. Profils de vitesse $f'(\eta)$ avec f_w. (Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, Pr = 0.71, M= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

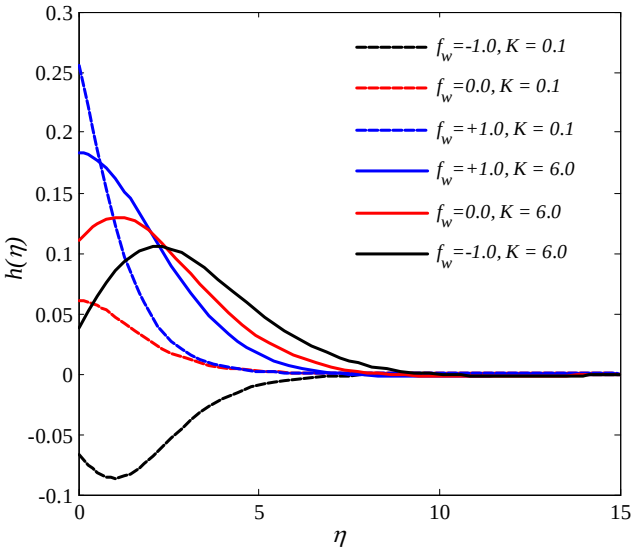


Figure V.12. Profils de microrotation $h(\eta)$ avec f_w. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, M = 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

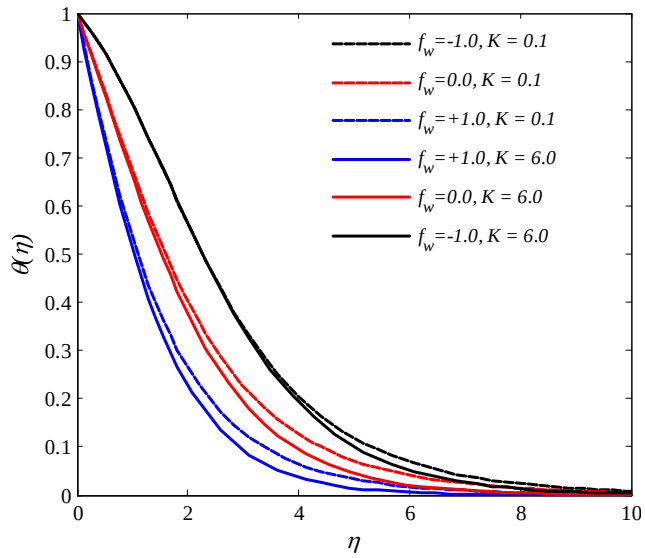


Figure V.13. Profils de température $\theta(\eta)$ avec f_w.(Gr_x =2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, M= 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

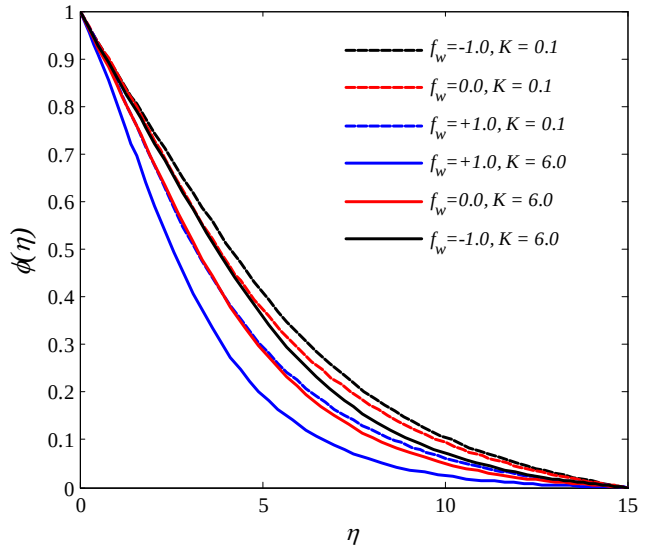


Figure V.14. Profils de la concentration $\phi(\eta)$ avec f_w. (Gr_x = 2.0, Gm_x = 0.5, Pr = 0.71, M = 1.0, Ec = 0.1, Sc = 0.3, τ = 1.0)

V.3.4. Variations du coefficient de frottement mécanique, contrainte de cisaillement surfacique, le Nombre local de Nusselt et Sherwood

À présent, Nous sommes concernés par les variations du coefficient de frottement mécanique, les nombres locaux de Nusselt et Sherwood pour différentes valeurs du paramètre magnétique local *M,* le paramètre de matériau *K,* le paramètre thermophorèse τ, le paramètre d'aspiration / injection f_w et le nombre de Prandtl *Pr* qui

sont illustrés dans les tableaux V.1 et V.2. On constate dans le tableau V.1 que le champ magnétique affecte fortement le coefficient de frottement mécanique et faiblement les autres quantités. D'autre part, Le transfert de masse est sensible à l'effet de la thermophorèse et beaucoup moins pour le transfert de chaleur.
Du tableau V.2, seul le cas d'aspiration a un effet important sur la contrainte locale couple de paroi ainsi que le coefficient de frottement locale de la peau, Alors que le nombre local de Nusselt est légèrement affecté et le nombre local de Sherwood demeure insensible aux trois cas étudiés. Dans tous les cas, On peut remarquer que le frottement de la peau concerne principalement les variations de la micropolarité. La contrainte de cisaillement surfacique est significativement variée avec les valeurs faibles du paramètre matériel.

Table V.1. Valeurs de $\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$, $M_w Re_x$, $Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$, $Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ *et pour les valeurs sélectionnées de* τ, *M et K avec* Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, *Pr* = 0.71, f_w= 1.0, *Ec* =0.1, *Sc* =0.3

M	τ	K	$\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$	$M_w Re_x$	$Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$	$Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$
0.0	1.0	0.1	-0.0697	0.1149	0.6197	0.1241
		3.0	-0.1387	0.3757	0.6710	0.1730
		6	-0.3020	0.3900	0.6829	0.1875
1.0	1.0	0.1	-0.5297	-0.0969	0.5589	0.1499
		3.0	-1.0470	-0.0190	0.5754	0.1659
		6	-1.4532	-0.0164	0.5829	0.1781
2.0	1.0	0.1	-1.0157	-0.2634	0.5059	0.1513
		3.0	-1.6777	-0.3290	0.5169	0.1649
		6	-2.2232	-0.3488	0.5214	0.1766
1.0	0.0	0.1	-0.4881	-0.0840	0.5652	0.3012
		3.0	-0.9822	-0.0042	0.5787	0.3186
		6	-1.3752	-0.0016	0.5847	0.3303
	1.0	0.1	-0.529	-0.0969	0.5589	0.1499
		3.0	-1.0470	-0.0190	0.5754	0.1659
		6	-1.4532	-0.0164	0.5829	0.1781
	2.0	0.1	-0.5759	-0.1108	0.5495	0.0043
		3.0	-1.1235	-0.0350	0.5704	0.0172
		6	-1.5468	-0.0328	0.5803	0.0296

Table V.2. Valeurs de $\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$, $M_w Re_x$, $Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$, $Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$ *et pour les valeurs sélectionnées de* τ, f_w *et K avec* Gr_x = 2.0, Gm_x= 0.5, *Pr* = 0.71, *M* = 1.0, *Ec* =0.1, *Sc* =0.3

τ	f_w	K	$\frac{1}{2}C_f Re_x^{\frac{1}{2}}$	$M_w Re_x$	$Nu_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$	$Sh_x Re_x^{-\frac{1}{2}}$
0.0	-1.0	0.1	-0.1261	0.0464	0.1368	0.1519
		3.0	-0.0710	0.1815	0.1376	0.1527

		6	-0.2960	0.2016	0.1383	0.1545
1.0	0.0	0.1	-0.1363	0.0483	0.3184	0.1517
		3.0	-0.5242	0.1312	0.3252	0.1594
		6	-0.8652	0.1304	0.3293	0.1660
2.0	+1.0	0.1	-0.5297	-0.0969	0.5589	0.1499
		3.0	-1.0470	-0.0190	0.5754	0.1659
		6	-1.4532	-0.0164	0.5829	0.1781

V.4. Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié l'effet du champ magnétique et de la thermophorèse sur un écoulement laminaire stable dans la zone de la couche limite en convection naturelle bidimensionnelle thermique et massique simultanée d'une fluide micropolaire compressible électriquement conductrice adjacente à une plaque verticale perméable et nous avons supposé des conditions aux limites. Les équations différentielles partielles sont transformées en équations différentielles ordinaires en utilisant la solution de similarité locale, et sont résolus numériquement en utilisant la routine bvp4c du logiciel symbolique d'algèbre informatique MATLAB, validée par des résultats montrés dans la littérature. Nous pouvons conclure avec la note suivante:

- Le paramètre magnétique a un fort effet sur les caractéristiques du flux de fluide micropolaire. Il joue un autre effet de dissipation qui peut affecter sensiblement les échanges multiples des transferts de masse et d'énergie.
- Travailler avec des fluides micropolaires conduites à une modification de la température, la vitesse angulaire et les profils des espèces de masse, qui affectent à leur tour les taux de chaleur et de masse, mais l'effet est plus perceptible pour la vitesse d'écoulement et une plus grande influence est observé pour le coefficient de frottement de la peau.
- On constate que le taux de transfert de masse diminue fortement avec l'augmentation du paramètre thermophorèse.
- Il est clair que l'aspiration / injection de la plaque perméable peut être modifiée en fonction de l'écoulement, de la vitesse angulaire, de la température et de la masse sans dimension. Pour un point de vue du contrôle, le coefficient de frottement de la peau, Le taux de contrainte, de chaleur et de masse peut être réglé principalement par une plaque perméable dans le cas d'aspiration.

VI.1. Introduction

Les fluides micro-polaires sont ceux qui contiennent des micro-constituants qui peuvent subir une rotation, dont la présence peut affecter l'hydrodynamique de l'écoulement afin qu'il puisse être distinctement non newtonien. Il présente de nombreuses applications, par exemple, l'analyse du comportement des lubrifiants exotiques, des suspensions colloïdales et la solidification des cristaux liquides, l'extrusion de fluides polymères, le refroidissement de la plaque métallique dans un bain, le sang animal, les fluides corporels, etc. Ces types de fluides ont été proposés et modélisés d'abord par *Eringen* [22]. La théorie de fluides micro-polaires prend en compte les effets microscopiques résultant de la microstructure locale et du mouvement intrinsèque des éléments de fluides et on attend à ce qu'elle fournisse un modèle mathématique pour le comportement liquide non-newtonien. De tels fluides peuvent être soumis pour faire surface et des couples de corps dans lesquels le matériel indique dans un élément de volume peuvent subir des mouvements du centre de masses avec déformation. Ces fluides ont été utilisés dans les couches limites dynamique et thermique par beaucoup d'auteurs pour des géométries différentes dans des conditions physiques diverses [38, 40,42, 59, 60, 61,62, 63]. En outre, l'étude du champ magnétique en présence de rayonnement thermique a des applications importantes dans la physique et l'ingénierie telles que les études plasma, les générateurs de puissance MHD, le refroidissement du réacteur nucléaire, etc. *Ishak et al.* [43] ont discutés un écoulement d'un point d'arrêt en présence d'un champ magnétique pour un fluide micro-polaire au voisinage une surface verticale, ils ont démontré que, dans le cas un écoulement assistant, des solutions pourrait être obtenus pour toutes les valeurs positives de λ, tans que, dans un écoulement opposé, la solution s'est terminée avec une valeur critique de λ ($\lambda = \lambda c$ ($\lambda c < 0$)).La valeur de $|\lambda c|$augmente avec une augmentation de K, donc le fluide micropolaire retarde la séparation de la couche limite, ce qui augmente la gamme de solutions de similarité par rapport au fluide newtonien. L'influence de thermophorèse et une réaction chimique sur un écoulement de fluide micro-polaire avec des propriétés thermo physiques variables a été étudiée par *Das* [44] qui a constaté qu'en présence d'effets physiques différents, peuvent modifier l'écoulement et le transfert thermosolutale. *K. Bhattacharyya* [64] a examiné l'effet de rayonnement sur un

écoulement thermique devant une surface de rétrécissement, il trouvé que, l'effet de microrotation sur l'écoulement s'effectue lorsque le paramètre du matériau change. L'effets de rayonnement thermique sur un écoulement MHD d'un fluide micropolaire sur une surface d'étirage avec une conductivité thermique variable a été étudié numériquement par *M. A.A. Mahmoud* [45] qui a montré que l'épaisseur de la limite thermique et Nusselt augmentent à mesure que le paramètre de conductivité thermique augmente, tandis que l'épaisseur de la couche limite thermique diminue à mesure que le paramètre de rayonnement augmente. *M.M. Rahman, T. Sultana* [65] ont étudiés numériquement un écoulement radiatif d'un fluide micropolaire avec un flux de chaleur variable dans un milieu poreux, ils démontrent que, le rayonnement thermique combiné à la viscosité du vortex peut modifier les phénomènes de transport dans les milieux poreux. Un modèle numérique a été développé pour examiner les effets combinés de Soret et Dufour sur un écoulement magnétohydrodynamique en convection mixte dans le milieu poreux Darcian saturé par fluide micropolaire en présence de rayonnement thermique, une source de chaleur non uniforme et une dissipation d'Ohm est présentée par *Dulal Pal, Sewli Chatterjee* [46]. Une analyse analytique est présentée pour l'étude de l'effet de rayonnement sur un écoulement de type MHD d'un fluide micro-polaire qui passe devant une plaque en mouvement avec aspiration ou soufflage a été étudié par *M.A. Seddeek et al* [47]. Une étude d'un écoulement MHD de type couche limite au voisinage d'un coin immergé dans un fluide micro-polaire incompressible, en présence d'un champ magnétique variable avec un flux thermique imposé a été réalisée par Ioan *Pop et al* [48]. Ils ont constatés que les résultats numériques montrent que, les fluides micro-polaires réduisent le coefficient de frottement et par conséquence le taux de transfert thermique à la surface, par rapport aux fluides newtoniens et les tendances opposées sont observées pour les effets du champ magnétique sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur. Une analyse a été faite pour un transfert combiné de chaleur et de masse avec un effet de rayonnement pour un écoulement permanent de type couche limite d'un fluide qui passe devant une surface non-linéaire est présentés par *Kai-Long Hsiao* [56], qui ont utilisés la méthode de similarité. *M. A.A. Mahmoud and S. E. Waheed* [49] présentés un écoulement MHD d'un point d'arrêt pour un fluide micro-polaire sur une surface en mouvement en présence d'un rayonnement, ils ont remarqués que, le nombre de Nusselt amplifié à mesure que le champ magnétique, le paramètre de rayonnement et nombre de Prandtl augmentent. En outre,

une augmentation du paramètre matériel a entraîné une diminution du nombre de Nusselt. *M. Abd-El Aziz* [50] a étudié les effets de rayonnement thermique sur écoulement magnétohydrodynamique en convection mixte, d'un fluide micro-polaire au-delà d'une plaque semi-infini en mouvement continu pour des différences de température élevées. Le problème d'un écoulement convectif d'un point d'arrêt axisymétrique en présence d'unfluide micro-polaire sur un cylindre avec des propriétés thermo-physiques variables est discuté par *E. M. E. Elbarbary et N. S. Elgazery* [51]. Les effets de Joule, réaction chimique et rayonnement thermique sur un écoulement MHD en convection naturelle en régime variable devant une plaque poreuse chauffée pour un fluide micro-polaire sont analysés par *A. J. Chamkha* [52]. Dans le présent travail, en considère un écoulement hydromagnétique sur le long une plaque verticale immergé dans un fluide micro-polaire en convection thermique et massique. Les solutions de similarité résultantes d'équations gouvernées sont obtenues. De nombreux résultats sont obtenus et présentés graphiquement pour illustrer l'influence des différents paramètres de contrôle. L'objectif principal est de déterminer l'influence des effets simultanés sur le transfert de chaleur et de masse de la plaque vers le milieu externe.

VI.2. Problème physique et formulation mathématique

En considère un écoulement bidimensionnel laminaire et permanent, en convection thermique et massique en présence d'un rayonnement, d'un fluide incompressible micro-polaire le long d'une surface semi infinie perméable sous l'influence d'un champ magnétique d'une intensité uniforme B_0, qui est appliqué perpendiculairement par rapport à la plaque. On suppose que le nombre de Reynolds magnétique est très petit et, par conséquent, le champ magnétique induit est négligeable par rapport au champ magnétique appliqué. La surface est maintenue à une température et une concentration constante, T_w et C_w, respectivement. Ces valeurs sont supposées supérieures à la température ambiante et à la concentration, T_∞ et C_∞, respectivement. L'écoulement est supposé être dans la direction x qui est prise le long de la plaque et l'axe y est normal (voir la figure VI.1), sous ces hypothèses et l'approximation de Boussinesq, les équations du problème pour la couche limite sont

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (VI.1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\left(\frac{\mu+\kappa}{\rho}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\kappa}{\rho}\frac{\partial N}{\partial y}+g\beta(T-T_\infty)+g\beta^*(C-C_\infty)-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}u \qquad (VI.2)$$

$$\frac{1}{\rho j}(u\frac{\partial N}{\partial x}+v\frac{\partial N}{\partial y})=\gamma\frac{\partial^2 N}{\partial y^2}-\kappa\left(2N+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (VI.3)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y} \qquad (VI.4)$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad (VI.5)$$

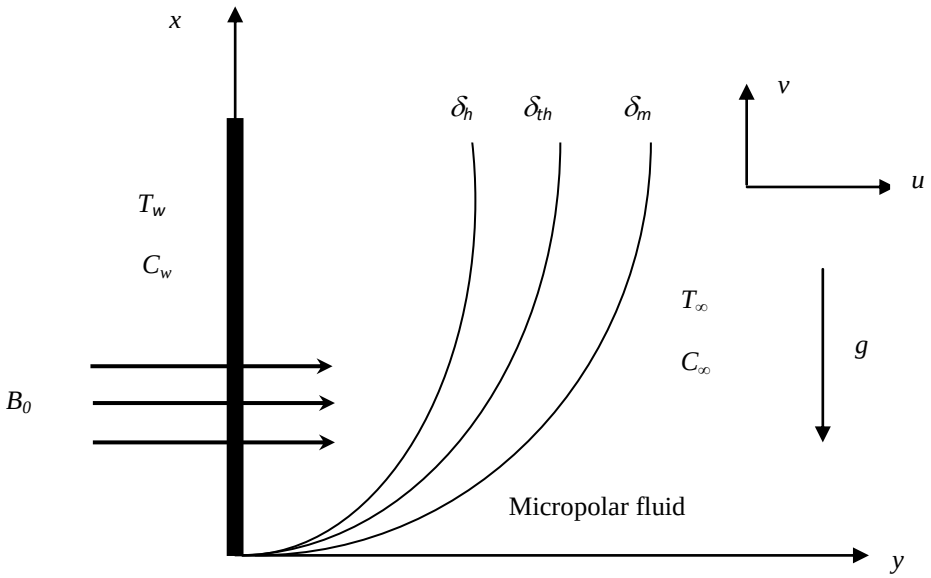


Figure VI.1. Modèle physique et système de coordonnées

Ici T est la température, C la concentration des espèces dans la couche limite, N est la composée de vecteur de microrotation qui est normale de plan x-y. κ, γ sont la viscosité du vortex et la viscosité du gradient de rotation, en suppose que, d'après [56,58] $\gamma=(\mu+\kappa/2)j$, ρ,μ, ν et β sont la masse volumique, la viscosité dynamique, viscosité cinématique et le coefficient d'expansion volumique, β* est le coefficient d'expansion massique tandis que α représente la diffusivité thermique moléculaire du milieu et j représente la densité de micro-inertie. σ est conductivité électrique du fluide, B_0 est l'intensité du champ magnétique, l'accélération gravitationnelle est notée par g. Le coefficient qui apparaît dans l'équation (VI.5) est la diffusivité de masse. En utilisant l'approximation de Rosseland pour le rayonnement, le flux radiatif est simplifié comme suit :

$$q_r=-\frac{4\sigma^*}{3k_1}\frac{\partial T^4}{\partial y} \qquad (VI.6)$$

Où σ^* est le constant de Stefan-Boltzmann, k_1 est le coefficient d'absorption moyenne. En suppose que la variation de température dans le flux telle que T^4 peut être réduire dans la série de Taylor, en exposant T^4 devant T_∞ et en négligeant les termes d'ordres supérieurs l'équation VI.4 se réduit sous la forme

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k_1\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (VI.7)$$

Les conditions initiales et aux limites sont définit comme suit :

$$\begin{aligned} &y=0 : u=0 \ , \ v=0 \ , \ j=0 \ , T=T_w \ , \ C=C_w \\ &\text{et} \quad N=-\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} \\ &y\to\infty : u=U, \ T=T_\infty, \ C=C_\infty, \ N=0 \end{aligned} \qquad (VI.8)$$

En introduit les quantités sans dimensions [voir, 58]

$$\eta=\left(\frac{U}{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}} y, \ \psi=(\nu x U)^{\frac{1}{2}} f(\eta), \ N=U\left(\frac{U}{x\nu}\right)^{\frac{1}{2}} h(\eta), \ \theta(\eta)=\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}, \ \phi(\eta)=\frac{C-C_\infty}{C_w-C_\infty}$$

Où η est la variable de similarité, $f(\eta)$ est la ligne de courant ,$h(\eta)$ est la microrotation, $\theta(\eta)$ est la température et $\phi(\eta)$ est la concentration. En plus, ψ est la ligne de courant qui définit par : $u=\partial\psi/\partial y$, $v=-\partial\psi/\partial x$

Les composées de vecteur vitesse deviennent

$$u = Uf'(\eta) \ et \ v=\tfrac{1}{2}\left(\nu U/x\right)^{1/2}(\eta f'-f)$$

En utilisant les quantités sans dimension, les équations (VI.1-VI.7) avec les conditions aux limites (VI.8) peuvent encore être réduites à un ensemble d'équations différentielles ordinaires pour lesquelles les solutions numériques sont plus facilement déterminées

$$(1+K)f'''+\frac{1}{2}ff''-\frac{Ha^2}{Re}f'+Kh'+Gr_x\theta'+Gm_x\phi=0 \qquad (VI.9)$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)h''-K(2h+f'')+\frac{1}{2}(hf)'=0 \qquad (VI.10)$$

$$\theta''\left(1+\frac{4}{3Rt}\right)+\frac{1}{2}Prf\theta'=0 \qquad (VI.11)$$

$$\phi''+\frac{1}{2}Scf\phi'=0 \qquad (VI.12)$$

Les conditions aux limites deviennent

$$\begin{aligned} &y=0,\eta=0:\ f(0)=0,\ f'(0)=0,h(0)=-\frac{1}{2}f''(0),\theta(0)=1,\phi(0)=1 \\ &y\to\infty,\ \eta\to\infty:\ f'(\infty)=1,\ h(\infty)=0,\ \theta(\infty)=0,\phi(\infty)=0 \end{aligned} \qquad (VI.13)$$

Où les différents paramètres sont définis comme suit :

$$Gr_x=\beta g\left(T_w-T_\infty\right)^2 x/U^2 \qquad (VI.14)$$

$$Gm_x=\beta^* g\left(C_w-C_\infty\right)^2 x/U^2 \qquad (VI.15)$$

$$K=\kappa/\mu \qquad (VI.16)$$

$$R=\frac{3Rt}{4+3Rt}\quad avec\quad Rt=\frac{k_1.k_2}{4\sigma^*.T_\infty^3} \qquad (VI.17)$$

$$Ha=B_0.x\sqrt{\sigma/\mu} \qquad (VI.18)$$

$$Re=\frac{\rho.U.x}{\mu} \qquad (VI.19)$$

$$Pr=\nu/\alpha \qquad (VI.20)$$

$$Sc=D/\nu \qquad (VI.21)$$

Ici Gr_x, Gm_x, K, R, Ha, Re, Pr représente le nombre de Grashof thermique, nombre de Grashof massique, paramètre de matériel, le paramètre de rayonnement, le nombre de Hartmann, nombre de Reynolds magnétique et le nombre de Prandtl respectivement, tandis que Sc est le nombre de Schmidt.les quantités physiques d'intérêt comme le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt local et nombre de Sherwood local sont définit par : $C_f=\frac{2\tau_w}{\rho U^2}$, $Nu_x=\frac{xq_w}{k_2\left(T_w-T_\infty\right)}$, $Sh_x=\frac{xq'_w}{D\left(C_w-C_\infty\right)}$

Où τ_w la contrainte de cisaillement surfacique, q_w le flux thermique surfacique q'_w et le flux massique surfacique sont données par

$$\tau_w=\left[(\mu+\kappa)\frac{\partial u}{\partial y}+\kappa N\right]_{y=0},\ q_w=-k_2\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}-\frac{4\sigma^*}{3k_1}\left(\frac{\partial T^4}{\partial y}\right)_{y=0},\ q'_w=-D\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0}$$

Qui sont transformés, en utilisant les variables adimensionnelles en :

$$C_f\,Re^{1/2}=(2+K)f''(0),\ \frac{Nu_x}{Re^{1/2}}=-\left(1+\frac{4}{3Rt}\right)\theta'(0),\ \frac{Sh_x}{Re^{1/2}}=-\phi'(0)$$

VI.3. Résultats et discussion

L'ensemble des équations différentiels ordinaires couplés (VI.9) - (VI.12) est fortement non linéaire et ne peut pas être résolu analytiquement, avec les conditions aux limites (VI.13), ils forment un problème de valeur limite de deux points (BVP) qui peut être résolu à l'aide de bvp4c package qui se trouve en MATLAB, ce package est basé sur la méthode des différences finies qui implémente le 3- La formule de collocation de Lobatto et le polynôme de collocation fournissent une solution continue qui est d'un ordre de quatrième ordre uniformément dans l'intervalle d'intégration. La sélection de maillage et le contrôle des erreurs sont basés sur le résidu de la solution continue. La technique de collocation utilise un maillage de points pour diviser l'intervalle d'intégration en sous-intervalles. Les régions d'écoulement sont contrôlées par des paramètres thermophysiques, à savoir Gr_x, Gm_x, *K, R, Ha, Re, Pr* et *Sc.* Les calculs numériques sont effectués pour différentes valeurs des paramètres représentés sur toutes les figures. Des calculs préliminaires sont effectués pour vérifier les résultats numériques. Nous nous concentrons sur les profils de vitesse, température, masse et la vitesse angulaire, principalement pour leurs changements relativement sous le champ magnétique et les résultats sont présentés pour une gamme raisonnable de paramètre magnétique et de paramètre matériel.

VI.3.1. L'effet combiné de paramètre magnétique *Ha* et matériel *K*

La figure VI.2 montre l'influence du champ magnétique en termes de nombre de Hartmann *Ha* et le paramètre de matériau *K*, sur le comportement de la vitesse le long de la plaque avec une variable de similarité. A partir de cette figure, en constate que, la vitesse diminue avec l'augmentation des deux paramètres près de la paroi. Ainsi, en raison de l'augmentation du paramètre de matériau, l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique augmente. La figure VI.3 illustre la variation de température en fonction de variable de similarité, on perçoit que, la température augmente avec l'augmentation de *Ha* et *K,* donc l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique. La distribution de la microrotation des particules (vitesse angulaire) avec ηsont présentées dans la figure VI.4, en remarque qu'il existe un point d'inflexion dans $\eta = 3.0$ et $\eta = 4.0$ pour $K = 1.0$ et *4.0,* respectivement. Avant ces points, la microrotation augmente avec l'augmentation de *Ha* près de la plaque, après ces points, le nombre de Hartemann affecte légèrement sur la vitesse angulaire loin de la plaque. La figure VI.5 représente la variation de concentration avec la variable η, à partir de cette

figure, on constate que l'augmentation des deux paramètres entraîne une augmentation des profils de concentration. En peut conclure que, la présence de champ magnétique et de micro-constituants en rotation peut être considérée comme des outils solides pour réguler l'écoulement, transfert de chaleur et de masse.

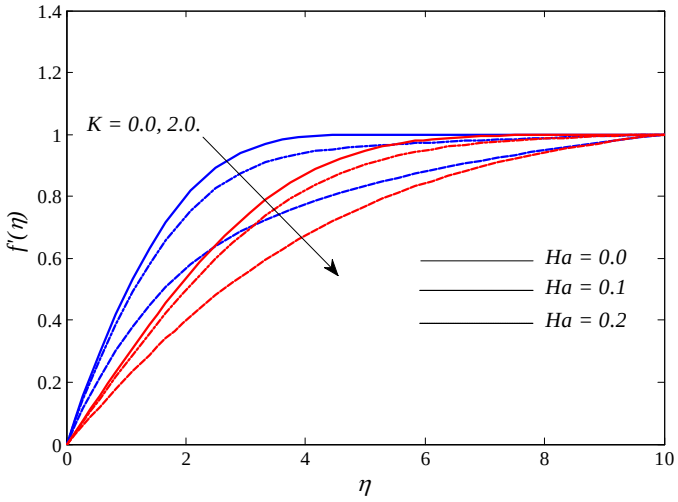


Figure VI.2. Profiles de vitesse f'(η) avec (Gr_x=0.1, Gm_x=0.1, R =0.5, Pr=0.7, R=2.0 et Sc=0.6)

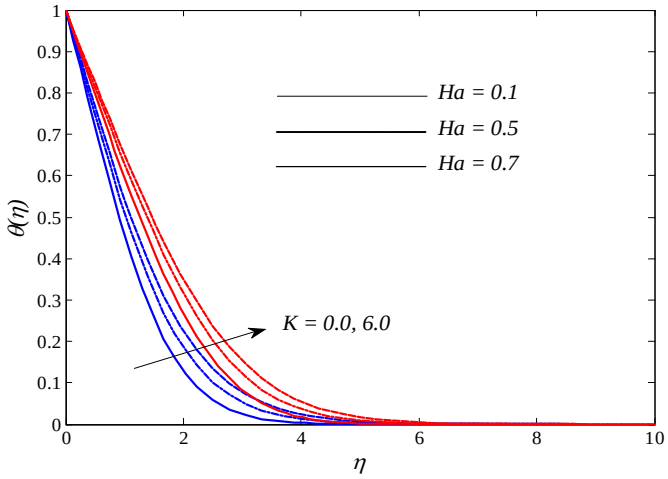


Figure VI.3. Profiles de temperature θ(η) avec (Gr_x= 3.0, Gm_x = 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, R = 1.0 et Sc = 0.6)

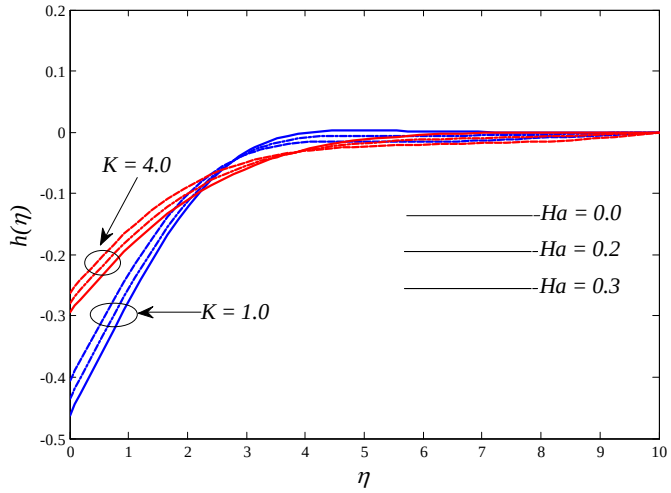


Figure VI.4. Profiles de microrotation $h(\eta)$ avec
(Gr_x=0.5, Gm_x =0.5, Re =1.0, Pr =5.0, R = 1.0 et Sc = 0.6)

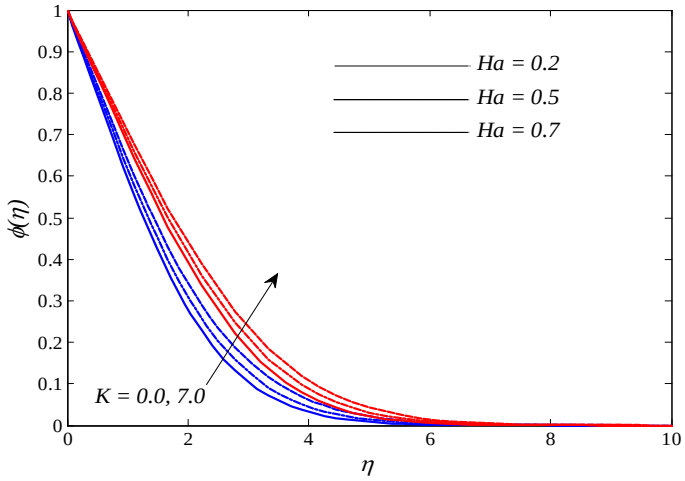


Figure VI.5. Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr = 0.7, R = 0.1 et Sc = 0.3)

VI.3.2. L'effet de couplage de paramètre du rayonnement et paramètre *K*

Les figures (VI.6-VI.9) représentent la variation des comportements de la vitesse du fluide, de la température, de la masse et de la vitesse de micro-rotation, respectivement, en fonction de la variable η sous l'effet de variation du paramètre de rayonnement thermique R et du paramètre de matériau K. à partir de la figure VI.6, on note que, si les deux paramètres de rayonnement et le paramètre de matériau augmentent, les profils de vitesse du fluide diminuent. En outre, on constate que, la température augmente avec l'augmentation du paramètre de matériau et diminue si le paramètre de rayonnement augmente, ce qui conduit à réduire l'épaisseur de la couche limite thermique comme

illustré à la figure VI.7. En ce qui concerne la concentration, onremarque que, cette dernière augmentation avec l'augmentation des deux paramètres, comme le montre la figure VI.8. Les comportements de la microrotation sont démontrés à la figure VI.9, on voit qu'il y a des points d'inflexion à près de $\eta = 2,0$ pour $K = 0,0$ et $1,0$ respectivement. Avant ces points, la microrotation augmente avec l'augmentation de R et K près de la plaque. En outre, le flux de rayonnement affecte faiblement à l'extrémité de la plaque. On voit que tous ces figures satisfont les conditions aux limites (VI.13), ce qui confirme la validité des résultats actuels. On peut conclure que, la présence de rayonnement et de micro-constituants en rotation peut être considérée comme des outils physiquement puissants pour modifier l'écoulement et les transferts thermique et massique.

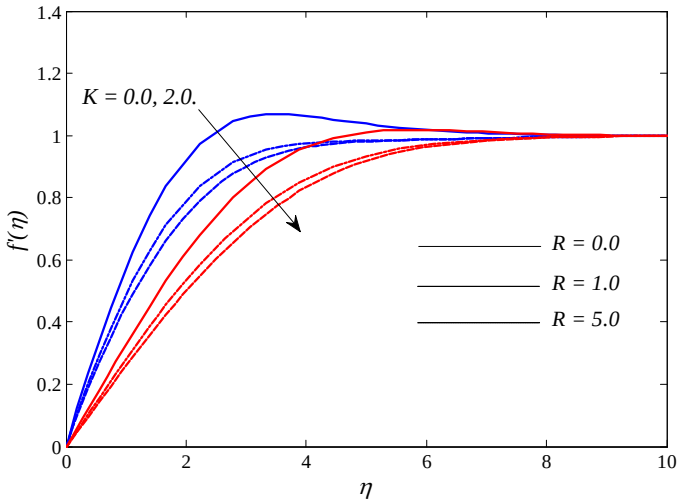


Figure VI.6. Profiles de vitesse f'(η) avec (Gr_x = 0.1, Gm_x = 0.1, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.1 et Sc = 0.6)

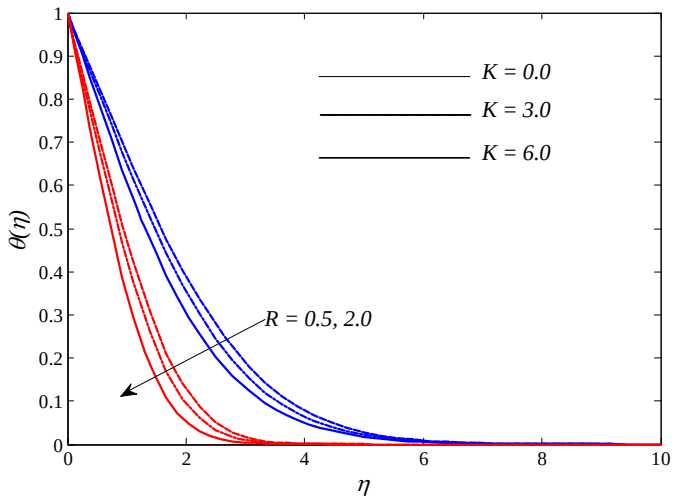


Figure VI.7. Profiles de temperature θ(η) avec (Gr_x = 3.0, Gm_x= 3.0, Re = 0.5, Pr = 0.71, Ha = 0.5 et Sc = 0.3)

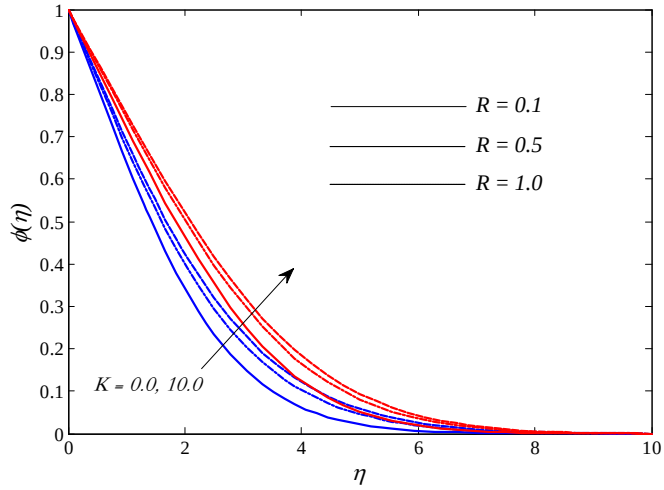


Figure VI.8. Profiles de concentration $\phi(\eta)$ avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 1.0, Pr= 0.7, Ha = 0.7 et Sc = 0.3)

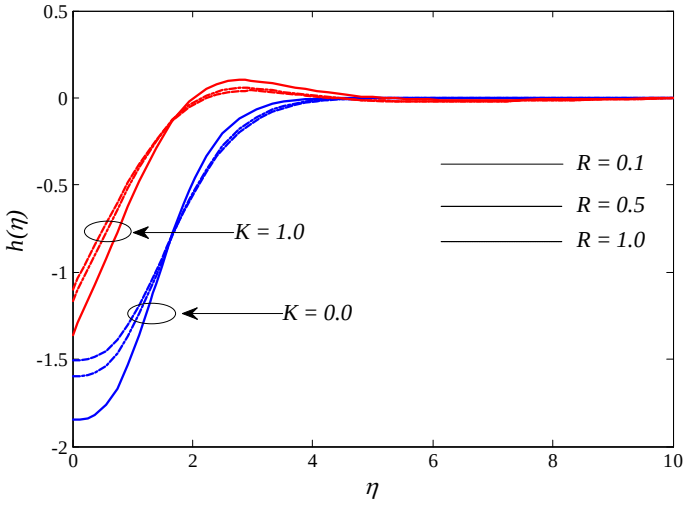


Figure VI.9. Profiles microrotation $h(\eta)$ avec
(Gr_x = 2.0, Gm_x = 2.0, Re = 0.5, Pr = 2.0, Ha = 0.3 et Sc = 0.6)

VI.3.3. Variations de coefficient de frottement, nombre de Nusselt et Sherwood

Maintenant, on s'intéresse aux variations du nombre de Nusselt et Sherwood pour différentes valeurs du paramètre de Hartmann *Ha,* le paramètre de matériau *K,* le paramètre du rayonnement thermique *R* et le nombre Grashof thermique local illustré dans les tableaux VI.I et VI.II. On peut voir que, le champ magnétique et le rayonnement peuvent réduire le taux de transfert de chaleur et de masse, d'autre part, une augmentation dans le nombre de Grshof thermique améliore le taux de transfert de chaleur, en plus, il y a une perfectionnement de transfert massique en terme de nombre de Sherwood quand le nombre de Grashof massique amplifier. Cependant, le nombre de Nusselt et Sherwood diminue lorsque le paramètre matériel augmente. En outre, on

remarque que, les mêmes résultats pour le coefficient de frottement pour changement du nombre de Hartmann, le paramètre de rayonnement et le Grashof local. Contrairement à la variation du paramètre matériel comme illustré dans le tableau VI.III.

Tableau VI. I Valeurs de $Nu_x/Re^{1/2}$ *pour les valeurs sélectionnées de Ha, Grx, R et K avec* (Gm_x = 4.0, Re = 1.0, Pr = 0.71, Sc = 0.3).

		K = 0.0			K = 3.0		
Ha	Gr_x	R= 0.1	R=1.0	R=2.0	R= 0.1	R=1.0	R =2.0
	0.1	1.8870	0.5672	0.3785	1.7640	0.4819	0.3160
0.2	0.5	1.9470	0.5755	0.3830	1.8170	0.4891	0.3197
	1.0	2.0160	0.5854	0.3883	1.8780	0.4975	0.3241
	2.0	2.1340	0.6036	0.3982	1.9840	0.5131	0.3325
	0.1	1.7700	0.5369	0.3604	1.6710	0.4590	0.3024
0.5	0.5	1.8320	0.5459	0.3652	1.7250	0.4667	0.3064
	1.0	1.9040	0.5565	0.3709	1.7860	0.4757	0.3111
	2.0	2.0280	0.5760	0.3816	1.8950	0.4922	0.3200

Tableau VI.II Valeurs de $Sh_x/Re^{1/2}$ *pour les valeurs sélectionnées de Ha,* Gr_x, *R et K avec* (Gr_x = 01.0, Re = 0.5, Pr = 0.7, Sc = 0.6).

		K = 0.0			K = 2.0		
Ha	Gm_x	R =0.1	R=1.0	R=2.0	R =0.1	R =1.0	R =2.0
	0.1	0.4411	0.3777	0.3593	0.3917	0.3376	0.3222
0.1	0.5	0.4566	0.4002	0.3853	0.4055	0.3576	0.3450
	1.0	0.4735	0.4233	0.4110	0.4206	0.3781	0.3678
	2.0	0.5019	0.4598	0.4504	0.4461	0.4107	0.4028
	0.1	0.4276	0.3616	0.3415	0.3808	0.3250	0.3084
0.2	0.5	0.4440	0.3858	0.3696	0.3953	0.3462	0.3328
	1.0	0.4618	0.4102	0.3971	0.4111	0.3677	0.3568
	2.0	0.4914	0.4484	0.4385	0.4376	0.4016	0.3934

Tableau VI.III. Valeurs de $C_f Re^{1/2}$ *pour les valeurs sélectionnées de Ha,* Gr_x, *R et K avec* (Gm_x = 4.0, Re = 02.0, Pr = 0.70, Sc = 0.3).

		K = 0.0			K = 2.0		
Ha	Gr_x	R =0.1	R=1.0	R=2.0	R =0.1	R =1.0	R = 2.0
	0.1	8.408	8.330	4.155	10.261	10.156	10.132
0.1	0.5	9.186	8.801	8.707	11.221	10.705	10.586
	1.0	10.132	9.378	9.194	12.388	11.375	11.142
	2.0	11.948	10.497	10.142	14.624	12.673	12.224

	0.1	*8.344*	*8.266*	*8.247*	*10.184*	*10.080*	*10.056*
0.2	*0.5*	*9.119*	*8.737*	*8.644*	*11.141*	*10.628*	*10.510*
	1.0	*10.062*	*9.314*	*9.131*	*12.304*	*11.299*	*11.067*
	2.0	*11.873*	*10.432*	*10.078*	*14.534*	*12.596*	*13.037*

VI.4. Conclusion

Les effets combinés de champ magnétique et rayonnement thermique sur un écoulement permanent de type couche limite d'un fluide micro-polaire électriquement conducteur au voisinage une plaque perméable verticale. En utilisant les transformations de similitudes, les équations différentielles partielles gouvernantes sont transformées en équations ordinaires qui sont résolues numériquement à l'aide de bvp4c package. Des résultats numériques sont présentés pour illustrer les détails des caractéristiques de l'écoulement, de transfert de chaleur et de masse et leurs paramètres physiques. On peut conclure que :

- L'augmentation du paramètre magnétique entraîne une accélération de la vitesse angulaire, augmente la température et la concentration, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- Les profils de concentration d'espèces et de microréotation augmentent près de la plaque pour augmentation du paramètre de rayonnement thermique, mais les profils de vitesse d'écoulement et de température sont diminuent.
- L'augmentation du paramètre du matériau permet d'améliorer la température, la vitesse angulaire et les profils de masse des espèces, ce qui augmente l'épaisseur de la couche limites thermique et massique, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- On voit que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation des paramètres magnétiques et de rayonnement thermique, alors qu'il augmente pour augmentation du paramètre du matériau.
- Le taux de transfert de chaleur et de masse diminue pour augmentation du paramètre magnétique, le rayonnement thermique et le paramètre du matériau.

Dans la présente thèse, nous avons conduit une étude de l'écoulement d'un fluide micropolaire en présence de transfert convectif naturel thermique et massique sous l'effet d'un champ magnétique, une radiation thermique et thermophorèse, la géométrie considérée est une plaque verticale.

En premier lieu, les notions essentielles de base sur la convection naturelle, sur la magnétohydrodynamique, sur les fluides micropolaire ainsi que sur les particularités de modélisation d'effet thermophorèse ont été rapportées de manière très succincte.

En second lieu et en se basant sur le comportement structurel d'écoulement magnétohydrodynamique et les approximations de Boussinesq pour les fluide micropolaire, il a été pris en considération le modèle qui comporte des effets radiatif pour les micro-fluides en présence d'un champ magnétique uniforme d'intensité constante.

Nous avons développé des modèles mathématiques appropriés décrivant le phénomène de la convection naturelle et magnétohydrodynamique sous l'effet de la thermophorèse et d'autre part l'effet de radiation thermique, de manière à expliciter les thèmes suivants :

- Effet de champ magnétique et radiation thermique sur un écoulement d'un fluide micopolaire en convection naturelle sous des conditions initiales et aux limites.
- Ecoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection naturelle.
- L'interaction en couplage fort se traduisant par de fortes non-linéarités avec un flux radiatif
- La présence d'un écoulement magnétohydrodynamique (MHD)
- La présence l'effet de la thermophorèse
- La présence d'un flux radiatif
- L'écoulement d'un fluide micropolaire au voisinage d'une plaque verticale avec une modélisation adaptée aux mécanismes les plus représentatifs…

Afin de résoudre numériquement les équations régissant le mouvement on a choisi une méthode basée sur la technique des différences finies pour la solution du système BVP (Boundary value problem) déduit. Cette approche nous a permis de cerner les effets de différents paramètres sur la structure des couches limites et de les distinguer en rapport aux effets combinés sollicités.

Les transferts thermique et massique sont exprimés en termes des paramètres de contrôle du problème. Ces paramètres sont : à savoir le nombre de Grashof thermique Gr_x, le nombre de Grashof massique Gm_x, paramètre de la radiation *N,* le nombre de Prandlt *Pr,* le paramètre *magnétique (le nombre de Harteman) Ha,* le paramètre d'aspiration / injection f_w , le paramètre matériel K , le nombre de Reynolds magnétique *Re,* le nombre d'Eckert *Ec* et le nombre de Schimdt *Sc.*

A la lumière de cette étude, on peut expliciter les conclusions suivantes :

1. Pour un fluide pur à la présence des effets radiatifs;

- L'augmentation du nombre de Grashof thermique et massique local Gr_x, Gm_x respectivement, s'accompagne avec l'augmentation de profil de la vitesse, et une réduction des deux profils de température et de la concentration. Quant aux coefficients de transfert thermique et massique, ils deviennent plus importants.
- Le coefficient du frottement mécanique local τ_x augmente avec l'augmentation de la valeur du paramètre de rayonnement thermique *N* et du nombre de Schmidt *Sc.*
- Le nombre de Sherwood local Sh_x augmente lorsque le nombre de Grashof massique Gm_x et le nombre Schmidt *Sc* augmentent et n'a pas d'influence sur le paramètre de rayonnement thermique *N.*
- Le paramètre de rayonnement thermique réduit la vitesse prés de la plaque et augmente le taux de transfert de chaleur en termes de nombre de Nusselt local *Nux.*

2. Pour un fluide micropolaire à la présence des effets magnétohydrodynamique (MHD) et la thermophorèse*;*

- Le paramètre magnétique a un fort effet sur les caractéristiques du flux de fluide micropolaire. Il joue un autre effet de dissipation qui peut affecter sensiblement les échanges multiples des transferts de masse et d'énergie.
- Travailler avec des fluides micropolaires conduites à une modification de la température, la vitesse angulaire et les profils des espèces de masse, qui affectent à leur tour les taux de chaleur et de masse, mais l'effet est plus perceptible pour la vitesse d'écoulement et une plus grande influence est observé pour le coefficient de frottement de la peau.
- On constate que le taux de transfert de masse diminue fortement avec l'augmentation du paramètre thermophorèse.
- Il est clair que l'aspiration / injection de la plaque perméable peut être modifiée en fonction de l'écoulement, de la vitesse angulaire, de la température et de la masse sans dimension. Pour un point de vue du contrôle, le coefficient de frottement de la peau, Le taux de contrainte, de chaleur et de masse peut être réglé principalement par une plaque perméable dans le cas d'aspiration.

3. Pour un fluide micropolaire à la présence des effets magnétohydrodynamique (MHD) et une radiation thermique;

- L'augmentation du paramètre magnétique entraîne une accélération de la vitesse angulaire, augmente la température et la concentration, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- Les profils de concentration d'espèces et de microréotation augmentent près de la plaque pour augmentation du paramètre de rayonnement thermique, mais les profils de vitesse d'écoulement et de température sont diminuent.
- L'augmentation du paramètre du matériau permet d'améliorer la température, la vitesse angulaire et les profils de masse des espèces, ce qui augmente l'épaisseur de la couche limites thermique et massique, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- On voit que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation des paramètres magnétiques et de rayonnement thermique, alors qu'il augmente pour augmentation du paramètre du matériau.
- Le taux de transfert de chaleur et de masse diminue pour augmentation du paramètre magnétique, le rayonnement thermique et le paramètre du matériau.

En perspective il serait également intéressant d'étudier les autres effets qui sont rencontrés dans les autres milieux comme les milieux poreux lors de l'écoulement des nano- fluides en présence de la convection thermique et massique comme, l'effet de dissipation visqueuse, l'effet de Soret…etc., avec plusieurs configurations géométriques, notamment en dimension radiale.

[1] Padet, J. , "Principe des transferts convectifs", 1st Edition polytechnica, Paris; p 272, (1997).

[2] Knudsen, J.G., "Heat transfer by convection", I n Perry R. H., Green D.W., and Maloney J.O., Editors, Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw-Hill, New York, 7th Edition ; pp. 5.12-5.14, (1999).

[3] Kreith F., "Transmission de Chaleur et Thermodynamique", Edition Masson, Paris, p654, (1967).

[4] Welty, J.R.,Wicks, C.E. and Wilson, R.E. , "Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer", third Edition, John Wiley & sons ; p 803, (1984).

[5] Holman, J.P., "Heat transfer", 7th Edition, International edition, McGraw Hill, New York (1997), p. 336-390, (1997).

[6] Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., Dewitt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 7th edition, John Wiley & Sons, (2011).

[7] Padet, J.,"Fluides en écoulement: Méthodes et Modèles", 1st Édition Masson, (1991).

[8] Sacadura, J. F., "Initiation aux transferts thermiques", 6th Édition, Technique & Documentation, (2000).

[9] Ostrach, S., "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", National Advisory Committe for Aeronautics, Report 1111, (1953).

[10] Nield, D., Bejan, A.," Naturel Convection ", Third Edition, Springer, (2006).

[11] Kambiz Vafai, "Hand book of Natural Convection", Second Edition, Taylor & Francis Group, (2005).

[12] Buongiorno, J., "Convective Transport in Nanofluids", ASME Journal of heat transfer, 128 pp. 240–250 (2006).

[13] El Gallaf, A., "Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffes et soumis à des champs magnétiques", thèse, Ecole Centrale de Lyon, Juillet (2010).

[14] Moreau, R., "Écoulement d'un métal liquide en présence d'un champ magnétique", technique de l'Ingénieur, D 2950, (1992).

[15] Berhanu, M., "Turbulent magnetohydrodynamics in liquid metals", thèse, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, French (2008).

[16] Lister, D. H., "Corrosion Products in Power Generating Systems", Atomic Energy of Canada Limited, 6877, pp.1-65 (1980).

[17] Rahman, M. M., Convective flows of micropolar fluids from radiate isothermal porous surfaces with viscous dissipation and Joule heating, Communication Nonlinear Sci. Numerical Simulation, 14, page 3018–3030 (2009) .

[18] Buyevichn, Yuri A., Advances in the flow and Rheology of non-Newtonian fluids Elsevier, Science B. V., page 1237 – 1240 (1999).

[19] Z. Chaohui, Z., et all. In: Exploring micropolare effects in thin film lubrication (Science in China Ser. G. Physics, Mechanics & Astronomy, Vol. 47 supp, page 65 – 71 (2004).

[20] Eringen, A. Cemal., "Nonlocal Continuum Field Theories", Sheridan Books Springer-Verlag NewYork, USA, (2001).

[21] Eringen, A. C., "Simple Microfluids," International Journal of Engineering Science, Vol. 2, No. 2, pp. 205-217 (1964).
doi:10.1016/0020-7225(64)90005-9.

[22] Eringen, A. C., "Theory of Micropolar Fluids," International Journal of Mathematics and Mechanics, Vol. 16, pp. 1-18 (1966).

[23] Eringen, A. C., "Theory of Micropolar Fluids," Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 38, No. 2, pp. 480-496 (1972).
doi:10.1016/0022-247X(72)90106-0.

[24] Eringen, A. C., "Microcontinuum Field Theories". II: Fluent Media," Springer, New York, (2001).

[25] Eringen, A. C.,"Continuum Physics", Academic Press Inc., New York USA, page 2–29 (1976).

[26] Midoux, N., Mécanique et Rhéologie des fluides en génie chimique TEC & DOC-LAVOISIER, page 71 – 120 (1993).

[27] Quemada D., Modélisation Rhéologique Structurelle TEC & DOC-LAVOISIER, page 115 – 142 (2006).

[28] Chhabra, R. P., and all, Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, Engineering Applications, Elsevier Science, PLANTA TREE, 1st Edition, page 316 – 372 (1999).

[29] Ikbal, Md. A., Chakravarty, S., Wong Kelvin, K.L., Mazumdar, J., Mandal, P.K. , Unsteady response of non-Newtonian blood flow Throw a stenosed artery in magnetic field, Journal of Computational and Applied Mathematics, 230 page 243 – 259 (2009).

[30] Singh, S. P., Chadda, G. C., and Sinha, A. K., Model for Micropolar fluid film mechanism with reference to human joints (Indian Journal of pure applied Mathematics, vol.19, No.4, page 385 – 386 (1988).

[31] Barnes, H. A., A Hand Book of Elementary Rheology, Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, Penglais Aberystwyth, page 55 –185 (2000).

[32] Srivastava, V. P., and Rashmi Srivastava, Particulate suspension blood flow through a narrow catheterized artery, Computers and Mathematics with Applications, 58, page 227 – 238 (2009).

[33] Ching-Yang Cheng, Natural convection of a micropolar fluid from a vertical truncated cone with power-low variation in surface temperature (ELSEVIER, International Communications in Heat and Mass Transfer 35, page 39 – 46 (2008).

[34] Krause, E., In: Fluid mechanics 2 (Springer, Verlag Berlin Heidelberg Germany, page 31 – 66 (2005).

[35] Oosthuizen, P.H., and Naylor, D.,"An introduction to convective heat transfer analysis", McGraw Hill international, New York, p. 622 (1999).

[36] Lukaszewicz, G., Micropolar Fluids. Theory and Applications, Springer Science& Business Media, LLC, 253 p(1999).
http://link.springer .com./book10.1007/978-1-4612-0641-5.

[37] Eringen, A.C., Microcontinuum Field Theories. Foundations and Solids, Springer Science & Business Media, LLC, 325 p (1999).
http://cds.cern.ch/record/200638210.1007/978-1-4612-0555-5.

[38] Gorla, R.S.R., Nakamura, S., Mixed convection of a micropolar fluid from a rotating cone, International Journal Heat Fluid Flow 16: 69-73 (1995).
http://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/ 0142727X94000092.

[39] Lok, Y.Y., Amin, N., Pop I., Unsteady mixed convection flow of a micropolar fluid near the stagnation point on a vertical surface, International Journal of Thermal Sciences 45: 1149-1157 (2006).
http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.01.015.

[40] Aydın, O., Pop I., Natural convection in a differ-entially heated enclosure filled with a micropolar fluid. International Journal Thermal Sciences 46: 963-969 (2007).
http://dx.doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.11.018.

[41] Ishak, A., Nazar, R., Pop, I., Stagnation flow ofa micropolar fluid towards a vertical permeable surface, International Communications Heat Mass Transfer 35: 276-281 (2008).

http://dx.doi.org/10.1016/j.icheatmasstrans-fer.2007.07.007.

[42] Ishak, A., Nazar, R., Pop, I., Dual solutions in mixed convection boundary layer flow of micropolar fluids, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 14: 1324-1333 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2008.01.017.

[43] Ishak, A., Nazar, R., Pop, I., Magnetohydrodynamic (MHD) flow of a micropolar fluid towards a stagnation point on a vertical surface, Computational Mathematical Applications 56: 3188-3194 (2008).
http://dx.doi.org/doi:10.1016/j.camwa.2008.09.013.

[44] Das, K., Influence of thermophoresis and chemical reaction on MHD micropolar fluid flow with variable fluid properties, International Journal Heat Mass Transfer 55: 766-774 (2012).
http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstrans-fer.2012.07.033.

[45] Mahmoud, M.A.A., Thermal radiation effects on MHD flow of a micropolar fluid over a stretching surface with variable thermal conductivity, Physica A 375:401-410 (2007).
http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.09.010.

[46] Pal, D., Chatterjee, S., Mixed convection magnetohydrodynamic heat and mass transfer past a stretching surface in a micropolar fluid-saturated porous medium under the influence of Ohmic heating. Soret and Dufour effects, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 16(3): 1329-1346 (2011).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2010.06.008.

[47] Seddeek, M.A., Odda, S.N., Akl, M.Y., Ab-delmeguid, M.S., Analytical solution for the effect of radiation on flow of a magneto-micropolar fluid past a continuously moving plate with suction and blowing, Computational Materials Science 45: 423-428 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2008.11.001.

[48] Ishak A., Nazar, R., Pop, I., MHD boundary-layer flow of a micropolar fluid past a wedge with constant wall heat flux, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 14: 109-118 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2007.07.011.

[49] Mahmoud, M.A.A., Waheed, S.E., MHD stagnation point flow of a micropolar fluid towards a moving surface with radiation, Meccanica 47: 1119-1130 (2012).
http://dx.doi.org/10.1007/s11012-011-9498-x.

[50] Abd-El Aziz, M., Thermal radiation effects on magnetohydrodynamic mixed convection flow of a micropolar fluid past a continuously moving semi-infinite plate for high temperature differences, Acta Mechanica 187: 113-127 (2006).
http://dx.doi.org/10.1007/s00707-006-0377-9.

[51] Elbarbary, E.M., Elgazery, N.S., Flow and heat transfer of a micropolar fluid in an axisymmetric stagnation flow on a cylinder with variable properties and suction, Acta Mechanica 176: 213-229 (2005).
http://dx.doi.org/10.1007/s00707-004-0205-z.

[52] Chamkha, A.J., Mohamed, R.A., Ahmed, S.E., Unsteady MHD natural convection from a heated vertical porous plate in a micropolar fluid with Joule heating, chemical reaction and radiation effects, Meccanica 46: 399-411 (2011).
http://dx.doi.org/10.1007/s11012-010-9321-0.

[53] Alam, M.S,; Rahman, M.M., Sattar, M.A., On the effectiveness of viscous dissipation and Joule heating on steady Magnetohydrodynamic heat and mass transfer flow over an inclined radiate isothermal permeable surface in the presence of thermophoresis, Communications Nonlinear Science Numerical Simulation 14: 2132-2143 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2008.06.008.

[54] Tsai, R., Huang, J.S., Combined effects of thermophoresis and electrophoresis on particle deposition On to a vertical flat plate from mixed convection flow through a porous medium, Chemical Engineering Journal 157: 52-59 (2010).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cej.2009.10.046.

[55] Muhaimin, I., Kandasamy, R., Hashim, I., Thermophoresis and chemical reaction effects on non-Darcy MHD mixed convective heat and mass transfer past a porous wedge in the presence of variable stream Condition, Chemical Engineering Research Design 87 : 1527-1535 (2009).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cherd.2009.04.005.

[56] Long Hsiao, K., Heat and mass transfer for micropolar flow with radiation effect past a nonlinearly stretching sheet, Heat Mass Transfer 46: 413-419 (2010).
http://dx.doi.org/10.1007/s00231-010-0580-z.

[57] Ahmadi, G., Self similar solution of incompressible micropolar fluid boundary layer over a semi-infinite plate, International Journal Engineering Science 14: 639-646 (1976).
http://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/0020722576900069.

[58] Yacob, N.A., Ishak, A., MHD flow of a micropolar fluid towards a vertical permeable plate with prescribed surface heat flux, Chemical Engineering Science Research Design 89: 2291-2297 (2011).
http://dx.doi.org/10.1016/j.cherd.2011.03.011.

[59] Łukaszewicz G., "Asymptotic behavior of micropolar fluid flows," International Journal of Engineering Science, vol.41, pp. 259–269, July (2002).

[60] Z.Alloui, P.Vasseur, Computers & Fluids 60, 99–107 (2012).

[61] Singh, S.P., Chadda , G.C., Sinha, A.K., Indian J. pure appl. Math. 19, 384–394 (1988).

[62] Ishak, A., Nazar R., Pop I., Int. Com. Heat Mass Transfer 35, 276–281 (2008).

[63] Lok, Y.Y., N.Amin, N., Pop I., Unsteady mixed convection flow of a microp- olar fluid near the stagnation point on a vertical surface, Int. J. Thermal Sciences 45, 1149–1157 (2006).

[64] Bhattacharyya,K. , Mukhopadhyay, S., Layek G.C., Pop, I., Effects of thermal radiation on micropolar fluid flow and heat *transfer over a porous shrinking sheet, Int. J. of Heat Mass Transfer 55, 2945–2952 (2012).*

[65] Rahman,M.M., Sultana,T., Radiative Heat Transfer Flow of Micropolar Fluid with Variable Heat Flux in a Porous Medium,Nonlinear Analysis: Modelling and Control 13, 71–87(2008).

Publication national et internationale:

1. **R. ALOUAOUI**, M. N. BOUAZIZ, S. HANINI (2015). *NUMERICAL STUDY OF MICROPOLAR FLUID FLOW HEAT AND MASS TRANSFER OVER VERTICAL PLATE: EFFECTS OF THERMAL RADIATION AND MAGNETIC FIELD*. Sciences & Technologie A , N°41, 15-22: Juin 2015 Université de Constantine1, Algérie

2. **R. ALOUAOUI**, M. N. *BOUAZIZ,* (2017). *INFLUENCE OF THERMOPHORESIS ON MHD MICROPOLAR FLUID OVER A MOVED PERMEABLE PLATE*. ISSN 1392-1207. MECHANIKA. 2017 Volume 23(3): 382-390.

Communications nationals et internationales :

1. **R. ALOUAOUI**, M.N. BOUAZIZ, (2009) "*Transfert massique et thermique dans un solide en mouvement. Effet du paramètre de rayonnement*", 4ème Congrès Algérien de Génie des Procédés, 4 -6 Mai, **USTHB-Alger, Algérie.**

2. **R. ALOUAOUI**, M. N. BOUAZIZ, (2013). *Numerical Study of Micropolar Fluid Flow Heat and Mass Transfer over Vertical Plate: Effects of Thermal Radiation and Magnetic Field.* Premières Journées Internationales de Physique 16 et 17 Décembre 2013 au Département de Physique. Faculté des Sciences Exactes, **Université de Constantine1, Algérie**

3. **R. ALOUAOUI**, M. N. BOUAZIZ, (2014).*MHD HEAT AND MASS TRANSFER FLOW FOR A MICROPOLAR FLUID OVER AN INCLINED AND PERMEABLE PLATE WITH THERMOPHORESIS AND VISCOUS DISSIPATION EFFECTS.* in the ICHMT - International Symposium on Convective Heat and Mass Transfer (CONV-14), which will be held from June 8 to June 14, 2014 at **Pine Bay Holiday Resort, Kusadasi, TURQUE.**

4. **R. ALOUAOUI**, M. N. BOUAZIZ, S. HANINI, (2015). *MAGNETOHYDRODYNAMIC HEAT AND MASSTRANSFER FLOW FOR A MICROPOLAR FLUID OVER A VERTICAL MOVED AND PERMEABLE PLATE WITH THERMOPHORESIS.* International Conference on Chimical and Biochemical Engineering, **20-22 July 2015, PARIS- France.**

5. **R. ALOUAOUI**, M. N. BOUAZIZ, (2015). *INFLUENCE OF THERMAL RADIATION ON MHD MICROPOLAR FLUID FLOW, HEAT AND MASS TRANSFER OVER VERTICAL FLAT PLATE.* ICPET 2016 : 18th International Conference on Power Engineering and Technology. **14 – 15 March, 2016, Paris, France.**