REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE MEDEA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

THESE DE DOCTORAT

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

Docteur en : Génie des procédés

Specialité : Génie des procédés

Présentée par : Hamoudi Souaad

Thème

Etude Numérique du comportement rhéologique des fluides complexes

Présentée devant le jury composé de :

Nom & Prénom	Grade	Institution d'affiliation	Designation
HADIDI Noureddine	Professeur	Université de Médéa	President
RAHAL Soufiane	MCA	Université de Médéa	Directeur de thèse
REBHI Redha	MCA	Université de Médéa	Co- Directeur de thèse
LAIDI Maamar	Professeur	université de Médéa	Examinateur 1
BENSEDIRA Sidali	MCA	université de Blida1	Examinateur 2

Année académique : 2024/2025

Remerciements

Tout d'abord, je remercie Dieu le tout-puissant pour la grâce, la subsistance, la force et la connaissance qu'il m'a accordées pour mener à bien ce travail.

Mes remerciements s'adressent également, à mon directeur de thèse, Monsieur RAHAL SOUFIANE Maître de conférences A à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour m'avoir confié le sujet de cette thèse qu'il a dirigé avec intérêt. Et aussi pour la confiance qu'il m'a accordée tout le long de mes travaux de recherche.

je tiens également à remercier mon co-directeur, Monsieur REBHI REDHA , Maître de conférences A à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour sa disponibilité et ses précieux conseils, ses encouragements et son assistance scientifique qui ont contribué à l'avancement de ce travail, malgré leur multiple occupation.

Je remercie chaleureusement Madame LOUNIS SELMA, Maître de conférences B à l'Université de SAAD DAHLB–BLIDA, el a su m'apporter un soutien constant, une disponibilité, une écoute, une confiance et des conseils précieux.

Je tiens à le remercier surtout pour son soutien moral ininterrompu et ses nombreux conseils tout le long de ma thèse.

Je remercie aussi les membres de jury qui ont accepté d'encadrer ma soutenance.

Dédicace

Avec toute ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux à qui, quels que soient les mots choisis, je ne pourrai jamais vraiment exprimer mon amour sincère.

À mes chers parents

Pour tous leurs sacrifices, leure confiance ,leur tendresse, leur amour, leur soutien et leurs prières tout au long de mes etudes.

À mon mari bouaou Abd rahim

À mon bébé bouaou Mohamed said

Mes très chères soeurs : naima et baya et hamida et fatiha et layla

Mes-frères : kamel et youssef

À mes chères ami (e)s

À tous ceux qui me sont chers

Résume

Le travail de la thèse est consacré à une étude numérique de la convection thermosolutale dans un cavité carré qui peut être inclinée d'un angle ϕ par rapport à l'horizontale , rempli d'un milieu poreux saturé d'un fluide non newtonien tel que les fluides rhéofluidifiants avec des propriétés thermodynamiques constantes Sauf la densité qui varie linéairement avec la concentration et la température est soumise à des conditions aux limites de type Dirichlet imposant une concentration et une température constante, ainsi qu'aux autres parois verticales , sont considérées comme adiabatiques et imperméables.

L'écoulement du fluide est décrit par le modèle de la loi de puissance avec l'approximation de Boussinesq ce modèle est utilisé pour décrire le comportement rhéologique des fluides non newtoniens, L'écoulement étudié dans ce travail et supposé come un régime laminaire et instationnaire.

La modélisation de l'écoulement convectif dans le milieu poreux, résolue au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des différences finies, a été réalisée afin d'obtenir la solution numérique des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration.

Notre étude porte essentiellement sur l'étude des divers effets et propriétés des paramètres de contrôle tell que : le nombre de Rayleigh thermique R_T , le nombre de Lewis *Le*, le rapport de flottabilité N, l'angle d'inclinaison ϕ et le paramètres (n) sur le transfert de chaleur et de masse.

Les résultats numériques illustrés et discutés en termes de fonction de courant, d'iso-concentration, d'isothermes et de viscosité apparente, de Profils de concentration et température au milieu poreux de la cavité. La réduction de l'indice de loi de puissance (n) augmente la viscosité apparente du fluide et favorise la convection naturelle à l'intérieur de la cavité de milieu poreux, ce qui entraîne une augmentation du taux de transfert de chaleur et de masse.

Mots clé

Convection thermo-solutale, Convection Rayleigh Bénard, fluide Non-Newtonien, Fluide rhéofluidifiant Modèle de power-law, milieu poreux, Méthode des différences finis.

Abstract

This thesis focuses on a numerical study of thermosolutal convection in a square cavity that can be inclined at an angle ϕ relative to the horizontal. The cavity is filled with a porous medium saturated with a non-Newtonian fluid, such as shear-thickening fluids, with constant thermodynamic properties except for the density, which varies linearly with concentration. The temperature is subjected to Dirichlet boundary conditions, imposing constant concentration and temperature, while the other vertical walls are considered adiabatic and impermeable.

The fluid flow is described by the power-law model with the Boussinesq approximation. This model is used to describe the rheological behavior of non-Newtonian fluids. The flow studied in this work is assumed to be in a laminar and unsteady regime.

Modeling convective flow in porous media and solving it using a finite difference method-based calculation code has been carried out to obtain the numerical solution of the continuity, momentum, energy, and concentration equations.

Our study primarily focuses on examining the various effects and properties of control parameters such as: the thermal Rayleigh number R_T , the Lewis number *Le*, the buoyancy ratio *N*, the tilt angle ϕ and the parameter n on heat and mass transfer.

The numerical results are illustrated and discussed in terms of current function, iso-concentration lines, isotherms, apparent viscosity, and concentration and temperature profiles within the porous medium of the cavity. Reducing the power-law index (n) increases the apparent viscosity of the fluid and promotes natural convection within the porous medium of the cavity, leading to an increase in the rates of heat and mass transfer.

Keywords

Thermosolutal convection, Rayleigh-Bénard convection, Non-Newtonian fluid, Shear-thickening fluid, Power-law model, Porous medium, Finite difference method

الملخص

تركز هذه الأطروحة على دراسة عددية للحمل الحراري المذابي داخل تجويف مربع يمكن أن يميل بزاوية **ϕ** بالنسبة إلى الأفق. يتم ملء التجويف بوسط مسامي مشبع بسائل غير نيوتوني، مثل السوائل التي يزداد لزوجتها مع معدل القص، مع افتراض أن الخصائص الديناميكية الحرارية ثابتة باستثناء الكثافة، التي تتغير خطيًا مع التركيز. يتم فرض درجة الحرارة من خلال شروط حدودية من نوع دايراكلي ، مع تركيز ودرجة حرارة ثابتين، بينما تُعتبر الجدران العمودية الأخرى معزولة وغير منفذة.

يُوصف تدفق السائل باستخدام نموذج قانون القوة مع تقريب بوسينسك، حيث يُستخدم هذا النموذج لوصف السلوك الريولوجي للسوائل غير النيوتونية. التدفق المدروس في هذا العمل يُفترض أنه في حالة مستقرة وغير مستقرة. تمت نمذجة التدفق الحراري في الوسط المسامي وحله باستخدام كود يعتمد على طريقة الفروقات المحدودة للحصول على الحل العددي لمعادلات الاستمرارية والزخم والطاقة والتركيز.

تركز دراستنا بشكل أساسي على تحليل التأثيرات والخصائص المختلفة للمعاملات التحكمية مثل: عدد رايلي الحراري_**Ra** ، عدد لويس**Le** ، نسبة الطفو**N** ، زاوية الميل**ϕ** ، ومعامل **n** على انتقال الحرارة والكتلة.

تم توضيح النتائج العددية ومناقشتها من خلال خطوط التدفق، وخطوط التساوي التركيز ، وخطوط التساوي الحراري، واللزوجة الظاهرة، وملفات التركيز ودرجة الحرارة داخل الوسط المسامي للتجويف. تبين أن تقليل مؤشر قانون القوة **(n)** يزيد من اللزوجة الظاهرة للسائل ويُعزز الحمل الحراري الطبيعي داخل الوسط المسامي للتجويف، مما يؤدي إلى زيادة معدلات انتقال الحرارة والكتلة

الكلمات المفتاحية

الانتقال الحراري والكتلي، الحمل الحراري رايلي ـ بيناغ ، السائل غير النيوتوني، السائل ذي الزيادة في اللزوجة بسبب القص، نموذج القوة، الوسط المسامي، طريقة الفروق المنته

Table des Matières

Résumé

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des symbols

Introduction Générale 1

Chapitre I: Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A: Généralité sur les milieux poreux 4

1.1. Introduction 4

1 .2. volume élémentaire représentatif (V.E.R.) 5

1 .3. Classification et description des milieux poreux 6

1 .3.1. Classification 6

1.3.2. Caractérisation géométriques d'un Milieu Poreux 7

1 .3.2.1 Porosité 7

13.2.2. Perméabilité 7

1.3.2.3. La connectivité et la tortuosité 8

1.3.2.4. Surface spécifique 8

1.4. Modèle d'écoulement dans les Milieux Poreux 9

1.4.1. Modèle de Darcy (1856) 9

1.4.2. Modèle De Darcy - Forchheimer (1901) 10

1.4.3. Modèle De Darcy-Brinkman (1947) 11

1.4.4. Modèle Général Ou Modèle De Darcy-Brinkman-Forchheimer 12

1.5. Régimes d'écoulement dans les milieux poreux 13

Partie B : Généralité sur les transferts de chaleurs

1. Transfert de chaleur par convection 14

1.1. La convection naturelle (ou convection Libre) 15

1.2. La convection forcée 15

2. Généralités sur la convection naturelle thermosolutale 15

3. Transfert de masse dans les milieux poreux 16
4. Nombres sans dimension 16
4.1. Le nombre de Rayleigh 16
4.2. Le nombre de Prandtl 17
4.3. Le nombre de Lewis 18
4.4. Le nombre de Nusselt 18
4.5. Le nombre de Sherwood 18
5. L'approximation de Boussinesq 19

Partie C : Généralité sur les fluides non-newtoniens

1. Introduction 21
2. Grandeurs caractéristique de la rhéologie 21
2.1. La contrainte de cisaillement 22
2.2. Déformation 22
2.3. Vitesse de déformation 23
2.4. La viscosité 23
2.4.1. La viscosité dynamique (viscosité absolue) 23
2.4.2. La viscosité cinématique 24
3. Classification des fluides suivantes leurs comportements 24
3.1. Fluides Newtoniens 24
3.2. Fluides non-Newtonien 25
3.2.1 Fluides à comportement indépendantes du temps 25
1. Fluides pseudo-plastique ou Rhéo-fluidifiants (n<1) 26
2 .Fluides dilatants ou Rhéo-épaississant (n>1) 26
3. Fluides viscoplastique ou à seuil 27
3.2.2. Fluides à comportement dépendantes du temps 27
1. Fluide thixotropes 28
2. Fluides anti-thixotropes 28
3.2.3. Fluides à comportement viscoélastique (Rhé-plastique) 29
4. Modèles mathématiques pour les fluides Rhé-fluidifiant 29
4.1. Le modèle d'Oswald –de-Weale (la loi de puissance) 29
4.2. Modèle de Sisko 30
4.3. Modèle de Cross 31
4.4. Modèle d'Ellis 31
4.5. Modèle de Carreau-Bird 31
4.6. Modèle de Carreau-Yassuda 32
Synthèse bibliographique 33

Chapitre II : Description du Problème et modèle mathématique

2.1. Modèle mathématique 40

2.1.1 Géométrie et modèle physique 40
2.1.2 Hypothèse simplificatrices 41
2.2. Formulation mathématique 42
2.2.1. Équation de continuité 43
2.2.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement 43
2.2.3. Equation de conservation de l'énergie 43
2.2.4. Equation de concentration 43
2.3. Conditions aux limites 44
2.4. Adimensionnalisation 44
2.4.1. Paramètres d'adimensionnalisation 44
2.4.2. Equations adimensionnelle 45
2.5. Les paramètres adimensionnels de contrôle du problème 45
2.6. Équation de transports adimensionnels en formulation fonction de courant 45
2.7. Transfert de chaleur et transfert de masse 46
Conclusion 47

Chapitre III: Solution Numérique

3.1. Méthodes numériques 48
3.1.1.Méthode des éléments finis (EF) 48
3.1.2. Technique des volumes finis (VF) 49
3.1.3. Technique des différences finies (DF) 50
3.2. Discrétisation des équations gouvernentes 52
3.21. Equations de conservation discrétisées 52
3.2.2. Équation d'énergie discrétisées 53
3.2.3. Discrétisation de l'équations de conservation 56
3.2.4. Discrétisation de l'équations du mouvement 59
3.3. Résolution de l'équation de la fonction de courant 59
3.4. Champs de vitesse discrétisation 61
3.5. Conditions aux frontières discrétisation 61
3.6. Discrétisation des condition aux limites 62
3.7. Algorithme du code de calcul 64
3.8. Choix de maillage 66
3.8.1. Impqct de la finesse du maillage 66
3.9. Validation du code numérique 66

Chapitre IV : Résultats et discussion

4.1. Effet des paramètres Rhéologique sur les structures d'écoulement 68
4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n 68
4.2. L'influence de Ra et de l'indice de puissance, n, sur l'initiation de la convection 70
4.3. Influence de l'ange incliné, Φ, et du nombre de Rayleigh ,, sur le phénomène de 71

la convection

4.4. Effet de rapport des Forces, N, sur l'apparition de la convection 72

4.5. Impact des nombres de Lewis Le, et n, sur le déclenchement de la convection 74

4.6. Historique temporel de la fonction d'écoulement Ψ, le nombre Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh 76

4.7. Effet de l'angle d'inclination, ϕ, sur les structures d'écoulement 77

4.8. Impact du nombre de Lewis, noté Le, sur les configurations d'écoulement 79

4.9. L'impact de l'angle d'inclinaison, symbolisé par ϕ, sur les courbes des grandeurs courant, température et concentration 81

4.10. Impact du nombre de Rayleigh, noté Ra, sur les profils de la fonction d'écoulement, la température et de la concentration 83

4.11. Impact du rapport de volume , N, sur les courbes de d'écoulement, la température et la concentration 85

Conclusion Générale 87

Références 89

Liste des figures

Figure 1. 1 :	Schéma explicatif l'homogénéité statistique	5
Figure 1. 2 :	Schéma illustratif de des échelles et la taille du VER	6
Figure 1. 3 :	Notion de tortuosité d'un milieu poreux	8
Figure 1. 4 :	Schéma de l'expérience de Darcy	9
Figure 1.5 :	Schéma du transfert de chaleur par convection	14
Figure 1.6 **:**	Déformation de cisaillement	22
Figure 1.7 :	Illustration d'une expérience de "danse des particules" entre deux surfaces fluides, comme dépeint dans la source	24
Figure 1.8 :	Représentation des courbes d'écoulement des principaux types de fluides présentant un comportement purement visqueux	26
Figure 1.9 :	Comparaison des propriétés viscosité-taux de cisaillement entre un fluide newtonien, un rhéoépaississant et un rhéofluidifiant	27
Figure 1.10 :	Schéma illustrant la relation $\tau = f(\dot{\gamma})$ pour le comportement temporel dépendant	28
Figure 2.1 :	Géométrie du modèle physique	41
Figure 3.1 :	Organigramme de la résolution general	65
Figure 4.1 :	Effet de différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente pour Ra_T = 50, Le =10, N=-0.5 et Φ=0°	69
Figure 4.2 :	Effet de, Ra , et de l'indice de puissance, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, N=-0,5 et Φ=0°	71

Figure 4.3 :	Impact de l'ange incliné, Φ, et, n, sur :(a) la fonction d'écoulement aucentrede la cavité, $\psi 0$, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour Le=10, Ra_T=50, et N=-0,5	72
Figure 4.4 :	Impact du rapport de flottabilité, N, et du nombre de Reynolds, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, RaT=50, et Φ=0°	74
Figure 4.5 :	L'impact des valeurs des nombres de Lewis, Le, et, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, RaT=50, et Φ=0°	76
Figure 4.6 :	Historique temporel : (a) de la fonction d'écoulement Ψ, (b) le nombre Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh	77
Figure 4.7 :	L'impact de la variation de l'angle d'inclination, ϕ, sur : (a) les trajectoires des particules fluides, (b) les lignes température constante, (c) les lignes de concentration constante et examiné pour R_T = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6	78
Figure 4.8 :	Effet de la variation du nombre de Lewis sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et pour RT = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6	81
Figure 4.9 :	L'impact de diverses valeurs de l'angle d'inclination, symbolisé par ϕ, sur : sur (a) le flux de courant, noté ψ, (b) la chaleur, T, et (c) les schémas de concentration, pour des paramètres tel que RT = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6	82
Figure 4.10 :	L'impact de diverses valeurs du nombre de Rayleigh, Ra, sur : (a) le tourbillon de la fonction de courant, ψ, (b) la chaleur, T, et (c) les distributions de concentration, pour Le =10, N=-0.5 et n=0.6	84
Figure 4.11 **:**	Influence du rapport de flottabilité, N, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ, (b) la température, T, (c) la concentration, S, pour RT = 50, ϕ=0,Le =10 et n=0.6	86

Liste des Tableaux

Tableau 3.1 : Étude de sensibilité de la grille pour : n = 0.6, Ra_T= 50, Le=10, N=-0.1 and $\phi = 0°$ 66

Tableau 3.2 : Valeur du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'indice de la loi de puissance. 67

NOMENCLATURE

C	Concentration adimensionnelle.
C_P	La chaleur massique [j.Kg^{-1}.K^{-1}].
D	Diffusivité de masse.
De	La diffusivité massique effective
F	Force [kg m s-2].
g	Constante gravitationnelle [m s^{-2}].
Gr	Nombre de Grashof.
h	Coefficient de transfert thermique [W m^{-2} K $^{-1}$].
K	La perméabilité [m^2].
K_C	Coefficient de transfert de masse.
k_e	Conductivité thermique effective [W m^{-1} K $^{-1}$].
Le	Nombre de Lewis.
n	Indice de la loi en puissance, paramètre réel.
N	Le rapport de buoyancy.
Nu	Nombre de Nusselt
Ms	Masse sèche [Kg].
Pr	Nombre de Prandtl.
q	Flux de chaleur constant par unité de surface, W / m^2
Q	Quantité de chaleur [W m^{-1}].
R_T	Nombre de Rayleigh thermique.
S_{sp}	La surface spécifique [m^2 .Kg^{-1}].
s_g	surface totale des grains solides[m^2].
Sh	Nombre de Sherwood local.
t	Temps adimensionnelle.
T	Température adimensionnelle.

T_p	Température de la paroi [k].
Tr	La Tortuosité
u	Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x.
v	Composante de la vitesse adimensionnelle, direction y.
V_{pore}	Volume des pores [m^3].
V_{total}	Volume total de la matrice poreuse [m^3].
V_{total}	Volume total de la matrice poreuse [m^3].
x, y	Coordonnées cartésiennes à partir du centre de la cavité.
ΔC	Différence de concentration.
ΔT	Différence de Température.

Lettres Grecques

ρ	Masse volumique du fluide [kg m-3].
ε	Porosité du milieu poreux.
ν	Viscosité cinématique [m2/s].
μ	La viscosité dynamique [N.S.m^{-2}].
α	Diffusivite thermique [m^2/s].
β	Coefficient de dilatation thermique [K−1].
β_T	Le coefficient de dilatation thermique.
β_S	Le coefficient d'expansion massique.
ϕ	Angle d'inclinaison de la cavité.
τ	La contrainte de cisaillement.
$\dot{\gamma}$	La vitesse de cisaillement.
ψ	Fonction du courant adimensionnelle.
λ	Conductivité thermique du fluide [W m^{-1} K^{-1}].

Exposants

$*$	Valeur estimées.
’	Valeur corrigées.
°	Indices de références.
moy	Moyen.

Nombre adimensionnels

N : Rapport de flottabilité : N= $\frac{\beta_S \Delta C^*}{\beta_T \Delta T^*}$

Le : Nombre de Lewis : Le = $\frac{\alpha}{D}$

R_T: Nombre de Rayleigh thermique : $R_T = \frac{\rho_0 \beta \Delta T' H'}{\mu_0 \alpha}$

INTRODUCTION GENERALE

Les problématiques liées aux comportements rhéologiques des fluides newtoniens et non-newtoniens, ainsi que la convection naturelle dans des milieux fluides et poreux, représentent un domaine de recherche ayant suscité de nombreux efforts sur le plan fondamental que sur le plan expérimental, malgré le coût élevé des moyens expérimentaux. Ainsi, le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle, au cours des dernières décennies, été un domaine de recherche particulièrement productif, comme en témoigne le grand nombre d'études menées, en raison de ses multiples applications dans de nombreux secteurs.

Il joue un rôle clé dans divers processus scientifiques et industriels tels que : production d'énergie, énergie renouvelable, pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, chimie, chauffage, climatisation .Etc. [1] [2]

Cet échange thermique et massique résulte de la variation des gradients de température et de concentration. Ces variations provoquent une distribution irrégulière de la masse volumique du mélange, ce qui induit un mouvement convectif sous l'effet de la gravité.

La convection naturelle est dite thermique lorsque les forces de volume résultent d'un gradient de température. Elle devient thermosoluté ou convection à double diffusion lorsque les forces de flottabilité thermiques et solutales, résultant respectivement des gradients de température et de concentration, agissent simultanément. Ce phénomène, découvert en 1959 par Stommel [3] et formulée mathématiquement par Stern [4], engendre un comportement dynamique particulièrement fascinant.

Ces dernières années, l'étude de la convection thermosolutale dans les milieux poreux saturés de fluides Newtoniens et non-Newtoniens a connu un développement considérable, en raison de son rôle clé dans la résolution de divers problèmes technologiques. Elle est particulièrement pertinente dans des secteurs tels que ; procédés de moulage ,procédés de filtration, agroalimentaire, géophysique, technologies de séchage, forage pétrolier, ingénierie des polymères, transport chimique en lit fixe Réacteurs, cosmétique, stockage de gaz et certains produits agricoles, biomédical. Ce phénomène consiste à analyser les mouvements convectifs induits par des gradients de température et de concentration, Elle cherche à déterminer la force de l'écoulement ainsi que les taux de transfert de mase et de chaleur au à la paroi active, qui sont exprimés respectivement par les nombres de Sherwood et de Nusselt [5].

L'étude des fluides non-Newtoniens est devenue essentielle en raison de leur importance dans les domaines technologiques, biologiques et industriels. Une attention particulière a été accordée à l'analyse et à la compréhension de leurs propriétés et de leur comportement. Leur comportement rhéologique a été expliqué par plusieurs modèles mathématiques parmi lesquels le modèle de la loi de puissance, couramment utilisé dans les procédés de génie chimique [6].

Cette thèse porte sur l'étude numérique de la convection thermosolutale au sein d'une milieu poreux confiné avec une cavité carrée saturé par un fluide non -newtonien, tel qu'un fluide rhéofluidifiant. Le comportement de ces fluides, supposés incompressibles, est modélisé par la loi de puissance. Dans la configuration de Rayleigh-Bénard, des conditions aux limites de type Neumann sont appliquées sur les parois actives de la cavité, avec des valeurs constantes de température et de concentration, tandis que les autres parois sont supposées adiabatiques et imperméables.

Notre objectif est de focaliser l'analyse sur l'influence de divers paramètres de contrôle, tels que le nombre de Lewis, Le nombre de Rayleigh R_T, le rapport de flottabilité, N, l'angle d'inclinaison de la cavité, Φ, ainsi que le paramètre (n), sur la structure de l'écoulement ainsi que sur les taux de transfert de chaleur (représentés par le nombre de Nusselt) et de masse (représentés par le nombre de Sherwood).

Le comportement rhéologique de ce fluide est décrit par un modèle de loi de puissance. Pour résoudre l'ensemble des équations gouvernantes, un programme numérique a été développé, reposant sur la méthode des différences finies et assurant une précision temporelle.

Le développement de ce travail est divisé en quatre chapitres, dont nous présentons ci-après un résumé succinct.

Le premier chapitre se structure en trois sections. La première est dédiée à la présentation du contexte bibliographique, en mettant l'accent sur les milieux poreux de manière générale. La deuxième explore les définitions et concepts clés liés à la convection thermique, en particulier la convection naturelle et thermo-solutale dans les milieux poreux. La troisième section porte sur les modèles rhéologiques et les propriétés des fluides newtoniens ou non newtoniens. Enfin, une synthèse des travaux de recherche antérieurs est également présentée, afin d'identifier les aspects encore peu explorés dans la littérature et

d'orienter ainsi nos recherches vers de nouvelles perspectives.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique et physique du problème étudié. Il expose les équations de conservation générales qui régissent l'écoulement des fluides newtoniens dans les milieux poreux, telles que l'équation de continuité, les équations de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. De plus, les hypothèses formulées ainsi que les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant notre modèle sont détaillées.

Le troisième chapitre est dédié à la présentation des différentes méthodes numériques de résolution, à savoir la méthode des volumes finis, la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies. Dans ce travail de thèse, nous avons opté pour la méthode des différences finies pour la discrétisation des équations régissant notre modèle, ainsi que pour la validation de l'algorithme de calcul associé.

Le quatrième chapitre présente les résultats numériques principaux obtenus pour un fluide non-Newtonien dans un milieu poreux, illustrés par des graphiques, ainsi que leur interprétation

Enfin, une conclusion générale met en lumière les aspects essentiels des résultats de l'étude, tout en évoquant les perspectives futures.

Chapitre I Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A : Généralité sur les Milieux Poreux

1.1. Introduction

Bon nombre de substances, qu'elles soient d'origine naturelle ou créées par l'homme, arborent une texture pleine de trous et de cavités. Un matériau poreux est comme un puzzle solide avec des trous éparpillés de façon chaotique, créant un réseau de cachettes inattendues à travers sa structure. Ces espaces vides ont toute liberté de se frôler ou de s'éloigner à leur guise. Afin qu'un liquide puisse voyager à travers un matériau poreux, il est essentiel que la majorité des espaces vides soient connectés entre eux. Lorsque les espaces vides sont envahis par une phase semblable (qu'elle soit liquide ou gazeuse), on dit que le milieu poreux est gorgé du fluide.

Un milieu poreux se distingue avant tout par deux caractéristiques physiques globales étroitement associées : la porosité et la perméabilité du matériau.

La perméabilité d'un milieu poreux mesure la capacité d'un fluide à circuler dans un milieu poreux sous l'influence d'un gradient de pression ou d'un champ de gravité. Cette propriété ne dépend que de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. La non uniformité de la distribution des vides (pores) et leurs formes affectent principalement sur l'écoulement et le transfert de thermique près des frontières.

On évalue la perméabilité dans une direction donnée en référence à une surface qui se dresse fièrement face à la circulation du fluide. En général, les matériaux poreux révèlent une préférence directionnelle ou une dissymétrie de la configuration des pores au sein de leur composition. Cela crée une variabilité dans la transmission du liquide saturant selon les différentes orientations.

Un milieu poreux se présente telle une forteresse solide percée de cachettes secrètes, où les fluides s'amusent à se faufiler en toute liberté. Ces interstices nommés pores peuvent se lier les uns aux autres. Dans la nature sauvage ou dans les usines modernes, une variété de matériaux poreux se démarquent : béton, sable, fibre de verre, roche, réservoir de pétrole... et bien d'autres encore.

En raison de la présence d'une irrégularité dans la taille et la disposition des pores, il est à noter que la variation des paramètres qui affectent ce processus d'écoulement sera également irrégulière. En situation concrète, lors des expérimentations et des observations,

on évalue ces caractéristiques physiques à une échelle macroscopique, c'est-à-dire à un niveau perceptible à l'œil nu ou à une échelle de dimensions plus imposantes. La méthode spatiale, telle une baguette magique des chiffres, se déploie dans l'univers des statistiques pour révéler les secrets bien gardés des données. Il s'agit ici de déterminer une moyenne pertinente à partir d'un petit morceau d'espace choisi avec soin, appelé Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R.), censé refléter l'ensemble de l'étude.

1.2. Volume élémentaire représentatif (VER)

Il est nécessaire que le VER soit grand pour représenter statistiquement la structure macroscopique, et assez petit pour que la mécanique des milieux continus puisse lui être appliquée. Dans la littérature, on trouve diverses définitions du VER, précisant ses caractéristiques et les méthodes de détermination, le plus important c'est qu'un VER doit être représentatif de la structure macroscopique. Il est défini statistiquement microstructure homogène, toute microstructure hétérogène doit appartenir au volume analysé (Ω) (la structure macroscopique), indépendamment de son emplacement voir (Figure 1. 1). Si une homogénéité statistique est présente, les caractéristiques de la microstructure des volumes V1, V2 et V3 sont similaires. [7].

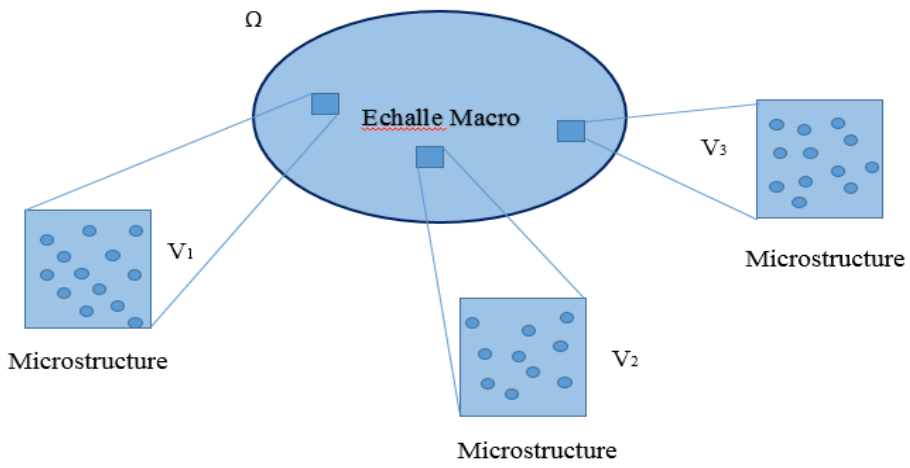


Figure 1. 1 : Schéma explicatif l'homogénéité statistique [7].

Selon la définition antérieure, il apparaît que le VER doit arborer une dimension (L2) (Figure I. 2) qui surpasse nettement la dimension (L3) distinctive des particules qui le composent, tout en demeurant nettement plus modeste que la dimension (L1) de la structure à une échelle macroscopique.

En résumé :

L1 >> L2>> L3.

La structure en question présente plusieurs caractéristiques dimensionnelles importantes. En premier lieu, la dimension de la structure, désignée par L1, est intimement liée à la force exercée. Ensuite, vient la question de la dimension du volume élémentaire représentatif (VER) en jeu, symbolisée par L2. Enfin, c'est à travers L3 que se dessine la grandeur des disparités microstructurales. Ces proportions revêtent une importance capitale lorsqu'il s'agit de saisir et d'explorer la configuration.

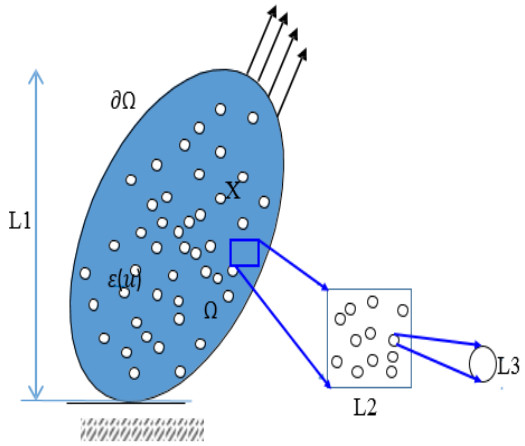


Figure 1. 2 : Schéma illustratif de des échelles et la taille du VER [8]

1.3 Classification et description des milieux poreux

Les milieux poreux se distinguent par leur structure géométrique, qui est particulièrement remarquable. Ce paragraphe expose des concepts essentiels concernant la classification et les caractéristiques structurelles des milieux poreux.

1.3.1. Classification

La matrice solide d'un milieu poreux peut être :

a. Milieux poreux consolidés

Dans ce cas, la matrice solide dense ne peut pas être fragmentée en particules ou en fibres (bois argile, calcaire, grès, tissus végétaux et animaux céramique, poudre frittée, etc.)

b. Milieux poreux non-consolidés

Dans cette classe la phase solide est alors constituée de grains ou de fibres non liés entre eux (gravier, sable, limon, et d'acier, matériaux divers, billes de verre, etc.), Les billes de verre sont fréquemment utilisées en laboratoire pour examiner le phénomène de transfert dans les

milieux poreux. [9,10]

1.3.2. Caractéristiques géométriques d'un milieu poreux

Comme déjà mentionné précédemment, Les phénomènes dans les milieux poreux dépendent de la géométrie de la matrice, qui se caractérise par diverses propriétés géométriques telles que :

1.3.2.1. Porosité

La porosité, incarnée par le symbole mystérieux "ε", incarne l'essence même d'un milieu poreux. Elle se présente comme la danse subtile entre l'espace vide des pores et l'entièreté du volume du milieu poreux, telle une équation envoûtante :

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \quad (1.1)$$

V_{pore} : Volume des pores [m^3].

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse [m^3].

Cette équation varie dans un intervalle allant de 0, correspondant à un solide plein, à 1, représentant un volume totalement vide. Étant donné la nature similaire des propriétés étudiées, la porosité est une grandeur sans dimension couramment exprimée en pourcentage.

1.3.2.2. Perméabilité

La perméabilité d'un milieu poreux se révèle dans sa propension à laisser s'écouler un fluide (liquide ou gaz) à travers ses interstices. Le coefficient de perméabilité, symbolisé par la lettre K, se laisse charmer par les caprices de la porosité et les courbes de la géométrie de la matrice solide. D'après l'équation (1.2) élaborée par Kozeny-Carman en 1937, il est possible d'évaluer la perméabilité K d'un matériau poreux non consolidé constitué d'éléments de forme simple et identique [11].

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{36 c_0 (1-\varepsilon)^2} \quad (1.2)$$

La lettre d représente le diamètre de la sphère poreuse, tandis que C0 est un coefficient qui varie en fonction de la forme des grains ($3.6 < C0 < 5$). Par exemple, pour des grains sphériques, C0 = 4.8.

Ergun [12] a présenté une formule proche de l'équation de Kozeny-Carman. Il a étudié le mouvement d'un fluide qui ne peut pas être compressé, circulant dans une colonne remplie de petites particules sphériques de taille d, sous l'effet d'une différence de pression [13].

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2} \qquad (1.3)$$

Cela correspond à une valeur de C_0 de la loi de Kozney – Carmen de 4.16.

1.3.2.3. La Connectivité et la Tortuosité

La connectivité décrit la structure topologique du volume des pores, le voisinage des pores et la présence de pores bouchés, tandis que la tortuosité désigne la non-linéarité des trajectoires à l'intérieur du milieu poreux comme le montre la figure 1.3. Pour un échantillon de longueur L, et un canal de longueur effective $Le > L$ qui traverse cet échantillon d'une extrémité à l'autre, la tortuosité est définie la comme :

$$\mathrm{Tr} = \frac{le}{L} \qquad (1.4)$$

La tortuosité, c'est quand le chemin que prend un fluide dans un matériau poreux est courbé, au lieu d'être tout droit entre le point d'entrée et de sortie.

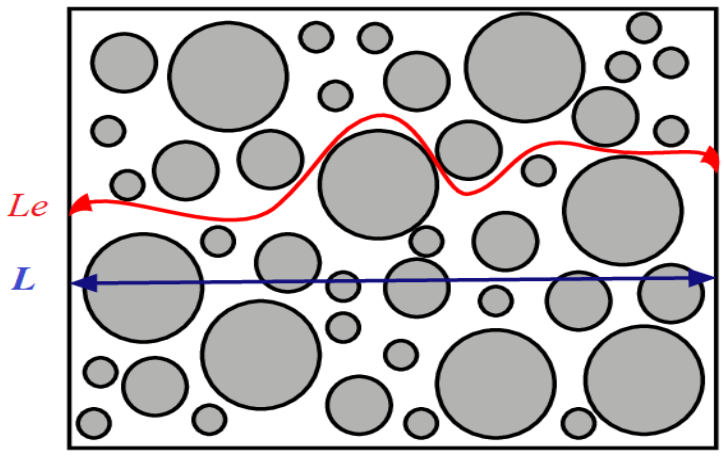


Figure 1. 3 : Notion de tortuosité d'un milieu poreux [14]

1.3.2.4. Surface spécifique

La surface spécifique notée "$\mathbf{S_{sp}}$ " et également appelée "Air massique", représente la surface réelle définie comme la surface totale des grains par unité de masse (L^2/M). Elle est

également exprimer en surface par unité de volume, soit en mètre carré par mètre cube (L^2. $L^{-3} = L^{-1}$), mais ceci est assez rare [15].

$S_{sp} = \frac{Sg}{Ms}$ (1.5) ou $S_{sp} = \frac{Sg}{V}$ (1.6)

Où, S_g : surface totale des grains solides [L^2], $M\,s$: masse sèche [M] et V: volume total du milieu [L^3].

1.4. Modèle d'écoulement dans les milieux poreux

Pour analyser les processus d'écoulement dans un milieu poreux, plusieurs modèles font appel à des lois fondamentales de transfert de masse, d'énergie et de quantité de mouvement. Dans ce qui suit, nous nous concentrerons uniquement sur les modèles les plus utilisés.

1.4.1. Modèle de Darcy (1856)

L'étude de Darcy [16] marque une avancée significative dans la compréhension des écoulements dans les milieux poreux. La vitesse d'écoulement dépend directement de la différence de pression (Pm = P + ρgz) entre l'entrée et la sortie. Elle est montrée, comme le montre la figure 1.4 ci-dessous, par :

$$Q = \frac{KS}{\mu L}(P_S - P_S) \quad (1.7)$$

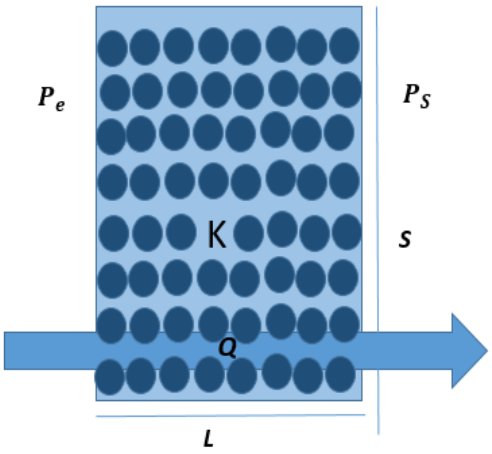


Figure 1. 4 : Plan expérimental de Darcy

Où L représente la longueur d'un échantillon de surface S,Pe et Ps désignent respectivement la pression statique du fluide à l'entrée et à la sortie du lit. K et μ représentent respectivement la perméabilité intrinsèque et la viscosité dynamique du fluide. Cette équation est valable lorsque la masse volumique du fluide est indépendante de la pression, prendre en considération la gravité.

La loi de Darcy s'exprime sous sa forme vectorielle :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu}\left(\vec{\nabla}_P + \rho\vec{g}\right) \qquad (1.8)$$

Afin que la loi de Darcy, qui néglige les effets d'inertie et de viscosité, reste applicable, il est impératif que l'écoulement soit de nature laminaire et en régime permanent.

1.4.2. Modèle de Darcy - Forchheimer (1901)

Quand il y a un écoulement rapide et que l'effet d'inertie est important, l'équation de Darcy ne fonctionne pas bien .Ward [17] a changé le modèle de Darcy. Il a expliqué la relation qui est représentée par l'équation ci-dessous :

$$\vec{\nabla}_P = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \rho\vec{g} - \rho_f\frac{C}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} \qquad (1.9)$$

Le coefficient mystérieux C, surnommé le terme de Forchheimer, se cache discrètement dans le deuxième élément de l'équation.

Le régime de Darcy est dominant pour des valeurs de Reynolds très faibles inférieure à Par conséquent, à partir d'un nombre de Reynolds du milieu poreux Re de l'ordre de 1, la transition du régime de Darcy vers le régime de Darcy-Forchheimer commence, et pour les valeurs de Re supérieures à 1, le régime de Forchheimer est dominant.

Plusieurs expressions sont employées pour exprimer le coefficient d'inertie *C* dans la littérature :

Le coefficient d'inertie C est désigné par diverses expressions dans la littérature spécialisée :

- Ward (1964) a proposé que la constante C soit une constante universelle, estimée à environ 0,55. Il a remarqué plus tard que cette constante change selon le type de milieu poreux et peut même descendre en dessous de 0,1 avec les mousses métalliques fibreuses.

- Ergun recommande d'utiliser : $c = \frac{1.57(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2 d_p}$

Oseph, Nield et Papanicolaou (1982) utilisent : $C = \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}$, F desine le coefficient de Forchheimer.

Dans leur étude pionnière, Beavers, Sparrow et Rodenz (1973) ont révélé que les barrières physiques, comme les murs, peuvent perturber le coefficient de traînée C. Leurs découvertes ont brillamment confirmé la formule suivante :

$$\mathrm{c} = 0.55\left(1 - 5.5\frac{d}{D_e}\right)$$

Dans le contexte étudié, deux diamètres jouent un rôle clé dans la caractérisation des structures. Le diamètre des sphères individuelles est représenté par d, tandis que le diamètre équivalent du lit poreux, qui prend en compte l'ensemble de la structure, est noté D_e . Ces dimensions sont essentielles pour analyser les propriétés géométriques et physiques du système poreux.

$D_e = \frac{\mathrm{wh}}{(w+h)}$

La description du lit poreux repose sur deux dimensions principales. La longueur du lit poreux est représentée par w, tandis que sa hauteur est désignée par h. Ces deux paramètres sont fondamentaux pour définir la géométrie globale du lit poreux et pour en analyser les propriétés physiques.

1.4.3. Modèle de Darcy-Brinkman (1947)

En fusionnant l'équation de Darcy avec celle de Navier-Stokes, Brinkman [18] a donné naissance à une nouvelle équation régissant les mouvements fluides. Voici comment se présente sa formule :

$$\vec{\nabla}_P = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2\vec{V} + \rho\vec{g} \qquad (1.10)$$

où μ_{eff} est la viscosité effective du milieu poreux. La difficulté de l'utilisation de ce modèle réside dans l'estimation de la viscosité effective du milieu poreux qui est souvent considérée égale à celle du fluide et $\mu_{eff}\vec{\nabla}^2\vec{V}$,le terme de Brinkman représente les forces visqueuses dues aux forces de cisaillement microscopiques le long des frontières solides.

Cependant, ce terme est très significatif dans les régions proches des parois solides. cette équation se transforme en loi de Darcy pour de faibles valeurs de perméabilité K, tandis que pour une perméabilité tendant vers l'infini, on obtient l'équation de Stokes.

1.4.4 Modèle général ou modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer (D.B.F.) est une équation de bilan macroscopique de la quantité de mouvement d'un fluide. Elle permet de retrouver l'équation de Navier-Stokes lorsque la porosité ε est égale à 1 et la perméabilité k est infinie. Cette formulation inclut le terme de Darcy ainsi que les termes de corrections de Brinkman et de Forchheimer. L'équation D.B.F. permet donc de prendre en compte des régimes d'écoulement de fluide qui vont au-delà du régime de Darcy. Cependant, le choix de la formulation du modèle D.B.F. n'est pas évident, car plusieurs versions sont présentes dans la littérature. Par exemple, dans [19], diverses formulations du modèle sont étudiées et les différences concernent le terme de Darcy, le terme de Brinkman et le terme de Forchheimer.

Cette équation de conservation de quantité de mouvement généralisée peut être inscrite comme suit [20] :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}+\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\vec{V}\vec{\nabla}\right)\vec{V}\right)=\left(-\vec{\nabla}P\right)+\left(\mu_{eff}\vec{\nabla}^2\vec{V}\right)-\left(\frac{\mu}{k}\vec{V}\right)-\left(\rho_f\frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\overrightarrow{V}\right)+\left(\rho\vec{F}_V\right) \quad (1.11)$$

Les termes de l'équation (1.11) et désigné comme suit :

Le terme $\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\vec{V}\vec{\nabla}\right)\vec{V}$ est généralement négligé sauf dans les régions d'entrée d'écoulement.

- Le premier terme : les forces macroscopiques d'inertie.
- Le deuxième terme : gradient de pression.
- Le troisième terme : terme de Brinkman ou contraintes visqueuses macroscopiques (effet de paroi).
- Le quatrième terme : contrainte de viscosité microscopique, terme de Darcy.
- Le cinquième terme : force d'inertie microscopique ou terme d'inertie d'Ergun.
- Le sixième terme: forces de volume.

Ce modèle s'appuie sur plusieurs hypothèses simplificatrices, telles que :

- Le fluide en mouvement est considéré comme incompressible.
- Le flux est de nature permanente.
- Les propriétés physiques restent constantes.
- Le milieu poreux se distingue par son uniformité et sa symétrie.

- Le fluide a envahi chaque recoin du milieu poreux, le saturant complètement.

1.5 .Régimes d'écoulement dans les milieux poreux

La classification des régimes d'écoulement de fluide en milieu poreux s'effectue généralement par un nombre adimensionnel appelé nombre de Reynolds (Re_d), qui exprime le rapport des forces d'inerties aux forces de viscosité, [21]

$$Re_d = \frac{(Up d)}{v} \qquad (1.12)$$

Dans l'étude des milieux poreux, deux paramètres essentiels sont pris en compte. La vitesse moyenne des pores, notée U_p, permet de caractériser le mouvement du fluide à travers les pores. Par ailleurs, le diamètre moyen des particules, représenté par d, est utilisé pour définir la taille moyenne des particules constituant le milieu poreux. Ces deux paramètres sont essentiels pour l'étude des flux et des interactions dans le système.

Un classement préliminaire des écoulements peut être effectué en se basant sur la valeur du nombre de Reynolds.

- Dans un doux murmure de "Reynolds" presque endormi, lorsque Re << 1, les fluides s'écoulent paisiblement à des vitesses modestes. Il s'agit souvent d'écoulements d'une grande stabilité, arborant des profils distincts, et sont communément désignés sous le nom d'écoulement rampant ou d'écoulement de Stokes. Donc, sans forces d'inertie importantes, les forces de frottement et de pression s'annulent.
- L'écoulement est laminaire lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique, (jusqu'à 2000 - 2300), pour laquelle se produit une transition assez brutale vers le turbulent. Dans ce type d'écoulement l'effet de la viscosité diminue que l'on s'éloigne des parois, entraînant une homogénéisation des vitesses du fluide.
- À partir de valeur critique de Reynolds, une transition se produit, entrainant des instabilités dues à l'amplification des perturbations. La valeur du Reynolds de transition et la nature des instabilités dépendent principalement du type d'écoulement considéré étudié.
- Dans les écoulements à haut nombre de "Reynolds", les instabilités croissent jusqu'à engendrer un phénomène chaotique, rendant l'organisation difficile à discerner. Les écoulements correspondants présentent une stabilité moindre, se manifestent à des vitesses élevées et sont qualifiés d'écoulements turbulents.

Partie B : Généralité sur le Transfert de Chaleur

1. Transfert de chaleur par convection

La convection est un mode de transfert de chaleur qui entraîne un déplacement de matière, se produit entre deux phases : l'une, souvent au repos (paroi solide), et l'autre en mouvement (milieu fluide liquide ou gaz), sous l'influence d'un gradient de température. Lorsque deux points d'un système présentent un gradient de température, la chaleur est transférée du point le plus chaud vers le point le plus froid.

La convection se faufile dans de multiples domaines, des moteurs vrombissants aux centrales électriques frémissantes, en passant par les lampes à lave hypnotisantes et la danse envoûtante des fumées qui s'élèvent. Lorsqu'un élan d'énergie se propage, il déclenche la naissance d'une vague de chaleur, provoquant ainsi une montée en température et en énergie interne des particules impliquées. Ces minuscules particules vont se mêler à d'autres de leur espèce dans une contrée plus fraîche, provoquant ainsi le passage d'une partie de leur énergie [22].

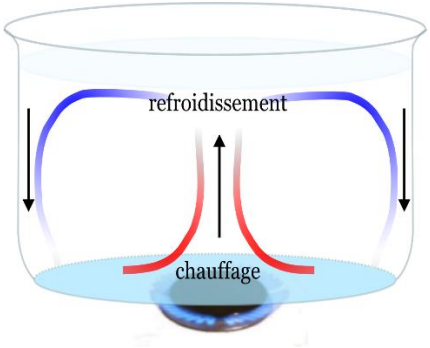


Figure 1.5 : Schéma du transfert de chaleur par convection [23]

La loi qui régit le transfert thermique par convection est celle de Newton [23] :

$$Q = hS\,(T_c - T_f) \qquad (1.13)$$

avec

Q : Flux de chaleur transmis par convection [W] .

h : le coefficient du transfert de chaleur par convection [W/m2 .K] ou [kcal/h.m2 .C].

S : Aire de la surface de contacte solide/ fluide [m2].

$\mathbf{T_c}$: Température de surface de solide (paroi) [K].

$\mathbf{T_f}$: Température de fluide (loin de la surface de solide) [K].

On distingue trois types de convection selon le mécanisme de mouvement du fluide : la convection naturelle et convection mixte et la convection forcée.

1.1. La convection naturelle (ou convection libre)

La convection naturelle est un mode de transfert de chaleur où la chaleur passe d'un milieu chaud à un milieu froid. Dans ce type de convection, le mouvement du fluide résulte des variations de densité provoquées par la dilatation thermique dans une distribution de température non uniforme. Ainsi, le mouvement du fluide est dû à la distribution de la température à l'intérieur de fluide lui-même et n'est pas dû à une cause extérieure.

Les mouvements de convection naturelle, induits par un gradient de température peuvent être classés en deux catégories, en fonction de la configuration dans laquelle ils se développent (géométrie, température, pression, etc). [24]

1.2. La Convection forcée

Dans ce mode de convection le mouvement de fluide est provoqué par des forces extérieures, ce qui entraîne des vitesses élevées. Ce flux peut persister même sans gradient de température par exemple (pompe, ventilateur, radiateurs électriques avec soufflantes , fours à convection sur table de cuisson, chauffe-eau solaires ,etc.)

L'intensité du transfert thermique dans ce cas est liée directement au régime de mouvement du fluide [25,26].

2. Génialités sur la convection naturelle Thermo-solutale

La convection naturelle thermosolutale est produite lorsqu'un fluide saturé est soumis à des gradients de densité résultant de variations locales de température et de concentration, des forces volumiques générées par le champ de gravité provoquent un mouvement convectif dans des espaces semi-confinés ou confinés. Il se compose fréquemment un milieu fluide ou un milieu poreux saturé de fluides, Ces gradients entraînent une distribution non uniforme de la densité, ce qui génère un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. Ces deux gradients peuvent interagir de manière complémentaire ou opposée, selon le contexte, engendrant des comportements dynamiques. [27]

La convection naturelle thermosolutale intervient dans de nombreux domaines telle que (les procédés de séchage, e gaz liquéfié lors du stockage, les opérations de dessalement, l'industrie pétrolière et chimique….etc.).

3. Transfert de masse dans les milieux poreux

Le transfert de matière est la migration de composés à l'intérieur d'une phase ou entre différentes phases, La diffusion de la masse se produit dans la direction opposée au gradient de concentration, et elle cesse lorsque ce gradient devient nul. Lorsqu'on étudie le transfert de matière, il est essentiel de distinguer deux cas :

Les échanges de matière s'opèrent soit au sein d'une seule phase, soit entre deux phases, que celles-ci soient immobiles ou en perpétuel mouvement.

a) **Phase immobile** : Une phase stationnaire ne signifie pas l'absence de mouvement global des molécules, mais indique plutôt que le transport de matière se réalise uniquement par diffusion moléculaire, sans la présence de tourbillons ou de mouvements turbulents.

b) **Phase mobile** : En revanche, lorsqu'il s'agit d'une phase en mouvement, les composants ne se déplacent pas seulement grâce à la diffusion moléculaire, mais sont aussi emportés par la tumultueuse danse de la diffusion turbulente, autrement dit la convection.

Dans les milieux poreux, l'écoulement du fluide se produit à travers les pores, et pour modéliser ce phénomène, il est nécessaire d'incorporer des valeurs de porosité dans l'équation de concentration totale en fluide. L'équation de transfert de matière s'exprime alors de la manière suivante [28] :

$$\varepsilon\frac{\partial C}{\partial t}+\left(\vec{V}\vec{\nabla}\right)C = \nabla\left(D_e\vec{\nabla}C\right) \qquad (1.14)$$

Dans le milieu poreux, la diffusivité massique effective est symbolisée par $De=\varepsilon D$.

4. Nombres sans dimension

La mécanique des fluides adopte fréquemment des nombres sans dimension pour caractériser les systèmes étudiés. Voici les principaux nombres adimensionnels abordés dans ce manuscrit.

4.1. Nombre de Rayleigh

La mécanique des fluides utilise souvent le nombre sans dimension de Rayleigh qui évalue l'importance des phénomènes de convection dans un fluide.

Si le nombre de R_a est inférieur à la valeur critique R_{ac}, le transfert d'énergie thermique S'effectue principalement par conduction, au-dessus de cette valeur la convection naturelle devient significative [29].

L'expression du nombre de Rayleigh est la suivante :

$$Ra = Gr.Pr + \frac{g\beta L^2 (T_P - T_{ext})}{v.a} \quad (1.15)$$

avec :

Gr : Nombre de Grashof ;

Pr : Nombre de Prandtl ;

g : Constante gravitationnelle ;

β : Coefficient de dilatation thermique volumétrique K^{-1};

L : Longueur caractéristique *m* ;

T_P : Température de la paroi *K* ;

T_{ext} : Température du fluide loin de la paroi K ;

$v =$ viscosité cinématique m^2/S

$a =$ Diffusivité thermique m^2/S

4.2. Le nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est un nombre sans dimension qui représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement v et la diffusivité thermique α, Il décrit l'importance relative des effets thermiques par rapport aux effets visqueux dans un fluide.

Il s'écrie de la manière suivante [29] :

$$\boldsymbol{pr} = \frac{v}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (1.16)$$

Dans l'étude des propriétés thermophysiques des fluides, plusieurs paramètres jouent un rôle essentiel. La viscosité cinématique, appelée v, se mesure en m²/s et montre à quel point un fluide résiste à s'écouler selon sa densité. La diffusivité thermique, notée α et mesurée en m²/s, indique comment un fluide peut diffuser la chaleur. La viscosité dynamique, notée μ, est quantifiée en N.S.m^{-2} et décrit la résistance interne du fluide au mouvement. De plus, la chaleur massique, notée $\boldsymbol{c_p}$, est mesurée en joules par kilogramme par degré Kelvin (j.kg^{-1}.k^{-1}).

4.3. Le nombre de Lewis

Le nombre de Lewis correspond au rapport entre la diffusivité thermique et la diffusivité massique. Il est employé pour décrire les écoulements de fluides où se déroulent simultanément un transfert de masse et un transfert de chaleur.

Le nombre de lewis est donné par la formule suivante [30] :

$$L_e = \frac{\alpha}{D} \qquad (1.17)$$

Avec :

α: Diffusivité thermique ;

D : Diffusivité de masse.

4.4. Le nombre de Nusselt

C'est un nombre adimensionnel employé pour désigner le type de transfert thermique entre un fluide et une surface. Il signifie le rapport entre le transfert de chaleur à travers la surface et le transfert par conduction.

Si le transfert de chaleur est exclusivement assuré par conduction, le nombre de Nusselt est défini comme [31] :

$$\boldsymbol{Nu} = \frac{\mathrm{h}L_C}{k} \qquad (1.18)$$

avec :

h : Coefficient de transfert thermique ;

L_C: Longueur caractéristique ;

k : Conductivité thermique du fluide.

4.5. Le nombre Sherwood

Le nombre adimensionnel de Sherwood (*Sh*) est utilisé pour décrier le rapport entre le transfert total de masse et le transfert par diffusion, il est sauvant employé dans les opérations de transfert de masse.

Le nombre de Sherwood est donne par [31]:

$$\boldsymbol{Sh} = \frac{k_C\, L_C}{D} \qquad (1.19)$$

k_c : Coefficient de transfert de masse ;

L_c: Longueur caractéristique ;

D : Coefficient de diffusion ;

5. L'approximation de Boussinesq

L'approximation de Boussinesq constitue la base de la plupart des connaissances sur la convection naturelle. Elle adoptée en 1903 pour simplifier les équations et ne retenir que les éléments essentiels et adéquats de la convection thermique.

Cette approximation débute en utilisant les formes courantes des équations telles que l'équation de continuité, l'équation de mouvement et l'équation d'énergie. Il suppose que les propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la température et de la pression, et considère que le fluide est incompressible .Il ignore également les variations de la masse volumique, à condition qu'elles ne soient pas multipliée par la gravité g, et suppose que la masse volumique varie linéairement avec la température et la concentration. [32].

La convection naturelle thermo-solutable est caractérisée par la variation de la masse volumique qui change sous l'effet des gradients de température et de concentration, Ce qui donne un mouvement convectif au sein de l'enceinte .Ainsi, il est nécessaire que la masse volumique doit être dépende de la température et de la concentration, pour compléter les équations de conservation de masse , de quantité de mouvement et l'équation d'énergie, il est nécessaire de rajouter une équation d'état , Alors les variations de la masse volumique sont approchées par un développement de Taylor du premier ordre [33] :

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_T\,(T - T_0) - \beta_S\ (C - C_0)) \qquad (1.20)$$

avec :

ρ_0: représentent la masse volumique à la température de référence ;

T_0 et C_0: sont des valeurs de référence (valeurs initiale ou moyenne) ;

β_T : est le coefficient de dilatation thermique du fluide ou du mélange de fluides ;

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{C,T} \qquad (1.21)$$

β_S : est le coefficient d'expansion massique ;

$$\beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial C}\right)_{T,C} \qquad (1.22)$$

Dans la plupart des fluides, une élévation de la température entraîne une réduction

de la masse volumique du fluide. Cela s'explique par le fait que le coefficient de dilatation thermique β_T est géniralement positif pour tous les fluides, à l'exception de l'eau entre $0°C$ et $4°C$.

Cependant, β_S peut être négatif ou positif, selon le fluide considéré.

Partie C : Généralité sur les Fluides Non-Newtoniens

1. Introduction

La rhéologie est une science qui traite de l'écoulement, des déformations des matériaux sous l'influence de contraintes, elle a acquis une grande importance dans différentes domaines de la mécanique, de la chimie ,de la physique, et de la biologie, etc. La théorie de la rhéologie et développées au 19ème siècle Elle caractérise l'impuissance de la théorie de l'élasticité et de la mécanique des fluides à décrire les propriétés de matériaux aux comportements mal définis De manière générale, la rhéologie consiste à prédire la relation entre le gradient de vitesse et la contrainte de cisaillement [34]

La rhéologie se divise en plusieurs axes :

- Rhéologie expérimentale : Consiste à établir expérimentalement des relations de comportement qui relie entre les contraintes et les déformations des matériaux.
- Rhéologie structurale : Elle exprime structurale explique les comportements des matériaux à partir de leur structure.
- Rhéologie théorique : Elle fournée des modèles mathématiques en nombre limité des comportements indépendamment de la structure microscopique.

La théorie de la rhéologie est l'étude de tous les aspects de la matière, liquides ou solides, et sa capacité à analyser les problèmes liés aux substances dont l'aspect suppose un état intermédiaire entre un liquide visqueux et un solide parfaitement élastique.

Il est noté que dans notre recherche nous avons consacré à l'étude de comportement rhéologique des fluides « non newtoniens » qui est assez différent de celui des liquides parfaitement visqueux (newtoniens).

2. Grandeurs caractéristique de la Rhéologie

La rhéologie implique diverses quantités dynamiques et cinématiques, dont [34] : la contrainte de cisaillement, symbolisant la force exercée tangentiellement à une surface ; la déformation, qui illustre la transformation de forme du matériau en raison de cette contrainte ; le taux de déformation, qui évalue la vitesse à laquelle cette déformation a lieu ; et la viscosité, qui définit l'opposition du matériau à l'écoulement. Ces quatre paramètres sont interconnectés et servent à illustrer le comportement rhéologique d'un matériau.

2.1. La contrainte de cisaillement

La contrainte de cisaillement, notée τ (tau), est la force appliquée sur une surface, mesurée en pascals. Elle montre combien la pression est forte. C'est une force qui agit sur une surface de côté, contrairement aux forces normales qui agissent directement en face.

L'expression est définie par l'équation [23].

$$\tau = \frac{F}{S} \qquad (1.23)$$

2.2. Déformation

La déformation (γ) illustre le mouvement des strates fluides qui s'entrelacent, comme une performance de cisaillement dans laquelle chaque strate réalise sa propre danse par rapport à ses voisines [35].

Prenons en compte les points m1 et m2 qui se trouvent sur deux couches fluides voisines *C1* et *C2*, intégrant un flux unidimensionnel comme démontré dans la figure 1.6 [36].

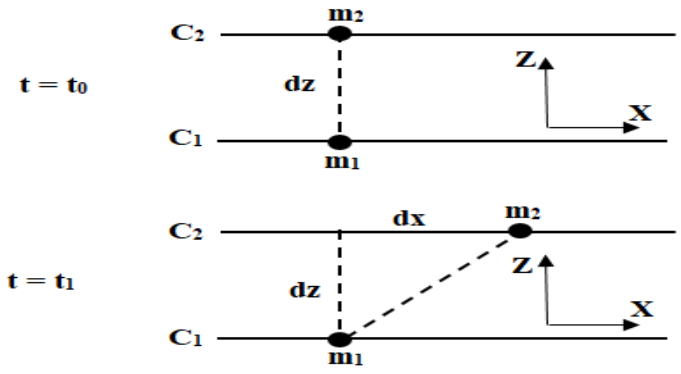


Figure 1.6 : Déformation de cisaillement [37].

À un moment donné t = t_0, les positions de ces deux points peuvent être décrites par $m_1(x_1, z_1)$ et $m_2(x_1, z_1 + dz)$, où dz représente l'écart entre deux strates fluides voisines.

À l'instant t=t_1, suite au mouvement, ces deux points se retrouveront aux emplacements déterminés par $m_1(x_1, z_2)$, et $m_2(x_1 + dx, z_2 + dz)$, respectivement.

La déformation de cisaillement se produit lorsque le point m_2 se déplace par rapport à la plaque support fixe, où se situe le point m1, ce qui entraîne une variation de distance entre les deux points.

La déformation de cisaillement surgit lorsque le point m_2 se met en mouvement par rapport à la plaque support immobile, où se trouve le point m1, provoquant ainsi une modification de l'écart entre ces deux points.

La déformation de cisaillement est définie alors par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{dx}{dz} \qquad (1.24)$$

2.3. Vitesse de déformation

La vitesse de déformation, également appelée vitesse de cisaillement ou taux de cisaillement mesure l'intensité du cisaillement appliqué à un fluide. Elle indique la variation de la déformation du fluide au cours du temps.

La vitesse de déformation est donnée par la relation suivante :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{d}{dy}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{du}{dy}\ [1/S] \qquad (1.25)$$

2.4. La Viscosité

La viscosité d'un fluide et la caractéristique qui mesure sa capacité à résister à une force de frottement tangentielle. Cette résistance résulte des forces d'attraction entre les molécules du fluide, par conséquence, les fluides à viscosité élevée ou une résistance à l'écoulement plus que les fluides à faible viscosité qui s'écoulent plus facilement [37].

2.4.1. La Viscosité dynamique (Viscosité absolue)

La viscosité dynamique c'est le rapport entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse de déformation [34].

la viscosité dynamique est définie par la relation suivante:

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} \qquad (1.26)$$

En contexte international, la viscosité dynamique est communément mesurée en poiseuilles, définis comme suit :

1poise = 0.1 [Pa.s]=0.1[kg.$m^{-1}.s^{-1}$]

Plus un fluide a de la viscosité, plus il est épais (moins il s'écoule) ; plus sa viscosité est basse, plus sa fluidité est grande.

2.4.2. La Viscosité Cinématique

C'est un paramètre local pour les fluides non-newtoniens, défini comme le lien entre la viscosité (épaisseur) et la masse du fluide.

La viscosité cinématique se définit par la formule suivante [29]:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (1.27)$$

La viscosité cinématique se mesure en [m^2 / s].

3. Classification des fluides suivantes leurs comportements

Il existe deux grandes familles principales de fluides selon leur comportement rhéologique :

3.1. Fluide newtonien

Un fluide newtonien est un fluide dont la viscosité reste constante à une température constante, quel que soit la valeur de la contrainte appliquée. Ainsi, sa viscosité ne change pas lorsque le fluide est agité. Cependant, elle peut être influencée par d'autre paramètre comme la température .Plus le fluide est chaud, moins il est visqueux ; à l'inverse plus le fluide est froid, plus il tend à se solidifie. Dans ce cas simple, on peut représenter le taux de cisaillement en utilisant le gradient de vitesse dans la direction perpendiculaire à celle de la force de cisaillement, et il est représenté par l'équation suivante (1.27) [38,39].

$$\tau_{yx} = \frac{F}{A} = \mu \left(\frac{dV_x}{dy}\right) = -\mu\dot{\gamma}_{yx} \qquad (1.28)$$

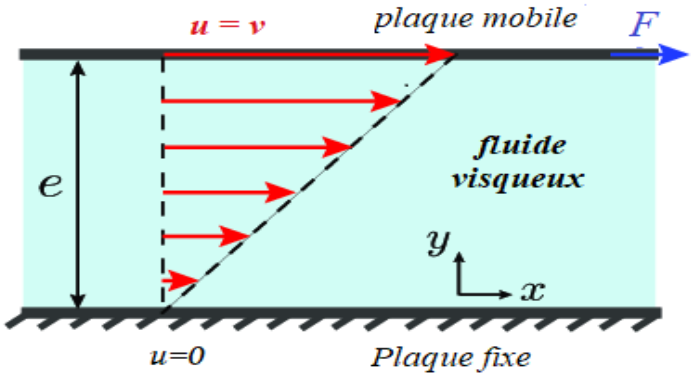


Figure 1.7 : Illustration d'une expérience de "danse des particules" entre deux surfaces fluides, comme dépeint dans la source [40].

3.2. Fluides non-Newtonien

De manière générale, de nombreux fluides utilisés de manière fréquente ont un comportement qui s'écarte plus ou moins de la loi de Newton. Ces fluides sont les fluides dites non-Newtoniens.

Un fluide est dit non newtonien lorsqu'il ne satisfait pas, ou seulement partiellement à la loi de Newton, en d'autres termes, la viscosité n'est pas constante à une pression données mais dépend de deux variables : le temps et le cisaillement [37].

Les fluides non newtoniens présentent un comportement non-linéaire car leur viscosité apparente est influencée par l'écoulement et dépend fortement du taux de déformation.

On peut classer les fluides non-newtoniens en trois grandes catégories :

- Fluides à viscosité indépendantes du temps.
- Fluides à viscosité dépendantes du temps.
- Les fluides viscoplastiques

3.2.1 Fluides à comportement indépendantes du temps

Il s'agit des fluides qui ne dépendent que de la contrainte de cisaillement appliquée pour leur déformation.

L'équation ci-dessous représente la relation du comportement rhéologique :

$$\tau_{yx} = f(\dot{\gamma}_{yx}) \qquad (1.29)$$

τ: La contrainte de cisaillement ;

$f(\dot{\gamma})$: La viscosité dynamique apparente ;

Dans ce type de fluide, la viscosité apparente dépend constamment de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement.

La figure 1.8 ci-dessous indique schématiquement que les rhéo-grammes de fluides indépendants du temps subdivisés en trois groupes de comportement fluide, l'allure qui décrit des différentes courbes d'écoulement (contrainte en fonction taux de de cisaillement).

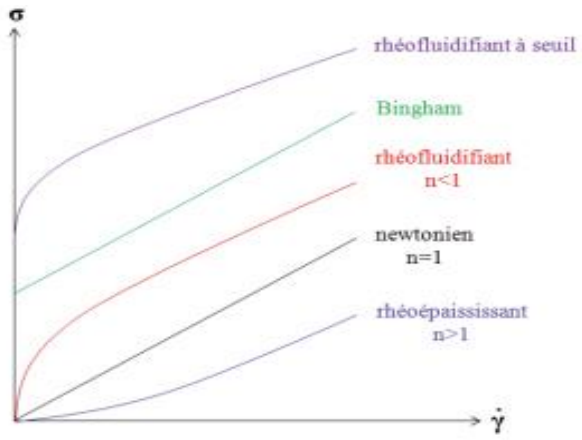


Figure 1.8: Représentation des courbes d'écoulement des principaux types de fluides présentant un comportement purement visqueux [41].

Les fluides non-newtoniens qui ne changent pas avec le temps se divisent en trois types : les fluides qui deviennent plus fluides sous pression, les fluides qui deviennent plus épais sous pression, et les fluides qui ne s'écoulent que si on applique une certaine force.

1. Fluides Pseudo-Plastique ou Rhéo-Fluidifiants (n<1)

Il s'agit du comportement rhéologique le plus courant, Ces fluides présentent une viscosité apparente qui diminue avec l'augmente du taux de cisaillement augmente, ce qui entraîne une diminution de la viscosité du fluide. Les fluides qui montrent ce comportement sont : le sang, les colles, shampoing, jus de fruit, encres d'imprimerie, solutions de polymères, etc [41].

De nombreux modèles ont été élaborés pour rendre compte de l'écoulement rhéofluidifiant d'un fluide. On cite le modèle de Carreau et la loi de puissance, proposée par Ostwald en 1925 [41].

2. Fluides dilatants ou Rhéo-épaississant (n>1)

Le fluide rhéo-épaississant est moins répandu que le fluide de fluidification rhéologique. Les fluides rhéo-épaississants deviennent plus visqueux à mesure que l'agitation s'intensifie, comme un secret bien gardé qui épaissit avec chaque révélation. De cette manière, le liquide s'épaissit et se transforme en une substance plus visqueuse, tout en présentant un indice d'écoulement supérieur à un ($n > 1$). Des exemples de solutions incluent l'amidon, les sables mouillés et compactés, ainsi que certaines huiles polymériques.

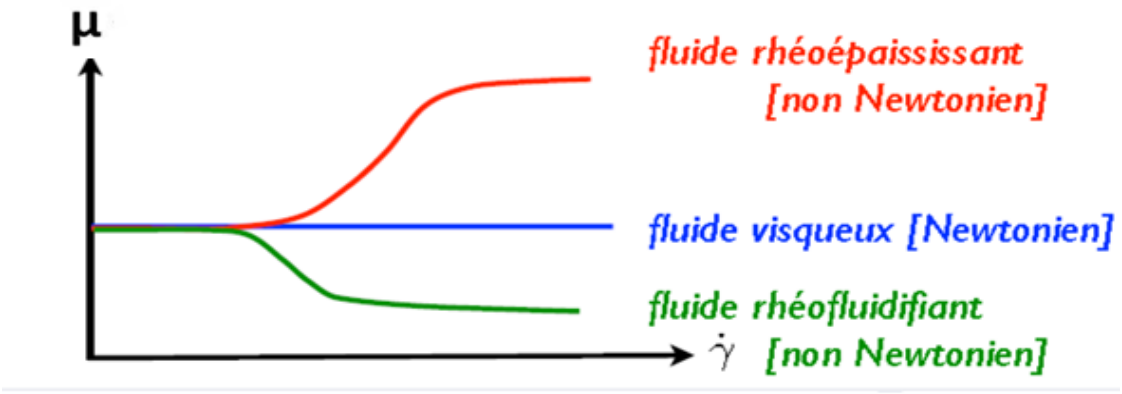


Figure 1.9 : Comparaison des propriétés viscosité-taux de cisaillement entre un fluide newtonien, un rhéoépaississant et un rhéofluidifiant [40].

3. Fluides à seuil ou viscoplastiques

Les fluides viscoplastiques, tels des artistes exigeants, refusent de se plier aux caprices de la déformation tant qu'une contrainte minimale, baptisée "contrainte seuil", n'est pas imposée. En dessous de cette valeur critique, ils présentent un comportement solide, tandis qu'au-delà, ils adoptent un comportement de fluide rhéofluidifiant ou newtonien. Ces fluides peuvent exhiber un comportement soit linéaire, soit non linéaire.

Dans la vie courante en rencontre ces fluides viscoplastique comme : le ketchup, le dentifrice, le yaourt, la mousse à raser, les boues de forage et argiles.

3.2.2. Fluides à comportement dépendantes du temps

Les fluides, en modifiant subtilement leur arrangement microscopique au fil du temps, se métamorphosent dans leur réaction à la contrainte, que celle-ci soit rapide ou lente.

L'équation suivante représente la relation du comportement rhéologique de ces fluides:

$$\tau_{yx} = f(\dot{\gamma}_{yx}, t) \qquad (1.30)$$

La figure 1.12 nous montre que la viscosité apparente d'un fluide thixotrope diminue

La viscosité apparente de ces fluides varie en fonction de la durée d'application continue de la contrainte.

On peut classer ces fluides en deux grandes catégories :

- Les fluides thixotropes
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes)

1. Fluide Thixotropes

La viscosité apparente d'un fluide thixotrope diminue lorsqu'il est soumis à un taux de cisaillement constant, Comme le montre la figure 1.12. La viscosité apparente de ces fluides varie en fonction de la durée d'application de la contrainte sans interruption, Par exemple : [42] : certains polymères, yaourt, la moutarde, ketchup, peintures, boues de forage, pâte de gypse, certains polymères.

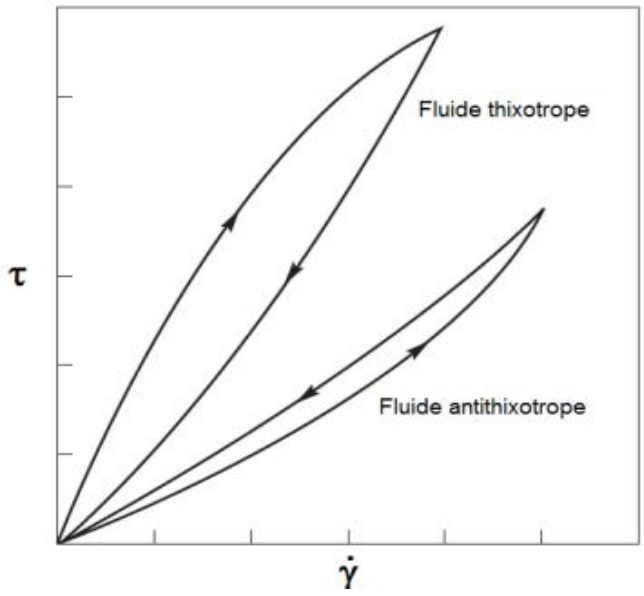


Figure 1.10: Schéma illustrant la relation $\tau = f(\dot{\gamma})$ pour le comportement temporel dépendant [43].

2. Fluides anti-Thixotropes

Le phénomène de l'anti-thixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie, il est également présent dans des certains cas rares, lorsqu'il est exposé à un gradient de vitesse constant (ou à une contrainte de cisaillement), la viscosité accrois avec le temps, et le fluide reprends son état initial après une période de repos variable. Par exemple : les suspensions aqueuses de ciment et le gypse [44].

3.2.3. Comportement viscoélastique des fluides (Rhé-Plastique)

Les fluides viscoélastiques ce sont des fluides qui réagissent sous l'effet d'une contrainte avec un comportement qui dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps, La viscosité et l'élasticité sont des propriétés caractéristiques des fluides viscoélastiques.

L'équation rhéologique des fluides viscoélastiques est représentée sous la forme suivante [34] :

$$\tau_{yx} = f(\gamma, \dot{\gamma}_{yx}, t) \qquad (1.31)$$

4. Modèles mathématiques des fluides Rhe - fluidisants

Plusieurs modèles mathématiques sont proposés dans littérature pour décrire le comportement des fluides non-newtoniens, Les propriétés rhéologiques de chaque fluide faciliteront le choix du modèle adéquat. Dans cette thèse, nous nous concentrons principalement sur les fluides à comportement indépendant du temps et particulièrement aux fluides rhéofluidifiants.les modèles rhéologiques des fluides rhéofluidifiants les plus courants dans les procédés industriels sont :

- le modèle d'Oswald –de-Weale ou de la loi de puissance ;
- le modèle de Sisko ;
- le modèle de Cross ;
- le modèle d'Ellis ;
- le modèle de Carreau-Bird ;
- le modèle de Carreau-Yassuda

4.1. Le modèle d'Oswald –de-Weale (la loi de Puissance)

Le modèle le plus utilisé dans la littérature est le modèle empirique de la loi en puissance proposé par Ostwald-de Waele [46], Ce modèle décri le comportement des fluides non-Newtoniens indépendamment du temps, Pour les fluides non-Newtoniens à faible taux de cisaillement ,la relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement est approximée par une droite sur une plage limitée de taux de cisaillement.

La loi de puissance est donnée par l'équation suivante :

$$\tau_{yx} = K(\dot{\gamma}_{yx}) \qquad (1.32)$$

La viscosité apparente pour le fluide de la loi de puissance est donnée par la relation suivante :

$$\mu = k\,\gamma^{n-1} \qquad (1.33)$$

où :

μ: La viscosité apparente ;

k: L'indice de la consistance ;

$\dot{\gamma}$: Le taux de déformation par cisaillement ;

n: L'indice de comportement de l'écoulement.

La variation de l'indice n permet de définir les classes suivantes :

- pour les fluides pseudoplastiques : $0 < n < 1$
- pour les fluides newtoniens : $n = 1$
- pour les fluides dilatants : $n > 1$

Au sein d'un milieu poreux saturé par un fluide non-newtonien et en adoptant une loi de comportement de type Ostwald Pascal [47] a été proposée une loi empirique de la viscosité apparente μa

La loi empirique est donnée par l'équation suivante :

$$\mu_a = \hat{\varepsilon}(u'^2 + v'^2 + w'^2)^{(n-1)/2} \qquad (1.34)$$

Où u', v' et w' sont, respectivement, les composantes de la vitesse selon x, y et z.
L'expression du coefficient $\hat{\varepsilon}$ est donnée par la relation :

$$\hat{\varepsilon} = 2\mu/(8^{\frac{(n+1)}{2}}(K\varepsilon)^{\frac{(n-1)}{2}}(n/(1+3n)^n) \qquad (1.35)$$

Le paramètre $\hat{\varepsilon}$ dépend du comportement rhéologique, de la viscosité dynamique μ, de la porosité ε et de la perméabilité du milieu poreux K.

4.2. Modèle De Sisko

Ce modèle décrit les fluides non -Newtonien indépendants du temps sans contraintes critiques (Midoux,1993). et expliqué ci-dessous (Brodkey et Hershey, 1988) [44] :

$$\tau = -\gamma\,(\mu_\infty + K_S|\tau|^{z-1}) \qquad (1.36)$$

Les trois paramètres $(\mu_\infty, \boldsymbol{K_S}, \boldsymbol{z})$ de ce modèle sont bien adapté aux taux de cisaillement élevés

4.3. Modèle de Cross

Le modèle de Cross décrit les fluides non -Newtonien indépendants du temps sans contraintes critiques, ce modèle est proposé par Cross en 19651. [45]. Il s'exprime sous la forme :

$$\frac{\boldsymbol{\mu}-\mu_\infty}{\mu_0-\mu_\infty} = \frac{1}{1+k(\boldsymbol{\gamma}_{yx})^n} \qquad (1.37)$$

où :

k : Le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

n : Il sera égale à 2/3 et ce pour tous les polymères qui s'approchent du modèle pseudo plastique ;

μ_0: La viscosité du palier newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_∞: Un deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé ;

γ : Le taux de déformation par cisaillement.

4.4. Modèle D'ellis

Ce modèle de D'ellis est une fonction de trois paramètres ($\mu_0, \tau_{1/2}$, n) en cisaillement simple.

L'équation du ce modèle est donnée par l'expression suivante :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+(\tau/\tau_{1/2})^{n-1}} \qquad (1.38)$$

Où :

μ_0 : représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul.

$\tau_{1/2}$: La contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$

n : représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide.

4.5. Modèle de Carreau-Bird

Ce modèle est un modèle à quatre paramètres [44] :

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (E\gamma)^2]^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \qquad (1.39)$$

où :

E : le temps caractéristique de l'enchevêtrement.

μ_0 : la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement.

μ_∞: la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

n : L'indice de puissance.

4.6. Modèle de Carreau-Yassuda

Le modèle de Carreau-Yassuda est employé pour décrire la viscosité des fluides non Newtonien rhéofluidifiants, Ce modèle comporte cinq paramètres ($\mu_0, \mu_\infty, E, n, \alpha$) et présenté de la manière suivante (en cisaillement simple). [44]:

$$\frac{\boldsymbol{\mu}-\mu_\infty}{\mu_0-\mu_\infty} = [1 + (E\gamma)^\alpha]^{\left(\frac{n-1}{\alpha}\right)} \qquad (1.40)$$

μ_0: Viscosite à taux de cisaillement nul ;

μ_∞ : Viscosite à taux de cisaillement infini ;

E : Une constante de temps ;

n : l'indice de la loi en puissance ;

a : l'indice découlement compris entre 0 et 1

Synthèse Bibliographique

L'investigation de la convection naturelle thermo-solutale au sein d'une cavité contenant des fluides non newtoniens en milieu poreux a un comportement non linéaire qui distingue de celui des fluides newtoniens en milieu poreux. Ce sujet a été largement exploré en raison de ses applications dans plusieurs secteurs techniques et environnementales comme la pétrochimie, l'extraction de pétrole, le génie chimique, certains processus de séparation, le stockage de gaz, etc. Plusieurs chercheurs ont étudié les problématiques liées à ce phénomène et ont proposé divers modèles pour décrire leur comportement, y compris celui de la loi de puissance [47-51].

Ostrach et al [52] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle, en prenant en compte ses multiples application telles que les échangeurs thermiques, les fenêtres à double vitrage, les collecteurs solaires et le refroidissement électronique. La stabilité d'une couche poreuse saturée d'un fluide binaire a été examinée par Tauton et al [53].

Trevisan et al [54] ont proposé des études analytique de la convection naturelle à double diffusion ils ont imposées des températures et des concentrations constante sur des parois horizontales. De plus, Trevisan et al [55] ont mené une étudié numérique sur la convection naturelle thermo-solutale au sein d'une cavité poreuse à parois verticales. Chen et al [50 ; 56] ont présenté des solutions analytiques pour la convection naturelle sur des cavités verticales en milieu poreux, ils ont été examinés les effets de l'indice, n, sur les caractéristiques du transfert thermique.

Christopher et al ont proposé la loi de puissance [57] cette loi et Modifié par la suite par Dharmadhikari et al [58] de nombreux chercheurs ont étudié le problème de la convection naturelle d'un fluide non newtonien ont également utilisé cette loi dans un milieu poreux adjacent à une cavité imperméable chauffée avec une distribution de flux de chaleur non uniforme par ces auteurs.

La convection naturelle autour d'un cylindre et d'une sphère dans un milieu poreux a été analysée par Chen et al [56 ; 50] Ils ont démontré que l'étude des propriétés thermique et massique d'un fluide non newtonien, notamment pour de faibles valeurs de l'indice n, mérite une attention particulière. Pericleous et al [59] ont étudié les comportements d'amincissement et d'épaississement par cisaillement sur la convection au sein d'une cavité, où les parois actives sont exposées à des flux de chaleur constants. Yang et al [60] ont analysé le transfert thermique par convection libre de fluides non newtonien en appliquant le modèle de la loi de puissance dans un milieu poreux saturé par des corps bidimensionnels et axisymétriques de forme arbitraire. Turki et al [61] amené une étude numériquement de la convection libre au sein

d’une cavité de forme rectangulaire, chauffée différemment et saturée par un fluide non newtonien de la loi de puissance. Nakayama et al [62] a utilisé une source de chaleur pour étudier le phénomène de la convection naturelle à l’intérieure d’un milieu poreux complétement saturé par un fluide de la loi de puissance. Bian et al [63] ont examiné l'impact du comportement de cisaillement sur la convection à l’intérieure d’une cavité poreuse rectangulaire inclinée. Amari et al. [64] a effectué une étude analytique sur la convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse, les parois active de cette cavité sont soumis à un flux de chaleur uniforme, L’analyse a permis de résoudre le problème dans la limite d'une couche mince en se basant sur la loi modifiée de Darcy.

L'étude de la double diffusion à traverse une plaque poreuse saturée par un fluide non newtonien régi par la loi de puissance a été étudiée par Rastogi et al [65]. Dans une étude récente, Younsi et al [66] ont examiné les propriétés de l'écoulement et le transfert thermique pour des nombres de Rayleigh élevés, quand les forces de volume thermiques et les forces de volume dues à la masse sont opposées. Kim et al [67] ont analysé les impacts de la production thermique dans un milieu poreux saturé d'un fluide de la loi de puissance. jumah et al [68] ont étudié le phénomène de transfert thermique et massique, des fluides non newtoniens sur une plaque verticale en sein d’un milieu poreux saturé à différentes températures et concentration, Les fluides non newtoniens sont des fluides qui se caractérisés par leur viscosité qui varie lorsqu’ils sont soumis à un cisaillement, ce qui pourrait entrainer leur amincissement ou leur épaississement, cela a un impact considérable sur les processus de transport de chaleur. Hadim et al [69] a effectué une étude numérique de la convection naturelle de fluides non newtoniens de la loi de puissance au sein d’une cavité poreuse à l'aide du modèle de Brinkman-Forchheimer. Il a observé que lorsque le coefficient de la loi de puissance baisse, le mouvement au sein de la cavité augmente, ce qui entraine une augmentation du nombre de Nusselt. Ces effets deviennent plus prononcés à mesure que le nombre de Darcy s'accroît. Cela entraîne une vitesse verticale accrue près des parois et un nombre de Nusselt plus important à l'intérieur de la cavité. Cheng et al [70] a effectué une étudié de convection thermo-solutés près d'une surface ondulée inclinée en sein de milieu poreux saturé de fluide à température et concentration. L’étude analytique et numérique de la convection thermo-solutés, dans une enceinte peu profonde exposée à des gradients verticaux de chaleur et de soluté, a été menée par Mamou et al [71]. Getachew et al [72] Ils ont analysé le cas où le milieu poreux est saturé par un fluide non newtonien, décrit par un modèle de loi de puissance. Kalla et al [73] a mené une étude de la convection thermo-solutés à l’intérieur d’une enceinte poreuse peu profonde, ont utilisant l'approximation de Boussinesq dans le premier cas, la couche poreuse est exposée

à des gradients verticaux de chaleur et de masse. Dans le second cas, les gradients de chaleur et de masse sont imposés horizontalement. Les auteurs ont prouvé l'existence de solutions convectives multiples pour une large gamme des paramètres .Hyun et al [74] ont réalisé une étude analytique de la convection double-diffusive en sein de la cavité rectangulaire avec des gradients horizontaux qui relie la température et la concentration. Ils ont imposé des conditions aux limites sur la verticale de manière à ce que les effets de la poussée thermique et de la poussée du soluté s'annulent. Les effets de la poussée du soluté s'annulent, ce qui donne une configuration d'écoulement à gradient opposé.

L'étude de Lamsaadi et al [75] On analyse l'impact de l'indice de la loi de puissance (n) à l'intérieur de la cavité rectangulaire contenant des fluides non newtoniens, soumis à un flux de chaleur latéral constant et les parois verticales sont adiabatiques, au-delà d'un nombre important de Prandtl . Cheng et al [76] a examiné le flux de chaleur et de masse par convection libre dans un milieu poreux saturé par des fluides non newtoniens présentant une limite d'élasticité au sein d'une plaque verticale qui soumis à des flux de chaleur et de masse variables au niveau de la paroi. Il a constaté que l'apparition d'un gradient de pression au sein des fluides suivant la loi de puissance entraîne une réduction de la vitesse du fluide, ainsi que les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux. Ainsi, une augmentation de l'indice de la loi de puissance favorise l'élévation de nombres de Nusselt et de Sherwood locaux. Lamsaadi et al [77] ont analysé le transfert thermique par convection libre dans des cavités verticales remplies de fluides de la loi de puissance non newtoniens. Dans leur cas, la cavité soumis à un flux de chaleur uniforme, en utilisant différentes conditions aux limites, la convection libre dans les parois hautes est essentiellement contrôlée par l'indice n et le nombre de Rayleigh Ra. Makayssi et al [78] ont effectué une étude sur la convection thermo-solutale au sein de cavité rectangulaire saturé par un fluide non newtonien de manière analytique et numérique. Pour une cavité de faible profondeur, les auteurs ont développé une solution analytique reposant sur l'approximation de l'écoulement parallèle, qui est en excellent accord avec la solution numérique. Jecl et al [79] Ils ont utilisé la méthode des éléments finis aux frontières pour analyser la convection naturelle d'un fluide non newtonien au sein d'une cavité poreuse carrée. Les parois latérales sont soumises à un flux de chaleur uniforme, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques, Pour simuler le comportement rhéologique des fluides non newtoniens, ils ont employé le modèle de Carreau et le modèle de la loi de puissance, ont utilisé le modèle de Darcy de Brinkman pour simuler l'écoulement.

Kefayati et al [80] a analysé le transfert de chaleur des fluides de loi de puissance non newtoniens au sein de cavité poreuse inclinée en présence des paramètres de Soret et de

Dufour. Les résultats indiquent que l'amélioration du transfert de chaleur et de masse entraîne l'augmentation des nombres de Rayleigh dans divers indices de loi de puissance, nombres de Darcy, paramètres de Soret et de Dufour. Makayssi et al [81] ont déterminé les caractéristiques de la convection naturelle thermo-solutale au sein de la cavité rectangulaire avec des parois verticales uniformément chauffées et des parois horizontales adiabatiques. Pour un milieu poreux anisotrope saturé Rebhi et al [82-83] ont présenté des recherches sur la convection générée par diverses conditions aux limites au sein des cavités poreuses horizontales et verticales en appliquent le modèle Dupuit-Darcy et la théorie de la stabilité linéaire, les auteurs ont anticipé de manière explicite et implicite les passages du point de bifurcation d'un état stable vers un état oscillatoire. Ils ont démontré une influence significative de la traînée de forme sur les conditions critique et les taux d'échange thermique et de masse. En outre, Les auteurs ont prouvé de manière numérique la possibilité d'utiliser plusieurs solutions pour un ensemble spécifique de paramètres. Hu et al [84] ont examiné l'influence de l'inclinaison de la cavité et du champ magnétique sur la convection double-diffusive. Pour les enceintes inclinées, ils ont constaté que dans les enceintes verticales et inclinées, l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et du rapport de flottabilité entraîne une amélioration des taux de transfert de chaleur et d'humidité. Quand le champ magnétique, ils ont montré que sa présence conduit à la suppression des courants de convection, réduisant ainsi le transfert de chaleur et d'humidité. Nouri et al [85] ont analysé la convection naturelle des fluides non newtoniens de loi de puissance confinés au sein d'une cavité carrée, les parois verticales sont chauffée et refroidie par des flux de chaleur constants, les résultats obtenus montrent qu'une élévation de l'indice, n, entraine une réduction de la convection thermique, tandis qu'une baisse de ce paramètre produit l'effet inverse. Ahmed et al [86] a effectué une étude comparative de la convection double-diffusive par la méthodes ADI au sein d'un espace annulaire saturé par un fluide binaire et par la méthode de la boîte de Keller autour d'un cylindre horizontal chaud plongée au sein d'un milieu poreux, les deux méthodes numériques démontrent que la couche limite thermique devient de plus en plus mince lorsque le nombre de Lewis augmente. Khali et al [87] ont analysé la convection doublement diffusive sur un fluide de la loi de puissance. L'étude montre que la structure du fluide est plus importante pour l'écoulement de base thermique. Sankar et al [88] ont effectué une étude numérique de la convection thermo-solutale au sein d'un anneau vertical poreux une partie de la paroi interne est exposée à des flux de chaleur et de masse, tandis que la paroi externe maintenue à une température et une concentration constantes. L'impact de paramètres tels que le nombre de Lewis, le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le nombre de Darcy et les

rapports de flottabilité, sur le transfert de chaleur et de masse a été examiné. Les résultats numériques indiquent que la structure de l'écoulement ainsi que les taux de transfert de chaleur et de masse varient considérablement en fonction de la position de la source de chaleur. De plus, le rapport de flottabilité est considérablement influencé par le nombre de Lewis, le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Darcy, et l'emplacement de la source. Matin MH et al [89] ont mené une analyse numérique de la convection libre le transfert d'un fluide de loi de puissance non newtonien au sein d'une cavité carrée avec deux conduits chauds et froids concentriques. Leurs résultats ont révélé que le taux de transfert de chaleur diminue lorsque l'indice de loi de puissance passe de 0,6 à 1,4. Nayak et al [90] ont examiné la convection mixte thermosolutale d'un fluide en cisaillement dû à des zones mixtes partiellement actives à l'intérieur d'une cavité carrée actionnée par un couvercle. Les résultats ont montré que l'emplacement et la longueur des zones de chauffage et de refroidissement ont une influence significative sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur est maximal pour une longueur de source de chaleur minimale et un indice de loi de puissance maximal. Manvi et al [91] on Analyse numériquement les flux de convection naturelle et forcée dans une cavité carrée fermée par un couvercle sur deux côtés avec un obstacle triangulaire chauffé pour des fluides de loi de puissance non newtoniens. Ils ont rapporté que l'effet du paramètre de convection mixte a un impact négligeable sur la structure fluidique et thermique à l'intérieur de la cavité pour des fluides avec n=0.2. La convection naturelle d'un fluide non-newtonien dans une cavité carrée a été étudiée par Kefayati et al. [92] Ils ont étudié l'effet d'un milieu poreux sur le taux de transfert de chaleur en l'ajoutant à la cavité. La convection naturelle d'un fluide non newtonien de loi de puissance dans une cavité poreuse carrée a été étudiée par Wang et al [93]. Tizakast et al [94] ont présenté une étude analytique et numérique de la convection mixte à double diffusion dans une cavité rectangulaire fermée remplie d'un fluide de la loi de puissance non newtonien. Leurs résultats ont indiqué que l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique ou du nombre de Peclet améliore le transfert de chaleur et de masse, tandis que l'indice de comportement de la loi de puissance affecte fortement le transfert de chaleur et de masse, car le comportement d'amincissement par cisaillement améliore la convection par rapport au cas newtonien, tandis que le comportement d'épaississement par cisaillement réduit. La stabilité de la convection doublement diffusive dans une enceinte poreuse rectangulaire verticale a été analysée par Mamou et al [95] Sur la base de la théorie de la stabilité linéaire, les auteurs ont déterminé des seuils pour l'apparition d'une convection supercritique, oscillante et superstable . De plus, un seuil pour la convection sous-critique d'amplitude finie a été calculé analytiquement en

fonction du nombre de Lewis. Des études antérieures présentés par Nield et al [96] et Platten et al [97] ont révélé la possibilité de l'existence de régimes de convection oscillants en dessous du nombre de Rayleigh supercritique. Le seuil de convection à amplitude finie dans une cavité poreuse allongée saturée d'un fluide binaire a été étudié par Rudriah et al [98]. Les auteurs ont utilisé une analyse de stabilité non linéaire basée sur une représentation en série de Fourrier découpée en tranches. Les effets des nombres de Lewis et de Prandlt sur la convection ont été pris en compte. Brand et al [99] ont étudié la convection avec une amplitude finie près du seuil de convection stationnaire. L'évolution temporelle oscillatoire des taux de transfert de chaleur et de masse a également été démontrée par ces auteurs récemment, Rebhi et al [100-101], ont étudié numériquement la convection asymptotique et numérique à double diffusion en présence d'un champ magnétique. L'étude a été généralisée en utilisant des conditions aux limites de Neumann et de Dirichlet pour la température et les concentrations de soluté. et les concentrations de soluté, et différents modes de convection ont été identifiés. La convection thermosolutale nanolinéaire a été étudiée de manière approfondie dans une cavité poreuse rectangulaire par Rebhi et al [102]. Dans cette étude, les auteurs ont examiné numériquement et analytiquement l'effet de Soret et Dufour en présence d'un champ magnétique, ainsi que la bifurcation de Hopf en fonction des paramètres directeurs, à savoir les nombres de Rayleigh, Hartmann, Soret et Lewis, le rapport de flottabilité, l'aspect de l'enceinte et la porosité normalisée du milieu poreux sur la structure de l'écoulement, Après avoir étudié les lignes de courant, les contours des isothermes et des isoconcertations, les taux de transfert de chaleur et de masse et les principes de la convection linéaire, leurs résultats ont montré que le taux de transfert de chaleur augmente avec le nombre de Dufour et diminue avec le nombre de Soret, et vice-versa pour le taux de transfert de masse. Lounis et al. [103] ont examiné l'impact des effets Dufour et Soret sur la convection double-diffusive à l'intérieur d'une enceinte carrée angulaire en simulant le comportement rhéologique du fluide non-newtonien à l'aide du modèle Carreau-Yasuda. Leur principale conclusion est que le nombre de $Lewis$, le nombre de Rayheigh Ra_T, stimule les échanges de chaleur et de masse pour différentes valeurs de l'indice de loi de puissance. Les résultats obtenus par les chercheurs sont les suivants pour différents indices de faible puissance, n, la réduction du nombre Ra_T, augmente l'échange de chaleur, de masse et de la viscosité apparente échangé. Récemment, en utilisant le modèle Dupuit-Darcy, Alilat et al. [104] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée incliné rempli d'un nanotube de carbone à paroi unique et d'un nanofluide non newtonien, l'eau. Le modèle Carreau-Yasuda a été utilisé pour représenter le comportement rhéologique des fluides non newtoniens. Leurs principales conclusions ont révélé que

l'augmentation du pourcentage de nanotubes de carbone monoparois (SWCNT) améliore considérablement le transfert de chaleur, même si la viscosité du fluide augmente .

Originalité du travail de la thèse

L'objectif de ce travail est d'examiner la convection thermosolutale dans un espace carré incliné, rempli d'un milieu poreux saturé d'un fluide non-newtonien, tel que les fluides rhéofluidifiants .modélisés par la loi de puissance, supposé incompressible, et soumis à des conditions aux limites de type Dirichlet de température et de concentration constantes, avec une température et une concentration constantes sur les parois actives tandis que les autres parois sont supposées adiabatiques et imperméables. Dans cette étude, nous explorons l'impact de la rhéologie des fluides au sein des milieux poreux sur les phénomènes de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle. Les équations de base sont réduites à un ensemble d'équations ordinaires qui sont résolues numériquement à l'aide de la méthode des différences finies. En conséquence, les effets de paramètres tels que le nombre de Rayleigh, l'indice de loi de puissance, le nombre de Lewis, le rapport de frontière et l'angle d'ancrage sont examinés. Les résultats numériques pour les lignes de courant, les isothermes et l'isoconcentration, ainsi que les profils locaux de Nusselt et de Sherwood, et la viscosité apparente vont être analysés dans cette étude.

Conclusion

Ce premier chapitre a permis d'introduire les principaux concepts théoriques qui sous-tendent notre étude, en se concentrant sur les milieux poreux et les phénomènes associés. Dans un premier temps, la revue bibliographique a mis en lumière les caractéristiques des milieux poreux. Ensuite, nous avons approfondi les principes de la convection thermique, en particulier la convection naturelle et thermo-solutale, dans le cadre des milieux poreux. Enfin, la discussion sur les modèles rhéologiques des fluides newtoniens et non-newtoniens a permis de clarifier les propriétés et comportements spécifiques de ces fluides.

Nous avons conclu ce chapitre par une synthèse regroupant les travaux existants, tout en orientant notre réflexion vers des problématiques nouvelles. Ces dernières seront développées et approfondies dans les chapitres suivants.

Chapitre II : Description du problème et Modèle Mathématique

Ce chapitre explore les modèles mathématiques utilisés pour représenter le problème physique de la convection thermo-solutale au sein d'un milieu poreux saturé par un fluide non newtonien. Ces modèles sont basés sur les principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Nous décrivons et formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées. Le comportement rhéologique des fluides non Newtoniens est modélisé selon le modèle général de la loi de puissance.

2.1. Modèle Mathématique

2.1.1. Géométrie et modèle physique

Dans cette étude, nous examinons les phénomènes de la convection double-diffusiv, nous considérons une cavité carrée inclinée d'un angle ϕ par rapport au plan horizontal et contenant un milieu poreux saturé par un fluide non newtonien. Dans la configuration de Rayleigh-Bénard, le diagramme schématique de cette configuration est montré dans la figure (2.1). Les parois actives sont exposées à des conditions aux limites de type Dirichlet imposant une température et une concentration constantes, alors que les autres parois sont supposées adiabatiques et imperméables. Le modèle de la loi de puissance est appliqué pour représenter le comportement rhéologique des fluides non newtoniens.

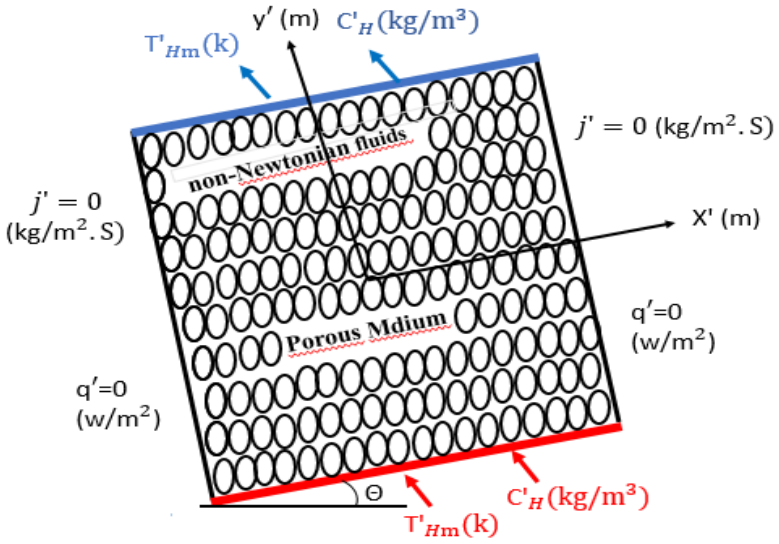


Figure 2.1 : Géométrie du modèle physique.

2.1.2 Hypothèse Simplificatrices

Dans le cadre de notre recherche sur les processus de convection thermo-solutale, nous avons effectué quelques approximations pour simplifier le modèle mathématique.
Les hypothèses simplificatrices adoptées dans cette étude permettent de réduire la complexité du problème étudié tout en conservant les aspects essentiels pour l'analyse. Voici un résumé des hypothèses :

- Nature du fluide : Le fluide n'est pas newtonien (suivant un modèle de la loi de puissance), il est homogène, ne peut pas être compressé, et respecte l'approximation de Boussinesq pour considérer les effets de flottabilité.
- Caractéristiques du milieu poreux : Le milieu est homogène, isotrope, et la porosité est constante dans toute l'enceinte.
- Type d'écoulement : L'écoulement est considéré comme laminaire, instationnaire, et transitoire.
- Effet du rayonnement : On ignore le transfert d'énergie par rayonnement.
- Dimensionnalité : Le problème est traité dans un cadre bidimensionnel.

- Propriétés physiques : Au début, elles doivent rester les mêmes, puis elles changent selon la température et la concentration.
- Absence de sources internes : Au sein de la cavité, point de réaction chimique en ébullition, ni de chaleur ou de matière à l'horizon.
- Forces visqueuses et de pression : Le travail dû à ces forces est négligé.
- Effets Soret et Dufour : On considère que les échanges de chaleur et de masse n'ont pas d'importance.
- Modélisation des fluides : La loi de puissance est convoquée pour dépeindre les caprices des fluides non-newtoniens.
- Ces hypothèses permettent une modélisation simplifiée tout en restant fidèle aux phénomènes physiques pertinents pour l'étude.
- L'approximation de Boussinesq repose sur l'hypothèse d'une densité constante, sauf le terme de flottabilité, qui varie de manière linéaire en fonction de la température et de la concentration [105], Ce qui donne :

$$\rho = \rho_0\left[1-\beta_T(T'-T_0')+\beta_C(C'-C_0')\right] \qquad (2.1)$$

Où $\rho_0$est la densité à la température et la concentration de référence, est le $\beta_T$coefficient d'expansion volumique thermique et β_C le coefficient d'expansion massique à la température $T'=T'$ et à la fraction d'espèces $C'=C_0$. L'indice 0 correspond à l'état de l'origine du système de coordonnées. Que exprimés ci-dessous :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T'}\right)_{P',c'} \quad \text{et} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial s'}\right)_{P',T'} \qquad (2.2)$$

2.2. Formulation mathématique

Dans cette partie, nous étudions le cas de la convection thermo-soluté au sein d'un milieu poreux. Nous établirons les équations fondamentales qui régissent notre problème, Il s'agit notamment de l'équation de continuité, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration, déduites en appliquant le principe de conservation de la masse et de conservation de la quantité du mouvement et de l'énergie.

2.2.1. Équation de continuité

L'équation de continuité est un principe fondamental de la mécanique des fluides, exprimant la conservation de la masse dans un fluide. Cette relation mathématique peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial u\prime}{\partial x\prime} = \frac{\partial \mathrm{v}\prime}{\partial y\prime} = 0 \qquad (2.3)$$

Les composantes de la vitesse u' et v′ peuvent s'exprimer comme suite :

$$u' = -\frac{\partial \psi\prime}{\partial y} \quad \text{Et} \quad v' = -\frac{\partial \psi\prime}{\partial x} \qquad (2.4)$$

Ou Ψ' représente la fonction de courant.

2.2.2.Équation de conservation de la quantité de mouvement : loi de Darcy

La formule magique qui garde le mouvement en équilibre se révèle sous cette forme mystérieuse :

$$u' = -\frac{k}{\mu_a'}\left[\frac{\partial P'}{\partial x'} + \rho_0 g\,[1 - \beta_T(T' - T_0') - \beta_s(C' - C_0')\,cos\,\phi]\right] \qquad (2.5)$$

$$v' = -\frac{k}{\mu_a'}\left[\frac{\partial P'}{\partial y'} - \rho_0 g\,[1 - \beta_T(T' - T_0') - \beta_s(C' - C_0')\,\sin\phi]\right] \qquad (2.6)$$

2.2.3.Équation de conservation de l'énergie

L'équation de conservation d'énergie d'un fluide incompressible en général est donné par :

$$(\rho c_p)_P \frac{\partial T\prime}{\partial t\prime} + (\rho c_p)_f \left(\vec{V}'.\vec{\nabla}\right)T' = \mathrm{k}\,\nabla^2\,T' \qquad (2.7)$$

Où $(\rho c_p)_P$, $(\rho c_p)_f$,V' et k sont respectivement la capacité thermique du milieu poreux saturé, la capacité thermique du fluide, la vitesse de Darcy et la conductivité thermique

2.2.4.Équation de concentration

L'équation de conservation de masse est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon'\frac{\partial C'}{\partial t'} + \left(\vec{V}'.\vec{\nabla}\right)C' = \mathrm{D}\,\nabla^2 C' \qquad (2.8)$$

Où D est la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse et ε' est la porosité du milieu poreux.

2.3. Conditions aux limites :

La résolution du problème physique repose sur les valeurs des paramètres de contrôle ainsi que sur les conditions limites adimensionnelles. Ces conditions se présentent comme suit.

- ✓ **Les conditions aux limites hydrodynamiques**

Sur toutes les parois de la cavité sont données par :

$$u = v = 0 \ , \quad \psi = 0 \ \text{ à } \quad x = \pm\frac{1}{2} \ \text{ et } \quad y = \pm\frac{1}{2} \tag{2.9}$$

- ✓ **les conditions aux limites thermiques et solutales**

Sur les frontières verticales de la cavité, les parois sont adiabatiques et imperméables :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2} \tag{2.10}$$

$$T = C = \pm\frac{1}{2} \ \text{ à } \ y = \pm\frac{1}{2} \tag{2.11}$$

2.4. Adimensionnalisation

2.4.1. Paramètres d'adimensionnalisation

Le Temps (t), fonction de flux (ψ), la porosité (ε), la température (T) et la concentration (C), les différences caractéristiques de concentration (ΔC^*) et de température (ΔT^*) et la viscosité (μ_a), on obtient :

$$(x, y) = \frac{(x', y')}{H} \ , \ (u, v) = \frac{(u', v')}{\alpha}, \ t = \frac{t' \alpha}{H^2} \ , \ \psi = \frac{\psi}{\alpha} \ , \ \varepsilon = \frac{\phi}{\sigma} \ , \ T = \frac{(T' - T'_0)}{\Delta T^*} \ , \ C = \frac{(C' - C'^2)}{\Delta C^*}$$

$$\Delta T^* = \frac{q' H'}{k}, \ \Delta C^* = \frac{j' H'}{\rho D} \ , \ \mu_a = \frac{u}{\mu_0} \tag{2.12}$$

Où k et α sont respectivement la conductivité thermique et la diffusivité thermique.

2.4.2. Equations adimensionnelle

On obtient les équations de conservation adimensionnelles de la manière suivante :

- ✓ **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.13}$$

- ✓ **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

$$\nabla^2 \psi = -\mu_a^{-1}\left[\frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial \mu_a}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial \mu_a}{\partial x} + R_T\left(\left(\frac{\partial T}{\partial x} + N\frac{\partial C}{\partial x}\right)\cos\Phi - \left(\frac{\partial T}{\partial y} + N\frac{\partial C}{\partial y}\right)\sin\Phi\right)\right] \tag{2.14}$$

- ✓ **Equation de l'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \tag{2.15}$$

- ✓ **Équation de concentration**

$$\varepsilon\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le}\nabla^2 C \tag{2.16}$$

2.5. Les Paramètres adimensionnels de contrôle du Problème

Les paramètres adimensionnels apparaissant dans les équations (2.13)-(2.16) sont :

le nombre de Rayleigh thermique $R_T = Gr.Pr = \frac{\rho_0 \beta \Delta T' H'}{\mu_0 \alpha}$ (2.17)

Le nombre de Lewis, L $Le = \frac{\alpha}{D}$ (2.18)

le rapport de flottabilité, N $N = \frac{\beta_S \Delta C^*}{\beta_T \Delta T^*}$ (2.19)

La porosité normalisée, ε $\varepsilon = \frac{\phi}{\sigma}$ (2.20)

2.6. Équation de transports adimensionnels en formulation fonction de courant :

L'emploi de la fonction de courant simplifie le problème en diminuant le nombre équations à résoudre. De plus, elle permet de visualiser directement les lignes de courant, ce qui fournit des informations essentiels sur la structure de l'écoulement.

Cette fonction est formulée de manière adimensionnelle comme suit :

✓ **Equation de mouvement**

$$\nabla^2\psi = -\mu_a^{-1}\left[\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial\mu_a}{\partial y}+\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\mu_a}{\partial x}+R_T\left(\left(\frac{\partial T}{\partial x}+N\frac{\partial C}{\partial x}\right)cos\,\Phi-\left(\frac{\partial T}{\partial y}+N\frac{\partial C}{\partial y}\right)sin\,\Phi\right)\right] \quad (2.21)$$

✓ **Equation de l'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (2.22)$$

✓ **Équation de concentration**

$$\varepsilon\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le}\nabla^2 C \quad (2.23)$$

2.7. Transfert de chaleur et transfert de masse

Dans la présente étude, l'objectif est de déterminer le taux de transfert local de chaleur et de masse au niveau de la paroi chaude, présentés par le nombre de Nusselt et de Sherwood, définis comme suit :

$$\mathrm{Nu} = -\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} - \left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \quad (2.24)$$

$$\mathrm{Sh} = -\left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} - \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \quad (2.25)$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et Sherwood sur les parois actives s'expriment par (Nu_m, Sh_m) :

$$\mathrm{Nu_m} = \int_{-1/2}^{1/2} Nu\,dx \quad (2.26)$$

$$\mathrm{Sh_m} = \int_{-1/2}^{1/2} sh\,dx \quad (2.27)$$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la convection de la chaleur et des substances dans un milieu poreux enfermé, qui a la forme d'une cavité carrée inclinée et contient un fluide qui ne suit pas les lois classiques. Nous avons également vu les équations mathématiques liées à ce phénomène. Nous avons également discuté des conditions aux limites correspondantes, exprimées de manière adimensionnelle. Des techniques numériques ont été utilisées afin de résoudre les équations relatives aux milieux poreux.

Ces équations sont trop compliquées pour être résolues avec des méthodes mathématiques. Nous avons choisi une solution en ligne. Cette méthode sera présentée dans le prochain chapitre.

Chapitre III : Solution Numériques

Ces dernières années, la performance des ordinateurs a considérablement augmenté, ce qui a permis l'emploi des méthodes numériques pour résoudre les systèmes d'équations différentielles non linéaires.

Ce chapitre vise à exposer les modèles mathématiques employés pour décrire le problème physique de la convection double diffusion au sein d'un milieu poreux non newtonien. Ainsi que de transformer les équations différentielles de ce modèle en un système d'équations algébriques non linéaires, qui ne peuvent être résolues que par des méthodes numériques. Trois méthodes majeures sont utilisées pour discrétiser un problème continu : la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Le chapitre sera conclu en validant le code numérique développé.

3.1. Méthodes numériques

Dans un matériau poreux qui ne suit pas les lois de Newton, l'équation qui décrit le transfert de chaleur et de solutés en mouvement est une équation compliquée avec des dérivées. Pour venir à bout de ces énigmes mathématiques, il est nécessaire de métamorphoser ces équations en un ensemble d'équations algébriques non linéaires, qu'il sera alors possible de résoudre à l'aide de techniques numériques. Trois stratégies numériques se démarquent lorsqu'il s'agit de résoudre les équations aux dérivées partielles : les volumes finis, les éléments finis et les différences finies. Ces approches permettent de discrétiser le domaine étudié afin de trouver des solutions approximatives aux problèmes complexes, chacune ayant ses propres caractéristiques et domaines d'application spécifiques.

3.1.1. Méthode des éléments finis (EF)

La méthode des éléments finis avec points d'intégration Lagrangiens (MEFPIL), introduite par Moresi et al [105], est une méthode numérique utilisée pour résoudre des équations aux dérivées partielles. La méthode repose sur le maillage de l'espace dans la zone de base. Avec cette méthode, Le domaine de calcul est ainsi divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La grille peut être constituée de triangles ou de rectangles, et c'est aux sommets de ces éléments que l'on recherche les inconnues, en partant du principe que ces dernières évoluent de manière linéaire en fonction des coordonnées. Ainsi, cette méthode demande un maillage exhaustif de l'espace d'étude, ce qui

peut engendrer une utilisation excessive de la mémoire et des durées de calcul élevées.

- **Avantage**

- Adapté aux géométries complexes ;
- Des solutions faibles existent ;

- **Inconvénients**

- Le coût de calcul est très élevé ;
- Formalisme mathématique complexe et difficile à mettre en œuvre ;
- Ne garantit pas toujours le conservatisme de l'équation ;

3.1.2. Technique des volumes finis (VF)

Cette méthode, présentée pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [106], Elle est très appréciée par les ingénieurs en raison de la signification physique explicite de tous ses termes et de son respect des équations de bilan. Contrairement à la méthode des éléments finis, cette approche permet de résoudre les équations différentielles pour des géométries complexes. Elle se distingue par sa simplicité de compréhension et de programmation, ce qui en fait la méthode privilégiée dans le logiciel commercial FLUENT 18. La méthode des volumes finis repose sur l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle, générant ainsi des approximations discrètes qui préservent la conservation. Cela la rend particulièrement adaptée pour traiter les équations de la mécanique des fluides.

- **Les Avantages**

- Détermination naturelle des conditions aux limites de type Neumann ;
- Adaptée aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et consommation de mémoire raisonnables ;
  Moins cher que E.F ;

- **Les inconvénients**

- Pas aussi précis que les méthodes spectroscopiques ;
- Peu de résultats théoriques de convergence ;

3.1.3. Méthode des différences finies (DF)

La méthode des différences finies, introduite par Frankel [107] au 18ème siècle, est la plus ancienne des méthodes. Elle repose sur l'utilisation de la forme différentielle des équations de conservation comme point de départ.

Dans le cadre de notre étude, nous avons choisi d'utiliser la méthode des différences finies, car elle est la plus appropriée et la plus simple à utiliser pour les problèmes à géométrie simple avec des maillages structurés. Cette méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou des combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou de noeuds du maillage.

La formulation des équations par la méthode des différences finies comprend les étapes suivantes :

- Définir un maillage qui couvre l'ensemble du domaine ainsi que ses frontières.
- Pour chaque nœud intérieur du domaine, les dérivées sont approximées à l'aide des différences finies, en tenant compte des points situés sur la frontière.
- Déterminer les valeurs de la fonction en chaque point de la frontière en fonction des conditions aux limites.

Cette démarche aboutit à un système d'équation algébriques comportant « n » équations à « n » inconnus, résolu grâce à des techniques numériques appropriées.

- **Les Avantages**

- Facilité d'implémentation ;
- Coût de calcul réduit;
- Excellente rapidité et performance de l'algorithme ;
- Capacité à traiter un grand nombre d'équations aux dérivées partielles ;
- Sur un maillage régulier, les méthodes des éléments finis (E.F) et des volumes (V.F)
- peuvent être interprétées comme des variantes des différences finies ;
- Facile à regarder dans l'ordre ;

Les inconvénients

- Des coûts récurrents et importants pour appliquer les solutions nécessaires ;
- l'apparition d'instabilités numériques ;
- Mauvaise flexibilité du réseau ;
- difficulté pour traiter les géométries plus complexes ;

Les équations de conservation, associées aux conditions aux limites mentionnées, sont résolues de manière numérique à l'aide de la méthode des différences finies basée sur le code de calcul Fortran. Cette approche implique de représenter les équations continues aux points d'un maillage préétabli en fonction des deux directions de l'expansion. Par conséquent, chaque point est désigné sous le nom de nœud et peut être repéré grâce à un couple d'indices (i, j). Les noeuds adjacents sont implicitement définis en élevant ou en abaissant l'un de leurs indices par incréments unitaires.

Les variables inconnues du problème, telles que la température, la concentration, la fonction de courant, la vorticité et la viscosité apparente sont déterminées en chaque nœud du maillage en résolvant les équations gouvernantes associées.

L'équation de concentration, l'équation d'énergie et l'équation de mouvement sont discrétisées par un schéma centré d'ordre deux. Ces équations sont ensuite résolues de façon itérative dans le domaine temporel en utilisant la méthode implicite de direction alternée (A.D.I), modifiée par Peaceman et al. [108]. Cette méthode très puissante, largement utilisée pour les problèmes de convection naturelle en régime transitoire, un algorithme de matrice tri-diagonale ligne par ligne avec relaxation est utilisé en conjonction avec des itérations pour traiter les équations discrétisées non-linéaires, l'un résultant de la discrétisation implicite en x et l'autre de la discrétisation implicite en y.

La méthode de (A.D.I) devise chaque pas de temps en deux demis pas de temps, dans la première moitié du pas de temps le système est traité de manière implicite selon la direction x, tandis qu'il est explicite en y. dans la seconde moitié du pas de temps l'inverse se produit : le système est implicite en y et explicite en x. Pour chaque étape de temps, la solution est obtenue en balayant successivement le domaine de calcul selon les directions x et y .cette méthode présente l'avantage d'être inconditionnellement stable.

L'équation de la fonction de courant, qui ne comporte pas de termes transitoires, est résolue en utilisant la méthode de sur-relaxation successive (S.O.R) [109],Il s'agit d'une méthode explicite permettant de calculer directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$ sans avoir à résoudre un système compliqué d'équations . Pour un nœud donné, Cela nécessite un nombre suffisant d'itérations afin de garantir que le critère de convergence soit satisfait (c'est-à-dire que le calcul converge vers une solution stable) .Cette méthode repose sur les champs de température et de concentration établis.

3.2. Discrétisation des équations gouvernantes

3.2.1. Équations de conservation discrétisées

Les dérivées partielles de premier et de second ordre sont traquées dans le monde discret à l'aide d'une méthode de différences finies. Pour un point spécifique (*i, j*), voici comment on calcule les dérivées par rapport à *x* et *y* :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (3.1), \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (3.3), \qquad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (3.4)$$

En procédant à la combinaison des quatre équations susmentionnées ((3.1) + (3.2) - (3.3) - (3.4)), nous parviendrons à obtenir une estimation de la dérivée croisée de premier ordre.

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4(\Delta x)(\Delta y)} \quad (3.5)$$

Les indices i et j désignent le point courant où les dérivées Δx et Δy sont évaluées, ces dernières représentant l'espacement entre deux nœuds voisins respectivement.
f peut correspondre à la température *T, à* la concentration *C*, à la fonction de courant, ou à la viscosité apparente µ.

Les termes convectifs

Les termes convectifs des équations de vorticité et d'énergie sont approximés da la manière suivante : $$\left(\frac{\partial uf}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} f_{i+1,j} - u_{i-1,j} f_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \quad (3.6)$$

Les termes temporels

La dérivée temporelle est estimée à l'aide d'une discrétisation implicite du premier ordre, ce qui donne :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^{n}}{\Delta t} \quad (3.7)$$

3.2.2. Équation d'énergie discrétisée

Nous avons opté pour la méthode A.D.I (implicite des directions alternées) pour résoudre l'équation d'énergie, car celle-ci est parabolique en ce qui concerne le temps et elliptique dans le contexte des coordonnées spatiales. Ce procédé produit une matrice tridiagonale dans les orientations x et y. On peut reformuler l'équation d'énergie (2.22) de cette façon :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \qquad (3.8)$$

où : $u = \partial\psi / \partial y$, et $v = -\partial\psi / \partial x$, avec ,$\psi$ représentant la fonction d'écoulement non dimensionnelle.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}\right) \qquad (3.9)$$

Forme implicite en x et explicite en y :

Une discrétisation implicite est utilisée, au temps (n+1/2) pour les dérivées en *x* et au temps (*n*) pour les dérivées en *y*.

Chaque terme de l'équation d'énergie est discrétisé de la manière suivante :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial X^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} \qquad (3.10)$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad (3.11)$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n}\, T_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n}\, T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \qquad (3.12)$$

$$\left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n}\, T_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n}\, T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad (3.13)$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \qquad (3.14)$$

En procédant à la substitution des équations (3.10), (3.11) et (3.13) dans l'expression de l'équation d'énergie (3.9), on parvient à formuler de manière implicite la version discrétisée sous forme matricielle par rapport à x de la manière suivante :

$$A_i T_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i T_{i,j}^{n+1/2} + C_i T_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \qquad (3.15)$$

Où, sont des matrices A_i , B_i , $C_i$et $D_i$un vecteur.

Avec les coefficients suivant pour l'équation de l'énergie :

$$A_i = \frac{u_{i-1,j}^n}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \qquad B_i = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta x)^2} \qquad C_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^n}{2(\Delta x)}$$

$$D_i = - \left| \frac{v_{i,j-1}^n}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \right| T_{i,j-1}^n + \left| \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta y)^2} \right| T_{i,j}^n + \left| \frac{-1}{(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1}^n}{2(\Delta y)} \right| T_{i,j+1}^n$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left| \frac{u_{i-1,j}^n}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \right| T_{i-1,j}^{n+1/2} + \left| \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta x)^2} \right| T_{i,j}^{n+1/2} + \left| \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^n}{2(\Delta x)} \right| T_{i+1,j}^{n+1/2} =$$

$$= - \left| \frac{v_{i,j-1}^n}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \right| T_{i,j-1}^n + 2 \left| \frac{-1}{(\Delta t)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \right| T_{i,j}^n + \left| \frac{-1}{(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j+1}^n}{2(\Delta y)} \right| T_{i,j+1}^n \qquad (3.16)$$

Modèle implicite en *y* et explicite en *x*

C'est un schéma basé sur les différences centrées, appliqué au temps (n) pour les dérivées selon *x* et au temps (n+1) pour les dérivées selon *y*. La dérivée partielle est discrétisée comme suit :

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} \qquad (3.17)$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \qquad (3.18)$$

$$\left.\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n}\, T_{i+1,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n}\, T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{3.19}$$

$$\left.\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n}\, T_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n}\, T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{3.20}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\,\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.21}$$

En remplaçant les équations (3.17)-(3.21) par celles de l'équation (3.9), on obtient un système qui s'exprime comme suit :

$$A_i^{'} T_{i-1,j}^{n+1} + B_i^{'} T_{i,j}^{n+1/2} + C_i^{'} T_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i^{'} \tag{3.22}$$

$$A_i^{'} = \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \qquad B_i^{'} = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta y)^2} \qquad C_i^{'} = \frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}$$

$$D'_i = -\left|\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right| T_{i-1,j}^{n} + \left|\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right| T_{i,j}^{n} + \left|\frac{-1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right| T_{i+1,j}^{n}$$

La forme générale de l'équation est donc :

$$\left|\frac{v_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2}\right| T_{i-1,}^{n+1} + \left|\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta y)^2}\right| T_{i,j}^{n+1/2} + \left|\frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}\right| T_{i+1,j}^{n+1/2} = \tag{3.23}$$

$$-\left|\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right| T_{i-1,j}^{n} + \left|\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right| T_{i,j}^{n} + \left|\frac{-1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)}\right| T_{i+1,j}^{n}$$

3.2.3. Discrétisation de l'équation de concentration

Pour résoudre L'équation de concentration nous avons choisi la méthode A.D.I (implicite des directions alternées), car l'équation de concentration est une parabole par rapport au temps et une ellipse par rapport aux coordonnées spatiales. L'équation de concentration (2.23) est alors réécrite comme suit :

$$\mathrm{\Epsilon}\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y}\ =\frac{1}{Le}\nabla^2 C \qquad (3.24)$$

Dans ce contexte, les composantes du champ de vitesse sont définies comme suit : u=(∂φ)/∂y et v = (-∂φ)/(∂x), où φ représente la fonction d'écoulement sans dimension.

$$\mathrm{\Epsilon}\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial t}+u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}\ =\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial Y^2}\right) \qquad (3.25)$$

Modèle implicite en x et explicite en y

Nous avons choisi une approche subtile de la discrétisation dans la dimension x, en privilégiant des variations centrées dans le temps (n+1/2) pour les dérivées par rapport à x, et à l'instant n pour celles par rapport à y. Chaque composant de l'équation de concentration est découpé en petits morceaux comme ceci :

$$\left.\frac{\partial^2 \mathrm{C}}{\partial \mathrm{X}^2}\right|_{\mathrm{i,j}}=\frac{\mathrm{C}_{\mathrm{i+1,j}}^{\mathrm{n+1/2}}-2\mathrm{C}_{\mathrm{i,j}}^{\mathrm{n+1/2}}+\mathrm{C}_{\mathrm{i-1,j}}^{\mathrm{n+1/2}}}{\Delta \mathrm{x}^2} \qquad (3.26)$$

$$\left.\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right|_{i,j}=\frac{C_{i,j+1}^{n}-2C_{i,j}^{n}+C_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad (3.27)$$

$$\left.\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}C_{i+1,j}^{n+1/2}-\ u_{i-1,j}^{n}\,C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \qquad (3.28)$$

$$\left.\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}\,C_{i,j+1}^{n}-\ v_{i,j-1}^{n}\,C_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad (3.29)$$

$$\left.\frac{\partial C}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{C_{i,j}^{n+1/2} - C_{i,j}^{n}}{\Delta t} \qquad (3.30)$$

Après avoir inséré les équations (3.26)-(3.30) dans l'équation d'énergie (3.25), nous révélons une structure cachée en x, exprimée de manière matricielle.

$$A_i C_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i C_{i,j}^{n+1/2} + C_i C_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \qquad (3.31)$$

L'équation de concentration est caractérisée par les coefficients suivants :

$$A_i = \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{Le(\Delta x)^2} \qquad B_i = \frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{-2}{Le(\Delta x)^2} \qquad C_i = \frac{1}{Le(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)}$$

$$D_i = -\left|\frac{1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}\right| C_{i,j-1}^{n} + \left|\frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{2}{Le(\Delta y)^2}\right| C_{i,j}^{n} + \left|\frac{-1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1}^{n}}{2(\Delta y)}\right| C_{i,j+1}^{n}$$

La forme générale de concentration est donc :

$$\left|\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{Le(\Delta x)^2}\right| C_{i-1,j}^{n+1/2} + \left|\frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{-2}{Le(\Delta x)^2}\right| C_{i,j}^{n+1/2} + \left| \frac{1}{Le(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \right| =$$

$$-\left|\frac{1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}\right| C_{i,j-1}^{n} + \left|\frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{2}{Le(\Delta y)^2}\right| C_{i,j}^{n} + \left|\frac{-1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1}^{n}}{2(\Delta y)}\right| C_{i,j+1}^{n} \qquad (3.32)$$

Forme implicite en y et explicite en x :

Il s'agit d'un schéma aux différences centrées, appliqué au temps (n) pour les dérivées par rapport à *x* et au temps (n+1) pour les dérivées partielles par rapport à *y* .les termes des équations d'énergie et de concentration seront discrétisées de la manière suivante :

$$\left.\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}\right|_{i,j} = \frac{C_{i+1,j}^{n} - 2C_{i,j}^{n} + C_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2} \qquad (3.33)$$

$$\left.\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - 2C_{i,j}^{n+1} + C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{3.34}$$

$$\left.\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} C_{i+1,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n} C_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{3.35}$$

$$\left.\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} C_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} C_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{3.36}$$

$$\left.\frac{\partial C}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.37}$$

En remplaçant les équations (3.33)-(3.37) par leur équivalent dans l'équation (3.35), nous obtenons un système qui se présente de la manière suivante :

$$A_i^{'} C_{i-1,j}^{n+1} + B_i^{'} C_{i,j}^{n+1/2} + C_i^{'} C_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i^{'} \tag{3.38}$$

Avec

$$A_i^{'} = \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{Le(\Delta y)^2} \qquad B_i^{'} = \frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{-2}{Le(\Delta y)^2} \qquad C_i^{'} = -\frac{1}{Le(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)}$$

$$D_i^{'} = -\left| \frac{1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \right| C_{i-1,j}^{n} + \left| \frac{2}{Le(\Delta x)^2} - \frac{2\varepsilon}{(\Delta t)} \right| C_{i,j}^{n} + \left| \frac{-1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \right| C_{i+1,j}^{n}$$

La forme générale de l'équation est donc

$$\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{Le(\Delta y)^2} \right] C_{i-1,j}^{n+1} + \left[\frac{2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{2}{Le(\Delta y)^2} \right] C_{i,j}^{n+1/2} + \left[-\frac{1}{Le(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} \right] C_{i+1,j}^{n+1/2} = -$$
$$\left| \frac{1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \right| C_{i-1,j}^{n} + \left| \frac{2}{Le(\Delta x)^2} - \frac{2\varepsilon}{(\Delta t)} \right| C_{i,j}^{n} + \left| \frac{-1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \right| C_{i+1,j}^{n} \tag{3.39}$$

3.2.4. Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation du mouvement dans un milieu poreux, gouvernée par la loi de puissance, peut être formulée de la manière suivante :

$$\mu_a\left[\frac{\partial^2\psi}{\partial^2 x}+\frac{\partial^2\psi}{\partial^2 y}\right]+\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial\mu_a}{\partial y}+\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\mu_a}{\partial x}=-R_T\left[\left(\left(\frac{\partial T}{\partial x}+N\frac{\partial C}{\partial x}\right)\cos\Phi-\left(\frac{\partial T}{\partial y}+N\frac{\partial C}{\partial y}\right)\sin\Phi\right)\right] \quad (3.40)$$

Chaque terme de l'équation du mouvement est discrétisé à l'aide d'un schéma centré standard.

$$\left.\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right|_{i,j}=\frac{\psi_{i+1,j}^{n+1}-2\psi_{i,j}^{n+1}+\psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \qquad \left.\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right|_{i,j}=\frac{\psi_{i+1,j}^{n+1}-2\psi_{i,j}^{n+1}+\psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (3.41)$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{T_{i+1,j}^{n+1}-T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{T_{i,j+1}^{n+1}-T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \quad (3.42)$$

$$\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{C_{i+1,j}^{n+1}-C_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{C_{i,j+1}^{n+1}-C_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \quad (3.43)$$

$$\left.\frac{\partial \mu_a}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{\mu_{a(i+1,j)}^{n+1}-\mu_{a(i-1,j)}^{n+1}}{2\Delta x} \qquad \left.\frac{\partial \mu_a}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{\mu_{a(i,j+1)}^{n+1}-\mu_{a(i,j-1)}^{n+1}}{2\Delta y} \quad (3.44)$$

3.3 Résolution de l'équation de la fonction de courant

La fonction du courant, Ψ, est calculée. À chaque pas de temps Δt , la méthode itérative S.O.R. (sur-relaxation) est réappliquée jusqu'à ce que le critère de convergence de l'itération soit satisfait, selon la condition suivante :

$$\Psi_{i,j}^{(n+1),(k+1)} = (1-\omega)\Psi_{i,j}^{(n+1),k} + \omega\left\{a_{px}\left(\Psi_{i+1,j}^{(n+1),k} - \Psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_{py}\left(\Psi_{i,j+1}^{(n+1),k} - \Psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_{cx}\left(\Psi_{i+1,j}^{(n+1),k} + \Psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_{cy}\left(\Psi_{i,j+1}^{(n+1),k} + \Psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_{TCx}\left[\left(T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}\right) + N\left(C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}\right)\right] + a_{TCy}\left[\left(T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}\right) + N\left(C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}\right)\right]\right\} \quad (3.45)$$

Avec :

$$a_p = 2\mu_{a(i,j)}^{n+1}\left[\frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta x^2}\right], \qquad a_{px} = \frac{\mu_{a(i+1,j)}^{n+1} - \mu_{a(i-1,j)}^{n+1}}{4\Delta x a_p^2}, \qquad a_{py} = \frac{\mu_{a(i,j+1)}^{n+1} - \mu_{a(i,j-1)}^{n+1}}{4\Delta y a_p^2} \quad (346)$$

$$a_{cx} = \frac{\mu_{a(i,j)}^{n+1}}{\Delta x a_p^2}, \qquad a_{cx} = \frac{\mu_{a(i,j)}^{n+1}}{\Delta y a_p^2}, \qquad a_{TSx} = \frac{R_T \cos\phi}{2\Delta x a_p}, \qquad a_{TSy} = \frac{R \sin\phi}{\Delta y a_p^2}$$

Le paramétré ω est le coefficient de sur-relaxation , qui varie entre 1 et 2 ,et permet d'accélérer la convergence . Sa valeur optimale, ωopt, dépend de la forme du domaine, du maillage et du type de conditions aux limites. défini comme suit :

$$\omega = \frac{2}{\xi^2}\left(1 - \sqrt{1-\xi^2}\right) \quad (3.47)$$

$$\xi = \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{N_{x+1}}\right) + b^2\cos(\pi + N_{y+1})}{1 + \Delta x^2/\Delta y^2} \quad (3.48)$$

$Nx + 1, Ny + 1$ représentent le nombre de points sur les directions x et y.

Après cela, on procède au calcul de la fonction du courant, Ψ. À chaque battement du temps Δt, on se plonge à nouveau dans l'art subtil de la sur-relaxation S.O.R. jusqu'à ce que le critère de convergence soit conquis, tel un défi à relever avec détermination :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \Psi_{i,j}^{k}} \leq 10^{-8} \quad (3.49)$$

$\Psi_{i,j}$ est la valeur du flux au point (i, j) à l'étape.

Un abaissement additionnel du critère de convergence à 10^{-6} ne provoque pas de

changements notables dans les conclusions finales.

On procédera alors de la manière suivante pour calculer le champ de viscosité apparente :

$$\mu_a = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (3.50)$$

$$\mu_a = \left\{ 2 \left[\left(\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y}\right)^2 \right] + \left(\frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2}$$

3.4. Champs de vitesse discrétisation

Les dérivées partielles secondes centrées, basées sur la fonction de courant, font également partie de notre arsenal d'outils. Cela permet de discrétiser les composantes adimensionnelles du champ des vitesse $u_{i,j}$, $v_{i,j}$, comme suit :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad v_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (3.51)$$

3.5. Conditions aux frontières discrétisation

- **Aux frontières thermiques**

Les limites de température aux bords sont traitées en utilisant une méthode simple, avec des calculs des deux côtés, tout en tenant compte des murs qui ne laissent pas passer la chaleur ni l'eau.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (3.52)$$

$$x = \pm\frac{1}{2} \qquad T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3} \quad (3.53)$$

$$x = \pm\frac{1}{2} \qquad T_{Nx+1,j} = \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{Nx+1,j} = \frac{4C_{Nx,j} - C_{Nx-1,j}}{3} \quad (3.54)$$

➢ **Aux frontières des vitesses :**

Les conditions aux limites de vitesse sont discrétisées à l'aide d'un schéma de différences finies sur les côtés droit et gauche.

$\mu_{1,j} = 0$, $v_{i,1} = \frac{4\,\Psi_{2.j} - 3\Psi_{i,j} - \Psi_{3,j}}{2\Delta x}$ à $x = -\frac{1}{2}$ (3.55)

$\mu_{Nx+1,j} = 0$, $v_{i,Nx+1} = \frac{4\,\Psi_{Nx.j} - 3\Psi_{Nx+1,j} - \Psi_{Nx+1,j}}{2\Delta x}$ à $x = \frac{1}{2}$ (3.56)

$v_{i,1} = 0$, $u_{i,1} = \frac{4\,\Psi_{i,2} - 3\Psi_{i,1} - \Psi_{i,3}}{2\Delta y}$ à $y = \frac{1}{2}$ (3. 57)

$v_{i,Nx+1} = 0$, $u_{Ny+1,j} = \frac{4\,\Psi_{i,Ny} - 3\Psi_{i,Nx+1} - \Psi_{i,Nx-1}}{2\Delta y}$ à $y = \frac{1}{2}$ (3.58)

3.6. Discrétisation des conditions aux limites

Les dérivées partielles correspondant aux conditions aux limites sont discrétisées en utilisant un schéma de différences finies décentré, soit en amont, soit en aval, avec une précision de second ordre, comme suit :

En amont :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4\,f_{i+1,j}^{n+1} + f_{i+2,j}^{n+1} - 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4\,f_{i,j+1}^{n+1} + f_{i,j+2}^{n+1} - 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)} \qquad (3.60)$$

En aval :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i-2,j}^{n+1} - 4\,f_{i-1,j}^{n+1} - 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j-2}^{n+1} - 4\, f_{i,j-1}^{n+1} + 3\, f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)} \qquad (3.61)$$

En appliquant les équations (3.60) et (3.61), les conditions aux limites peuvent être discrétisées comme suit.

- **Sur la paroi horizontale inférieure** $\left(y = -\frac{1}{2} \right)$

$$u_{i,1} = v_{i,j} = \Psi_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{1}{2} \quad , \quad C_{1,j} = \frac{1}{2}$$

- **Sur la paroi horizontale supérieure** $\left(y = \frac{1}{2} \right)$

$$u_{i,Nny} = v_{i,Nny} = \Psi_{i,Nny} = 0$$

$$T_{i,Nny} = -\frac{1}{2} \quad , \quad C_{j,Nnx} = -\frac{1}{2}$$

- **Sur la paroi verticale gauche** $\left(x = -\frac{1}{2} \right)$

$$u_{1,j} = v_{1,j} = \Psi_{1,j} = 0$$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \qquad \text{et} \qquad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3}$$

- **Sur la paroi verticale droite** $\left(x = -\frac{1}{2} \right)$

$$u_{Nnx,j} = v_{Nnx,j} = \Psi_{Nnx,j} = 0$$

$$T_{Nnx,j} = \frac{4T_{Nn-1,j} - T_{Nnx-2,j}}{3} \qquad \text{et} \qquad C_{Nnx,j} = \frac{4C_{Nnx-1,j} - C_{Nnx-2,j}}{3}$$

3.7. Algorithme du code de calcul

La résolution des équations gouvernantes est réalisée en utilisant l'algorithme de calcul suivant :

- Introduction des paramètres de contrô.
- Détermination du facteur de sur-relaxation ω.
- Génération de maillage
- Initialiser les champs de la température, *T*, sur la concentration, *C*, et de la fonction de courant, Ψ.
- Début de la boucle sur le temps.
- Effectuer le calcul du champ de température et de concentration à l'aide de la méthode ADI.
- Résoudre l'équation de mouvement selon la méthode SOR et calcul du champ de la fonction du courant.
- Calculer le champ de vitesse (u, v) à l'aide de la fonction de courant.
- Fin de la boucle sur le temps, dès que le critère de convergence suivant est respecté :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \Psi_{i,j}^{k}} \leq 10^{-8}$$

- Impression des Résultats.
- Fin du programme.

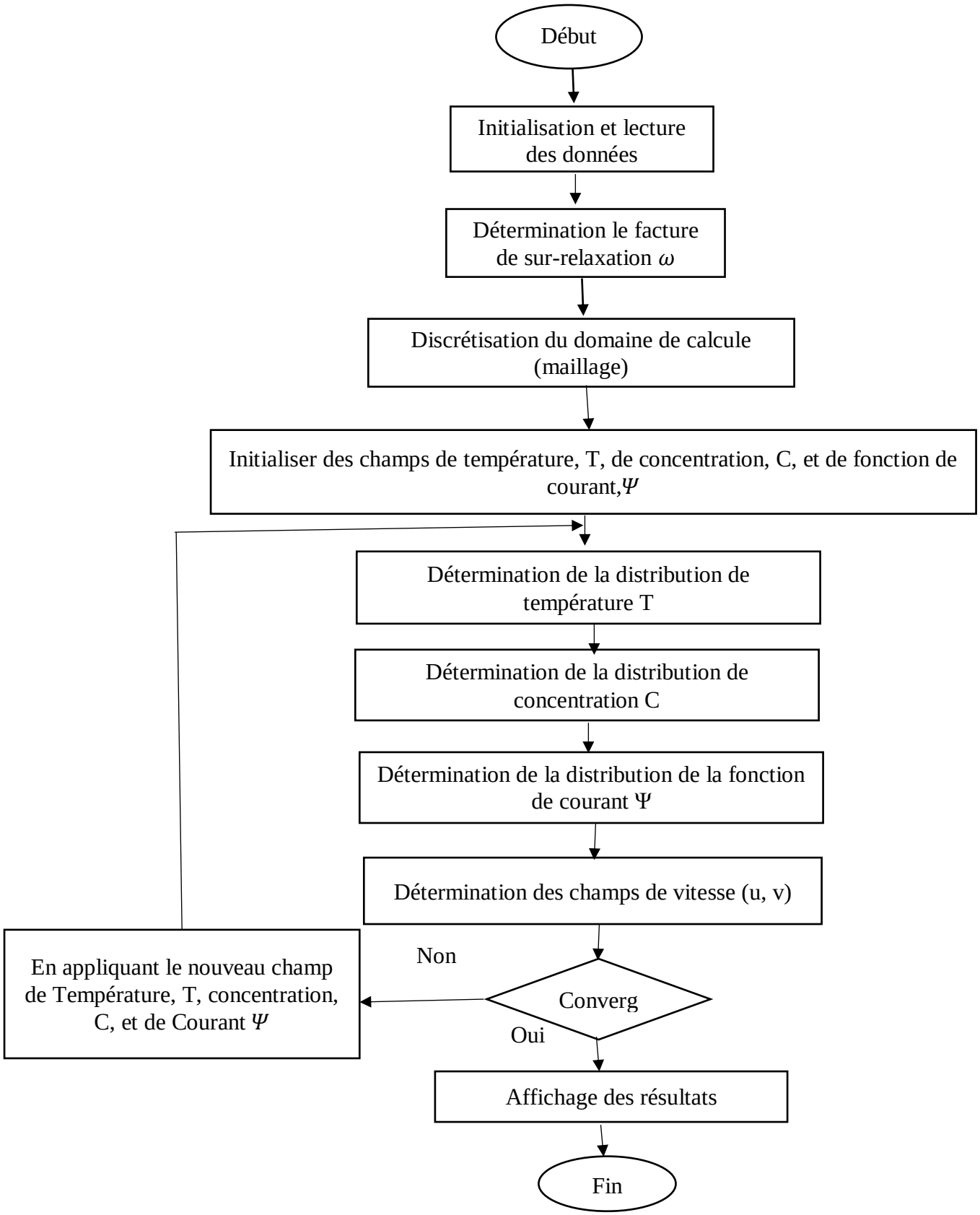


Figure 3.1 : Organigramme de la résolution généra

3.8. Choix de maillage

3.8.1. Effet de la sensibilité du maillage

Les simulations numériques les plus performantes pour la convection naturelle à double- diffusion ont été obtenues à l'intérieur d'une cavité carrée remplie par un fluide non-newtonien. Dans ce travail, on a employé un maillage uniforme pour les directions x et y, ce qui démontre que les valeurs numériques de Ψ_0, Nu, Sh, et μ obtenues au centre de la cavité. Le test de sensibilité de la grille est réalisé en se basant sur les taille de grille qui sont comprises entre 25×25 et 125×125 .il a été observé que les meilleurs résultats de la fonction d'écoulement ,Ψ, le nombre de Nusselt ,Nu, le nombre de Sherwood, Sh, et la viscosité apparente , μ, sont obtenus en employant un maillage uniforme de 110×110, ce qui permet de modéliser convenablement l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse à l'intérieure de la cavité carrée. Le pas de temps utilisé varie en fonction des valeurs des paramètres de contrôle et se situe dans l'intervalle suivant : $10^{-5} \leq \Delta t \leq 10^{-3}$.

Les résultats numériques sont présentés dans le tableau 1 pour : n = 0.6, Ra_T= 50, Le=10, N=-0.1 est $\phi = 0°$

Tableau 3.1 : Étude de sensibilité de la grille pour : n = 0.6, Ra_T= 50, Le=10, N=-0.1 et $\phi = 0°$

$N_x N_Y$	25×25	45×45	75×75	101×101	125×125
Ψ_0	3.1051	2.5711	3.3119	3.7935	3.6958
Nu	4.0943	3.3689	3.4873	3.8798	3.6909
Sh	7.5856	7.7528	11.5782	12.1084	11.5895
μ	1.8431	2.8967	3.8460	4.4927	5.7479

3.9. Validation du code numérique

Dans le but d'évaluer la précision de la solution, les résultats actuels des coefficients de transfert de chaleur, Nu, sont comparés avec ceux obtenus dans les études [110-111-112] concernant la convection naturelle dans une cavité, en utilisant la loi de puissance pour les fluides non-Newtoniens (voir le tableau 1). Cela indique que les résultats numériques de notre

travail, en termes de nombre de Nusselt moyen, sont en bon accord avec les résultats rapportés dans la littérature.

Tableau 3.2 : Valeur du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'indice de la loi de puissance

n	Nu_{avg} ***[110]***	**Error (%)**	Nu_{avg} ***[111]***	**Error (%)**	Nu_{avg} ***[112]***	**Error (%)**	Nu_{avg} ***Étude actuelle***
0.6	7.3823	1.07	6.9345	0. 16	7.020	0. 29	6.6578
0.8	5.6201	-	5.5127	-	-	-	-
1	4.7662	0.16	4.6993	0. 07	4.741	0. 12	4.5802
1.2	4.2227	1.9	4.1709	0. 10	-	-	4.0410
1.4	3.8464	3.03	3.7869	2.67	3.770	2.53	3.2161

Chapitre IV : Résultats et discussion

Ce chapitre s'intéresse à la modélisation numérique de la convection naturelle thermo-solutale au sein d'une cavité carrée inclinée, saturée par un milieu poreux et contenant un fluide non newtonien décrit par la loi de puissance. Les parois actives sont soumises à des conditions de Dirichlet, imposant des températures et des concentrations fixes, ainsi que les autres parois sont supposées adiabatiques et imperméable**.** Les résultats ont été obtenus en appliquant la méthode des différences finies, détaillée précédemment.

Les résultats illustrent l'influence de divers paramètres sur le transfert de chaleur et de masse, tels que l'indice de la loi de puissance, n, le nombre de Rayleigh thermique, RT, le nombre de Lewis, Le, le rapport de flottabilité, N, ainsi que l'ange incliné, ϕ. Les résultats numériques sont calculés dans les intervalles suivantes : $0.6 \leq n \leq 1.4$, $0 \leq RT \leq 100$, 10-1≤ $Le \leq 102$, $-5 \leq N \leq 5$ et $0° \leq \Phi \leq 90°$.

En outre, les résultats numériques ont été obtenus grâce à un code de calcule Fortran. Les résultats sont exprimés à travers des lignes de courant, d'isothermes, d'iso-concentration et de viscosité apparente. Le taux de transfert de chaleur et de masse au sein de la cavité est décrit à l'aide des nombres de Nusselt (Nu) et de Sherwood (Sh).

4.1. Effet des paramètres Rhéologique sur les structures d'écoulement

4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n

La figure 4.1 illuste l'influence de l'indice de loi de puissance,n, sur la distribution des lignes de courant, des isothermes et des contours d'iso-concentration pour n=0.4, 1 ,1.6 . Les résultats présentés montrent que le flux unicellulaire. La diminution de n intensifie les schémas d'écoulement et augmente les amplitudes thermiques et les iso-concentrations sur la paroi chaude, ce qui signifie une amélioration du processus de convection. Cela confirme que la diminution de l'indice de loi de puissance, n, entraîne de améliore le transfert de chaleur et de masse. La viscosité apparente varie également en fonction de l'indice de puissance, n, la transition entre un fluide qui s'épaissit par cisaillement (n=1,4) et un fluide qui s'amincit par cisaillement (n=1) étant plus complexe et déformé

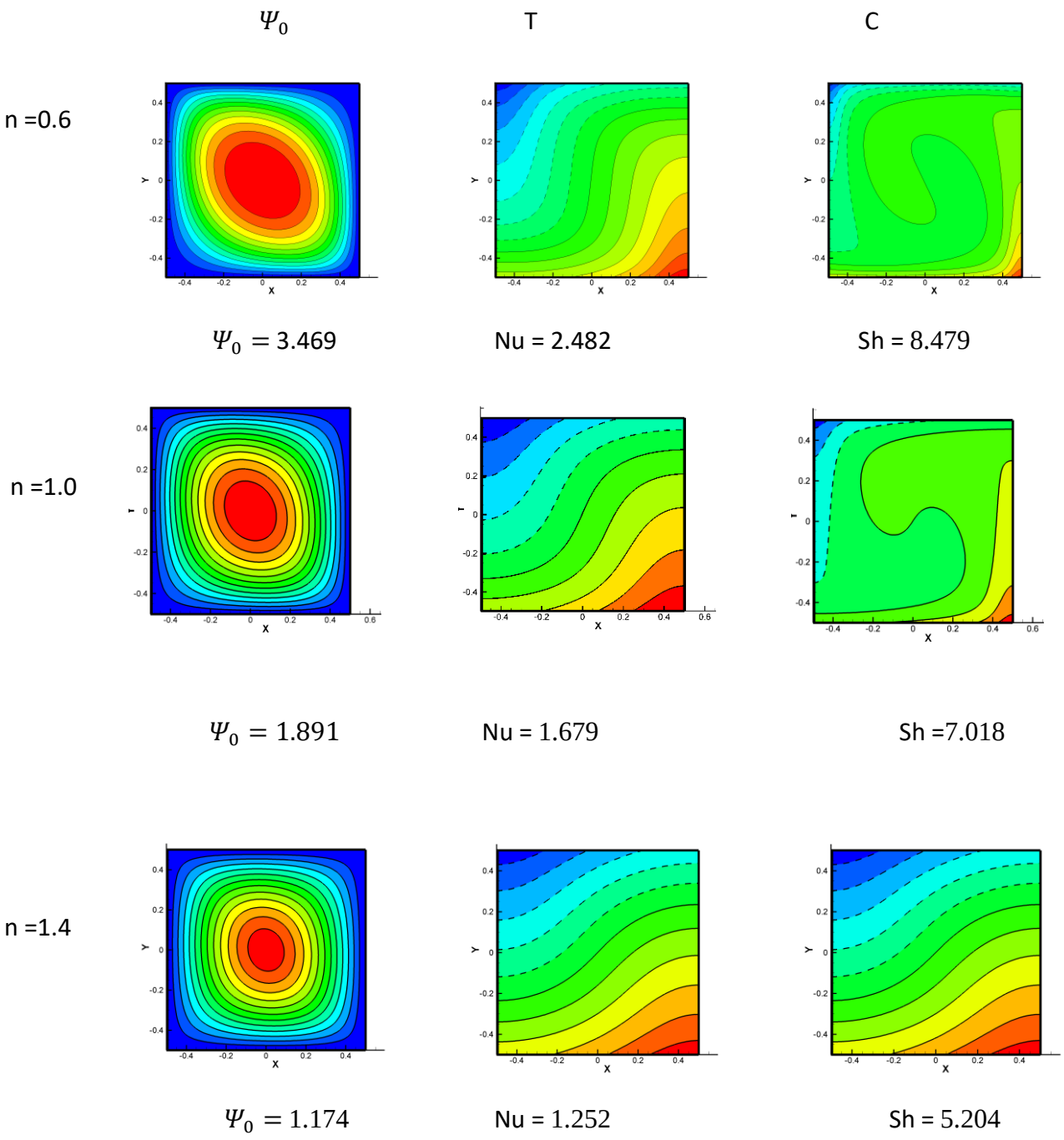


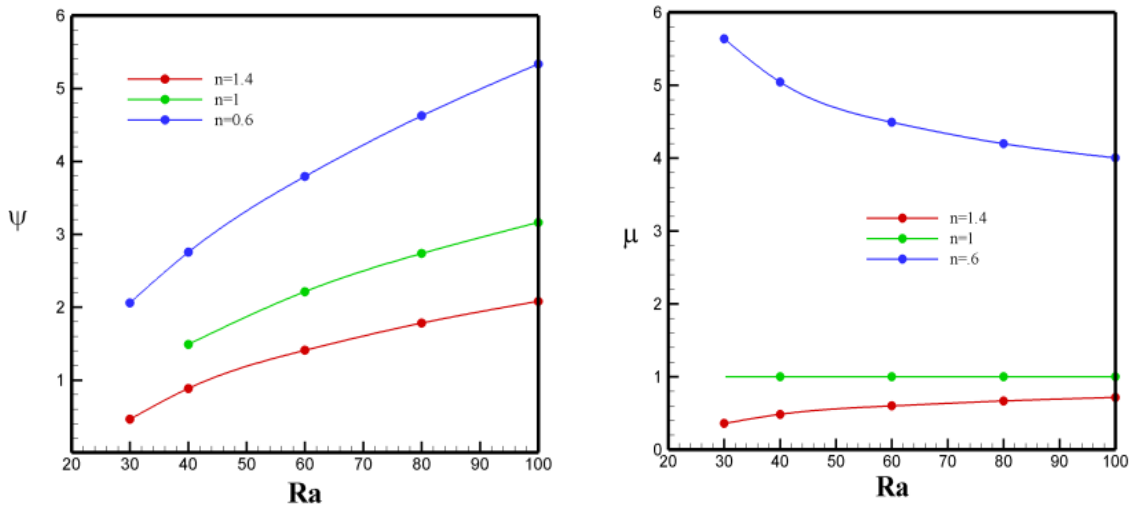
Figure 4.1 : Effet de différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente pour RT = 50, Le =10, N=-0.5 et Φ=0

4.2. L'influence de Ra et de l'indice de puissance, n, sur l'initiation de la convection

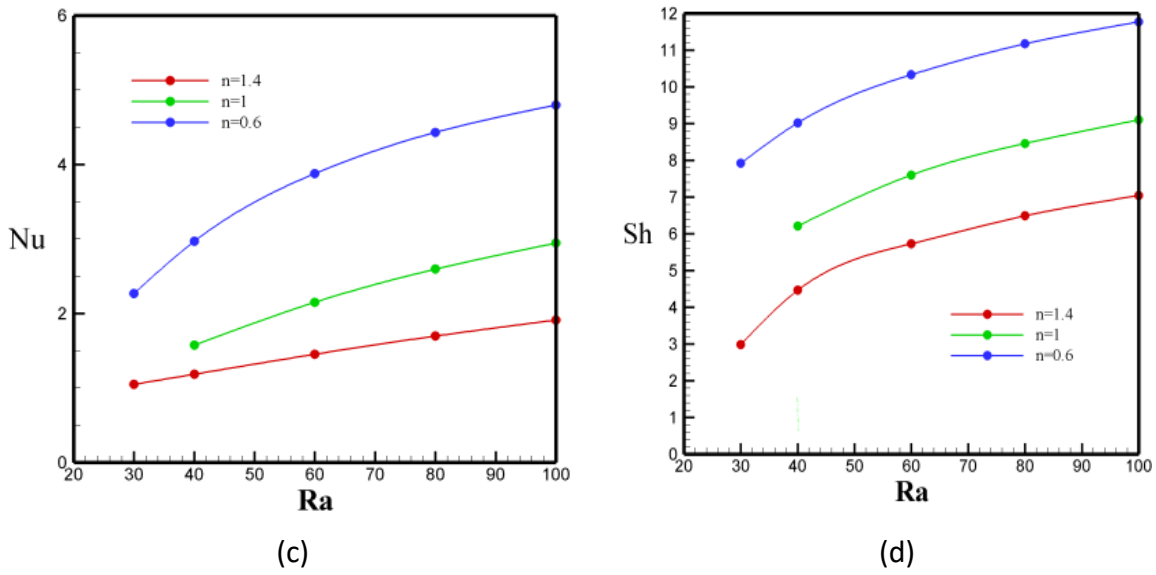
L'influence de l'indice de puissance, n, sur la fonction d'écoulement, Ψ_0, la viscosité apparente, μ, le nombre de Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh, en fonction de RaT pour Le = 10, $N = -0.1$, Illustré à la figure 4.2. On remarque que la fonction d'écoulement, les nombres ,Nu ,ainsi que les nombre de ,Sh, augmentent avec l'augmentation du nombre de ,Ra, ce qui montre que les transferts de chaleur et de masse deviennent plus efficaces à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, jusqu'à atteindre une valeur de 100.

De plus, cette figure montre également la présence d'une convection sous-critique qui se produit lorsque le nombre de Rayleigh est faible Ra < 100, pour les différentes valeurs de l'indice de comportement n prises en compte dans ce problème ,l'effet de n est facilement observable car Les fluides rhéofluidifiants ont des taux de transfert de chaleur et de masse plus élevés par rapport aux fluides newtoniens et aux fluides rhéoépaissisants.

Dont le rôle principal est de réduire la résistance visqueuse pour améliorer la circulation du fluide à travers le milieux poreux.



(a) (b)



(c) (d)

Figure 4.2 : Effet de, Ra , et de l'indice de puissance, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, N=-0,5 et Φ=0°

4.3. Influence de l'ange incliné, Φ, et du nombre de Rayleigh „ sur le phénomène de la convection

La figure 4.3 illustre l'impact de l'angle d'inclinaison, ϕ, sur la fonction de courant, la viscosité apparente, μ, le nombre de Nusselt , Nu, et le nombre de Sherwood, Sh, en fonction de la loi de puissance n , pour Le=10, N=-0,5, R_T = 50. L'étude consiste à faire varier l'angle d'inclinaison de 0° à 90°.

D'après la figure 4.3(a), la fonction de courant diminue avec l'épaississement par cisaillement ,n, lorsque n=1,4 et n= 0,6 et augmente l'angle d'inclinaison ,ϕ, (de 0° à 90°). La figure 4.3 (b) illustre que la viscosité reste constante pour (n=1 →μ=1) et (n=1,4 →μ< 1), mais augmente lorsque n=0,6 à mesure que l'angle d'inclinaison ϕ ° augmente . En outre, Les figures 4.3(c)-(d) illustre qu'à mesure que l'angle d'inclinaison augmente, le nombre de Nusselt et de Sherwood diminuent, entraînant ainsi une réduction du taux de transfert de chaleur et de masse. Les valeurs les plus élevées de Nu et Sh sont observées lorsque ϕ=45°, ce qui favorise les meilleurs échanges thermiques et massiques. De plus, les transferts de chaleur et de masse atteignent leur maximum lorsque n=0,6 pour les fluides rhéoépaississants, ce qui améliore considérablement les échanges dans cette condition.

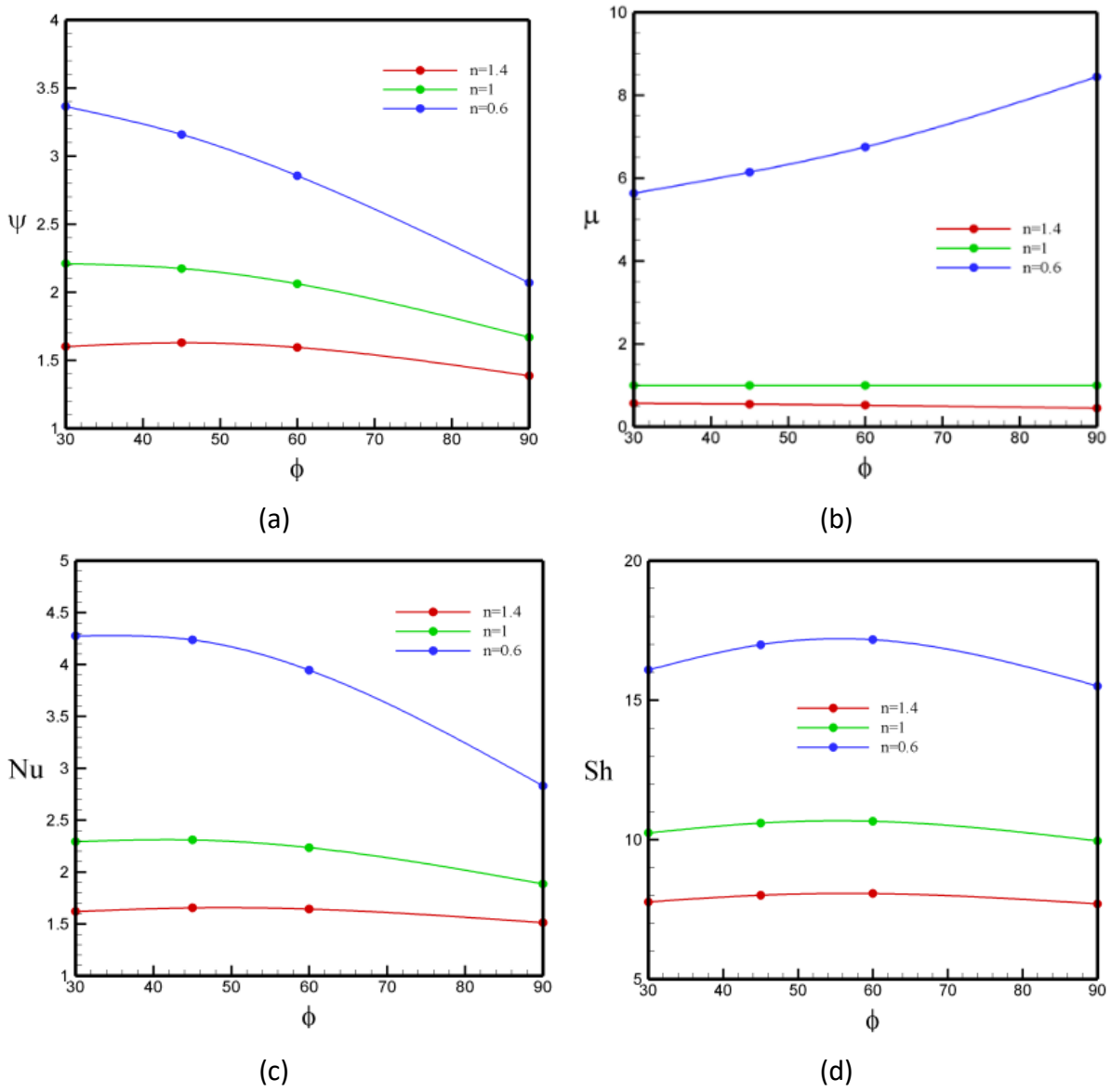


Figure 4.3 : Impact de l'angle incliné, Φ, et, n, sur :(a) la fonction d'écoulement aucentrede la cavité, $\psi 0$, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Nusselt, Nu, et (d) le nombre de Sherwood, Sh, pour Le=10, Ra_T=50, et N=-0,5

4.4. Effet de rapport des forces, *N*, sur l'apparition de la convection

la figure 4.4 illustre L'effet du rapport de flottabilité N sur la fonction d'écoulement Ψ_0, la viscosité, le nombre de Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh, pour Ra_T = 50 , Le = 10, et différentes valeurs de n, Le paramètre N, a été analysé sur une plage comprise entre -5 et 5.

En remarque que la fonction de courant, le nombre de Nu et Sh augmentent rapidement avec

la diminution de n de n=1,4 à n=1 lorsque (N>0), l L'écoulement est progressivement dominé par l'effet combiné des forces de flottabilité thermique et solutale, ce qui génère un mouvement convectif dans le sens des aiguilles d'une montre. Dans le cas ou N=0, le régime est purement thermique, marqué par l'absence d'effets solutaux , et correspond à une conduction thermique pure. Les gradients de température engendrent alors un mouvement convectif orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (ψ> 0). D'autre part, Lorsque (N<0) les forces sont opposées (N= −5), l'écoulement reste dominé par les solutés, ce qui entraîne un flux inverse (ψ < 0). Dans ce même intervalle, la transition du régime de conduction au régime de convection se produit lorsque la valeur de n, inférieure à celle des régimes supercritiques pour R_T=50, est atteinte. Par la suite, pour de grandes valeurs négatives, l'effet solutal devient nettement dominant, ce qui rend le flux négatif. En dessous de la valeur critique, le système reste purement conductif (ψ=0, Nu=Sh=1), peu importe l'amplitude de la perturbation. Le comportement de l'écoulement est fortement influencé par le taux de flottabilité. Il est à noter que le transfert de masse atteint plus rapidement un maximum asymptotique que le transfert de chaleur .C'est une conséquence directe du nombre de Lewis (Le = 10) sur le transfert de masse. À mesure que n diminue de (n = 1,4 à n = 0,6) et que N augmente, on observe une légère différence de viscosité pour μ = 1 (fluides newtoniens), puis une diminution brusque qui atteint des valeurs de viscosité pour les fluides rhéoépaississants, μ < 1. La viscosité des fluides newtoniens est constante, tandis que celle des fluides non newtoniens est modifiée par les dérivées partielles de la vitesse par rapport au déplacement sous forme d'une puissance. En revanche, les fluides rhéoépaississants offrent de meilleures performances en matière de transfert de chaleur et de masse que les fluides rhéofluidifiants, c'est-à-dire qu'à mesure que l'indice d'épaississement par cisaillement augmente, la viscosité apparente augmente également.

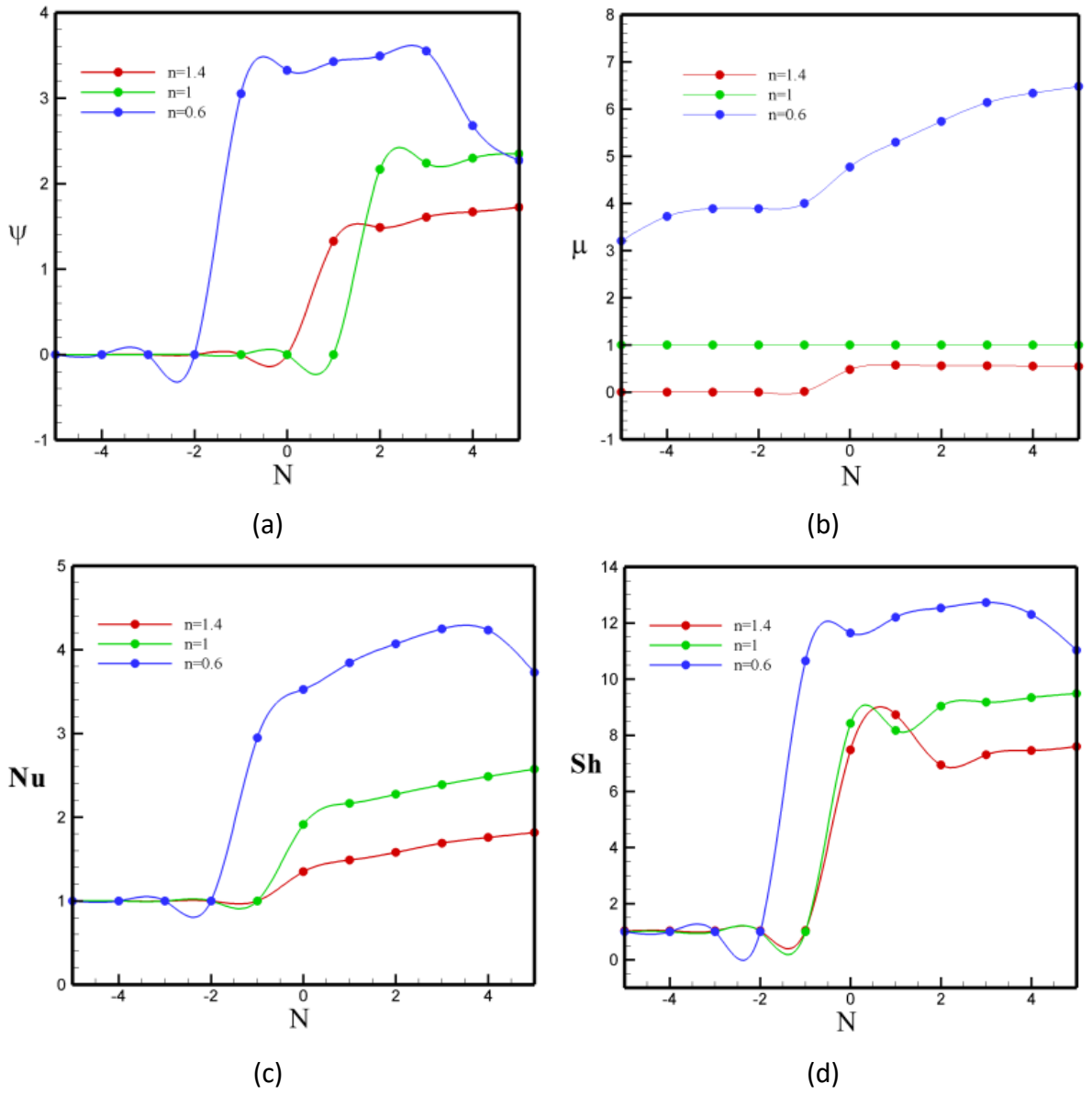


Figure 4.4 : Influence du rapport de flottabilité, N, et, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, Ra_T=50, et Φ=0°

4.5. Impact des nombres de Lewis Le, et n, sur le déclenchement de la convection

L'influence du nombre de Lewis (Le) et la loi de puissance (n) sur la fonction de courant, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt est illustrée dans la figure 4.5

La figure 4.5(a) illustre qu'une augmentation du nombre de Lewis, Le, entraîne une augmente significativement de la fonction du courant pour n=0.6 la fonction de courant

devient nulle (Ψ=0), lorsque n= 1, tandis que pour n=1.4 elle augmente jusqu'à Le =50, puis diminue à partir de Le =100 pour une valeur de l'intensité du flux nulle. la figure 4.5 (*b*) montre que La viscosité apparente reste constante pour n=1 (fluides newtoniens μ=1), elle est inférieure à l'unité pour n=0.6 (fluides à épaississement par cisaillement), et supérieure à l'unité pour n=0,6 (fluides à amincissement par cisaillement).

Les figures 4.5(*c,d*) indiquent que les nombres de Nu et de Sh sont faibles dans la plage 1≤ n ≤1.4, nous observons que pour la valeur de l'indice de loi de puissance n=0.6 l'augmentation de nombre de Le entraîne une diminution de nombre de Nu, Cette réduction du nombre de Nusselt se traduit clairement par une diminution du coefficient de transfert de chaleur. Ainsi que, la variation du coefficient de transfert de masse en fonction de nombre de Lewis montrent que une hausse de Le provoque une élévation de Sh pour n=0,6. Cela souligne une amélioration significative de l'efficacité des échanges de masse.

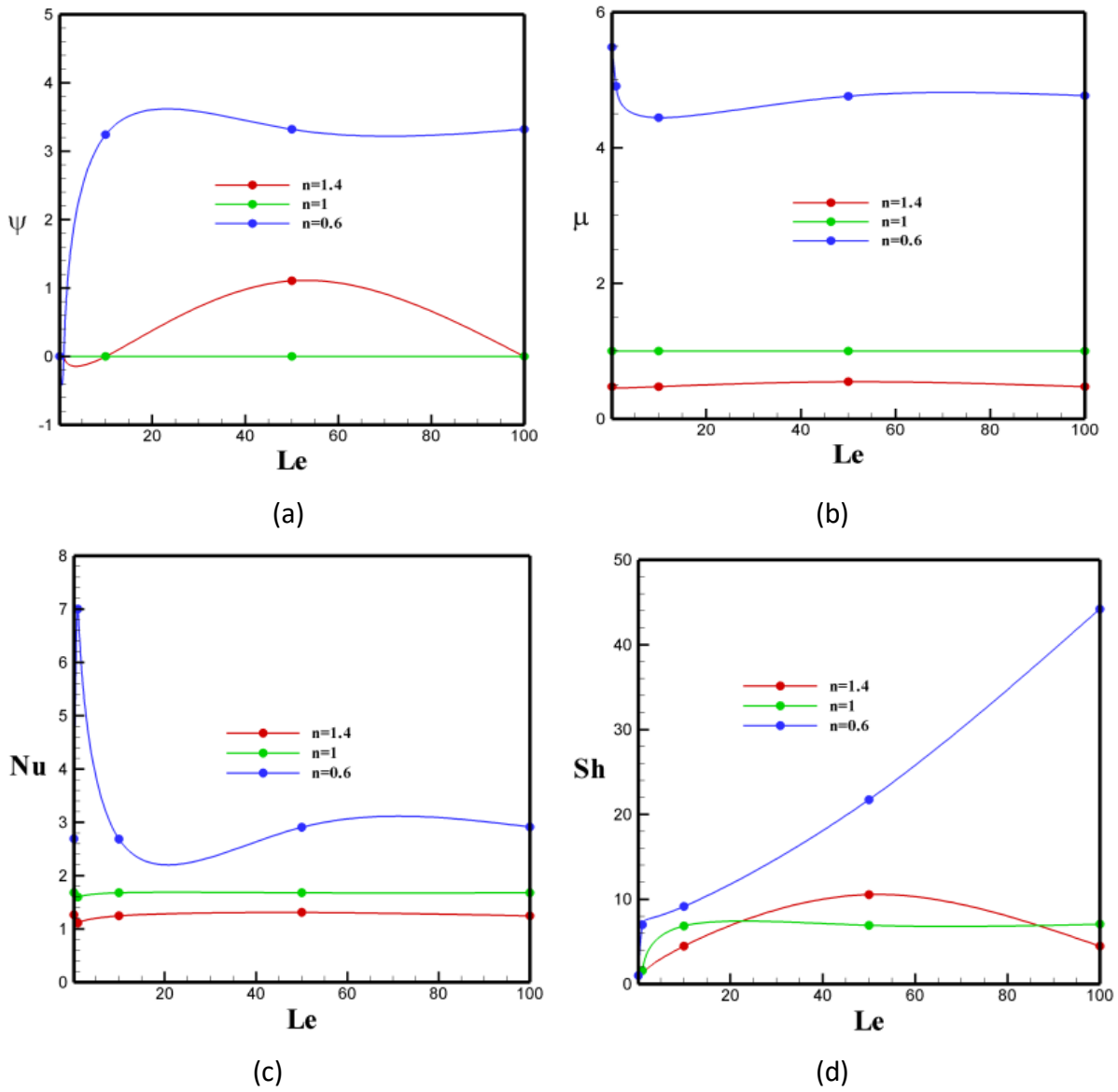
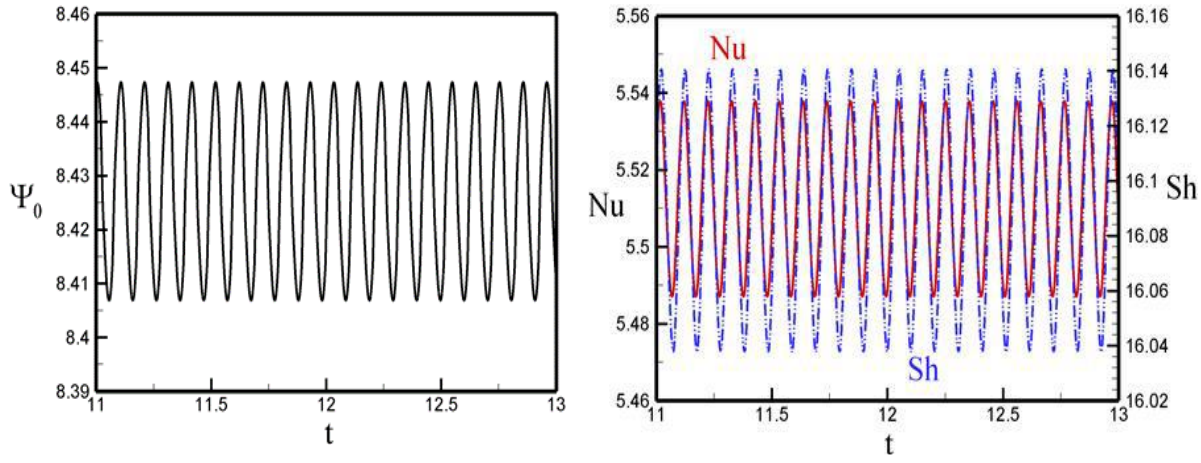


Figure 4.5 : Influence du nombre de Lewis, Le, et, n, sur : la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, la viscosité apparente, μ, le nombre de Sherwood, Sh, et le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, RaT=50, et Φ=0°.

4.6. Historique temporel de la fonction d'écoulement Ψ , le nombre Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh

Dans la cavité carrée se produit un écoulement de type oscillatoire , La figure 5(a) et 5(b) illustre l'évolution temporelle de **Ψ** , Nu et Sh, Ra =50. Par des résultats numérique

La solution montre que le flux oscillatoire est simplement périodique et instantané des perturbations de la fonction de flux (obtenue en soustrayant la solution moyennée dans le temps) aux différents pas de temps



(a) (b)

Figure 4.6: Historique temporel : (a) de la fonction d'écoulement Ψ, (b) le nombre Nusselt, Nu, et le nombre de Sherwood, Sh

4.7. Effet de l'angle d'inclination, ϕ, sur les structures d'écoulement

La figure 4.7 montre l'effet de l'angle d'inclinaison, ϕ, sur les lignes de courant, les isothermes, l'iso-concentration de la cavité carrée. Représentés de gauche à droite, respectivement, Les inclinaisons considérées sont : ϕ = 30°, 45°, 60° et 90°.

L'écoulement est monocellulaire pour toutes les valeurs de l'angle d'inclinaison considérées, l'intensité de l'écoulement diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclination, ϕ, On constate que le nombre de Nusselt local diminue lorsque l'angle d'inclinaison, ϕ, de la cavité augmente. Par conséquent, à mesure que l'angle d'inclinaison, ϕ, augmente le transfert thermique par convection diminue, cela entraîne une baisse du taux de transfert thermique. En outre, les contours montrent également que la densité des iso-concentrations sur la paroi chaude augmente légèrement pour atteindre, Sh=17.1734 lorsque l'angle d'inclinaison, ϕ, passe de 30°à 60°, ce qui signifie que le transfert de masse s'améliore, puis diminuer progressivement lorsque l'angle d'inclinaison, ϕ =90.

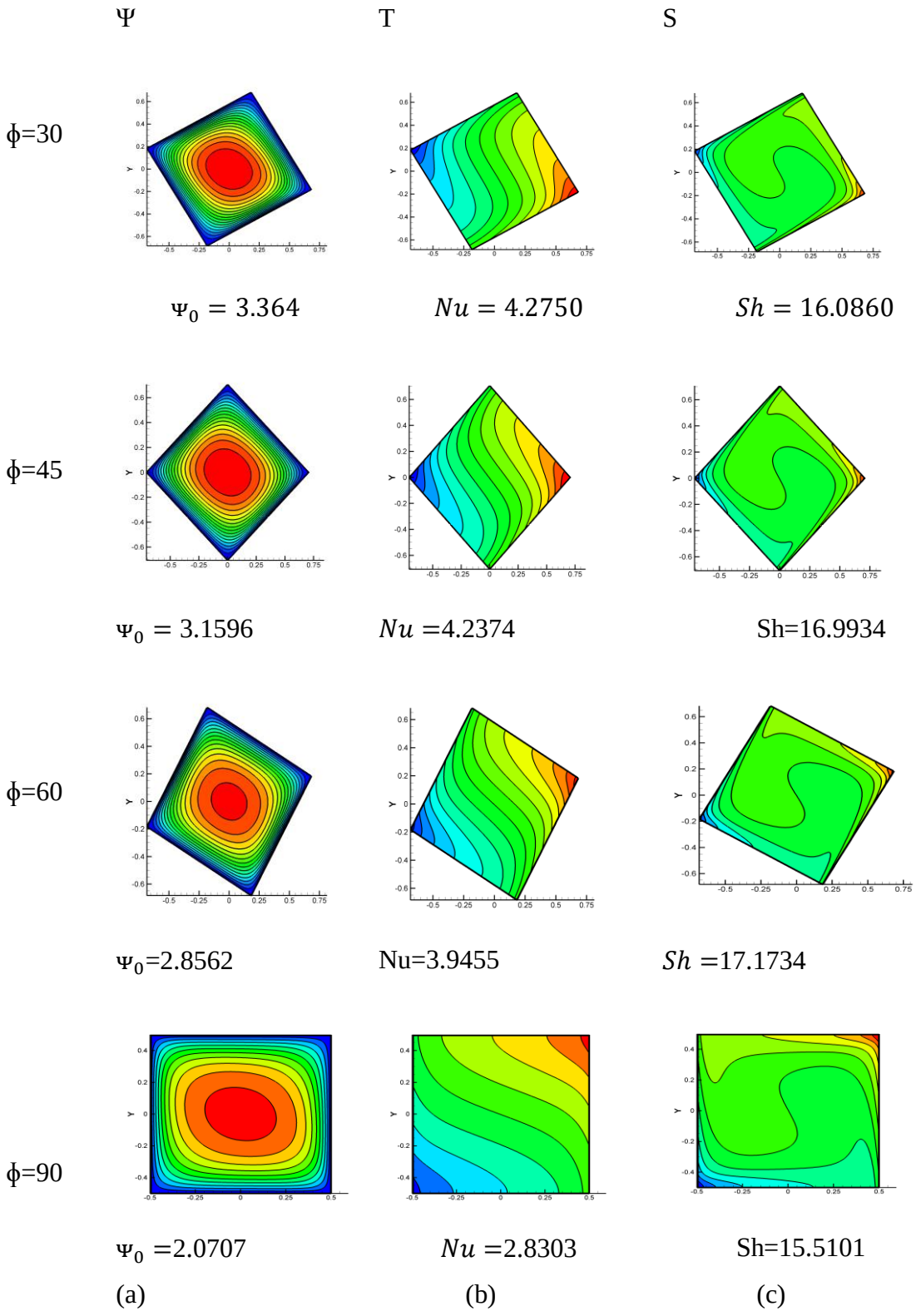
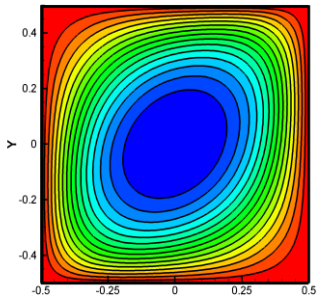
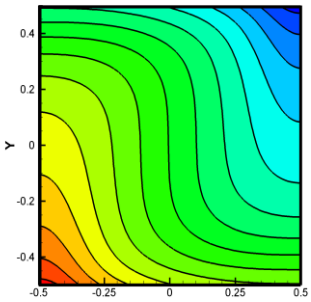
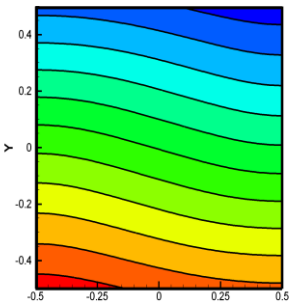
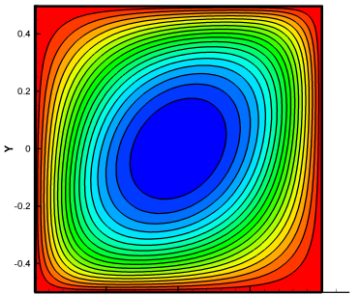
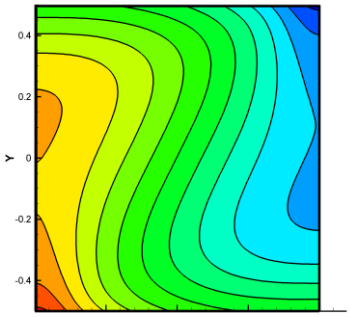
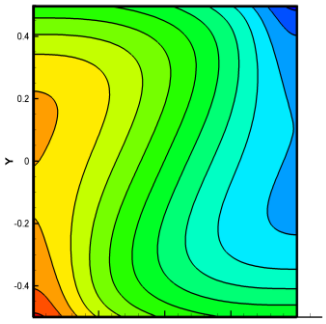
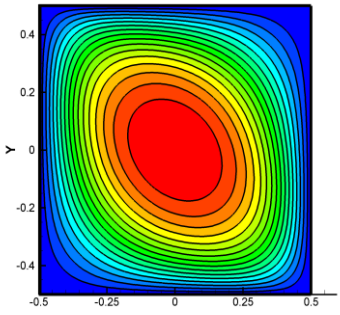
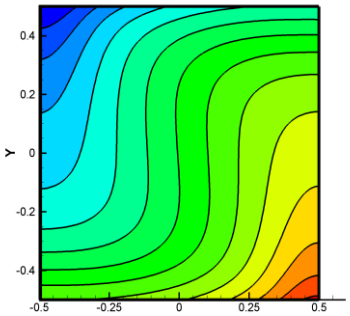
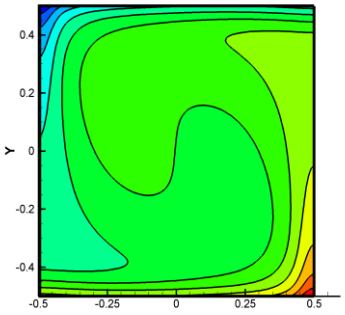


Figure 4.7 : Effet de la variation de l'angle d'inclination, ϕ, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et pour R_T = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6

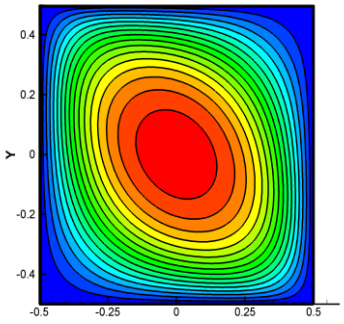
4.8. Impact du nombre de Lewis, noté Le, sur les configurations d'écoulement

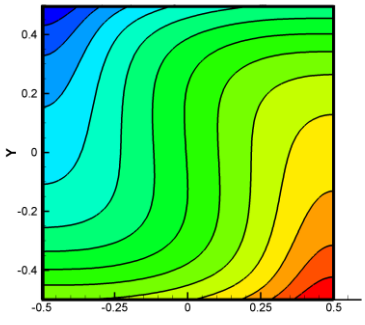
Effet du nombre de Lewis, Le, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et pour R = 50, Le =10, N= -0.5 et n=0.6 pour différents nombres de Lewis (Le=0.1, Le=1, Le=10,le=100), Il apparaît que, lorsque des conditions aux limites de type Dirichlet sont imposées, tous les résultats observés correspondent à un écoulement monocellulaire.

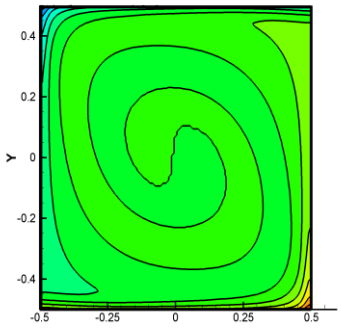
La figure 4.8 démontrez que les lignes de courant deviennent elliptiques au centre de la cavité, la fonction d'écoulement augmente de façon significative avec l'augmentation du nombre de Lewis, Le, pour atteindre Ψ=3.3945.cela signifier qu'il y a une amélioration du processus de convection. En autre, on observe que les contours des iso-concentrations obtenus lorsque Le=1, sont parfaitement verticale ce qui montre que la diffusion pure est le mécanisme qui dominant le transfert de masse. Les isocontours de concentration sont déformés de plus en plus avec l'augmentation du nombre de Lewis, une augmentation du nombre de Lewis, Le, entraîne une augmentation du nombre de Sherwood ,h, et du nombre de Nusselt ,Nu, De plus, cela confirme l'amélioration de l'échange de chaleur et de masse.

	Ψ	T	S
Le=0.1			
	Ψ =3.2415	Nu=2.6901	Sh=1.0427
Le=1			
	Ψ =3.3051	Nu=3.0720	Sh=11.3537
Le=10			
	Ψ =3.3945	Nu=3.5269	Sh=11.8849

Le=100







Ψ =3.4213 Nu= 3.5147 Sh=21.7399

Figure 4.8 : Effet de la variation du nombre de Lewis sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et pour RT = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6

4.9. L'impact de l'angle d'inclinaison, symbolisé par ϕ, sur les courbes des grandeurs courant, température et concentration

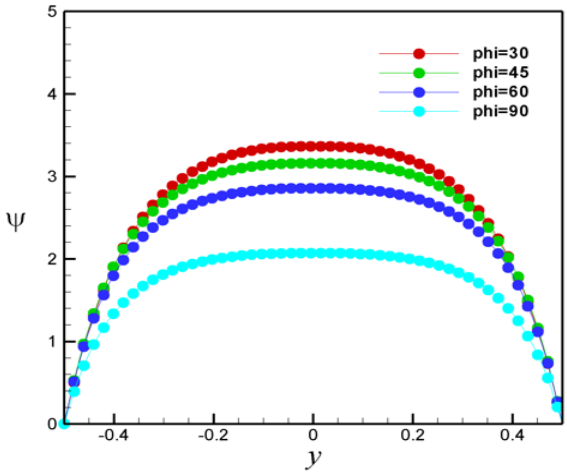
Les figures 4.9 montrent l'effet de la variation de l'angle d'inclinaison, ϕ, sur les profils de la fonction de courant, Ψ, la température, *T*, et la concentration s.

Les paramètres constants de l'étude sont le nombre de Lewis (Le = 1), le nombre de Rayleigh (Ra = 50), l'indice de loi de puissance (n= 0.6), le rapport des Forces (*N*=-0.5). Le paramètre de l'étude est l'inclinaison de la cavité (ϕ = 30°, 60° et 90°).

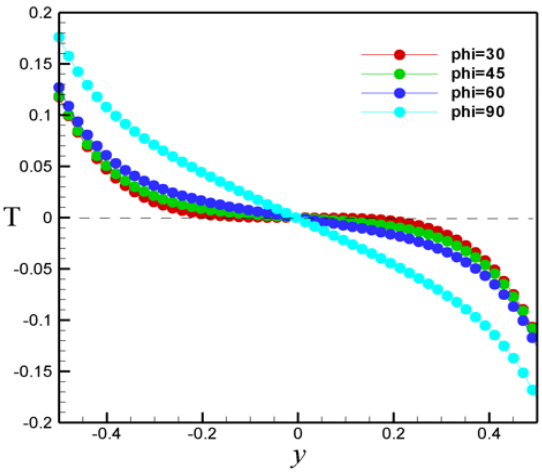
Les profils présents une symétrie par rapport au centre de la cavité (y=0).La figure 4.8 (a) montre que la fonction d'écoulement augmente de zéro sur les parois vers un sommet au niveau du centre de la cavité. De plus, la fonction d'écoulement augmente avec la diminution de l'angle d'inclinaison, ϕ. En outre, le fluide devient moins visqueux sous l'effet du cisaillement. Par conséquent, l'intensité de l'écoulement augmente et favorise ainsi la circulation de l'écoulement au sein de la cavité.

L'effet de l'angle d'inclinaison, ϕ, sur les profils de température est illustré dans La figures 4.9(b) à mesure que l'angle d'inclinaison, ϕ, diminue, la température baisse vers le centre du système, ce qui provoque une augmentation importante du taux de transfert de chaleur par convection.

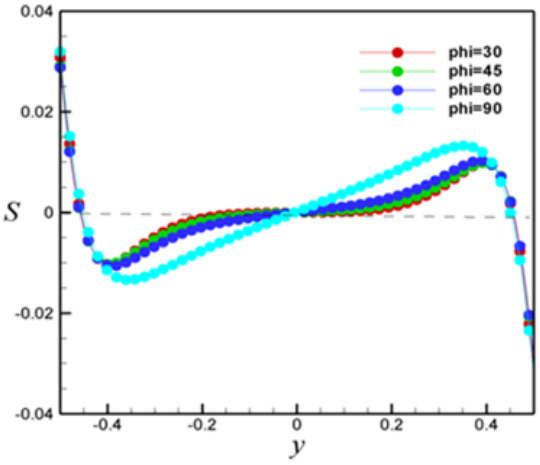
La même remarque a été confirmée par les profils de concentration, comme le montre la figure 4.8(c), il est observé que la différence de concentration entre les deux parois horizontales diminue de manière suffisante pour favoriser le transfert de masse.



(a)



(b)



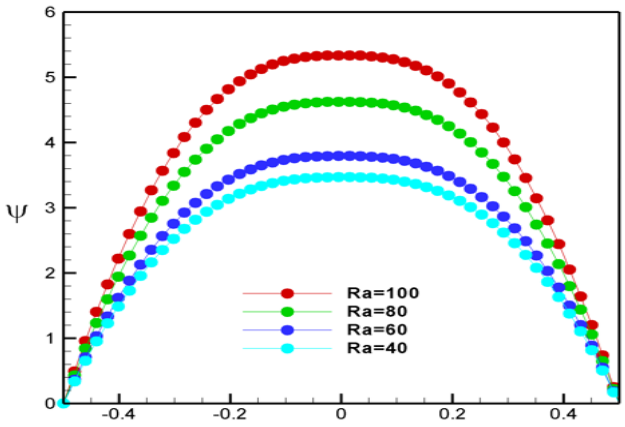
(c)

Figure 4.9 : Effet de différentes valeurs de l'angle d'inclination, ϕ, sur : sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) la température, *T*, et (c) les profils de concentration, pour RT = 50, Le =10, N=-0.5 et n=0.6

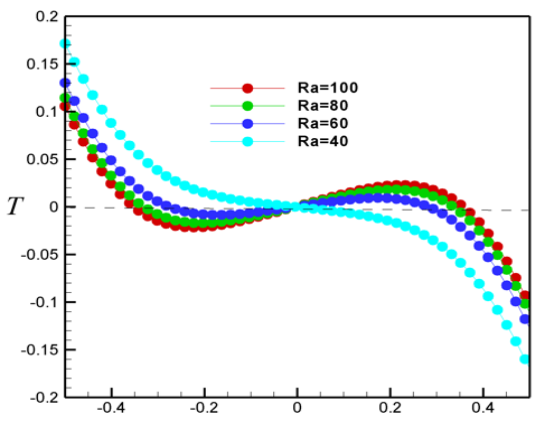
4.10. Impact du nombre de Rayleigh, noté Ra, sur les profils de la fonction d'écoulement, la température et de la concentration

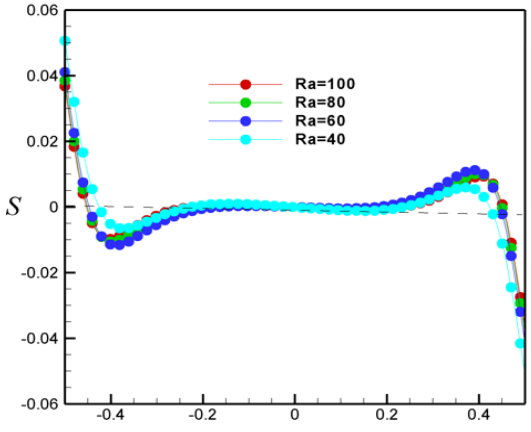
L'influence du nombre de Rayleigh ,Ra, sur les profils de la fonction d'écoulement, Ψ, la température, T, et la concentration, S. Obtenus au centre de la cavité, y = 0. Sont montrés dans la figure 4.10. Les paramètres constants de l'étude sont le nombre de Lewis (Le = 10), l'indice de loi de puissance (n= 0.6), le rapport des Forces (N= -0.5).

D'après la figure 4.10(a) on observe que L'intensité d'écoulement augmente considérablement lorsque la variation du nombre de Rayleigh, Ra, est plus élevée. La figure En outre, les profils de température et de concentration illustrés dans les Fig. 4.10(c)-(d) montrent également que le taux de transfert convectif de chaleur et de masse augmente de manière significative lorsque le nombre de Rayleigh, Ra, augmente. De plus, le profil de température présentée dans la Figure 4.10 (b) montre que à mesure que le nombre de Rayleigh, Ra, augmente, la température entre les parois horizontales diminue, indiquent les effets de la force de flottabilité se renforcent par rapport aux forces visqueuses, ce qui augmente le transfert de chaleur. Comme le montre la figure 4.8(d) On remarque que l'augmentation du nombre de Rayleigh, Ra, entraîne une légère augmentation de la différence de concentration dans la paroi.



(a)





(b) (c)

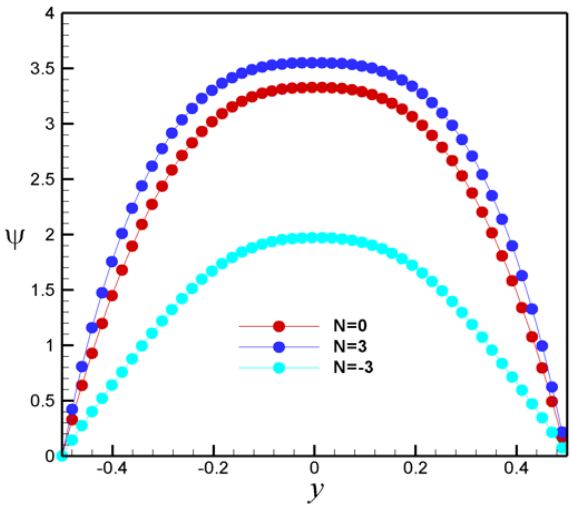
Figure 4.10 : Effet de différentes valeurs du nombre de Rayleigh, Ra, sur : sur (a) la fonction de courant, ψ, (b) la température, *T*, et (c) les profils de concentration, pour Le =10, N=-0.5 et n=0.6

4.11. Impact du rapport de volume , N, sur les courbes de d'écoulement, la température et la concentration

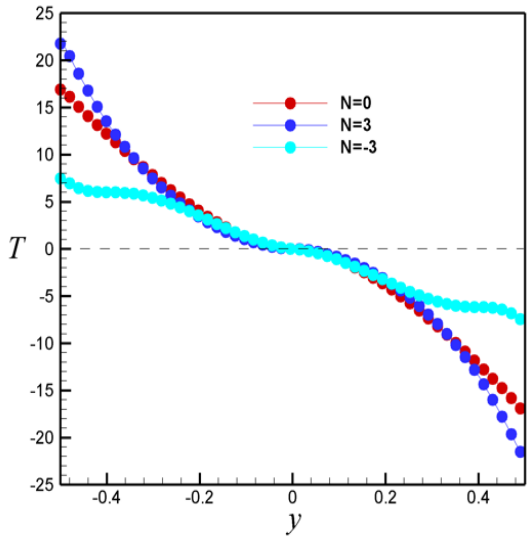
L'effet du rapport de flottabilité N sur la fonction de courant, les transferts de chaleur et de masse est présenté numériquement et analytiquement sur la figure 4.11(a) et (d) en termes de variations de fonction de courant Ψ, la température, T, et la concentration, S en fonction de N Obtenus au centre de la cavité, y = 0 pour RT = 50, ϕ=0,Le =10 et n=0.6. Le rapport des forces volumiques N est varié dans la gamme -3 à 3

la figure 4.11(a) montre que l'augmentation de la fonction de courant entraine une augmentation du rapport des forces de volume , N, c'est-à-dire a mesure que N augmente N >0 ,les forces de flottabilité thermiques est solutales (thermosoudable) dominent , et cela provoque un mouvement convectif dans le direction des aiguilles d'une montre. En outre, Pour (N=0) absence de l'effet solutable il n'y a aucune variation de la concentration dans le fluide, dans ce cas le fluide se déplace uniquement en raison des variations de température, En d'autres termes, l'écoulement est dominé par les forces thermiques .

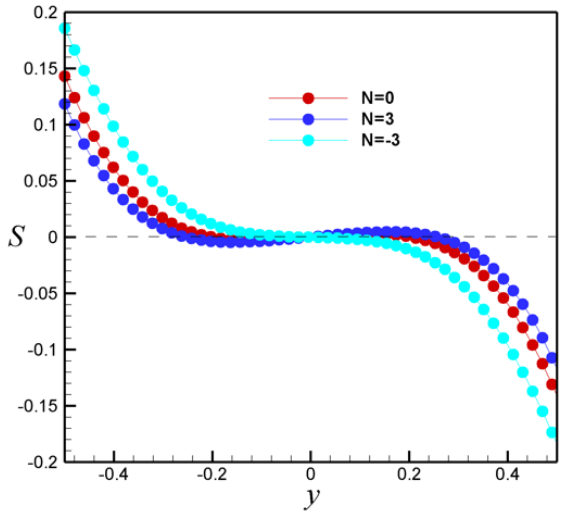
Les figures 4.11(b) et 4.11(c) illustrent que lorsque les forces de flottabilité thermiques est solutales augmente, les profils de la température et de la concentration baisse vers le centre du système, de plus, les courants de convection deviennent plus forts à mesure que N augmente. En effet, plus N est grand, plus les courants convectifs deviennent prédominante, et cela permet une amélioration considérablement de l'échange thermique et massique dans le fluide non newtonien .



(a)



(b)



(c)

Figure 4.11 : Influence du rapport de flottabilité, N, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ, (b) la température, T, (c) la concentration, S, pour RT = 50, ϕ=0,Le =10 et n=0.6

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude, nous avons examiné de manière numérique et analytique la convection naturelle thermo-solutale au sein d'une cavité carrée. Des conditions aux limites de type Newman (flux de chaleur et de masse uniformes) ont été appliquées sur les parois actives de la cavité, tandis que les parois opposées sont considérées comme adiabatiques et imperméables, Le milieu de la cavité est constitué d'un milieu poreux saturé d'un fluide non-Newtonien, dont le comportement rhéologique est modélisé par la loi de puissance (la loi de puissance). L'écoulement étudié est supposé être laminaire.

En se basant sur le modèle de Darcy ainsi l'approximation de Boussinesq, nous avons développé le modèle mathématique représentant le phénomène de convection thermo-solutale dans le milieu poreux.

La discrétisation du système d'équations est effectuée à l'aide de la méthode (ADI), et la fonction de courant a été obtenue en utilisant la technique de (S.O.R).

Dans ce travail, des résultats ont été obtenus en fonction de différents paramètres rhéologique de fluide non-Newtonien, le nombre de Rayleigh Ra , le nombre de Lewis Le , le rapport de flottabilité N , l'indice de loi de puissance n et l'angle d'inclinaison Φ, L'influence de ces paramètres rhéologique sur le contour de linge de courant, ainsi que le transfert de chaleur, le transfert de masse, et la viscosité apparente , a été examiné dans cette thèse.

Les résultats majeurs de cette étude peuvent être résumées ainsi :

- ✓ L'augmentation du nombre de Rayleigh renforce la convection naturelle dans l'enceinte, ce qui favorise à la fois l'intensité de l'écoulement ainsi que les transferts de chaleur et de masse.
- ✓ Le nombre de Nusselt moyen augmente pour les fluides rhéofluidifiants ,tandis qu'il diminue pour les fluides rhéoépaississants , par rapport aux fluides newtoniens. Ces variations sont particulièrement significatives pour les fluides rhéofluidifiants ($n < 1$).
- ✓ La réduction de l'indice de loi de puissance (n) augmente la viscosité apparente du fluide et favorise la convection naturelle dans l'enceinte, entraînant une augmentation du taux de transfert de chaleur et de masse.
- ✓ L'influence de l'angle d'inclinaison sur les transferts convectifs de chaleur et de masse devient plus marquée lorsque n diminue. Plus précisément, l'effet de la charge est maximal à 45°.
- ✓ L'amélioration de la convection naturelle résultant de la réduction de n est plus

prononcée pour des nombres de Lewis plus élevés.

- ✓ pour un rapport de poussée positif N < 0, les forces thermiques et solutales s'additionnent, ce qui augmente l'intensité de l'écoulement. ce qui augmente l'intensité de l'écoulement et améliore les transferts de chaleur et de masse.
- ✓ La diminution de l'indice de puissance provoque une élévation de nombre de Nusselt et de nombre de Sherood lorsque le nombre de Lewis augmente.
- ✓ Lorsque l'angle d'inclinaison augmente, la convection thermique diminue, entraînant ainsi une baisse du taux de transfert de chaleur.
- ✓ L'augmentation du nombre de Rayleigh, Ra, provoque une amélioration du transfert thermique et massique.

Recommandations et perspectives

Après cette étude, de nombreuses perspectives ont émergé qui peuvent être prises en compte dans de futures recherches :

- ✓ Créer un code numérique en 3D afin d'analyser l'impact en trois dimensions.
- ✓ La recherche demeure académique sans les résultats expérimentaux. Pour rendre les conclusions de cette étude réalistes, il serait donc intéressant de mener des expériences avec des fluides non-Newtoniens.
- ✓ Il convient de considérer d'autres structures géométriques et physiques.
- ✓ Il est essentiel de prendre en compte la possibilité de modifier la méthode numérique utilisée pour analyser les équations gouvernantes, telles que la méthode des éléments finis ou la méthode des volumes finis.

RÉFÉRENCES

[1] Ostrach, S., “Natural Convection in Enclosures”, J. Heat Transfer, Vol. 110, pp.1175-1190, 1988

[2] Chandrasekhar,S.,"Hydrodynamicand Hydromagnetic Stability", Dover Publications, Inc.,New York, (1961), p.

[3] H. Stommel et A.B Arons (1956) « An Oceanographic Curiosity: the Perpetual Salt Fountain» Deep-Sea Research, (1956), 3.152-153.

[4] M.E Stern « Collective Instability of Salt Fingers » Journal of Fluid Mechanics, (1969), 35 209-218.

[5] Sammouda. M, «Modélisation Théorique et Numérique du Phénomène de la Convection Naturelle et Thermosolutale dans les Milieux poreux à Porosité Variable » Université de Mohammed V-agdal, Thèse de Doctorat, (2012).

[6] zahra neffah, « analyse de transfert thermique et massique d’un fluide non newtonien en régime oscillatoire dans un canal muni de cloisons poreuses » thèse, Université de houari Boumediene, (2018).

[7] Hollister, S. K. (1992). A comparison of homogenization and standard mechanics analyses

for periodic porous composites, 10. 73-95.

[8] Tarek I. Zohdi, P. W. (2004). An introduction to computational micromechanics, Lecture notes in applied and computational mechanics Volume 20.

[9] Bories, S., Mojtabi, A., Prat, M., Quintard, M : Transferts de chaleur dans les milieux poreux- conduction, convection, rayonnement. Technique de l’ingénieur, (2008).

[10] M. Kaviany**,** Principles of heat transfer in porous media.Springer, (1995).

[11] Mahdhaoui. H « etude numerique des transferts de masse et de chaleur dans un canal contenantun materiau poreux de section carree » Université de Carthage, Thèse de Doctorat, (2018).

[12] Ergun, S. Fluid flow through packed columns. Chemical Engineering Progress, 48:89. (1952)

[13] Scheidegger, E: The Physics of flow through porous media. 3rd Edition, University Toronto Press, (1974).

[14] Salama. S « Ecoulement avec convection thermique à travers un milieu poreux multicouche » Université de houari Boumediene, Thèse de Magister, (2007).

[15] Bouchemella , S « Contribution à la Simulation Numérique des Ecoulements Des Eaux Dans les Milieux Poreux Non Saturés » , Université de Guelma Faculté des Sciences et de la Technologie, Thèse de Doctorat, (2018).

[16] Whitaker, S. Flow in porous media i: A theoretical derivation of darcy's law. Transport in Porous Media, 1:3–25. (2005).

[17] Ward, J. C. Turbulent flow in porous media. J. Hydraul. Div., ASCE 90 (HY 5), 1-12. (1964).

[18] Brinkman H.C., A calculation of viscous force exerted by a flowing fluide on dence swarn of particules. , Applied Sciences Research, A1 , pp. 27-34, 1947.

[19] B. Alazmi et K. Vafai. « Analysis of Variants Within the Porous Media Transport Models ». In : Journal of Heat Transfer 122.2 (déc. 1999), p. 303-326 (cf. p. 33, 34, 39).

[20] K. Vafai, C.L. Tien, Boundary and inertia effects on convective heat transfer in porous media. Int. J. Heat mass transfer, 1981, Vol. 34, pp. 195–203.

[21] M R J Willye, AR Gregory, Ind Eng Chem Des Proc Dev Vol 47. (1955)

[22] Fakiri. F, « Simulation numérique instationnaire de la convection forcée turbulente dans une conduite rectangulaire munie des chicanes poreuses pour application aux capteurs solaires plans a air » Université Abou-bekr belkaid-Tlemcen, Thèse de Doctorat, (2018).

[23] Yves Jannot, transfert thermique , cours 2eme année , Ecol des Mines Nancy, (2011).

[24] R. B. Bird et al (2002).Transport Phenomena. 2nd Edition, John Wiley and Sons

[25] Chahtour. C, « Convection magnétohydrodynamique dans un fluide non-newtonien saturant un milieu poreux » Université de Picardie Jules Verne, Thèse de Doctorat, (2018).

[26] D. Menacer (2012). Étude numérique de la convection mixte dans des cavités phénomène de bifurcation. Mémoire de magistère. Université de Constantine .Faculté des sciences exactes .Département de physique.

[27] R. Bennacer, A. Tobbal et H. Beji «Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman» Journal of Renewable Energies 5(2002)1-21

[28] zahra neffah, « analyse de transfert thermique et massique d'un fluide non newtonien en régime oscillatoire dans un canal muni de cloisons poreuses » thèse, Université de houari Boumediene, (2018).

[29] Lounis. S, «Étude de la Convection Thermo-solutale dans un Milieu Confiné Saturé par un Polluant de Type Non-Newtonien» Université Yahia Fares-Médéa, Thèse de Doctorat, (2023).

[30] Yacine. L, « Étude de la séparation thermo-gravitationnelle en milieu fluide ou poreux dans une enceinte soumise à des flux thermiques croisés » Université de Toulouse III Paul Sabatier-France, Thèse de Doctorat, (2015).

[31] Naderi. P, « Etudes numérique et analytique des instabilités dues à la convection mixte d'un fluide viscoélastique saturant une couche poreuse chauffée par le bas » Université de Picardie Jules Verne, Thèse de Doctorat, (2019).

[32] Sammouda. M, «Modélisation Théorique et Numérique du Phénomène de la Convection Naturelle et Thermosolutale dans les Milieux poreux à Porosité Variable » Université de Mohammed V-agdal, Thèse de Doctorat, (2012).

[33] Boussinesq. J, « Analytique de la Chaleur mise en Harmonie avec la Thermodynamique et avec la Théorie Mécanique de la Lumière » Paris : Gauthier-Villars, (1903) 657-669.

[34] Laidoudi. H, « Etude des écoulements non-newtoniens autour des obstacles confinés » Université de Mohamed Boudiaf, Thèse de Doctorat, (2017).

[35]Guazzelli E. Rhéologie des fluides complexes, Ecole d'ingéieur, archives-ouvertes.fr, (2017).

[36] Khali. S, « Analyse de la convection mixte dans une conduite annulaire poreuse en présence d'un fluide non-newtonien » Université de houari Boumediene, Thèse de Magister, (2007).

[37] OULD LARBI . A , «Effet du Comportement Rhéologique des Fluides non-Newtoniens sur la Convection Naturelle dans une Couche Poreuse» Université Yahia Fares-Médéa, Thèse de Doctorat,(2024).

[38] MENOUER .A, « Écoulement des fluides complexes à travers un élargissement» Université Université Ibn Khaldoun – Tiaret, Thèse de Doctorat,

[39] Boualit. A.H, «Contribution à l'étude thermo-hydrodynamique des fluides binghamiens»Université M'hamed Bougara Boumerdes, thèse doctorat en science (2011),

[40] Chahtour. C, « Convection magnétohydrodynamique dans un fluide non-newtonien

saturant un milieu poreux » Université de Picardie Jules Verne, Thèse de Doctorat, (2018).

[41]CLAIRE.R, «Comportement de fluides complexes sous ´ecoulement : Approche exp´erimentale par r´esonance magn´etique nucl´eaire et techniques optiques et simulations num´eriques » Université National Polytechnique de Lorraine, thèse doctorat en science (2012),

[42] Kamla. Y « Etude de l'écoulement d'un fluide non newtonien dans une cuve mécaniquement agitée par une Turbine de Rushton » Université d'oran Mohamed Boudiaf, Thèse de Magister, (2011).

[43] Kreith. F. Mechanical Engineering Handbook , CRC press LLC, (1999).

[44] BENSILAKHAL. S, «Étude des phénomènes de transfert dans un milieu poreux saturé par un polluant organique» Université Yahia Fares-Médéa, Thèse de Doctorat,(2023).

[45] Cross. M. M, Rheology of non-Newtonian fluids: a newflow equation for pseudoplastic systems, J. Colloid. Sci. 20 (1965) 417-437.

[46] Ostwald W., Kolloid Z. (1925), 36-99.

[47] Pascal H. (1983), Rheological behaviour effect of non-Newtonian fluids on steady and unsteady flow through porous media. Int. J. Numerical Anal. Methods Geomech. vol.7:207-224.

[47] Nield, D. A, and A. Bejan Convection in Porous Media, 3rd ed. Springer-Verlag, New York, 200

[48] Beghein, C., F. Haghighat, and F. Allard. "Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity." International Journal of Heat and Mass Transfer 35, no. 4 (1992): 833-846

[49] Chen, H.T. , Chen, C.K. Free convection of non-Newtonian fluids along a vertical plate embedded in a porous medium, ASME Journal of Heat Transfer 110 (1988) 257–260

[50] Nakayama, A., Koyama, H., Buoyancy induced flow of non-Newtonian fluids over a non-isothermal body of arbitrary shape in a fluid-saturated porous medium, Applied Scientific Research 48 (1991) 55–70.

[52] Ostrach, S., "Natural Convection in Enclosures", J. Heat Transfer, Vol. 110, pp.1175-1190, 1988

[53] Taunton, J. W., Lightfoot, E. N. et. Green,T (1972) Thermohaline instability and salt fingers in porous medium. Phys. Fluids, Vol. 15, pp. 748-753

[54] Trevisan O. V. et A. Bejan, Mass and heat transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp. 2341-2356 (1987).

[55] O. V. Trevisan et A. Bejan, Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28(7), pp. 1597-1611 (1985).

[56] Chen, H. T; Chen, C. K.: Natural convection of a non-Newtonian fluid about a horizontal cylinder and a sphere in a porous medium. Int. Comm. in Heat and Mass Transfer 15 (1988b) 605-614

[57] Christopher, R. V.; Middleman, S.: Power-law flow through a packed tube. Ind. Eng. Chem. Fundls. 4 (1965) 422-426

[58] Dharmadhikari, R. V.; Kale, D. D.: Flow of non-Newtonian fluids through porous media. Chem. Eng. Sci. 40 (1985) 527 529

[59] Pericleous, K. A. "Heat transfer in differentially heated non-newtonian cavities." International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 4, no. 3 (1994): 229-248. https://doi.org/10.1108/EUM0000000004040

[60] Y. T. Yang and S. J. Wang, Free convection heat transfer of non-Newtonian fluids over axisymmetric and two dimensional bodies of arbitrary shape embedded in a fluidsaturated porous medium, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 39 (1996) 203-210

[61] S. Turki, Contribution to Numerical Study of Natural and Mixed Convection Heat Transfers in Confined Non-Newtonian Fluids, Ph.D. thesis, CNAM, Paris, France, 1990.

[62] Nakayama, A., 1993, “Free convection from a horizontal line heat source in a power-law fluid-saturated porous medium”, Int. J. of Heat and Fluid Flow, Vol. 14, pp. 279-283.

[63] Bian, W., Patrick Vasseur, and E. Bilgen. "Natural convection of non-Newtonian fluids in an inclined porous layer." Chemical Engineering Communications 129, no. 1 (1994): 79-97. https://doi.org/10.1080/00986449408936252

[64] B. Amari, P. vasseur et E. Bligen ”naturel convection of non newtonien fluids in a horizontal poreus layer” 1994. P -185-193

[65] S.K. Rastogi, D. Poulikakos, Double-diffusion from a vertical surface in a porous region saturated with a non-Newtonian fluid, International Journal of Heat and Mass Transfer 38 (1995) 935–946.

[66] R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache, Numerical simulation of double diffusive natural convection in porous cavity: Opposing flow. Arabian J. for Sc. and Eng. , Vol. 26(2b), pp. 145-155 (2002).

[67] G. Bin Kim, J.M. Hyun, Buoyant convection of a power-law fluid in an enclosure filled with heat-generating porous media, Numer. Heat Transf. Part A Appl. 45 (2004) 569–582, https://doi.org/10.1080/10407780490277572.

[68] R.Y. Jumah, A.S. Mujumdar, Natural convection heat and mass transfer from a vertical plate with variable wall temperature and concentration to power law fluids with yield stress in a porous medium, Chemical Engineering Communications 185 (2001) 165–182

[69] Hadim, H. "Non-Darcy natural convection of a non-Newtonian fluid in a porous cavity." International Communications in Heat and Mass Transfer 33, no. 10 (2006): 1179-1189. https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2006.08.004

[70] Ching-Yang Cheng, 2010, “Double diffusive natural convection along an inclined wavy surface in a porous medium”, Int. Comm in Heat and Mass Transfer, Vol. 37(10), pp. 1471-1476.

[71] Mamou, M.; Vasseur, P. Thermosolutal bifurcation phenomena in porous enclosures subject to vertical temperature and concentration gradients. J. Fluid Mech. 1999, 395, 61–87. [CrossRef

[72] D. Getachew, D. Poulikakos, and W. J. Minkowycz Double Diffusion in a Porous Cavity Saturated with

[73] Kalla, L.; Vasseur, P.; Benacer, R.; Beji, H.; Duval, R. Double diffusive convection within a horizontal porous layer salted from the bottom and heated horizontally. Int. Commun. Heat Mass Transf. 2001, 28, 1–10.

[74] Hyun, J.M., Lee, J.W., 1990, "Double-diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration gradients", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, pp. 1605-1617.

[75] Lamsaadi, M., M. Naimi, and M. Hasnaoui. "Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below." Heat and Mass Transfer 41, no. 3 (2005): 239-249.

[76] Ching-Yang Cheng, 2006, "Natural convection heat and mass transfer of non-Newtonian power-law fluids with yield stress in porous media from a vertical plate with variable wall heat and mass fluxes", Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 33, pp. 1156-1164

[77] M. Lamsaadi, M. Naı¨mi, " Natural convection in a vertical rectangular cavity filled with a non-Newtonian power law fluid and subjected to a horizontal temperature gradient " Numerical Heat Transfer, Part A, 49: 969–990, 2006

Natural convection in a vertical rectangular cavity filled with a non-Newtonian power law fluid and subjected to a horizontal temperature gradient

[78] Makayssi T, Lamsaadi M, Naimi M, Hasnaoui M, Raji A, Bahlaoui A. Natural double-diffusive convection in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted from the side and filled with non-Newtonian power-law flu- ids: The cooperating case. Energy Conversion and Management; 2008. p. 49.

[79] Jecl, R., Leopold , (2003) . "Boundary element method for natural convection in non-Newtonian fluid saturated square porous cavity." Engineering Analysis with Boundary Elements 27, no. 10 (2003): 963-975. https://doi.org/10.1016/S0955-7997(03)00077-8

[80] Kefayati, G.H.R. "Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power-law fluids in an inclined porous cavity with Soret and Dufour effects (Part I: Study of fluid flow, heat and mass transfer)." International Journal of Heat and Mass Transfer 2016, 94, 539-581. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.11.044

[81] T. Makayssi, M. Lamsaadi, M. Naïmi, M. Hasnaoui, A. Raji, A. Bahlaou Natural double-diffusive convection in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted

from the side and filled with non-Newtonian power-law fluids Energy Convers Manag, 49 (2008), pp. 2016-2025

[82] Rebhi , R ., Mamou, M., Vasseur.p.(2016) "Bistability and hysteresis induced by form drag in nonlinear subcritical and supercritical double-diffusive Lapwood convection in shallow porous enclosures." Journal of Fluid Mechanics ,vol.812,pp.463-500.

[83] Rebhi , R ., Mamou, M., Vasseur. p., Alliche.M.(2017) . "Form drag effect on the onset of non-linear convection and Hopf bifurcation in binary fluid saturating a tall porous cavity." International Journal of Heat and Mass Transfer,vol.100,pp .178-190.

[84] Hu JT, Mei SJ, Liu D, Zhao FY, Wang HQ. Hydromagnetic double dif- fusive moisture convection from an inclined enclosure inserted with multi- ple heat-generating electronic modules. Int J Therm Sci,vol,159:106554.

[85] Nouri, R., Kaddiri , M. Tizakast,Y., Daghab,H. (2023) ."Numerical study of free convection in a square cavity filled with non-Newtonian fluids and subjected to partial cross thermal garadients "AIP Conf.proc.2761,040020

[86] Ahmed ,Ja., Cheddad , A(2017) .Etude de l'influence des couches limites sur les caractéristiques de la convection thermosolutale en géométrie annulaire horizontale poreuse

[87] S. Khali, A. Bousri, A. Hamadouche, D. Eddine Ameziani, R. Bennacer, R. Nebbali Double diffusive convection of power law fluids through taylor–Couette flow J. Thermophys. Heat Tran., 36 (2022), pp. 328-341

[88] Sankar, M., Kim, B., Lopez, J., M., Do, Y. (2012) : Thermosolutal convection from a discrete heat and solute source in a vertical porous annulus, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 55, pp. 4116 – 4128.

[89] Matin MH, Pop I, Khanchezar S. Natural convection of powerlaw fluid between two-square eccentric duct annuli. J Nonnewton Fluid Mech. 2013;197:11–23.

[90] A.K. Nayak et al. Thermosolutal mixed convection of a shear thinning fluid due to partially active mixed zones within a lid-driven cavity Int J Heat Mass Transfer (2017)

[91] Manvi ,M ,a., Krunal M. Gangawane b. (2008).Mixed convection in a two-sided lid-driven cavity containing heated triangular block for non-Newtonian power-law fluids. International Journal of Mechanical Sciences ,Vol. 144, pp. 235-248

[92] Kefayati GR, Tang H, Chan A, Wang X. (2018).“A lattice Boltzmann model for thermal non-Newtonian fluid flows through porous media. Comput Fluids. Vol.176,pp.26–44.

[93] Wang, Sh.,Cha'o-Kuang ,Ch,. Yue-Tzu Y.(2002). "Natural convection of non-Newtonian fluids through permeable axisymmetric and two-dimensional bodies in a porous medium." International Journal of Heat and Mass Transfer ,vol.45,no.2,pp.393-408

[94] Tizakast,y.,M Kaddiri., Lamsaadi, M.(2021) Double-diffusive mixed convection in rectangular cavities filled with non-Newtonian fluids, International Journal of Mechanical Sciences 208 : 106667.

[95] Mamou, M.; Vasseur, P.; Bilgen, E.(1998). Double-diffusive convection instability in a vertical porous enclosure. J. Fluid Mech.vol .368, pp.263–289.

[96] Nield,D. A. (1967). The Thermohaline Rayleigh-Jeffreys Problem. J. Fluid Mechanics, vol, 29,pp.545-558

[97] Platten, J. K., Legros,J. C. (1984). Convection in Liquids. Springer- Verlag.

[98] Rudraiah, N. Sherimani, P.K ., Friedrich, R.(1982). Finite amplitude convection in a two-component fluid saturated porous layer, Int. J.Heat and Mass Transfer, vol.25,pp.715-722.

[99] Brand, H. and Steinberg, V.(1983). Nanolinear effect in the convection instability of a binary mixture in a porous medium near threshold.physics letters. 93A, 333-336

[100] Rebhi, R.; Hadidi, N.; Mamou, M.; Khechiba, K.; Bennacer, R. The onset of unsteady double-diffusive convection in a vertical porous cavity under a magnetic field and submitted to uniform fluxes of heat and mas. Spec. Top. Rev. Porous Media Int. J. 2020, 11, 259–285….

[101] Rebhi, R.; Hadidi, N.; Bennacer, R. Non-Darcian effect on double-diffusive natural convection inside an inclined square Dupuit- Darcy porous cavity under a magnetic field. Therm. Sci. 2021, 25, 121–132

[102] Rebhi, R.; Mamou, M.; Hadidi, N.(2021). Onset of Linear and Nonlinear Thermosolutal Convection with Soret and Dufour Effects in a Porous Collector under a Uniform Magnetic Field. Fluids ,vol.6, 243.

[103] Lounis, S., Redha ,R., Hadidi,n., Giulio ,L., Menni,Y., Ameur,H., Nor Azwadi ,Che .S."Thermo-Solutal Convection of Carreau-Yasuda Non-Newtonian Fluids in Inclined Square Cavities Under Dufour and Soret Impacts." CFD Letters ,Vol,14,pp.96-118.

[104] Alilat, Dj,. Redha, R., Alliche ,M., Ali. J. Chamkha.(2023).Enhacement of Dupuit-Darcy Thermal Convection of Swcnt-water Non-Newtonien Nanofluide Saturaterd Porous Medium. Vol. 54, pp. 29-59.

[105] Moresi. L.N, Solomatov. V.S, Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations, Physics of Fluids 7(9) (1995) 2154-2162

[106] Patankar. S. V, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York (1980).

[107] Frankel. S. P, Convergence Rate of Iterative Treatments of Partial Differential Equations, Math Tables and Other Aids to Computations, 4, 65-75.00000000

[108] Peaceman, D.W., Douglas,J.r: "Numerical solution of two dimensional heat flow problems", AIChE J.,V.1,(1955), 505–512.[85] Frankel, S.P., "Convergence rates of iterative treatements of partial differential equations", Math. Tables aids compt.,V.4,(1950), 65-75.

[109] Ben Khelifa. N, Alloui. Z, Beji. H, Vasseur. P. Natural convection in a horizontal porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid of power-law type. J. Non-Newtonian Fluid Mech. 15 (2012) 169-170.

[110] Darya S. Loenko 1., Aroon Shenoy., Mikhail , A. (2019). Sheremet Natural Convection of Non-Newtonian Power-Law Fluid in a Square Cavity with a Heat-Generating Element.Energies 12, 2149

[111] Khezzar, L.; Siginer, D.; Vinogarov, I.(2012). Natural convection of power law fluids in inclined cavities. Int. J. Therm. Sci,vol. 53, pp 8–17.

[112] Sojoudi, A.; Saha, S.C.; Gu, Y.T.; Hossian, M.A. (2023). Steady natural convection of non-Newtonian power law fluid in a trapezoidal enclosure. Adv. Mech. Eng. 5, 8.