RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE Dr. YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté des Sciences et de la Technologie

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Spécialité : Génie Mécanique 'École Doctorale M.I.S'

Option : Énergétique et Transferts

TRANSFERTS CONVECTIFS DES FLUIDES MICROPOLAIRES DANS UN CANAL VERTICAL

Par
Mr. TETBIRT Ali

Devant le jury composé de :

Dr. S. Hanini	**Professeur, UYFM**	**Président**
Dr. M. N. Bouaziz	**Maître de conférences A, UYFM**	**Directeur de mémoire**
Dr. S. Abudura	**Professeur, UYFM**	**Examinateur**
Dr. M. Announ	**Maître de conférences A, UYFM**	**Examinateur**

Juin 2011

Transferts Convectifs des Fluides Micrpolaires dans un Canal Vertical

Transferts convectifs des fluides micropolaires dans un canal vertical

REMERCIMENTS

Le présent mémoire est le résultat de nombreuses recherches bibliographies, qu'un seul homme n'a pu mener tout seul.

Je tiens donc à rendre hommage à toutes les personnes qui m'ont soutenu ainsi qu'à ceux qui ont mis à ma disposition les livres et toutes sortes d'ouvrages et de bouquins, sans oublier mon ami Krimi Mohamed le mathématicien qui m'a aidé à résoudre quelques problèmes.

Je tiens aussi à exprimer toute ma reconnaissance en premier lieu à : Dr M. N. Bouaziz, mon promoteur qui m'a soutenu durant l'élaboration de ce mémoire.

Encore tous mes remerciements et mon estime à mes enseignants de l'année théorique du magistère : Pr S. Hanini, Pr S. Abudura, Dr M. Announ, Dr Berrane, Dr Dekkar, Pr Moulai et ceux de la graduation.

Dédicaces

De tout cœur, en signe d'honneur, de respect et de reconnaissance, je tiens à dédier ce modeste travail à :

- Ma très chère mère ;
- Ma grande mère ;
- Mon cher frère Abdelkader ;
- Mes sœurs, Fatma zohra, Dalila, Radhia et toute ma famille ;
- Ma femme ;
- Tous mes amis proches ;
- Ainsi qu'à tous les étudiants du magistère, spécialité génie mécanique 'Ecole doctorale M.I.S'option : énergétique et transfert, promotion de l'année universitaire 2008/2009.

Ali

ملخص

إن الهدف من هذا العمل مكرس لدراسة نظرية و تطبيقية للحمل الحراري الطبيعي للسوائل الميكروقطبية داخل قناة عمودية. السوائل الميكروقطبية، سوائل معقدة في البناء مجهري (أي. شكل و تركيب الجزيئات العالقة)، تؤثر مباشرة على طبيعة الحركة من جهة و على توزيع حقل السرعات و حقل الحرارة من جهة أخرى، فمن أجل فهم تغير الظواهر الفيزيائية قمنا بدراسة تأثير العوامل : عامل الحمل الحراري المختلط، العامل المادي، عرض السائل، التوصيل الحراري، معامل التمدد الحراري، اللزوجة و الكتلة الحجمية، على حقل الحرارة و حقل السرعة الخطية و سرعة دوران الجزيئات العالقة حول نفسها.

كلمات المفاتيح: الحمل الحراري الطبيعي، للسوائل الميكروقطبية، البناء مجهري، السرعة الخطية، سرعة دوران الجزيئات.

Résumé

L'objectif de ce travail est consacré à l'étude théorique et analytique des écoulements convectifs des Fluides Micropolaires (F.M) dans un canal vertical. Les F.M sont des fluides complexes dont la microstructure (i.e. la forme et structure des particules fines en suspension), influe d'une façon directe sur leurs comportement en écoulement d'une part et sur la distribution des champs des vitesses et des températures d'une autre part. Afin de comprendre l'évolution de ces phénomènes physiques qui est le but de ce travail nous avons étudiés l'influence des paramètres physiques : paramètre de la convection mixte désigné par le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds ; paramètre matériel ; la largeur du fluide dans le canal ; la conductivité thermique ; le coefficient de dilatation thermique ; la viscosité et la masse volumique, sur les champs des températures et des vitesses de déplacement et de rotation des particules en suspension (i.e. vitesse de la microrotation).

Mots clés : Ecoulement Convectif, Fluide Micropolaire, microstructure, micropolarité, vitesse linéaire, vitesse de la microrotation.

Abstract

The objective of this work is devoted to the theoretical and analytical convective flows study of the micropolar fluids in a vertical channel. The Micropolar fluids are complex fluids whose microstructure (i.e. the form and structure of the fine particles in suspension), influences in a direct way on their behavior in flow on the one hand and the fields speed and temperature distributions of another share, in order to understand the evolution of these physical phenomena which is the goal of this work we studied the influence of the physical parameters: parameter of the mixed convection indicated by the ratio of Grashof number to the Reynolds number; material parameter; the width of the fluid in the channel; thermal conductivity; the thermal dilation coefficient; viscosity and the density, On the fields of the temperatures, the velocity and the rotation of suspended particles (i.e. microrotation velocity).

Key words: Convective Flow, Micropolar Fluid, Microstructure, Micropolarity, Linear Velocity, Microrotation Velocity.

Liste dés figures

Figure 1.1 : Rhéogrammes des fluides rhéofluidifiant, obtenus pour le sang 06

Figure 1.2 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang..... 06

Figure 1.3: La viscosité de cisaillement des suspensions sphériques de verre à des différents pourcentages de volume, dispersées dans un polymère thermoplastique à 150 °C..... 08

Figure 1.4 : substance en écoulement cisaillé entre deux plans parallèles 12

Figure 1.5 : Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement pour différents types de fluides 12

Figure 1.6 : Rhéogrammes des fluides rhéofluidifiant, obtenus pour : a) Solution aqueuse de polyacrylamide, b) une suspension de particule de polymère (latex) dans l'eau 17

Figure 1.7 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour une solution aqueuse de : a) polyacrylamide, b) une suspension de particules de polymère (latex) dans l'eau 18

Figure 1.8 : Courbe d'écoulement complexe présentant différents types d'écoulement 19

Figure 1.9 : Exemples de boucles d'hystérèse de fluides thixotropes 21

Figure 2.1 : Convection naturelle le long d'un corps solide en position vertical immergé dans un fluide en repos..... 30

Figure 2.2 : Les échelles des deux longueurs de l'écoulement de la couche limite le long du paroi chauffée 33

Figure 2.3 : L'ordre relatif de la magnitude d'échelles de longueur dans l'écoulement de la couche limite de convection naturelle 33

Figure 2.4 : Nombre de Nusselt local pour un écoulement de convection naturelle de la couche limite laminaire le long d'une paroi verticale : résultats de similarité contre la solution intégrale..... 35

Figure 2.5 : Profil de température, obtenu par la solution de similarité au niveau de la couche limite laminaire 37

Figure 2.6 : Profiles des vitesses verticales, obtenus par solution de similarité au niveau de la couche limite laminaire 37

Figure 2.7 : Clôture rectangulaire bidimensionnelle avec des parois latérales isothermes.... 41

Figure.2.8 : Variation de Nu pendant le transfert thermique entre les navires des différentes valeurs de températures..... 47

Figure 2.9 : Changement dans le coefficient moyen de transfert de chaleur pour un canal de section circulaire avec une partie initiale non chauffée..... 49

Figure 3.1 : Modèle et coordonnées physiques pour un cône tronqué..... 59

Figure 3.2 : Schémas physique du modèle 64

Figure 3.3 : Plaque plane verticale semi-infinie dans un fluide micropolaire..... 69

Figure 4.1 : Schéma approprié d'un canal vertical, constitué de deux plaques planes engendrant deux fluides de type différents..... 73

Figure 5.1 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs de GR..... 88

Figure 5.2 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour différentes valeurs de GR..... 89

Figure 5.3 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs de rapport de viscosité m..... 90

Figure 5.4 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour différentes valeurs du rapport de viscosité m 90

Figure 5.5 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs du rapport de largeurs h 91

Figure 5.6 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour différentes valeurs du rapport de largeurs h..... 92

Figure 5.7 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs du rapport de conductivités k ... 93

Figure 5.8 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour différentes valeurs du rapport de conductivités k..... 93

Figure 5.9 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs du paramètres matériels K 94

Figure 5.10 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour différentes valeurs du paramètres matériels K..... 95

Figure 5.11 : Profiles des vitesses pour différentes valeurs du rapport des coefficients de dilatation thermique b..... 96

Figure 5.12 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des coefficients de dilatation thermique b..... 96

Figure 5.13 : Profiles des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des masses volumiques ρ..... 97

Figure 5.14 : Profiles des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des masses volumiques ρ..... 98

Figure 5.15 : Profiles des températures pour différentes valeurs du rapport de largeurs h.. 99

Figure 5.16 : Profiles des températures pour différentes valeurs du rapport de conductivités k 100

Liste des Tableaux

Tableau 1.1 : Les forces actent sur les suspensions colloïdes (Adapter par Russel et all)..... 05

Tableau 1.2 : Relations qui expriment la viscosité en fonction de la température 13

Tableau 1.3 : les relations des différents coefficients de viscosités 14

Tableau 1.4 : Lois rhéologiques des fluides « indépendant du temps » présentant une contrainte critique..... 16

Tableau 1.5 : Lois rhéologiques des fluides rhéofluidifiants qui ne représentent pas une contrainte critique 18

Tableau 1.6 : Lois rhéologiques des fluides « indépendants du temps » qui ne présentant pas de contrainte critique 20

Tableau 1.7 : Différents modèles de la viscoélasticité, leurs équations rhéologiques, fonctions fluages, déformations et les schémas correspondants..... 23

Tableau 2.1 : Sommaire des échelles de l'écoulement et de transfert thermique dans la couche limite de la convection naturelle 32

Tableau 2.2 : sommaire de la solution intégrale de l'écoulement et de transfert thermique dans la couche limite de la convection naturelle 34

Tableau 2.3 : Nombre de Nusselt donné en fonction de nombres de Grashof et Prandtl..... 38

Tableau 2.4 : Les valeurs de la constante C_0 en fonction de n 38

Tableau 2.5 : Nombre de Nusselt donné en fonction de nombres de Grashof et Prandtl et la distance x..... 39

Tableau 2.6 : les valeurs des coefficients a_{ij}..... 46

Tableau 2.7 : coefficient Ψ en fonction de la forme de la section du canal..... 48

Tableau 3.1 : Les conditions aux limites pour la vitesse et la température 59

Tableau 3.2 : Comparaison entre les valeurs de$-\theta'(0,0)$ et $-\theta'(\infty,0)$, obtenus par des études précédentes et l'étude actuelle, pour des différentes valeurs de Pr et (n, R) = (0, 0), avec $R = \frac{\sigma}{\mu}$..... 60

Tableau 3.3 : Conditions aux limites pour les vitesses et les températures..... 65

Tableau 3.4 : Conditions aux limites pour les vitesses et les températures..... 69

Tableau 3.5 : Comparaison entre la méthode de Rees & Pop (1998) et la méthode actuelle pour la variation de h(0), de h'(0) et de g'(0)..... 70

N°	Titre	Page
	Introduction générale	01
	Chapitre 1 : Rhéologie des Fluides Micropolaires	
1.1.	Introduction	04
1.2.	Existence des fluides micropolaires	04
1.2.1.	Fluides en suspensions fines	04
1.3.	Quelques modèles des fluides micropolaires	07
1.3.1	Modèle de Carreau et Carreau modifié	07
1.3.2.	Modèles pour le sang humain	09
1.3.3.	Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire	09
1.4.	Généralité sur la rhéologie des fluides	10
1.4.1.	Fondamental en rhéologie	10
1.4.2.	Classification rhéologique des fluides	13
1.5.	Modèles des fluides Non-Newtoniens indépendant du temps	16
1.5.1.	Fluides plastiques	16
1.5.2.	Fluides pseudo-plastiques (rhéofluidifiants)	17
1.5.3.	Fluides dilatants (rhéopaississants)	19
1.5.4.	Modèles des écoulements diverses	19
1.5.5.	Ecoulement générale	19
1.6.	Fluides non-Newtonien dépendants du temps	20
1.6.1.	Fluide à comportement thixotrope	21
1.6.2.	Fluides rhéopexes (anti-thixotrope)	21
1.6.3.	Fluide viscoélastique	22
1.7.	Conclusion	25
	Chapitre 2 : Caractéristiques générales de la convection libre	
2.1.	Introduction	27
2.2.	Définition de la convection libre	27

2.3. Formulation d'un problème de convection 27
2.4. Convection naturelle externe dans un fluide Newtonien 28
2.4.1. Hypothèse de BOSSINESQ 29
2.4.2. Equations de la couche limite laminaire 29
2.5. Convection naturelle externe dans un fluide Non-Newtonien 38
2.5.1. Plaques verticales 38
2.5.2. Cylindres horizontales 39
2.6. Convection naturelle interne 39
2.6.1. Clôture chauffée de côté 40
2.6.2. Convection libre des fluides Newtoniens dans les tubes et les conduits.... 42
2.6.3. Convection libre des fluides non-Newtoniens dans les tubes et les conduits..... 50
2.7. Conclusion..... 51

Chapitre 3 : Revue de la littérature des écoulements des fluides micropolaires (F.M)

3.1. Introduction..... 52
3.2. Modèle pour un mécanisme d'un film de fluide micropolaire, avec référence aux joints humains 53
3.3. Écoulement magnétohydrodynamique convectif instable des fluides polaires à travers une plaque verticale, poreuse et mobile dans un milieu poreux..... 54
3.4. Exploitation des effets micropolaires en lubrification dans la couche mince 54
3.5. Caractérisation de la stabilité non-linéaire d'un film mince de fluide micropolaire en mouvement au dessus de la surface intérieure d'un cylindre vertical en rotation 55
3.6. Écoulement de la convection mixte instable d'un fluide micropolaire proche d'un point de stagnation sur une surface verticale 56
3.7. Transfert de chaleur par rayonnement, d'un fluide micropolaire en écoulement avec un flux variable de la chaleur dans un milieu poreux ... 56

3.8. Convection naturelle d'un fluide micropolaire à travers un cône renversé verticalement dont la température de la surface varie suivant la loi de puissance 57
3.8.1. Modèle proposé 58
3.8.2. Conclusion 62
3.9. Ecoulement Magnétohydrodynamique (MHD) d'un fluide micropolaire à travers un point de stagnation sur une surface verticale 63
3.10. Écoulement convectif naturelle en régime établie des fluides micropolaire et visqueux dans un canal vertical 63
3.10.1. Modèle proposé 63
3.10.2 Conclusion 67
3.11. Convection libre au-dessus d'une plaque verticale dans un fluide Micropolaire, dont la température de la surface change par étape 67
3.11.1. Modèle proposé 68
3.11.2. Conclusion 70
3.12. Conclusion du chapitre 71

Chapitre 4 : Modélisation et résolution de l'écoulement immiscible des fluides micropolaire et visqueux dans un canal vertical

4.1. Introduction 73
4.2. Configuration du modèle 73
4.3. Formulation mathématique 74
4.3.1. Ecriture des équations 74
4.3.2. Donnés et hypothèses 74
4.4. Résolution analytique 80
4.5. Calcul des constantes 82
4.5.1. Cas particulier, fluide Newtonien (K=0) 82
4.5.2. Cas d'un fluide micropolaire ($K \neq 0$) 83
4.6. Conclusion 86

Nomenclature

Alphabet Latin

Symbole	Désignation	Unité
A :	Surface	m^2
A :	Constante d'Hamaker	---
B_0 :	Densité du flux magnétique	---
C :	Représente la concentration de la phase dispersée.	g/litre
C_p :	Chaleur massique à pression constant	kj/kg.K
D :	Vitesse de déformation	s^{-1}
d_p :	Diamètre de particule	m
F :	Force	N (Newton)
G :	Module élastique ou module de Coulomb	Pa
Gr :	Nombre de Grashof	---
h	Rapport des largeurs	---
Ha :	Nombre de Hartmann	---
J :	Complaisance élastique	Pa^{-1}
k :	Constante de Boltzmann (chap.01)	---
K :	Indice de consistance (Chap.01)	---
k:	Indice de structure	---
k :	Conductivité thermique (chap.02)	w/m.K
k_i	Conductivités thermiques (chap.04)	w/m.K
k	Rapport des conductivités thermiques (chap.04)	---
K :	Paramètre matériel caractérisant les particules en suspension (chap.03, 04)	---
k_c :	Consistance critique de fluide	---
m	Paramètre de structure microscopique	---
m	Rapport des viscosités	---
n :	Paramètre qui caractérise le type de fluide	---
Nu :	Nombre de Nusselt	---
P :	Pression	Pa
Pr :	Nombre de Prandtl	---
Re :	Nombre de Renauld	---

S :	Coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule-particule	---
U :	Vitesse relative de particule	$m.s^{-1}$
y :	Variable adimensionnel qui caractérise la variable Y	---

Alphabet Grec

Symbole	Désignation	Unité
β	Coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule-Particule	---
β	Coefficient de dilatation thermique à pression constante	---
η'	Viscosité relative de particule	Pa/s^{-1}
η	Variable de similarité	---
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
ρ^*	Rapport des masses volumiques	---
λ	Conductivité thermique	W/m.K
γ	Déformation	---
Φ_m	Fraction maximum d'emballage = 0.8	---
τ	Contrainte tangentielle de cisaillement	Pa
σ	Viscosité tourbillonnante	---
σ^*	Conductivité électrique du fluide	---
θ	Variable adimensionnel qui caractérise la température T	---
χ	Constante liant μ_∞ et la viscosité à très faible taux de Cisaillement	---

Introduction Générale

Introduction générale

L'objectif de ce travail est consacré à l'étude théorique et analytique des écoulements convectifs des Fluides Micropolaires (F.M) dans un canal vertical. Le modèle étudier est constitué de deux fluides immiscibles micropolaire et visqueux dans deux régions indépendants, les propriétés physiques des deux fluides sont différents et la seule force extérieure appliquée sur les deux régions est la force de gravité.

Les F.M sont des fluides complexes dont la microstructure (i.e. la forme et structure des particules fines en suspension), influe d'une façon directe sur leurs comportement en écoulement d'une part et sur la distribution des champs des vitesses et des températures d'une autre part. Afin de comprendre l'évolution de ces phénomènes physiques qui est le but de ce travail nous avons étudiés l'influence des paramètres physiques adimensionnels : paramètre de la convection mixte désigné par le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds ; paramètre matériel qui caractérise les particules solides en suspension du fluide micropolaire; le rapport des largeurs des fluides micropolaire et visqueux dans le canal ; le rapport des conductivités thermiques ; le rapport des coefficients de dilatation thermique ; le rapport des viscosités et le rapport des masses volumiques, sur les champs des températures et des vitesses de déplacement axiale et de rotation des particules en suspension (i.e. vitesse de la microrotation)

La dynamique des fluides micropolaires été un domaine riche de recherche après la provenance de la théorie des champs de quantité de mouvement microscopique (micro-continuum) posée par A. C. Eringen, cette théorie été adoptée pour examiner les effets de la microstructure sur les dispositifs de lubrification dans la couche limite, cette théorie a été largement appliquée pour expliquer les phénomènes physiques développés tel que la distribution de la vitesse linéaire et la vitesse de rotation microscopique (pour les particules en suspension), dans les différents types d'écoulements industrielles, telle que les écoulements colloïdales, les suspensions des particules fines, les cristaux liquides, les fluides polymères à longue chaîne, les fluides pétillants (brillants, colorés, etc.), ainsi que les écoulements biologiques comme le sang humain, animal et les fluides synoviales. Afin d'être capable de prédire correctement le comportement de ce type de fluides, il est important de comprendre les phénomènes de transport mis en jeu au cœur du fluide, il

est nécessaire d'examiner les études faites dans la littérature dans le perspective de faire une étude théorique et pratique sur l'écoulement convectif des fluides micropolaire et visqueux immiscible dans un canal vertical.

La Rhéologie des fluides micropolaires a donnée un pas impressionnant dans les développements des recherches, comme il a expliqué et donnés des solutions pour plusieurs problèmes dans les écoulements industriels dans la fabrication des nourritures, des médicaments et des peitures, d'une part et les systèmes de lubrification dans les systèmes mécaniques.

Les écoulements des fluides immiscibles micropolaire et visqueux dans un système unique constituent sans aucun doute un phénomène complexe, que ce soit naturel (sangs humain et animal, transport de sédiments...) des procédés industriels (agitation et mélange de suspension, extraction liquide-liquide, séparation solide-liquide, fermentation, transport pneumatique, fluidisation, colonnes à bulles ...).

Chapitre 1 :

Rhéologie des Fluides Micropolaires (F.M)

1.1. Introduction

Dans ce chapitre nous entamons la Rhéologie des Fluide Micropolaires d'une part et la Rhéologie des fluides Newtoniens et non-Newtoniens d'une autre part. Eringen a formulé la théorie des fluides micropolaires, qui a été employée par beaucoup d'auteurs sous de diverses situations physiques [5]. Les fluides micropolaires sont des fluides non-Newtoniens avec les structures internes dans lesquelles l'accouplement entre la vitesse de rotation de chaque particule et le champ de la vitesse macroscopique est pris en considération [5]. Exemples : Les écoulements des colloïdes et les suspensions des particules fines. Les polymères à longue chaîne les cristaux liquides, le sang, les fluides pétillants (brillants, colorés, etc.) [4]. La théorie micropolaire est adoptée pour examiner les effets de la microstructure et la microrotation sur les dispositifs de lubrification dans la couche mince d'un lubrifiant. La micropolarité donnera lieu à une augmentation de la viscosité équivalente qui mène plus tard à une meilleure lubrification, [7].

1.2. Existence des fluides micropolaires

1.2.1. Fluides en suspensions fines

On donne quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non-Newtoniens, [6].

A. Fluides en suspension de polymère

Se sont des solutions non-Newtoniennes de faible concentration en polymère sont employées comme fluides de suspension fine, on prend comme exemple le fluide en suspension de particules latex dans l'eau (figure 1.7). Nicodemo & all, ont observés que l'addition des particules à un fluide simplement cisaillé ne change pas la forme générale de la courbe de viscosité, [6].

B. Colloïdes

Les fluides colloïdales se sont des fluides qui contiennent des particules fines semblables contient de la colle ou de la gélatine et qui ne cristallise pas, dans lequel les forces Browniennes et les interactions de particule-particule jouent un rôle important [6].

Les forces internes peuvent être subdivisées en forces hydrodynamiques qui sont responsables de la migration, l'alignement ou l'orientation des particules, dans le cas des particules non-sphériques et de structure effondrée lorsqu'il s'agit des précipitations et des agrégats, ces forces résultent des mouvements relatifs des particules en suspension,

Einstein a confirmé que se sont les seules forces considérées dans les analyses de la viscosité d'une suspension sphérique diluée dans un fluide newtonien, [6].

Les fores interne non-hydrodynamiques consistent les forces browniennes, responsable du mouvement interne et de la diffusion des particules ils présentent les forces des interactions physiques et chimiques, qui peuvent affecter la structure interne des particules colloïdales en suspensions. Le mouvement brownien permet pour une basse gamme de forces attractives à favoriser la construction de floculation et la formation du réseau de gel faible. Sans oublier de dire que les forces externes comme celle due à un champ électrique peuvent modifier rigoureusement les propriétés rhéologiques des suspensions, [6].

Le tableau 1.1 récapitule les principales forces actant sur les particules colloïdales et les expressions principales pour calculer leurs ordres de grandeur:

Tableau 1.1 : Les forces actent sur les suspensions colloïdes (Adapter par Russel et all), [6].

Force	**Ordre de grandeur**	**Définitions**
Brownien	$\frac{kT}{d_p}$ (1.1)	k : constante de **Boltzmann** T : température en [K] d_p : diamètre de particule
Van der waals	$\frac{A}{d_p}$ (1.2)	A : constante d'Hamaker
Visqueuse	$\eta d_p^2 U = \eta d_p \dot{\gamma}$ (1.3)	η : viscosité relative de particule U : vitesse relative de particule
Inertie	$d_p^2 \rho_p U^2$ (1.4)	ρ_p : masse volumique de particule
Gravitationnelle	$d_p^2 \Delta \rho g$ (1.5)	$\Delta \rho$: différance de la masse volumique entre fluide et particule

C. Sangs

Les écoulements des sangs sont considérés comme fluides de vésicule déformables en suspension de caractère non-Newtonien, en mouvement il se comporte comme un fluide rhéofluidifiant (shear-thinning en Anglais) dont la viscosité diminue au fur et à mesure lorsqu' on augmente le taux de cisaillement (gradient de vitesse) par lequel le fluide est soumis (figures.1.1 et 1.2), [13].

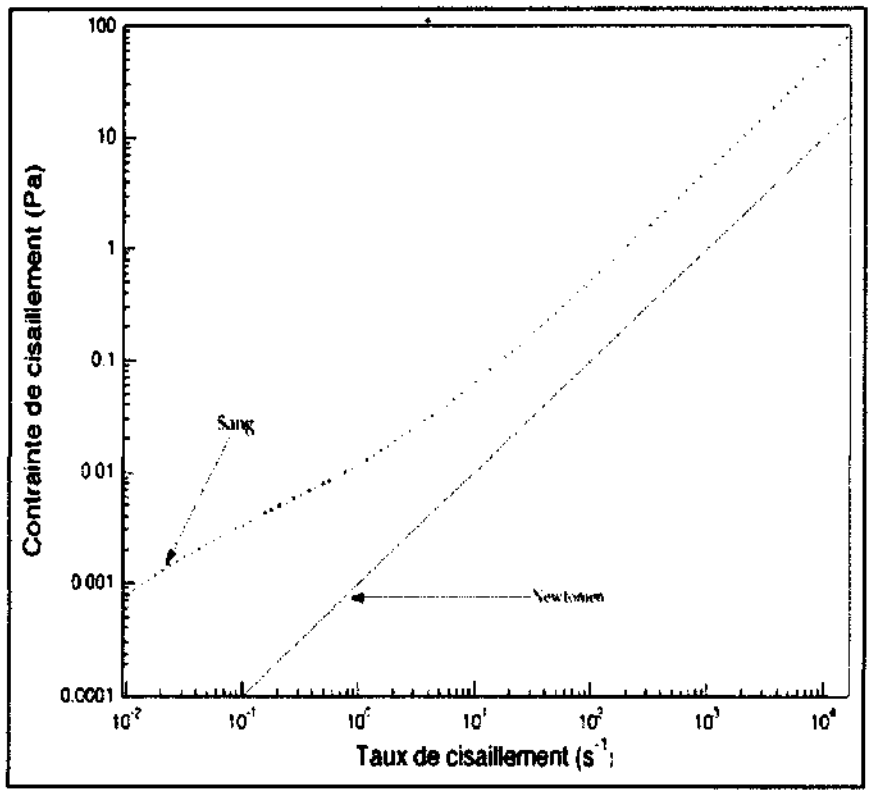


Figure 1.1 : Rhéogrammes des fluides Rhéofluidifiant, obtenus pour le sang, [2].

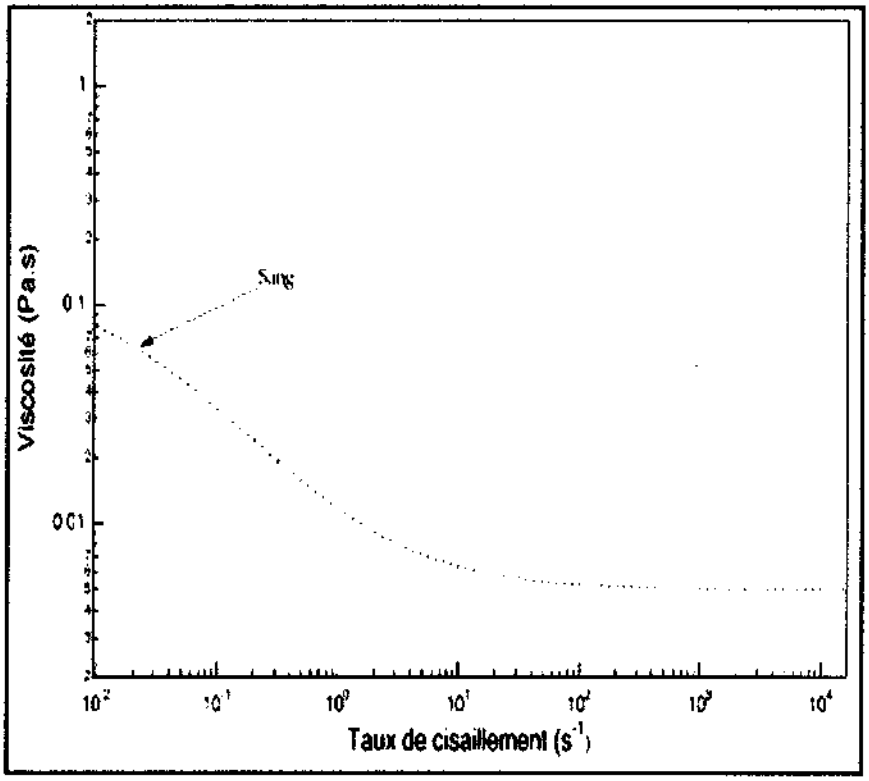


Figure.1.2 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang, [2].

D. Polymères à long chaines

Pour le fluide synovial : les études d'Ogston et Stanier ont apportées que son comportement rhéologique est loin du comportement viscoélastique et les études de Dowson et fauchent ont confirmées que ce fluide agit en tant que lubrifiant dans les joints humains. Dintenfass confirme qu'il est non-Newtonien à cause de la présence des molécules d'acide byaluronique (polymère à longue chaîne) et que sa viscosité diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement (figure.1.6). Cette observation a été expérimentalement soutenue par Bloch, Dintenfass, Maroudas et Dowson, [3].

E. Christo-liquides

Les cristaux-liquides à l'échelle moléculaire sont des composés organiques qui présentent simultanément le comportement solide et le comportement liquide, il montre la biréfringence (propriété de certains milieux transparents, qui réfracte un rayon lumineux en deux faisceaux), en même temps ils coulent comme des fluides, se sont des substances constitués des molécules comme de tige (divisés en deux classes : nématique et smectique), comme de disque, ou formées comme des molécules arbitraires dans un environnement fluent, lors du mouvement, les molécules prendre les nouvelles orientations qui rend le fluide anisotrope, [13].

1.3. Quelques modèles des fluides micropolaires

Dans la littérature, il existe plusieurs modèles qui expliquent le comportement rhéologique des fluides micropolaires, car leur comportement rhéologique est non-newtonien, indépendant du temps et inclus dans la catégorie des fluides pseudo-plastique (rhéofluidifiant en anglais sheerthining), [6].

1.3.1. Modèle de Carreau et Carreau modifié

Dans la littérature, pour les fontes de polymère à faible concentration il est proposé le modèle de Carreau (tableau 1.5). Pour des concentrations élevées en solides ou des matrices de basse viscosité, les interactions de particule-particule peuvent devenir significat, comme pour les fontes de polystyrène remplies de charbon noir, de dioxyde de Titanium et de carbonate de calcium, Poslinski et autres ont proposé un modèle de Carreau modifié, [6]:

$$\mu = \frac{\sigma_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\mu_0}{(1+(t_1\dot{\gamma})^2)^{(1-n)/2}} \quad (1.6)$$

Avec $\sigma_0 = G_0 \times \gamma_0$ et G_0est le module d'élasticité de ce modèle proposé, $\sigma_0 < |\sigma|$ et $\dot{\gamma}_0 \geq |\dot{\gamma}|$, μ_0 la viscosité nulle, et le temps caractéristique (t_1) : sont décrits par les expressions de Maron-Pierce, [6] :

$$t_1 = t_{1m}\frac{\mu_0}{\mu_m} \quad (1.7)$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_m} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2} \quad (1.8)$$

Avec : $\mu_m$et t_{1m} sont respectivement la viscosité et la période caractéristique de la matrice polymère, ϕ_m: est la fraction maximum d'emballage $= 0.80$ et $\frac{\mu_0}{\mu_m} = \frac{2}{5}$.

Poslinski et autres ont obtenu un bon arrangement entre le modèle proposé et les données expérimentales, ils ont constatés que le comportement rhéologique des suspensions est très semblable à celui du polymère non remplie, ainsi pour les suspensions sphériques de verre dans la matrice thermoplastique (figue 1.3), [6].

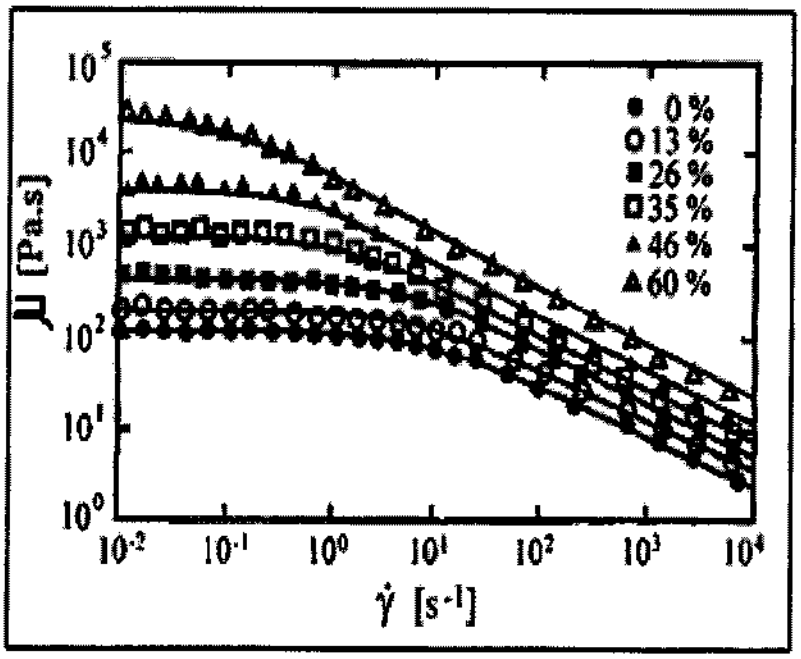


Figure 1.3: la viscosité de cisaillement des suspensions sphériques de verre à des différents pourcentages de volume, dispersées dans un polymère thermoplastique à 150 °C, [6].

1.3.2. Modèles pour le sang humain

En rétrécissement pathologique, l'écoulement du sang humain dans la sténose d'un vaisseau ou artère sanguin est proposé sous le modèle de fluide micropolaire qui suit, [14]:

$$\tau = -m\left\{\left|\sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\gamma}:\dot{\gamma})}\right|^{n-1}\right\}\dot{\gamma} \qquad (1.9)$$

$$\text{Avec}: \frac{1}{2}(\dot{\gamma}:\dot{\gamma}) = 2\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \qquad (1.9)$$

τ : tenseur du contrainte de cisaillement ; $\dot{\gamma}$: Tenseur du taux de cisaillement ;

m et n : sont respectivement, indice de consistance et le paramètre index du comportement de fluide ; z et r sont les coordonnées polaires ; u et v sont respectivement, les composantes de vitesse suivant l'axe (oz) et le pole (r).

Il existe un modèle particulier du sang en écoulement à travers une artère cathétérisme étroite, ce modèle est donné par la formule de viscosité efficace suivante, [15]:

$$\mu_e = \frac{(1-C)\mu_s}{1-\varepsilon^4+\beta(1-\varepsilon^2)+(1-\varepsilon^2)^2/\log\varepsilon} \qquad (1.10)$$

Avec : μ_s : est une relation empirique pour la viscosité d'une suspension, proposée par Charm and all [17]; $\varepsilon = \frac{a_1}{a}$, d'où a_1 et a sont les valeurs limites que prend le rayon r d'un cylindre creux ; $\beta = \frac{8C(1-C)\mu_s}{Sa^2}$ et S est le coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule-particule. C : la densité du fraction volumique des particules du sang.

1.3.3. Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire

Un fluide micropolaire est caractérisé par le mouvement brownien, le mouvement rotatif, la viscosité tourbillonnante, la viscosité de graduant de rotation et la densité de microinertie des particules solides en suspension, [16].

A. Micro-rotation (vortex)

Le théorème de la rotation dénonce que si les particules d'un liquide tournent autour de leurs axes, l'écoulement est un mouvement rotationnel, les propriétés importantes de ce type d'écoulement est différent aux propriétés des écoulements potentiels (Irrotationnels), [17]. La rotation d'une particule est décrite par sa vitesse angulaire

moyenne donnée par des formules appelées changements angulaires différentiels, [17], les relations sont les suivantes :

$$\begin{cases} d\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} dt \\ d\beta = \frac{\partial u}{\partial y} dt \end{cases} \quad (1.11)$$

Et la vitesse angulaire principale est :

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (1.12)$$

Généralisant la relation (1.57) aux trois dimensions de l'espace on obtient le vecteur de rotation ou vecteur tourbillonnant suivant, [17]:

$$\omega = \xi i + \eta j + Nk = \frac{1}{2}\nabla \times v \quad (1.13)$$

B. Viscosité rotationnelle

Elle est généralement donnée par un coefficient k qui caractérise la viscosité à l'échelle microscopique à la frontière qui sépare la sous-couche fluide et la paroi de la particule solide en suspension, dans les équations de bilan k est liée à la viscosité dynamique μ au niveau de l'équation de quantité de mouvement, la relation qui lie k et μ est appelée la viscosité de graduant de spin γ, donnée par, [17] :

$$\gamma = (\mu + 0.5k)j \quad (1.14)$$

Avec : j: Densité de la micro-inertie.

k: La viscosité tourbillonnante.

1.4. Généralité sur la rhéologie des fluides

1.4.1. Fondamental en rhéologie

Les études qui ont étés effectuées par certains chercheures été limitée par des expériences de cisaillement simple dans lesquelles le matériau est soumis à un mouvement laminaire de cisaillement, [1].

A. Mouvements laminaires de cisaillement

La déformation du matériau s'est produite par un glissement relatif des différentes couches les unes sur les autres (fig1.1), sans qu'il y ait de transfert de matière et sans variation de volume, [1].

B. Contrainte tangentielle de cisaillementτ

Elle est définie par le rapport suivant, [1] :

$$\tau = \frac{\|\vec{F}\|}{A} \text{ [Pa]} \qquad (1.15)$$

C. Déformation et la vitesse de déformation

Ce sont des grandeurs cinématiques, la déformation de cisaillement γ (sans dimension) est donnée par la relation, [1] :

$$\gamma(x,t) = \frac{du(x,t)}{dx} \qquad (1.16)$$

Si on considère un temps dt pour que la déformation se produise, on définit la vitesse ou taux de cisaillement (D) qui est donnée par :

$$D = \dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} \text{ [s}^{-1}\text{]} \qquad (1.17)$$

D. Equation d'état et rhéogrammes

L'équation rhéologique d'état, entre γ et τ qui dépend essentiellement des propriétés et de la nature du fluide est donnée par la relation suivante, [1] :

$$\gamma = f(\tau) \qquad (1.18)$$

E. Principaux paramètres dont dépend la viscosité des fluides

On distingue : La température : pour les liquides et les semi-solides, exprimée par la loi d'Arrhenius ; La nature chimique du fluide ; La concentration en soluté dans le cas des solutions ; La pression : la variation est souvent négligeable; Le temps; La contrainte de cisaillement, [1].

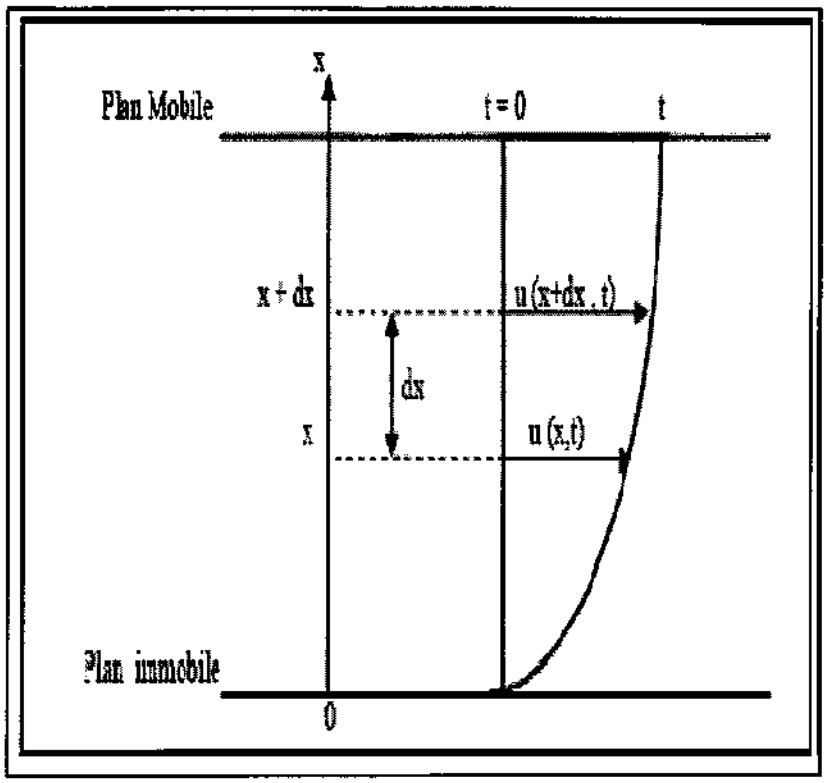


Figure 1.4: substance en écoulement cisaillé entre deux plans parallèles, [1].

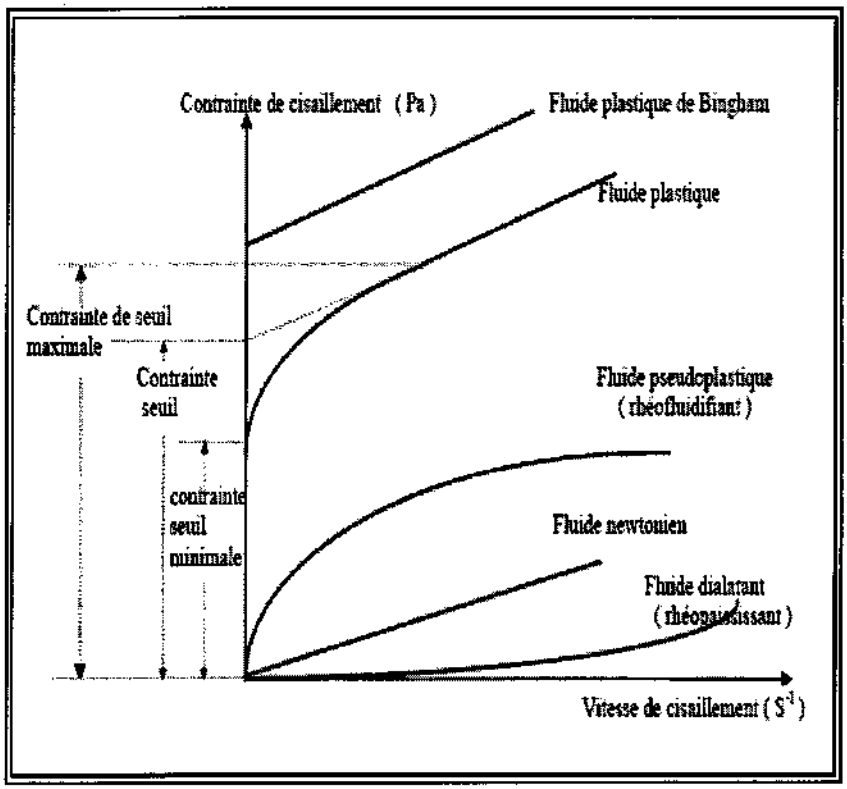


Figure 1.5 : Variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement pour différents types de fluides, [1]

a. Influence de la température sur la viscosité

Dans les liquides, l'élévation de la température provoque la dilatation de fluide (augmentation des distances intermoléculaires). Parmi les relations qui tentent d'exprimer la viscosité en fonction de la température, on peut citer principalement les relations dans le tableau 1.2:

Tableau 1.2 : Relations qui expriment la viscosité dynamique en fonction de la température, [1].

Auteur	Relation mathématique	caractère
ANDRADE	$\mu = C_1 . \exp\left({}^{C_2}/_{T}\right)$ (1.19)	pour les liquides, C_1 et C_2 : Coefficients caractéristiques de liquide
ARHENIUS	$\mu = A . \exp\left({}^{E_v}/_{R.T}\right)$ (120)	pour décrire les cinétiques de réaction chimique. E_v: L'énergie d'activation requise pour engendrer l'écoulement entre les molécules du fluide ; R: constante des gaz parfait (1.987 cal .deg^{-1}. mole^{-1}) ; T: température absolue.

b. Influence de la pression

À une pression très élevée, (μ) augmente quand la pression augmente, Cependant, les variations de la viscosité sont pratiquement négligeables pour les liquides à moins de 40 bars et pour les gaz à moins de 20 bars, [1].

c. Coefficients de viscosité

Jouent un rôle très important en rhéologie, tableau 1.3.

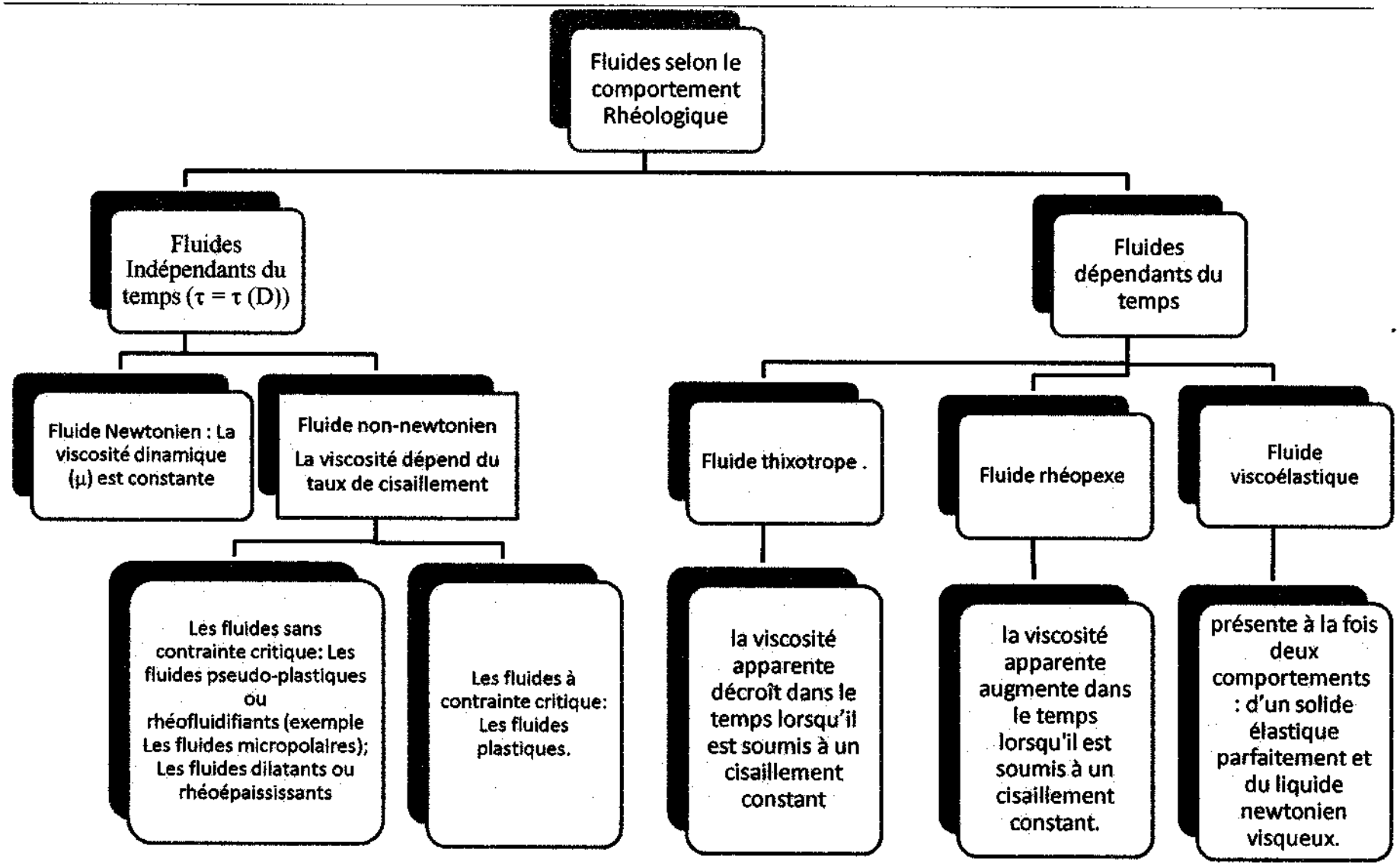
1.4.2. Classification rhéologique des fluides

L'état d'un fluide est caractérisée par deux principaux types de comportement rhéologique : Les fluides « indépendants du temps » et les fluides « dépendants du temps », figure.1.5. L'organigramme ci-dessous présente un développement de ces deux types de fluides :

Nb : Les raisons du caractère non-Newtonien d'un fluide sont- liées à la taille des particules, leur concentration dans la phase continue, leur forme, leur nature et leur aptitude à la déformation ou bien la réactivité physico-chimique de la phase continue notamment dans le cas des suspensions colloïdales, [1].

Tableau 1.3 : Les relations des différents coefficients de viscosités ,[1].

Coefficient	formule	caractère
Viscosité absolue μ	$\mu = \frac{\tau}{D}$ (1.21)	-----
Viscosité cinématique ν	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ (1.22)	μ : viscosité dynamique de la dispersion.
Viscosité relative μ_r	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_s}$ (1.23)	μ_s : viscosité dynamique du solvant
Viscosité spécifique	$\mu_{sp} = \frac{(\mu - \mu s)}{\mu s}$ (1.24)	-----
Viscosité intrinsèque	$\mu = \lim_{\substack{C \to 0 \\ \varepsilon \to 0}} [\frac{\mu_{sp}}{C}]$ (1.25)	C : représente la concentration de la phase dispersée.


Fluides selon le comportement Rhéologique
Fluides Indépendants du temps (τ = τ (D))
Fluides dépendants du temps
Fluide Newtonien : La viscosité dinamique (μ) est constante
Fluide non-newtonien
La viscosité dépend du taux de cisaillement
Fluide thixotrope .
Fluide rhéopexe
Fluide viscoélastique
Les fluides sans contrainte critique: Les fluides pseudo-plastiques ou rhéofluidifiants (exemple Les fluides micropolaires); Les fluides dilatants ou rhéoépaississants
Les fluides à contrainte critique: Les fluides plastiques.
la viscosité apparente décroît dans le temps lorsqu'il est soumis à un cisaillement constant
la viscosité apparente augmente dans le temps lorsqu'il est soumis à un cisaillement constant.
présente à la fois deux comportements : d'un solide élastique parfaitement et du liquide newtonien visqueux.

1.5. Modèles des fluides Non-Newtoniens indépendant du temps

1.5.1. Fluides Plastiques

se sont des fluides sans contrainte critique leurs comportement est indépendants du temps, exemples : dans l'industrie agro-alimentaire tels que la moutarde, le chocolat fondu, les margarines, certaines graisses ; dans l'industrie pétrolière tels les peintures, la pâte à papier, certaines suspensions de particules solides concentrées, les boues de forage, etc. [1]. Il existe plusieurs lois rhéologiques, citons quelques unes (tableau 1.4).

Tableau 1.4 : Lois rhéologiques des fluides « indépendant du temps » présentant une contrainte critique, [1].

Modèle	Loi Rhéologique $\begin{cases} \text{pour } \tau \geq \tau_c \\ \dot{\gamma} = 0 \text{ si } \tau < \tau_c \end{cases}$	Paramètres	Remarque
Plastique de Bingham	$\tau - \tau_c = \mu_p \dot{\gamma}$ (1.26) μ_p : Viscosité plastique.	τ_c et μ_p	Conduites cylindriques et annulaires Agitation Transfert thermique
Casson	$\tau^{1/2} - \tau_c^{1/2} = k_c \dot{\gamma}^{1/2}$ (1.27)	$k_c = \mu_c^{1/2}$ et τ_c	Suspension de flocs
Casson généralisé	$\tau - \tau_c = k_c \dot{\gamma}^n + \mu_\infty \dot{\gamma}$ (1.28)	$k_c = \mu_c^{1/2}$ et τ_c	μ_∞ : La valeur limite de viscosité apparente (μ_a). k_c : Consistance critique de fluide. n : indice de comportement.
Herchel-Bulkley	$\tau - \tau_c = (k \dot{\gamma})^n$ (1.29)	τ_c, k et n	Utilisé expérimentalement. k : Consistance de fluide
Skelland	$\tau - \tau_c = \frac{\mu_0 \dot{\gamma}}{1 + C(\tau - \tau_c)^m}$ (1.30)	τ_c, μ_0, m et C	-------
Crowley-Kitzes	$\tau = \mu_L \left(\frac{1.2 + \alpha[(C_1\tau)^{-0.2} + 1]^3}{1.2 - \alpha[(C_1\tau)^{-0.2} + 1]^3} \right) \dot{\gamma}$ (1.31)	C_1	Utilisé pour les suspensions de ThO_2 dans l'eau lourde. α : Le facteur volumique de ThO_2

1.5.2. Fluides pseudo-plastiques (rhéofluïdifiants)

Généralement, ce type de fluides ne présentent pas de contrainte critique d'écoulement ou bien très faible contrainte critique, exemple : les ciments, les colles, les pâtes à papier, le savon, les fluides en suspensions de détergents, et certaines peintures, fluide de particules en suspension de polymère (latex) dans l'eau, solution aqueuse de polyacrylamide (figure.1.6, 1.7), les modèles de ce type sont regroupés dans le tableau (tableau.1.5). La viscosité apparente diminue progressivement lorsque la vitesse de cisaillement augmente, [1, 2, 12].

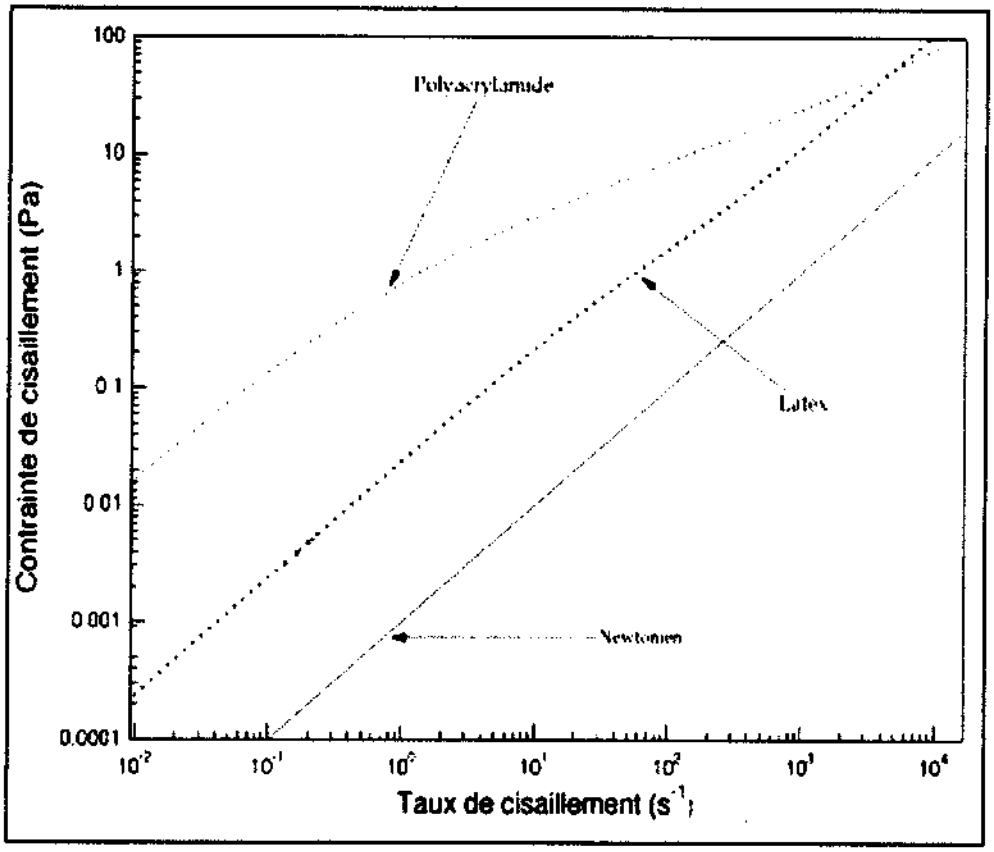


Figure 1.6 : Rhéogrammes des fluides Rhéofluidifiant, obtenus pour : a) Solution aqueuse de polyacrylamide, b) une particule de polymère de (latex) en suspension dans l'eau, [12].

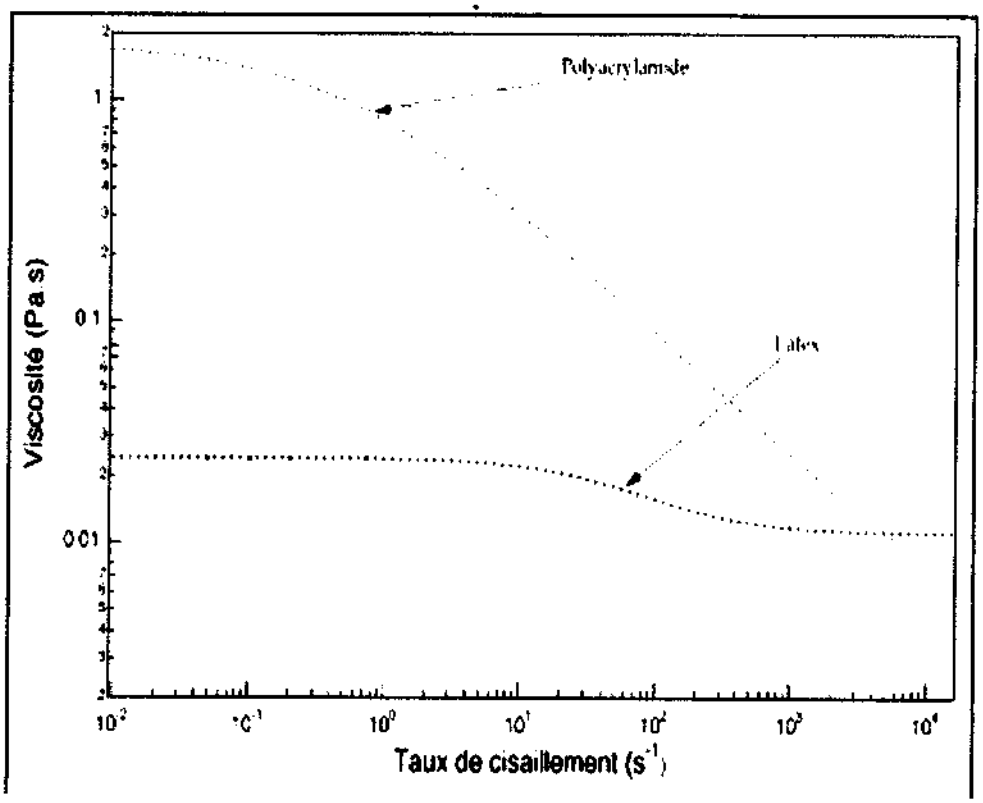


Figure 1.7 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour une solution aqueuse de : a) polyacrylamide, b) une suspension de particules de polymère (latex) dans l'eau, [12].

Tableau 1.5 : Lois rhéologiques des fluides Rhéofluidifiants ne présentent pas une contrainte critique, [1, 2, 12].

Modèle	Loi rhéologique	Paramètres n < 1
Ostwald De Waele	$\tau = k.\dot{\gamma}^n$ (1.32)	n, k: sont respectivement, paramètre et indice de consistance,
Ostwald De Waele	$\mu = m.\dot{\gamma}^{n-1}$ (1.33)	m est un paramètre, il d'écrit très mal le comportement à faible taux de cisaillement [15].
Carreau	$\tau = \left[\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (\lambda.\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}}\right].\dot{\gamma}$ (1.34)	$\mu_0, \mu_\infty, \lambda$ n : indice de structure
Cross	$\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+(\dot{\gamma}.t_1)^p}\right].\dot{\gamma}$ (1.35)	μ_0, μ_∞, t_1 et p μ_∞ :représente la viscosité à très fort taux de cisaillement
Ellis	$\tau = \left[\frac{\mu_0}{1+\left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}\right].\dot{\gamma}$ (1.36)	$\mu_0, \tau_{1/2}, \alpha$ $\tau_{1/2}$: Présente la moitié du contrainte de cisaillement appliquée.

1.5.3. Fluides dilatants (rhéopaississants)

Obéissent également à la loi d'Ostwald mais avec (n > 1), autrement dit la viscosité apparente (μ_a) croît avec la vitesse de cisaillement D ($\dot{\gamma}$), (figure 1.5). Exemples de fluides dilatants : des dispersions très concentrés, des solutions d'amidon ou certains polymères dits PVC (polychlorure de Vinyle), [2].

1.5.4. Modèles des écoulements diverses

A cause de la loi d'Ostwald De Waele limitée par une gamme de taux de cisaillement, on doit utiliser d'autres modèles (lois plus complexes) en faisant intervenir plus de deux paramètres, notamment la viscosité apparente à cisaillement nul (μ_0) et la viscosité à cisaillement infini (μ_∞) afin de couvrir des gammes de cisaillement plus larges [4], ces modèles sont regroupés dans le tableau1.6, [1].

1.5.5. Ecoulement générale

Pratiquement, il est possible de trouver pour le même fluide, plusieurs comportements rhéologiques, correspondant chacun à un domaine de contraintes, figure 1.5, [1].

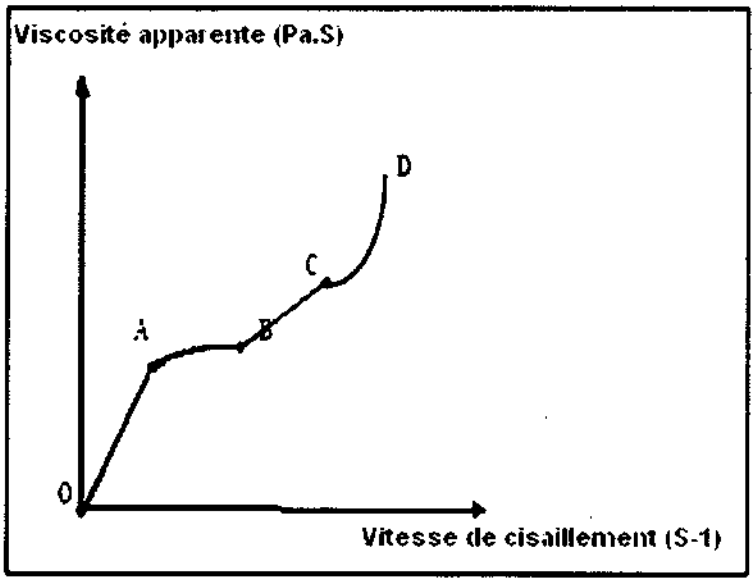


Figure 1.8 : Courbe d'écoulement complexe présentant différents types d'écoulement, [4].

L'explication de ces courbes est la suivante : (OA) le comportement est newtonien ; (AB) le domaine fluidifiant ; (BC) comportement newtonien ; (CD) le domaine épaississant.

Tableau 1.6. Lois rhéologiques des fluides « indépendants du temps » qui ne présentant pas de contrainte critique, [1].

Modèle	Loi Rhéologique	Paramètres
Prandtl-Eyring	$\tau = \tau_0 sh^{-1}(t_0.\dot{\gamma})$ (1.37)	τ_0, t_0
Meter	$\tau = \mu_0.\left[\frac{1+(\tau/\tau_m)^{\alpha-1}(\mu_\infty/\mu_0)}{1+(\tau/\tau_m)^{\alpha-1}}\right].\dot{\gamma}$ (1.38)	μ_0, τ_m et α
Powell-Eyring	$\tau = \mu_1.\dot{\gamma} + \frac{\mu_0}{t_0} sh^{-1}(t_0.\dot{\gamma})$(1.39)	μ_0, μ_1 et t_0
Williams	$\tau = \mu_\infty + \frac{\mu_0-\mu_\infty}{[1+2t_1^2\dot{\gamma}_1^2]^p}$ (1.40)	$\mu_0, \mu_\infty, t_1, \dot{\gamma}_1$et p
Hamersma	$\tau = \mu_\infty.\dot{\gamma} + \tau_0.[1 - exp\,(-a.\tau)]$ (1.41)	μ_∞, τ_0et $a = \frac{1}{\tau_0}\left[1 - \frac{\mu_\infty}{\mu_0}\right]$ (1.47)
Quemada	$\tau = \mu_\infty.\left\{\frac{1+\sqrt{t.\dot{\gamma}}}{\chi+\sqrt{t.\dot{\gamma}}}\right\}^2.\dot{\gamma}$ (1.42)	χ : constante liant μ_∞ et la viscosité à très faible taux de cisaillement. t : constante de temps.
Sisko	$\tau = \mu_0.\dot{\gamma} + k.\dot{\gamma}^n$ (1.43)	μ_0, k: indice de structure
Reiner Phillipoff	$\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0-\mu_\infty}{1+\left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^2}\right].\dot{\gamma}$ (1.44)	$\mu_0, \mu_\infty, \tau_s$ Généralement $\mu_0 >> \mu_\infty$
Loi puissance Tronquée De Spriggs	$\tau = \mu_0.\dot{\gamma}\,;\dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_0$ (1.45) $\tau = \mu_0.(\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_0)^{n-1}.\dot{\gamma}\,;\dot{\gamma} \geq \dot{\gamma}_0$ (1.46)	$\mu_0, \dot{\gamma}_0$, n

1.6. Fluides non-Newtonien dépendants du temps

Son comportement rhéologique a été expliqué par les modifications très rapides de leur structure interne, d'où le temps n'intervient pas de manière apparente dans les équations d'écoulement et la viscosité apparente est fixée uniquement pour une valeur donnée de la contrainte ou de la vitesse de cisaillement. Par contre, si les modifications de la structure interne sont lentes dans ce cas la viscosité apparente dépendra du temps, [1].

1.6.1. Fluide à comportement thixotrope

La viscosité diminue en fonction du temps sous l'effet du cisaillement et se reconstitue au repos, caractérisé par la boucle d'hystérèse (figure 1.6), le supérieur correspond à un cisaillement croissant, l'inférieur correspond à un cisaillement décroissant, [1].

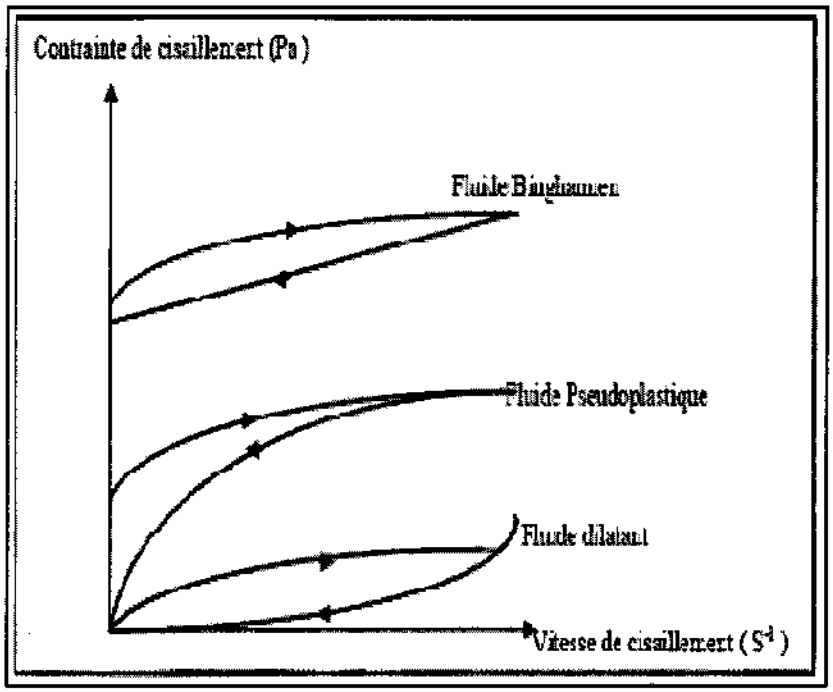


Figure 1.9 : Exemples de boucles d'hystérèse de fluides thixotropes, [4]

Exemple : certains polymères fondus, les boues de forage, les graisses, les margarines, les encres d'imprimerie, certaines peintures et de nombreux fluides de l'industrie alimentaire peuvent présenter un comportement thixotrope. La thixotropie à de grande importance industrielle, elle est soit néfaste dans le cas du démarrage d'installations de pompage, soit désirée, car il peut être intéressant d'avoir un fluide qui se liquéfie lorsqu'on le met en œuvre et qui se raidit lorsqu'on le stocke ou lorsqu'on le laisse au repos, [1].

1.6.2. Fluides rhéopexes (anti-thixotrope)

La viscosité augmente en fonction du temps sous l'effet du cisaillement et se reconstitue au repos la viscosité apparente augmente avec le temps, exemples : suspensions de bentonite, les émulsions d'eau dans l'huile et certains dérivés de la cellulose (solution de méthyle cellulose), [1].

1.6.3. Fluide viscoélastique

La viscoélasticité est un phénomène physique qui présente à la fois le comportement visqueux et le comportement élastique (solide élastique parfaitement et du liquide newtonien visqueux), exemples: suspensions de particules élastiques dans un liquide visqueux ; Emulsion et suspensions de certains couples de liquides Newtoniens ; Bitumes ; Polymères fondus (Nylon) ; Mayonnaise. En régime transitoire, on peut définir les fonctions de fluage $f(t)$ et de relaxation $g(t)$ qui sont essentielles pour connaitre les propriétés viscoélastiques du matériau, tableau.1.7.

Tableau 1.7. Différents modèles de la viscoélasticité, leurs équations rhéologiques, fonctions fluages, déformations et les schémas correspondants, [1].

Modèle	Equation Rhéologique	Fonction fluage f(t) et la déformation g(t)
Solide élastique parfait	Loi de **loi de Hooke :** $\gamma(t) = J.\tau(t)$ (1.48)	J : **la complaisance élastique** (Pa^{-1}). $G = {}^{1}/_{J}$: module élastique ou module de **Coulomb.** $f(t) = J$; Pour $t \geq 0$
Liquide visqueux newtonien	$\frac{d\gamma(t)}{dt} = \frac{\tau(t)}{\mu}$ (1.38) ; $\gamma(t) = \frac{1}{\mu}\int_0^t \tau(k)dk$ (1.49) $t< 0 : \tau(t) = 0$ et $\gamma(t) = 0$.	Pour $t \geq 0$ $\gamma(t) = \frac{\tau_0}{\mu}.t$ (1.50) La fonction fluage pour $\tau_0 = 1$; $f(t) = \frac{t}{\mu}$ (1.51)
Solide de Kelvin-Voigt	$\mu\frac{d\gamma(t)}{dt} + \frac{1}{J}\gamma = \tau$ (1.52)	$f(t) = J.\left[1 - exp\left(\frac{-t}{\theta}\right)\right]$ (1.53) le temps $\theta = \mu.J$ (s)

Suite du tableau :

Maxwell	$\frac{d\gamma}{dt} = J\frac{d\tau}{dt} + \frac{1}{\mu}\tau$ (1.54) $\gamma = J.\tau + \frac{1}{\mu}\int_0^t \tau dt$ (1.55)	$f(t) = J + \frac{t}{\mu}$ (1.56) pour $\tau_0 = 1$
Kelvin-Voigt généralisé	$\theta_i = \mu_i J_i$: temps de retard du *i* iéme solide de Kelvin-Voigt. h : nombre de solide de Kelvin-Voigt. J_0 : complaisance élastique instantanée. μ_N : viscosité newtonienne.	$f(t) = J_0 + \frac{t}{\mu_N} + \sum_{i=1}^{n} J_i\left(1 - e^{\frac{-t}{\theta_i}}\right)$ (1.57) $g(t) == \frac{T}{\mu_N} + \sum_{i=1}^{n} J_i\left(e^{\frac{T}{\theta_i}} - 1\right)e^{\frac{t}{\theta_i}}$ (1.58)
Maxwell généralisé	$r(t) = \sum_{i=1}^{n} G_i . e^{\frac{-t}{\theta_i}}$ (1.59)	

1.7. Conclusion

Par l'étude Rhéologie théorique du comportement des fluides en écoulement, il est constaté qu'il existe un lien direct et fort entre le type de fluide au niveau de la structure interne et l'affluence du comportement de l'écoulement sur les caractéristiques non-Newtonien d'une part et la réponse de la structure aux forces de cisaillement externes appliquées d'une autre part. En principe, il est donc possible de rassembler les caractéristiques rhéologiques désirées d'un matériel par la manipulation de sa structure en utilisant une gamme des additifs. Vice-versa, des mesures rhéologiques peuvent être employées pour obtenir des perspicacités utiles au sujet de la microstructure d'un tel système. Bien que ce lien soit exploité extensivement sur une base courante en formulant des matériaux dans une forme commode dans l'industrie (ex : la nourriture, les médicaments de soin personnel, les peintures, etc.), [18].

Chapitre 2 :

Caractéristiques générales de la convection libre

2.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre consacré à l'étude théorique de la convection libre est d'analysé les caractéristiques de la convection libre externe et la convection libre interne des différents types, que se soit des surfaces ouvertes ou fermées de formes diverses.

Le phénomène de la convection naturelle se produise dans des milieux liquides ou gazeux, c'est un mode de transfert de chaleur des trois modes de transfert connus : conduction, convection et rayonnement. Il est caractérisé par le mouvement des particules ascendantes et descendantes d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes.

2.2. Définition de la convection libre

La convection naturelle ou libre a comme origine les mouvements produit par les différences de densité (la variation de la masse volumique) entre les particules chaudes et celles qui sont froides existant dans un fluide situé dans un champ de forces massiques (exemple champ gravitationnel), la configuration et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les condition thermiques qui la déclenchent, la nature du fluide et l'espace où a lieu le processus. Le traitement de la convection libre sera fait en parlant du champ de gravité et en absence des autres forces massiques, [7]. En effet lorsque la masse volumique $\rho = f(p,T)$ admet des variations spatiales, la force de gravité $(\rho\vec{g})$ est en générale rotationnelle (motrice). Elle engendre alors un écoulement appelé écoulement de convection naturelle ou thermoconvection, [8]. Les équations de base qui régissent les phénomènes de convection naturelle sont identiques à celles régissant le phénomène de convection forcée, la grande différence provient du fait que, en convection naturelle les phénomènes hydrodynamique et thermique sont couplés par la masse volumique variable, [8].

2.3. Formulation d'un problème de convection

Dans le cas général, les équations retenues pour un écoulement bidimensionnel (x,y), d'un fluide sont, [10] :

- L'équation de continuité ou conservation de la masse :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla.V = \sum \rho.q_v \; ; \text{D'où} \sum \rho.q_v = 0 \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \qquad (2.2)$$

Si le fluide est de type Newtonien incompressible et le régime est permanent on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.3}$$

- Les équations de quantité de mouvement selon les directions ox et oy sous l'effet des forces de gravité seulement:

$$\rho\frac{DV}{Dt}=-\nabla P+\mu\nabla^2V+F \tag{2.4}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+f_x \tag{2.5}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+f_y \tag{2.6}$$

- L'équation de l'énergie :

$$\rho c\frac{DT}{Dt}=\nabla.(k\nabla T)+q'''+\mu\Phi \tag{2.7}$$

A savoir que : ρ : la masse volumique donnée [kg/m^3] ; c : la chaleur spécifique; k est la conductivité thermique du fluide ; q''' : source interne de chaleur qui est nulle; $\mu\Phi$: la dissipation visqueuse qui est négligeable. L'équation de l'énergie pour ce modèle est:

$$\rho c\frac{DT}{Dt}=k\nabla^2T \tag{2.8}$$

Le régime est permanent et en deux dimensions, on obtient :

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{2.9}$$

C_p : la chaleur spécifique à pression constante, donnée en [Joule/kg.K]. k : La conductivité thermique du corps solide donné en [w/m.K].

2.4. Convection naturelle externe dans un fluide Newtonien

Dans le cas de la convection libre les équations de quantité de mouvement et celle de l'énergie sont couplées, ce qui rend l'étude de la convection libre délicate, Ainsi, tout comme la convection forcée, la convection libre peut être laminaire ou turbulente, [9].

De nombreuses géométries ont été examinées, nous nous limiterons aux cas les plus courants : plaque plane verticale et cylindre verticale car le deuxième cas est analogue au premier cas et on peut utiliser les mêmes formules de corrélation, [9].

2.4.1. Hypothèse de BOUSSINESQ

Dans les cas les plus courants de la convection libre les variations de la masse volumique au sein du fluide sont faibles et les vitesses d'écoulement sont assez lentes, alors il est possible de considérer le fluide comme quasi-incompressible, les variations de ρ sont négligées partout, excepté dans la force de gravité à l'origine du phénomène de thermoconvection. C'est l'hypothèse de BOUSSINESQ, et dans ce cas les équations d'état du fluide vont être simplifiées en remplaçant ρ dans les équations de continuité et l'équation de l'énergie sauf dans le terme de gravité, [8]:

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \tag{2.10}$$

Avec :

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P_0} \tag{2.11}$$

D'où ρ_0, P_0 et T_0 désignent les paramètres relatifs au cœur du fluide et β le coefficient de dilatation à pression constante, pour les liquide $\beta = 10^{-4}\ K^{-1}$, de plus dans de tels fluides, les gradients de pression sont rarement très élevés, ainsi une différence de température de 10 K engendre une variation relative de masse volumique $\beta(T - T_0) = 10^{-3}$, l'hypothèse de BOUSSINESQ est donc légitime, sauf pour certains cas particuliers comme les plasmas où les variations de température atteignent quelques milliers de degrés, [8].

2.4.2. Equations de la couche limite laminaire

Considérant un corps solide de volume V ($l \times H \times e$), la température de la surface est uniforme et égale à T_0, ce corps est immergé dans un fluide incompressible de masse volumique ρ et ça température T_∞ tel que$T_0 > T_\infty$ (figure 2.1), alors la chaleur Q du corps transférée au fluide par convection naturelle est donnée par, [11]:

$$Q = (H.l)h_{0-H}(T_0 - T_\infty) \tag{2.12}$$

Avec : h_{0-H} est le coefficient d'échange de chaleur par convection, l'indice $o\text{-}H$: désigne l'intervalle de distribution, o : l'origine du repère (x, y, z), H : la longueur suivant l'axe *oy*.

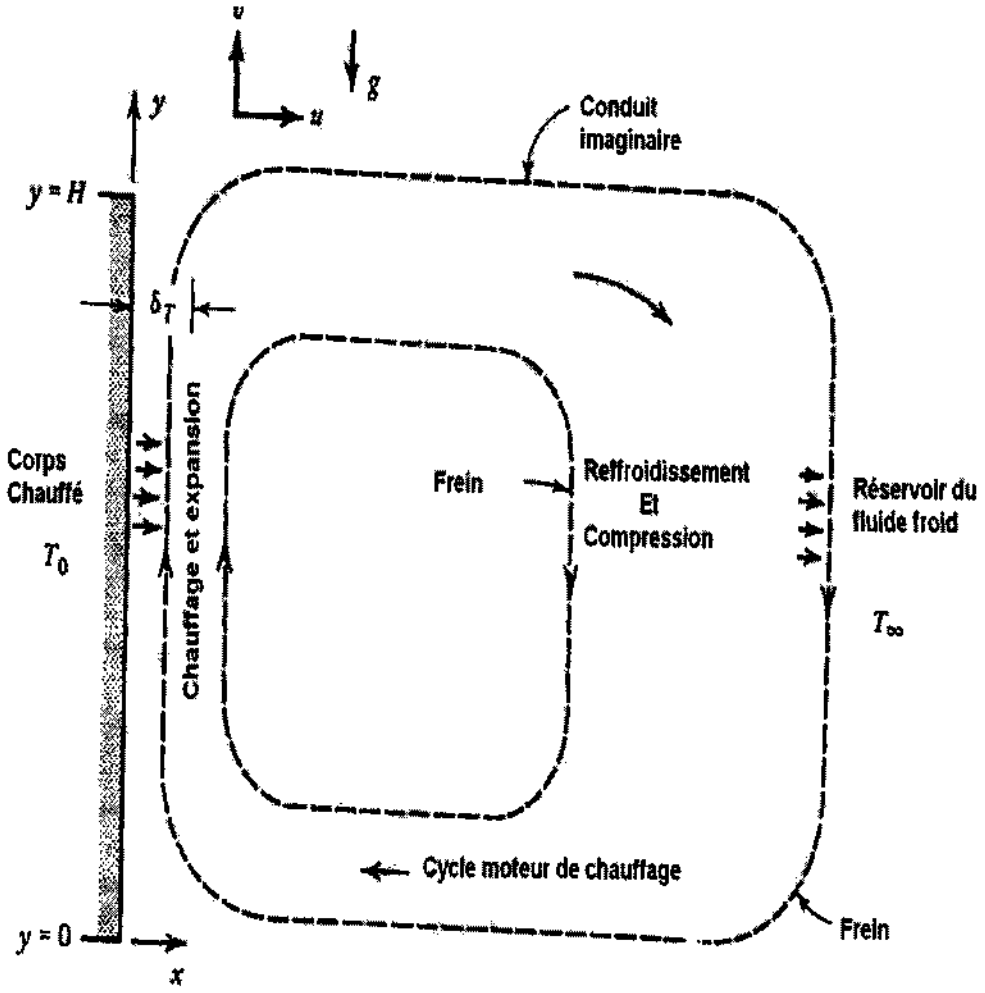


Figure 2.1 : Convection naturelle le long d'un corps solide en position vertical immergé dans un fluide en repos, [11]

Comment déterminer le taux de transfert thermique Q quand la différence de température corps/fluide est connue, alors l'objectif est de calculer le coefficient moyen de transfert par convection $ho\text{-}H$ appliqué à tout point de contacte entre la surface $(l \times H)$ du corps et le fluide, [11].

Dans cette partie, l'étude se concentre sur la région de la couche limite, où l'échelle de $ho\text{-}H$ est $\frac{k}{\delta_T}$ et l'épaisseur de la couche limite thermique est δ_T est négligeable devant H, [11]. Donc l'application des équations de Navier-Stokes au niveau de la couche limite est :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 \\ \rho\left(u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)=-\dfrac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \\ \rho\left(u\dfrac{\partial v}{\partial x}+v\dfrac{\partial v}{\partial y}\right)=-\dfrac{\partial P}{\partial y}+\mu\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+f_Y \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=\dfrac{k}{\rho c_p}\left(\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \end{cases}$$

Avec $f_Y=-\rho.g$: le poids du fluide en circulation. $\alpha=\frac{k}{\rho c_p}\ [\frac{m^2}{s}]$.

Au niveau de la couche limite les équations (2.3) et (2.9) seront réduites par analyse d'échelle à des formes simple, ainsi que le terme du graduent de pression dans les équations de quantité de mouvement, [11].

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{dP}{dy}=\frac{dP_\infty}{dy} \tag{2.13}$$

Alors les équations de continuité et de l'énergie dans la couche imite deviennent :

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{dP_\infty}{dy}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}-\rho.g \tag{2.14}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{2.15}$$

D'autre par notant que le graduent de pression hydrostatique du fluide dans le réservoir de masse volumique ρ_∞, égale : $\frac{dP_\infty}{dy}=-\rho_\infty.g$; et l'équation du quantité de mouvement (2.14) prend la forme :

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+(\rho_\infty-\rho)g \tag{2.16}$$

La prochaine étape consiste à résoudre les équations : de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie (2.3), (2.15) et (2.16), à fin de déterminer les profiles u, v et T dans la couche limite. Le terme $(\rho_\infty-\rho)g$ présente la force exercée par le fluide, le sens de l'écoulement est conduit par le champ de densité $\rho(x,y)$ générée par le champ de température $T(x,y)$. Les équations (2.15) et (2.16) sont couplées par l'intermédiaire de l'équation d'état du fluide: si le fluide est assimilé à un gaz parfait alors on utilise la

relation: $P = \rho.R.T$; si le fluide est réél (non-Newtonien), alors l'étude sera est différente, d'une façon claire l'écriture des équations de bilan dépende du type de fluide a étudié et son comportement rhéologique, [11].

Si le fluide se comporte comme un model d'un gaz idéal, l'équation (2.16) devient, [13] :

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = \upsilon\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + g\beta(T - T_\infty) \qquad (2.17)$$

A. Solution par analyse d'échelle

On considère la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans la région de la couche limite thermique, d'où : $x \sim \delta_T et\ y \sim H$ et les résultats obtenus sont représentés dans les figures 2.2 – 2.3, et regroupés dans le tableau 2.1:

Tableau 2.1 : Sommaire des échelles de l'écoulement et de transfert thermique dans la couche limite de la convection naturelle, [11].

Gamme du nombre de Prandtl	L'épaisseur de la couche limite thermique	Profile de vitesse			Nombre de Nusselt $Nu = \frac{HL}{k}$
		Distance entre paroi solide et le max du profile de vitesse	L'épaisseur de jet de paroi	Echelle de vitesse	
$Pr > 1$	$H(R_{a_H})^{-1/4}$	$H(R_{a_H})^{-1/4}$	$P_r^{\frac{1}{2}}(H(R_{a_H})^{-1/4})$	$\frac{\alpha}{H}R_{a_H}{}^{1/2}$	$R_{a_H}{}^{1/4}$
$Pr < 1$	$P_r^{-\frac{1}{4}}((R_{a_H})^{-1/4})$	$P_r^{\frac{1}{4}}((R_{a_H})^{-1/4})$	$P_r^{\frac{1}{4}}((R_{a_H})^{1/4})$	$\frac{\alpha}{H}(P_r R_{a_H})^{1/2}$	$(P_r R_{a_H})^{1/4}$

Avec : $R_{a_H} = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\alpha\nu} et\ P_r = \frac{\nu}{\alpha}$

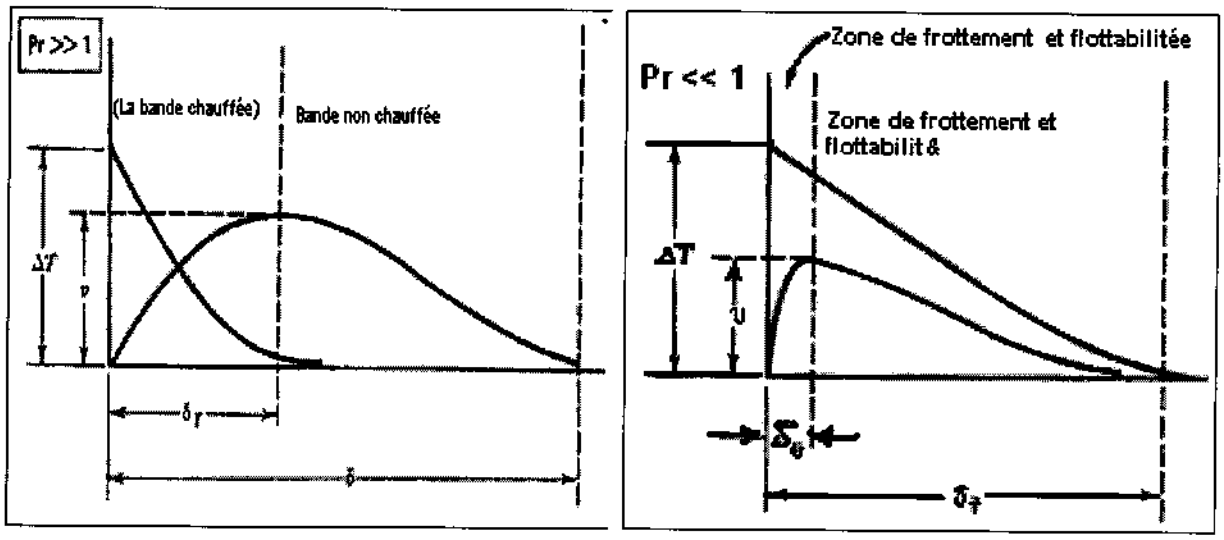


Figure 2.2 : Les échelles des deux longueurs de l'écoulement de la couche limite le long de la paroi chauffée, [11].

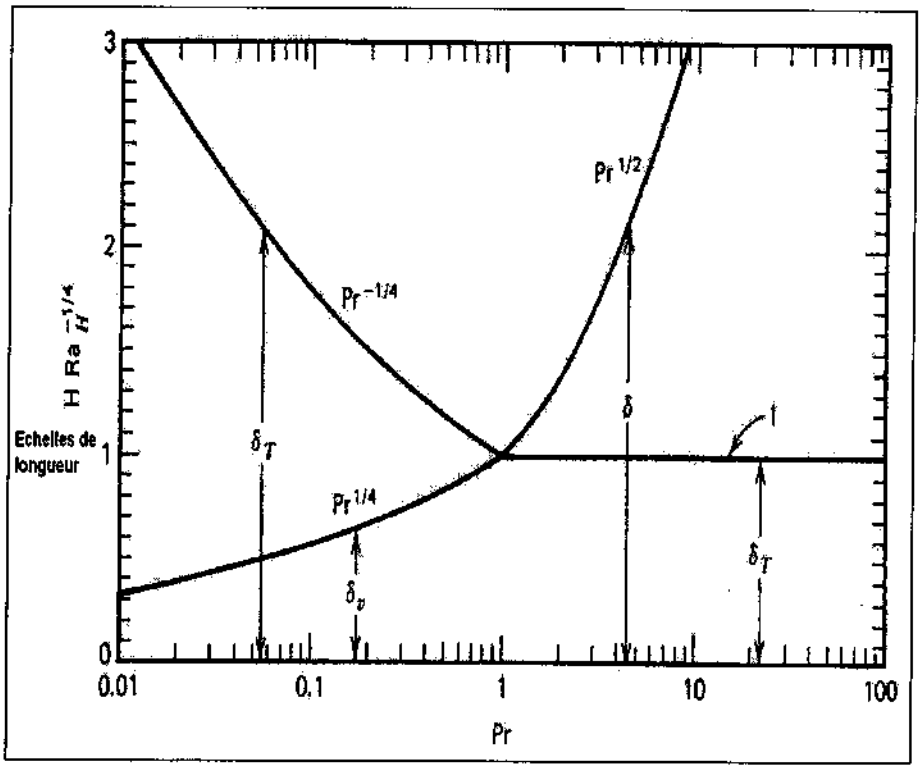


Figure 2.3 : L'ordre relatif de magnitude d'échelles de longueur dans l'écoulement de la couche limite de convection naturelle, [11].

B. Solution intégrale

La solution intégrale des équations qui gouverne le phénomène de la convection naturelle externe, peut être employée pour déterminer le flux local de la chaleur (q"),

l'épaisseur de la couche limite thermique (δ_T), et les profils de vitesse (tableau 2.2 et figure 2.4). L'intégrale des équations de quantité de l'énergie (2.17), (2.15), de x = 0 (à la paroi) à x = X (loin de la paroi, la zone froide isotherme et immobile), ils ont obtenus les résultats suivants [11] :

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^X v^2\,dx = -\upsilon\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{x=0} + g\beta\int_0^X (T-T_\infty)\,dx \qquad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\int_0^X v(T_\infty - T)\,dx = \alpha\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} \qquad (2.19)$$

Les échelles de longueur utilisée dans l'analyse d'échelle ci-dessus sont très utilisées en choisissant les formes de profils appropriées *de v* et *de T* à substituer dans les équations intégrales (2.18) et (2.19). Nous devons effectuer l'analyse intégrale dans deux parties, pour Pr > 1 et Pr < 1, [11]:

Tableau 2.2 : sommaire de la solution intégrale de l'écoulement et de transfert thermique dans la couche limite de la convection naturelle, [11].

Gamme de nombre de Prandtl	**Profile de température**	**Profile de vitesse**
$Pr > 1$	$T - T_\infty = \Delta T e^{-x/\delta_T}$ (2.20) et $\Delta T = T_0 - T_\infty$	$v = V e^{-x/\delta}(1 - e^{-x/\delta_T})$ (2.21)
$0 < x < 0^+$	$P_r = \frac{5}{6} q^2 \frac{q+1/2}{q+2}$ (2.22)	$Nu = \left[\frac{3}{8}\frac{q^3}{(q+1)\left(q+\frac{1}{2}\right)(q+2)}\right]^{1/4} R_{a_y}^{1/4}$ (2.23)
$P_r \to \infty$	$q = \frac{\delta}{\delta_T} = \left(\frac{6}{5}P_r\right)^{1/2}$ (2.24)	$Nu = 0.783\, R_{a_y}^{1/4}$ (2.25)
$Pr < 1$	$T - T_\infty = \Delta T e^{-x/\delta_T}$ (2.26)	$v = V_1 e^{-x/\delta_T}(1 - e^{-x/\delta_v})$ (2.27) $P_r = \frac{5}{3}\left(\frac{q_1}{1+q_1}\right)^2$ (2.28) ; $q_1 = \frac{\delta_v}{\delta_T}$
	$N_u = \left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{q_1}{2q_1+1}\right)^{1/2} R_q{}^{1/4}$ (2.29) $\frac{\delta_v}{\delta_T} = \left(\frac{3}{5}P_r\right)^{1/2}$ et $N_u = 0.689\left(P_r R_{a_y}\right)^{1/4}$ (2.30)	

Les Nusselts calculés par la méthode intégrale dépendent des expressions analytiques choisies des profils de vitesse et de température, [11].

Egalement la figure 2.4 montre que le nombre de Nusselt prévu par l'analyse intégrale de Squires, qui a supposé une expression polynomiale pour les profils de température et de la vitesse avec $\delta_T = \delta$, [11].

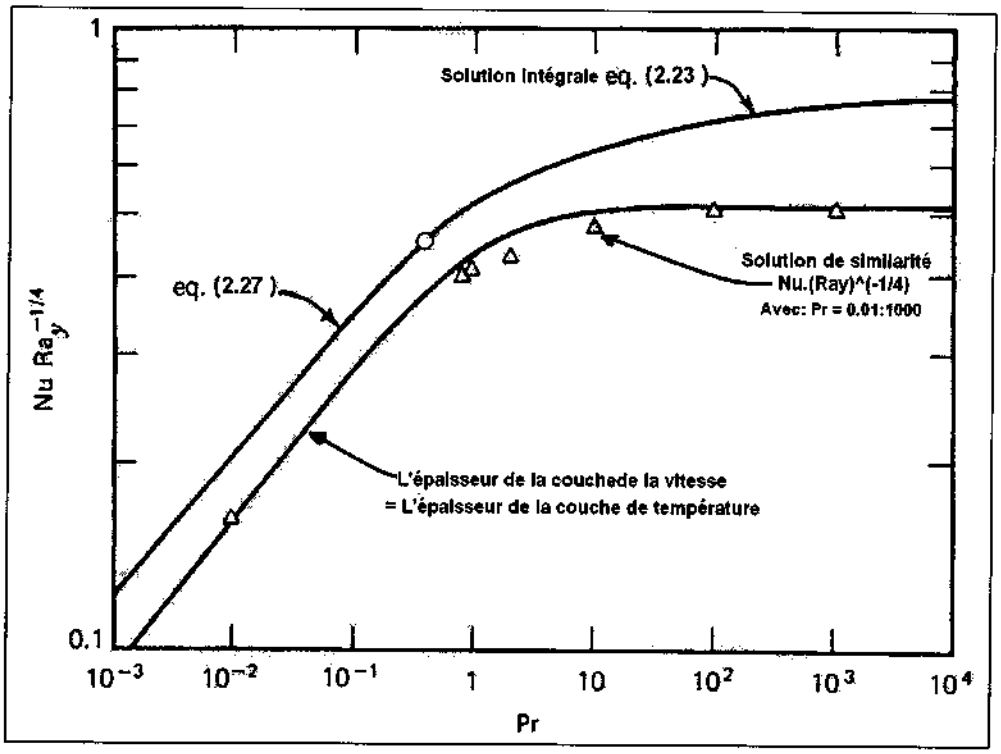


Figure 2.4 : Nombre de Nusselt local pour un écoulement de convection naturelle de la couche limite laminaire le long d'une paroi verticale : résultats de similarité contre la solution intégrale, [11].

C. Solution de similarité

du tableau 2.1 et la solution intégrale, nous savons que n'importe quelle échelle de longueur dans la région de la couche limite est proportionnelle à $y^{1/4}$. La variable de similarité sans-dimension $\eta(x,y)$, peut alors être construite comme x divisé par n'importe quelle échelle de longueur mentionné dans le tableau 2.1 ; on choisi Pr > 1 et l'épaisseur de la couche limite thermique est $yR_{a_y}^{-1/4}$ comme échelle de longueur le plus approprié (fig.2.3), la variable de similitude est donnée par, [11] :

$$\eta = \frac{x}{y} R_{a_y}^{1/4} \qquad (2.31)$$

Introduisant les équations de courants $u = \frac{\partial \psi}{\partial y} et\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ dans les équations de l'énergie et de quantité de mouvement on obtient :

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{2.32}$$

$$-\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = -\upsilon \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} + g.\beta(T - T_\infty) \tag{2.33}$$

Avec : $\theta(\eta, Pr) = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$ et le profil de la vitesse verticale $v = \frac{\alpha}{y} R_{a_y}^{\frac{1}{2}} G(\eta, Pr)$.

On obtient : $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \Longrightarrow \psi = \alpha R_{a_y}^{\frac{1}{4}} F(\eta, Pr)\ et\ G = -\frac{\partial F}{\partial \eta}$, donc on obtient :

Equation de l'énergie :

$$\frac{1}{2} F\theta' = \theta'' \tag{2.34}$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{1}{Pr}\left(\frac{1}{2}F'^2 - \frac{3}{4}FF''\right) = -F''' + \theta \tag{2.35}$$

Ces équations montrent de nouveau la signification de l'échelle adopté pour Pr >1 dans la définition du variable de similarité η et la fonction G (tous les deux sont d'ordre 1). Les équations (2.32) et (2.33) doivent être résolues par la méthode de similarité sous les conditions aux limites appropriés, [11] :

$$\begin{cases} si\ x = 0 \\ alors\ \eta = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \\ T = T_0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} F = 0 \\ F' = 0 \\ \theta = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} alors \begin{matrix} si\ x \to \infty \\ \eta \to \infty \end{matrix} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ T = T_\infty \end{cases} et \begin{cases} F' = 0 \\ \theta = 0 \end{cases}$$

Les graphes obtenus par la résolution numérique des équations différentielles ci-dessus sont les suivants, [11].

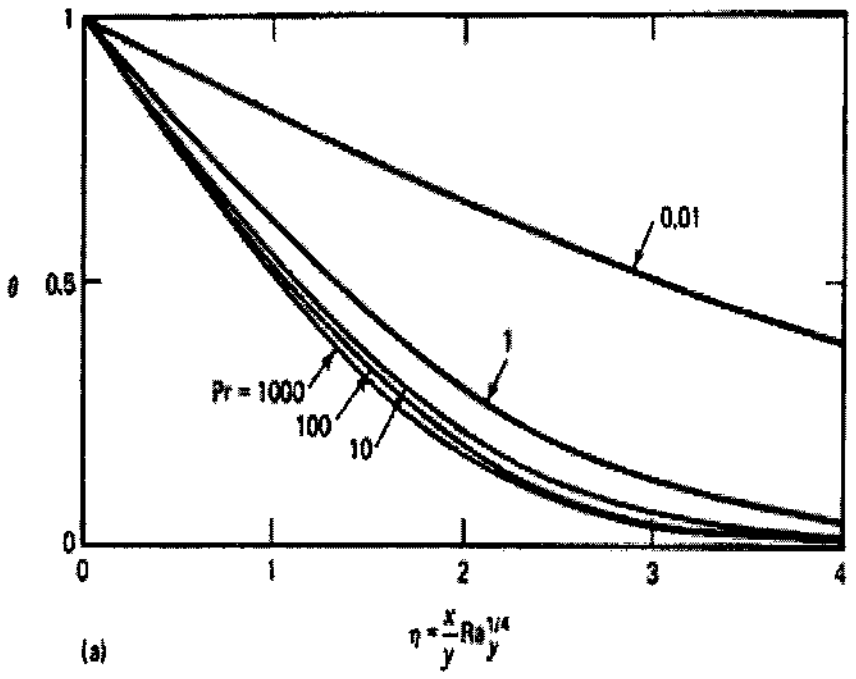


Figure 2.5: Profil de température, obtenu par la solution de similarité au niveau de la couche limite laminaire, [11].

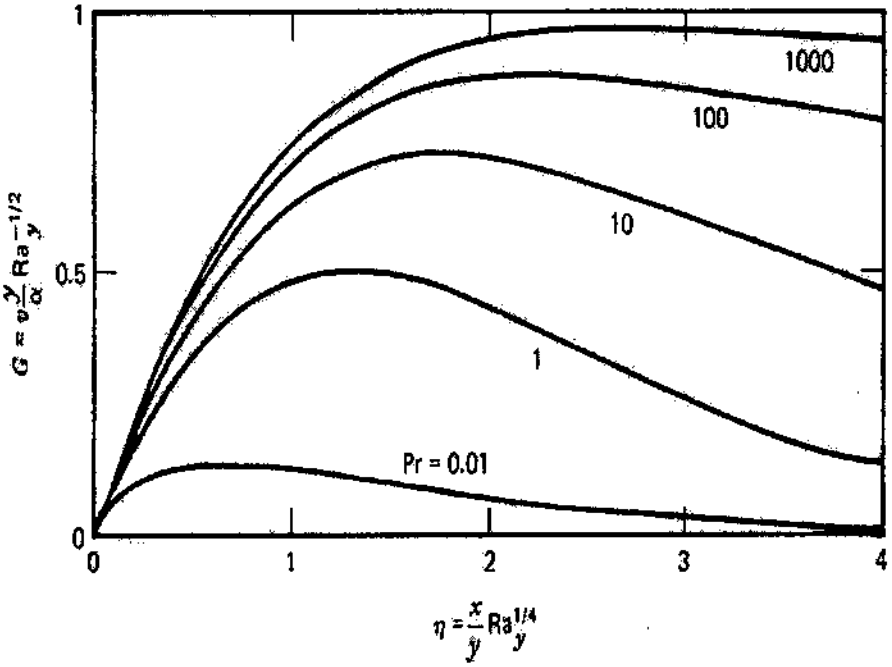


Figure 2.6 : Profiles des vitesses verticales, obtenus par solution de similarité au niveau de la couche limite laminaire, [11].

2.5. Convection naturelle externe dans un fluide Non-Newtonien

Dans la convection libre, il y a une nouvelle complexité du fait que le mouvement d'un fluide non-Newtonien résulte des forces de flottabilité dues aux différences de densité et provoquant la vitesse rotationnelle des particules qui augmente la viscosité du fluide, et la formulation mathématique du modèle d'écoulement d'un tel fluide non-Newtonien diffère de celui d'un fluide Newtonien (équation de bilan de matière, équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie sont donc couplés), [18].

2.5.1. Plaques verticales

Les résultats analytiques édités pour le transfert thermique à partir des plaques planes, des cylindres et des sphères impliquent des approximations significatives.

Ce travail a été passé en revue par Shenoy et Mashelkar [1982] et Irvine et Karni [1987], les expressions simples (qui sont également considérées comme fiables) pour les coefficients de transfert thermique sont données ci-dessous, [18] :

Tableau 2.3 : Nombre de Nusselt donné en fonction de nombres de Grashof et Prandtl, [18].

Nombre de Nusselt	Nombre de Prandtl	Nombre de Grashof
$Nu = \frac{hL}{k} = C_0(n).Gr^{\frac{1}{2(n+1)}}.Pr^{\frac{n}{3n+1}}$ (2.36)	$Pr = \frac{\rho C_p}{k}\left(\frac{m}{\rho}\right)^{2/(n+1)} L^{(n-1)/2(n+1)}(g\beta\Delta T)^{3(n-1)/2(n+1)}$ (2.37)	$Gr = \frac{\rho^2 L^{n+2}(g\beta\Delta T)^{2-n}}{m^2}$ (2.38)

m, n : paramètres caractérisant le type de fluide, déterminés expérimentalement.

Toutes les propriétés physiques sont évaluées à la température moyenne du film, excepté le coefficient d'expansion thermique, qui est évaluée à la température de liquide en volume.

La constante $C_0(n)$ prend les valeurs données par le tableau ci-dessous:

Tableau 2.4: Les valeurs de la constante C_0 en fonction de n, [18].

n	0.5	1.0	1.5
$C_0(n)$	0.60	0.68	0.72

La valeur moyenne de $C_0(n)$ 0.66 peut être employée pour la plupart des calculs désignés.

$m = m_0 \exp\left(\frac{E}{RT}\right)$; m_0, E, R, sont des constantes expérimentales qui suivent le type de fluide.

Pour un flux de chaleur constant sur la surface d'une plaque plane, les valeurs du nombre de Nusselt à une distance x de la base de la plaque plane a été corrélé empiriquement (le tableau 2.5):

Tableau 2.5 : Nombre de Nusselt donné en fonction de nombres de Grashof et Prandtl et la distance x, [18].

Nombre de Nusselt	Nombre de Prandtl	Nombre de Grashof
$Nu_x = \frac{hx}{k} = C.\left(Gr^{\frac{3n+2}{(n+4)}}.Pr\right)^B$ (2.39)	$Pr = \frac{\rho C_p}{k}\left(\frac{m}{\rho}\right)^{7/(n+4)} x^{(2n-1)/(n+4)} \left(\frac{g\beta q_w}{k}\right)^{3n-1/n+4}$ (2.40)	$Gr = \rho^2 x^4 \left(\frac{g\beta q_w}{k}\right)^{2-n}$ (2.41)

C et B sont respectivement 0.60 et 0.21.

2.5.2. Cylindres horizontales

Les chercheurs Gentry et Wollersheim [1974], Kim et Wollersheim [1976], ont mesurés les taux de transfert de chaleur entre des cylindres isothermes horizontaux et les solutions de polymère qui obéissent à la loi de puissance. Pour les fluides pseudo-plastiques (rhéofluidifiants), ils ont corrélés leurs résultats par l'expression suivante, [27]:

$$Nu = \frac{hd}{k} = 1.19(Gr.Pr)^{0.20} \qquad (2.42)$$

D'où les nombres de Prandtl et Grashof sont obtenues par les relations citées dans le tableau.2.5.

2.6. Convection naturelle interne

La convection naturelle dans les clôtures (espaces fermés) est une matière d'actualité importante parce que les clôtures remplies de fluide sont les composants centraux dans une longue liste de technologie et de systèmes géophysiques. Le transfert thermique des écoulements clôturés, exemple, dans les chambres des bâtiments, tours de

refroidissement, bassins solaires, fours et dans l'espace annulaire composé de double-carreau d'une fenêtre, diffère fondamentalement de la couche limite de la convection naturelle externe considérée dans le point 1.2, [27].

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur la convection naturelle comme écoulement interne, différent de la couche limite de la convection externe provoquée par l'interaction de transfert thermique entre un seul paroi et un réservoir très grand de fluide, la convection naturelle dans une clôture est le résultat de l'interaction complexe entre un système liquide de taille finie en contact thermique avec tous les parois qui la confinent. Nous nous concentrons sur les principes fondamentaux du mécanisme responsable du transfert thermique sur une clôture remplie de fluide [30]. Dans ce stade quelle est l'échelle correcte des termes caractérisant la convection libre interne ? Le phénomène de la convection naturelle dans une clôture est aussi fonction de la géométrie et l'orientation de la clôture, on peut le classifié selon l'échauffement en deux grandes classes : Clôtures chauffée de côté et clôtures chauffée de dessous. Nous nous concentrons principalement sur la première classe qui représente beaucoup d'applications telles que les collecteurs solaires, les murs de doubles isolations et la circulation d'air dans les salles des bâtiments. En outre, on trouve ce type à l'échelle industrielle dans les systèmes de refroidissement des machines électriques tournantes, [27].

2.6.1. Clôture chauffée de côté

Considérant un modèle physique bidimensionnelle clôturé d'hauteur H et de largeur horizontale L, comme il est montré dans la figue 2.7. L'espace interne est remplie de fluide Newtonien (ex : l'air ou l'eau). On s'intéresse du comportement transitoire du fluide en cavité pendant que les parois latéraux sont instantanément chauffées et refroidis respectivement, aux températures$+\frac{\Delta T}{2}$ et $-\frac{\Delta T}{2}$, [28].

Les parois supérieures et inférieures $(y = 0, H)$ demeurent isolées dans toute cette expérience. Initialement, avant l'établissement de la différence température T à travers la cavité, le fluide est isotherme $(T = 0)$ et aucun mouvement $(u = v = 0)$ à l'intérieur de la cavité, [28].

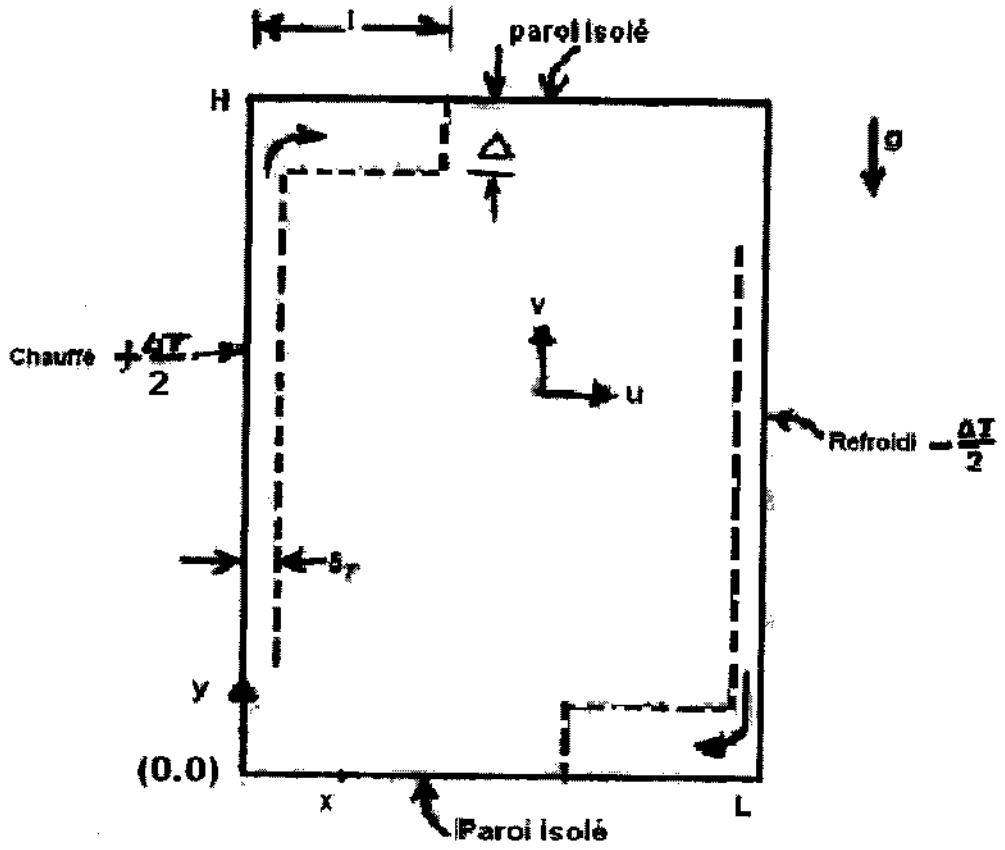


Figure 2.7 : Clôture rectangulaire bidimensionnelle avec des parois latérales isothermes, [28].

Les équations régissant la conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie à chaque point du fluide dans la cavité sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.43}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2.43}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)-g[1-\beta(T-T_0)] \tag{2.44}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{2.45}$$

Généralement les hypothèses prises en considération pour l'écriture des équations de bilan sont les mêmes prises pour le modèle de la convection naturelle externe. Au lieu de résoudre numériquement les équations et montrant les résultats "expérimentaux", nous

appliquerons l'analyse d'échelle sur les arguments purs des équations différentielles à fin de prédire théoriquement le type de modèle d'écoulement et de transfert thermique qui peuvent se développer dans la clôture, [28].

L'évaluation des termes composant les équations du bilan de quantité de mouvement et de l'énergie par l'application de l'analyse d'échelle pour les deux côtés de l'égalité de chaque équations a définie que :
Juste après t = 0, le fluide enserrant chaque paroi latéral est immobile : ceci signifie qu'au point de contact paroi-fluide, l'équation d'énergie (2.45) exprime un équilibre entre l'inertie thermique et la conduction normale aux parois. Il est possible d'éliminer la pression par la fusion des deux équations constituant la quantité de mouvement, on obtient une seule équation, et par l'analyse, il ne reste que trois termes représentes les forces : d'inertie, de frottement et de flottabilité, [28].
A noter que la majorité des études expérimentales sur la convection naturelle dans les clôtures, en particulier les études faites sur des grandes clôtures H>>, rapportent des résultats les termes de nombre de Rayleigh basé sur la dimension horizontale L ($R_a = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\alpha v}$), [28].

2.6.2. Convection libre des fluides Newtoniens dans les tubes et les conduits

La structure d'écoulement et le caractère et le taux de transfert thermique par la convection naturelle dans un volume limité dépende sensiblement des dimensions du volume. Par exemple, dans un tube, à partir d'une certaine distance de l'entrée, le fluide dans la coupe entière est exposé à l'effet de ralentissement par les forces de viscosité, et aux changements de température du fluide dans la coupe et le long du canal, [28].

Une couche limite se développe graduellement et son épaisseur augmente près des parois. Au dessus de la partie stable hydro-dynamiquement du tube, la couche limite occupe la coupe entière. Lorsque les couches limites dans un fluide avec des propriétés physiques constantes se joignent vers le haut, la distribution pratique de la vitesse adimensionnelle constante du régime d'écoulement donné est établie, [28].

L'échange thermique pendant le refroidissement des surfaces est plus important au moyen de nervures. L'échange thermique de telles structures peut être calculé en modifiant les données calculées pour les canaux simples, [28].

Pour calculer le transfert thermique dans les tubes de section non-circulaire, une méthode est employée, basée sur le calcul du transfert thermique dans certains tubes équivalent de section circulaire, [28].

A. Tube Rectangulaire

Des plaques verticales de taille H avec la température Tw de paroi sont situés l'une à l'autre d'une distance B. Selon le signe de la différence de température $\Delta T = (T_w - T_\infty)$ (T_∞ est la température ambiante), il y a un écoulement ascendant ou descendant. Le coefficient moyen du transfert thermique d'un régime d'écoulement laminaire avec une erreur de 2% est déterminé par la formule (2.46), [28].

$$Nu = \frac{1}{24}\frac{B}{H}R_{aB}\left[1 - exp\left(-35\frac{H}{B}R_{aB}\right)\right]^{3/4} \quad (2.46)$$

$Pr > 0.7$, $T_{aV} = T_{w'}\frac{B}{H}R_{aB} = 0.2 - 10^5$

Ou par la formule la plus précise [5.2]

$$Nu = \frac{1}{24}\frac{B}{H}R_{aB}\left[1 - exp\left(-32.7\frac{H}{B}R_{aB}\right)\right]^{3/4} \quad (2.47)$$

Les distances optimum entre les plaques et le transfert thermique sont décrites comme suit :

Pour le flux maximal de la chaleur de la plaque est :

$$Nu_{max} = 0.42\left(\frac{B}{H}R_{aB}\right)^{1/4} \quad (2.48)$$

$\frac{B}{H}R_{aB} \cong 50$

Pour une différence de température minimale entre la paroi et l'écoulement.

$$Nu_{max} \cong 3.35 \quad (2.49)$$

$\frac{B}{H}R_{aB} = 400 - 800$

La largeur minimale de la plaque fournissant la différence minimale de la température est de 1.5 -2 fois plus grand que pour le cas d'un flux de chaleur maximal provenant de la plaque, [28].

Le transfert thermique moyen calculé par la méthode de la couche mince est la relation (2.49).

$$Nu = C_1 \left(\frac{B}{H} R_{aB}\right)^{1/4} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{(4n-1)(n-1)!} \left(\frac{H}{B} \frac{C_1}{R_{aB}}\right)^{n-1} \quad (2.50)$$

$$Nu = \frac{\Gamma(7/4)}{C_1^{3/4}} C_1 \frac{B}{H} R_{aB}, pour \frac{B}{H} R_{aB} \longrightarrow 0 \quad (2.51)$$

$C_1 = [24C_1\Gamma(7/4)]^{4/3}$ pour des températures de surface égaux : $C_1 = [12C_1\Gamma(7/4)]^{4/3}$.
Dans le cas où une des deux plaques étant isolée, [28].
À des valeurs petites de (R_{aB} B/H), le transfert de chaleur est sensible la présence des surfaces horizontale limitant à l'entrée du canal et les effets de la sortie. Quand (R_{aB} B/H) < 4, le transfert de chaleur dans le canal fermé en haut, diminue de 15 -20%, dans le canal fermé en bas et en haut la diminution est de 30%. Quand (R_{aB} B/H) > 20, cet effet peut être négligé, et le transfert de chaleur peut être calculé à partir des formules (2.46) - (2.51), [28].
Dans un canal où les parois verticales sont installées d'une façon discontinus et les plaques verticales courtes de taille h ayant la température T_∞.
La température dans le conduite verticale augmente par un facteur limité de deux valeurs : $R_{a_{dr}} d_r$ ($d_r = 2b, 4b$ qui présente la distance entre les parois discontinues verticales). Pour l'arrangement décalé et intégré des plaques discontinues dans un canal vertical le caractère du transfert de chaleur dépend un peu de l'arrangement et le nombre des plaques le long d'une rangée verticale. Pour une différence de température donnée entre les surfaces chauffées et le milieu extérieur et la même région des surfaces de transfert de chaleur, le coefficient de transfert de chaleur augmente de 80 à 90% en comparaison avec le cas de la convection libre dans les canaux entre des plaques continues, [28].
Pour des valeurs données de surface de transfert de chaleur et de la chaleur transportée, la diminution de la différence de température est de 35 à 40%. Pour une charge et une

différence de température donnée, la hauteur du canal vertical avec les plaques diminue de 50%, [28].

Le transfert de chaleur moyen dans un canal vertical avec les températures des parois T_{w1} et T_{w2}, [28].

$$Nu = \frac{70}{17}\left(\theta_3 + \theta_2 \frac{1-e^{-\omega}}{\omega}\right) \tag{2.52}$$

$$\frac{B}{H} R_{aB} = \frac{120}{\omega^2 Pr \theta_1} \frac{\frac{14}{17}\left(\frac{14}{17} + \omega Pr\right)}{\left(\theta_1 - \frac{14}{17}\theta_2(1-e^{-\omega})/\omega\right)}$$

$$\theta_0 = \frac{T_\infty}{T_{w1}}, \theta_1 = \frac{\frac{3}{10} + \frac{7}{10}\xi - \theta_0}{(1+\xi)/2 - \theta_2}, \theta_2 = \frac{\frac{9}{35} + \frac{26}{35}\xi - \theta_0}{(1+\xi)/2 - \theta_0}$$

$$\xi = \frac{T_{w2}}{T_{w1}}, \omega = \frac{140}{17} \frac{(6\bar{\varepsilon}(1-\bar{\varepsilon})aH)}{\omega_{0C} B^2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{B} = \frac{1}{2} + \cos(1/3)\left(1 + arcos\left(\frac{1+\xi}{1-\xi+N}\right)\right)$$

$$N = \frac{70}{17}\left[\left(\frac{9}{35} + \frac{26}{35}\xi\right) - \theta_0\right] exp(-\omega \bar{x}) \tag{2.53}$$

Ou $\bar{x} = x/(B_i w_{oc})$, est la vitesse sur la plaque neutre; ε est la distance entre la plaque neutre et l'axe X.

Dans un canal semi-infini la température T_∞ est inférieure que les températures constantes T_{w1} *et* T_{w2} des parois, la vitesse d'entrée est ω_0, la largeur et la hauteur du canal sont B et H. Les coefficients locaux et moyens de transfert de chaleur pour Pr = 0.7 sont généralisés par les formules, [28].

$$\frac{R_{eB}}{G_{rB}} = 0.0003 - 0.03, \theta_{w1} = \frac{T_{w1} - T_\infty}{T_{aV} - T_\infty} = 0.15 - 1.1$$

$$Nu(x)\frac{Pr}{G_{rB}} = a_1 \exp(a_2 \theta_{w1}) \bar{x}^{a_3 + a_4 \theta_{w1}} \tag{2.54}$$

$$Nu_B = a_5 + a_6 \theta_{w1} \tag{2.55}$$

Avec :

$$H/_B = 10^{a_7}\theta_{w1}^{-0.4081+0.3211\exp(-480.6R_{eB}/G_{rB})}$$

$$T_{av} = [T_{w1}, T_{w2}]_{max}, \bar{x} = \frac{x}{B},$$

$$a_i = a_{i1}\log\left(R_{eB}/G_{rB}\right) + a_{i2}\log\left(R_{eB}/G_{rB}\right) + a_{i3}log\left(R_{eB}/G_{rB}\right)^2 + a_{i4}log\left(R_{eB}/G_{rB}\right)^3$$

Et les valeurs des coefficients a_{ij} sont données par le tableau ci-dessous :

Tableau 2.6 : les valeurs des coefficients a_{ij}, [28].

j	1	2	3	4
i=1	-2.096	-2.796	-1.095	-0.1386
i=2	8.961	8.807	2.948	0.3126
i=3	-1.292	-3.273	-1.223	-0.1513
i=4	1.768	1.956	0.6997	0.0814
i=5	-8.605	-9.372	-2.972	-0.5229
i=6	1.547	0.5623	1.213	0
i=7	1.350	2.834	0.2505	0

Les calculs numériques de la convection libre laminaire dans un canal rectangulaire pour le chauffage asymétrique pour Pr = 0.7 –3 prouvent que les effets de bord sur le transfert thermique sont insignifiants entre (5.5, 5.10) ; pour calculer le taux de transfert thermique, les formules obtenues pour des couches verticales sont recommandées, [28].

La convection laminaire de mercure dans un canal vertical pour deux cas d'un flux de chaleur sur la paroi : (1) une paroi est isolée et l'autre paroi subit un flux constant de chaleur; (2) les valeurs constantes des flux de chaleur sur les deux parois. Les coefficients de transfert de chaleur locales moyens sont déterminés par les relations (2.56) - (2.59), [31]. Avec : $\frac{H}{B} = 2 - 19; Pr = 0.023, T_{av} = 0.7T_w + 0.3T_\infty$.

Pour : $Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5 = 10^{-2} - 10^3$.

$$Nu(x)\frac{B}{H} = 0.247\left[Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5\right]^{0.141} \qquad (2.56)$$

Pour : $Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5 = 10^3 - 10^9$.

$$Nu(x)\frac{B}{H} = 0.194\left[Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5\right]^{0.18} \quad (2.57)$$

Pour : $Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right) = 10^{-2} - 10^3$.

$$Nu(x)\frac{B}{H} = 0.438\left[Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5\right]^{0.141} \quad (2.58)$$

Pour : $Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right) = 10^3 - 10^9$.

$$Nu\frac{B}{H} = 0.227 + 0.269\left[Gr_x^*\left(\frac{B}{H}\right)^5\right]^{0.18} \quad (2.59)$$

La figure 2. montre le comportement du nombre de Nusselt pour Ra_H(H/B) = 102 et 106 et pour (H/b) = 0–0.2. Les recherches ou bien les études expérimentales sur le transfert de chaleur dans un canal rectangulaire horizontal fermé de section carrée ((L/H) = 1.25 - 7.5, RaL= 106 - 1010) prouvent que les coefficients C et n de la dépendance généralisée par :Nu = CR_{aL}^n dépendent sensiblement de la géométrie du canal (C = 2,12.10-3 – 5,25.10-9 ; n=0,5 – 1.35), [28].

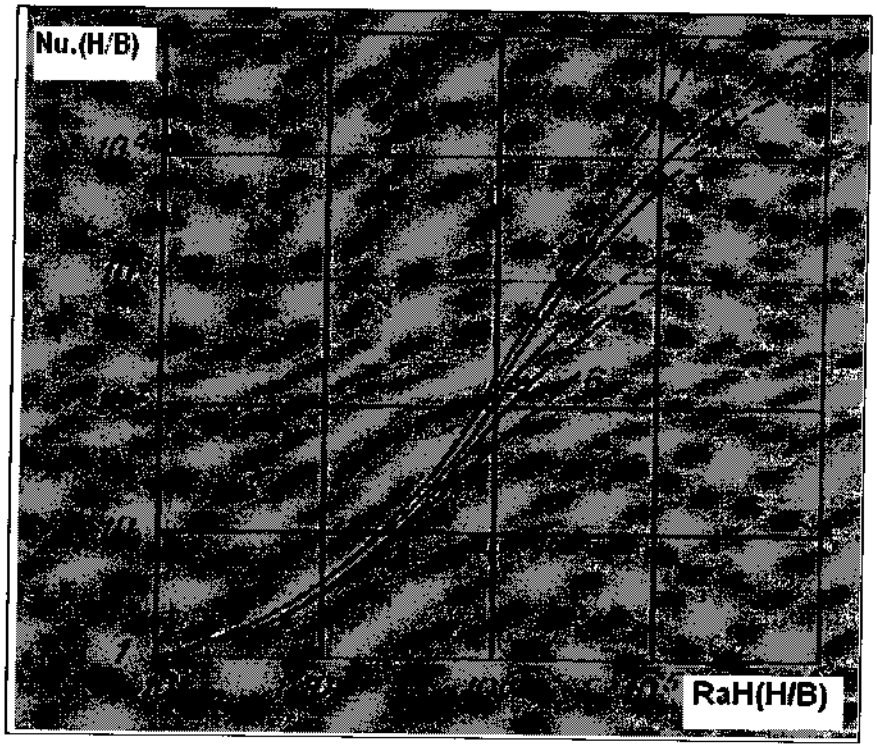


Figure.2.8 : Variation de Nu pendant le transfert thermique entre les navires des différentes températures : (1) *(H/b)* = 0 ; (2) 0.01 ; (3) 0.02 ; (4) 0.05 ; (5) 0.1 ; (6) 0.2, [28].

Les données numériques pour le transfert de chaleur des fluides Newtoniens et non-Newtoniens dans un canal rectangulaire horizontal avec le rapport 2:1 sont présentées par la relation (2.60). Le perfectionnement de transfert thermique dans la région de l'entrée est principalement provoqué par les perturbations de la vitesse axiale, qui sont dues à la dépendance de la température et de la viscosité, [28].

$$Nu\frac{H}{B} = \left[1 + \frac{1}{362880}\left(R_{aH}\frac{H}{B}\right)\right]^2 \qquad (2.60)$$

Le coefficient du transfert de chaleur moyen dans un tube vertical du diamètre équivalent d_r et de température T_w du paroi pour Ra_{dr} $(d_r/H) = 10^{-1} - 10^5$, $Pr > 0.7$, $T_{av} = T_w$ avec une erreur de 10%, est déterminé par la formule suivante, [28].

$$Nu = \frac{1}{8\Psi}\frac{d_r}{H}R_{ad_r}\left\{1 - exp\left[-\Psi\left(\frac{8H}{d_r R_{ad_r}}\right)^{3/4}\right]\right\} \qquad (2.61)$$

Les valeurs de coefficient Ψ pour des Canales des différentes coupes en section sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 2.7 : coefficient Ψ en fonction de la forme de la section du canal, [28].

Section du canal	**Ψ**
Carré $B \times B$	14.225
Rectangulaire $B \times 2B$	15.55
$B \times 5B$	19.05
Triangle équilatérale (côté : $2B$)	13.33

B. Canal cylindrique Vertical

Le transfert thermique dans un tube cylindrique vertical du diamètre d à une température constante T_w du paroi pour $Pr. > 0.7$, $Ra_d.(d/H) = 10^{-1} - 10^5$, $T_{av}=T_w$ à moins de 10% est donnés par, [28] :

$$Nu = \frac{1}{128}\frac{d}{H}R_{ad}\left\{1 - exp\left[-8\left(20\frac{H}{d}R_{ad}\right)^{3/4}\right]\right\} \qquad (2.62)$$

Pour Pr < 0.7 le transfert de chaleur dépend sensiblement de la valeur de Pr. Le diamètre optimum de tube pour que le transfert de chaleur touche la valeur maximum à partir de la surface peut être déterminée à partir de la figure suivante, [28].

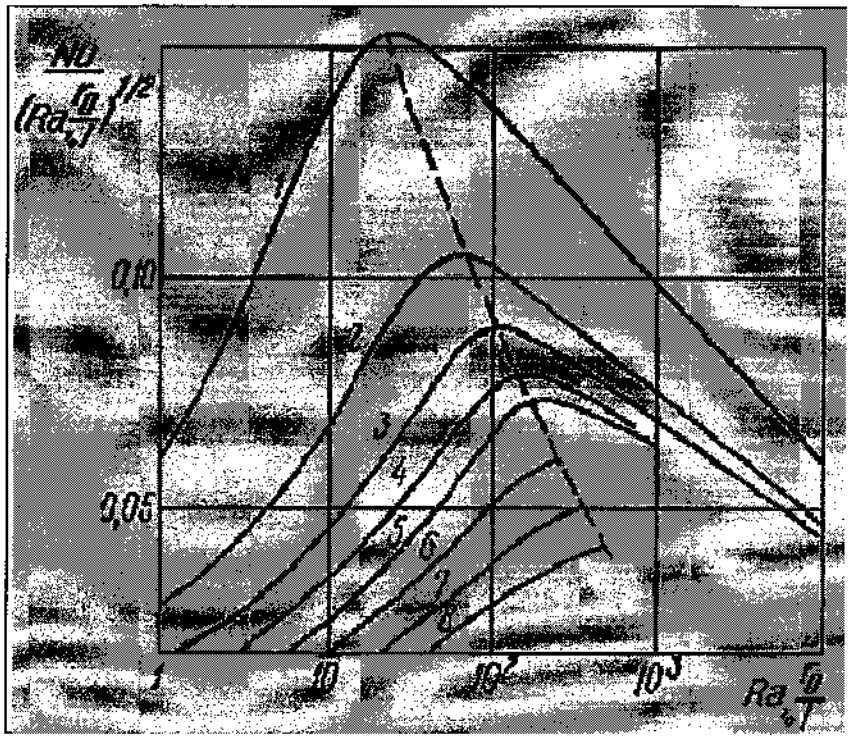


Figure 2.9 : Changement dans le coefficient moyen de transfert de chaleur pour un canal de section circulaire avec une partie initiale non chauffée : (1) l_0/l = 0 ; (2) 1 ; (3) 2 ; (4) 4 ; (5) 6 ; (6) 8 ; (7) 10 ; (8) 15, [28].

Là il existe une telle valeur de l_0 pour lequel le régime laminaire est impossible. Il est claire que pour l_0/l >18, quand $Ra_r(r/l) < 20$ et pour $l_0/l = 2$, quand $Ra_r(r/l) > 10^3$.
En désignant et en construisant des thermosiphons, on étudie la convection libre dans des Canales verticales fermés dans lesquels une région de transfert de chaleur élevé est créée, en conséquence de la convection, avec un coefficient de conductivité thermique efficace. Le transfert thermique entre les parois latéraux du thermosiphon et du fluide est déterminé par les relations suivantes, [28].

Pour H/d = 3 – 30, Pr = 2.5 – 5.45, $Ra_H = 10^8 – 5\ 10^9$.

$$Nu = 3Ra_H^{1/4}\left(d/H\right)^{0.7} \qquad (2.63)$$

Pour H/r = 9.2 – 54.2, Pr = 0.01 – 0.05, $Ra_H = 5\ 10^4 - 10^6$.

Pour T_w = constant.

$$Nu = 0.165\left(R_{a_r} Pr^{0.75}\right)^{0.35}\left({}^{r}/_{H}\right) \tag{2.64}$$

Pour q_w = constant.

$$Nu = 0.26\left(R_{a_r} Pr^{0.75}\right)^{0.35}\left({}^{r}/_{H}\right) \tag{2.65}$$

La présence des cloisons dans le thermosiphon avec un métal-fluide augmente son efficacité 10 fois, H/r = 28.5, [28].

2.6.3. Convection libre des fluides non-Newtoniens dans les tubes et les conduits

Une grande partie des activités de recherches dans ce secteur s'est reliée au transfert thermique des fluides non-Newtoniens non élastiques dans l'écoulement laminaire dans les conduits circulaires et non-circulaires, [28].

Ces dernières années, une certaine considération a été également donnée au transfert thermique des fluides non-Newtoniens du pour/ à partir des navires équipés des enroulements et des vestes, mais peu d'information est disponible sur l'opération des équipements d'échange de chaleur avec les fluides non-Newtoniens. En conséquence, ce point est consacré principalement au transfert de chaleur pour les écoulements convectifs interne des fluides non-Newtoniens dans les tubes circulaires, [28].

Les données numériques pour le transfert de chaleur des fluides Newtoniens et non-Newtoniens dans un canal rectangulaire horizontal avec le rapport 2:1 sont présentées par la relation (2.66). Le perfectionnement de transfert thermique dans la région de l'entrée est principalement provoqué par les perturbations de la vitesse axiale, qui sont dues à la dépendance de la température et de la viscosité, [28].

$$Nu\frac{H}{B} = \left[1 + \frac{1}{362880}\left(R_{aH}\frac{H}{B}\right)\right]^2 \tag{2.66}$$

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la convection libre externe et interne des différentes formes de surfaces, dans lequel les résultats obtenus présentes deux types : résultats empiriques qui obéissent aux conditions climatiques du laboratoire choisi et du matériels ; résultats analytiques et/ou numériques relatifs aux hypothèses et aux conditions aux limites et à l'interfaces posées. Alors la conclusion qu'on peut faire que : la convection libre externe et interne est un domaine de recherche ouvert et ce n'est pas facile de dire que tous les résultats obtenus que se soient empiriques et analytiques ou numériques prédire correctement le phénomène physique complexe de la convection libre externe et/ou interne, [27, 28].

Chapitre 3 :

Revue de la littérature des écoulements des fluides micropolaires

3.1. Introduction

Les écoulements convectifs des fluides micropolaires constituent sans aucun doute la gamme d'écoulements, en actualité la plus répandue, c'est un foyer riche pour la recherche, que ce soit au niveau naturel (sang, transport de sédiments...) ou au niveau des procédés industriels (agitation et mélange de suspension, extraction liquide-liquide, séparation solide-liquide, fermentation, fluidisation...). Ce sont des milieux complexes où se développent des phénomènes thermo-physique et d'interaction diverses entre les particules en suspensions.

Afin d'être capable de prédire correctement le comportement de ces écoulements sous l'influence des paramètres adimensionnels (ex : le paramètre caractérisant les particules en suspensions (K), le rapport des conductivités thermiques (k), le rapport des viscosités...), il est important de comprendre les études faites par des chercheurs qui sont diverses, afin d'avoir une approche entre ces recherches et notre étude, dans le but d'avoir une bonne analyse des phénomènes d'interaction entre particule-particule et de transfert thermique entre deux fluides différents et immiscibles constituant le modèle à étudier.

3.2. Modèle pour un mécanisme d'un film de fluide micropolaire, avec référence aux joints humains

En 1988, le groupe de chercheurs, S. P. Singh, G. C. Chadda et A. K. Sinha ont étudiés et analysés la variation de la pression et la capacité de charge, concernant la charge soutenant les joints humains par la présentation d'un modèle de porosité variante pour une plaque inférieur au lieu d'un mono uniforme habituel ou des modèles multicouche, dans un film d'un fluide micro-polaire pris comme lubrifiant.

S. P. Singh & all. ont constatés que les grandes valeurs de la longueur caractéristique ($l = \left(\frac{\gamma}{4\mu}\right)^{\frac{1}{2}}$) et les petites valeurs de β_0 (l'épaisseur initiale du film) donne lieu à l'augmentation de la viscosité efficace. Quand $L = \frac{\beta_0}{l}$ (l'indice de taille) augmente, la pression axiale diminue c.-à-dire quand la forme et la taille des molécules d'acides diminuent, la pression axiale diminue également. Quand la porosité à l'interface augmente, la pression diminue et ceci se produit à une vitesse très rapide. Ainsi que dans le cas de cartilage non-poreux la pression est maximum, [3].

3.3. Écoulement magnétohydrodynamique convectif instable des fluides polaires à travers une plaque verticale, poreuse et mobile dans un milieu poreux

L'objectif qu'a visé Youn J. Kim en 2001, par son travail est d'étudier l'écoulement laminaire bidimensionnel instable des fluides polaires, visqueux, incompressible et conducteur de l'électricité par l'intermédiaire d'un milieu poreux à travers une plaque verticale mobile poreuse et semi-infinie en présence d'un champ magnétique transversal.

Youn J. Kim a considéré une plaque se déplaçant avec une vitesse constante dans la direction longitudinale, et la vitesse de jet libre suit la loi exponentiellement avec une petite perturbation croissante ou décroissante. Un champ magnétique uniforme agit perpendiculairement à la surface poreuse qui absorbe le fluide polaire avec une vitesse d'aspiration variable en fonction du temps. Les effets des paramètres matériels sur les champs de vitesse et de température au niveau de la couche limite sont étudiés et Youn J. Kim a appliqué une méthode de solution approximative pour une petite perturbation.

Youn J. Kim a comparé les résultats numériques obtenus de la distribution des vitesses du fluide polaire avec des résultats correspondants obtenus d'un problème écoulement pour un fluide Newtonien.

Pour une vitesse constante d'une plaque mobile avec les paramètres magnétique et de perméabilité donnés, et des nombres de Prandtl et de Grashof, Youn J. Kim a constaté que l'effet de l'augmentation des valeurs de paramètre de la vitesse d'aspiration a comme conséquence une augmentation des frottements surfaciques et il a observé également que les frottements surfaciques diminuent avec l'augmentation de la vitesse de déplacement de la plaque. Il à observé aussi que, lorsque le paramètre magnétique (nombre de Hartmann) augmente la vitesse d'aspiration diminue, tandis que quand le paramètre de perméabilité ou le nombre de Grashof augmente la vitesse augmente, [22].

3.4. Exploitation des effets micropolaires en lubrification dans la couche mince

En 2004, le groupe de chercheurs: ZHANG Chaohui, LUO Jianbin & WEN Shizhu, ont étudiés les effets de la microstructure et de micro-rotation sur des dispositifs de lubrification dans la couche limite de lubrification. Ils ont étudiés les propriétés de lubrification où l'épaisseur de film s'approche à l'échelle de nano, afin de concevoir les

systèmes de lubrification fiables. Ils ont constatés que le mouvement est affecté par : l'action visqueuse, l'effet des couples de cisaillement et le raccordement direct de la microstructure au champ de vitesse. Ainsi que la micro-polarité donnera lieu à une augmentation de la viscosité équivalente qui mène plus tard à une meilleure lubrification.

ZHANG Chaohui & all. ont conclus que la théorie de la micro-polarité est employée pour étudier les exécutions de la lubrification de la couche mince (couche limite). Les effets de la microstructure et de la micro-rotation sont fusionnés dans la formule de modification de viscosité (la formule de Hamrock et Dowson), et la propriété principale distinguée de la lubrification avec les fluides micropolaires est l'effet des tailles des particules (les dimensions de la particule par rapport à l'épaisseur de la couche mince de lubrifiant), c'est-à-dire le film le plus mince est, le plus anomalie pour le phénomène de lubrification (cas non-polaire), [7].

3.5. Caractérisation de la stabilité non-linéaire d'un film mince de fluide micropolaire en mouvement au dessus de la surface intérieure d'un cylindre vertical en rotation

En 2005, Chun-I Chen a analysé la linéarité et la non-linéarité lors de la caractérisation de la stabilité d'un film mince de fluide micropolaire en mouvement au-dessus d'une surface intérieure d'un cylindre vertical infini tournant. Il a pris un modèle cinématique sous forme différentiel non linéaire généralisé pour représenter le système physique et la solution a été faite par la méthode de perturbation de longue onde, du procédé suivant :

D'abord, la Méthode du Mode Normale (MMN) est employée pour caractériser les comportements linéaires. Puis, un modèle non linéaire de l'écoulement d'un film élaboré est résolu en employant la Méthode d'Echelle Multiples (MEM), pour caractériser des comportements d'écoulement à des divers états de stabilité sous-critique, d'instabilité sous-critique, de stabilité supercritique, et d'explosion supercritique.

Chun-I Chen a conclue que le modèle des résultats obtenues indiquent que cette près augmentation de la vitesse de rotation Ω, et le rayon du cylindre, R, l'écoulement de film mince stabilisera généralement le système d'écoulement, [23].

3.6. Écoulement de la convection mixte instable d'un fluide micropolaire proche d'un point de stagnation (Arrêt) sur une surface verticale

En 2006, Y.Y. Lok , N. Aminb, I. Popc, ont étudiés l'écoulement de la convection naturelle mixte instable de la couche limite d'un fluide micropolaire à une région proche d'un point de stagnation sur une plaque plane verticale et infinie des deux extrémités. Ils ont résolus le problème numériquement en utilisant la méthode de Keller Box, ils ont supposés que l'un-régularité est provoqué par le mouvement impulsif de la vitesse libre de jet, par l'augmentation soudaine ou la diminution soudaine de la température de surface et de la température ambiante uniforme.

Y.Y. Lok & all. ont constatés qu'il y a une légère ou douce transition de la solution de petit temps (écoulement initial de l'état instable) à la solution de grand temps (écoulement équilibré final). De plus, ils ont observés que pour les deux cas cités ultérieurement et à une valeur fixe de nombre de Prandtl, le frottement de cisaillement à l'état d'équilibre et le transfert thermique à l'état d'équilibre sont réduits à partir de la paroi (ou la diminution du nombre de Nusselt) avec une augmentation du paramètre matériel. D'autre part, ils ont montrés qu'avec l'augmentation du nombre de Prandtl et d'une valeur fixe du paramètre matériel, les frottements de cisaillement à l'état stable réduits sont diminués, quand l'écoulement est supplémentaire et il augmente quand l'écoulement s'oppose, [24].

3.7. Transfert de chaleur par rayonnement, d'un fluide micropolaire en écoulement avec un flux variable de la chaleur dans un milieu poreux

En 2008, M. M. Rahman et T. Sultana, ont étudiés l'écoulement convectif régulier bidimensionnel d'un fluide micropolaire aux dessus d'une plaque plane poreuse et verticale à la présence du rayonnement et un flux de chaleur variable, ils ont analysés les effets des paramètres convenables (différents valeurs des paramètres matériels K) sur le coefficient de frottement local (C_f), l'effet de couples de frottement de la plaque et le transfert thermique.

M.M. Rahman & all. ont conclus que le coefficient de frottement surfacique augmente avec l'augmentation du paramètre d'aspiration, du paramètre de flottabilité, du paramètre d'accouplement, du paramètre de la micro-rotation non-nul et du paramètre de la viscosité de gradient de spin. Ce coefficient diminue avec l'augmentation du

paramètre de Darcy. Les contraintes des couples de cisaillement de la plaque augmentent avec: l'augmentation du paramètre d'aspiration, du paramètre de flottabilité, du paramètre d'accouplement, et du paramètre différent de zéro de la micro-rotation. Le taux de transfert thermique augmente avec l'augmentation du paramètre d'aspiration, paramètre de flottabilité, paramètre d'accouplement et paramètre différent de zéro de micro-rotation.
Un paramètre de nombre de Darcy élevé mène à la diminution des profils de vitesse et à l'augmentation de la micro-rotation aussi bien que des profils de température. Le rayonnement a un effet décroissant significatif sur le champ de la vitesse et de la température tandis qu'il a un effet croissant sur la vitesse angulaire, [5].

3.8. Convection naturelle d'un fluide micropolaire à travers un cône renversé verticalement dont la température de la surface varie suivant la loi de puissance

L'étude faite par Ching-Yang Cheng en 2008, présente l'analyse du transfert thermique par convection naturelle au niveau de la couche limite à la surface latérale d'un cône renversé verticalement dans un fluide micropolaire avec la variation de la température de surface selon la loi de puissance.

Ching-Yang Cheng a résolus les équations différentielles de la couche limite par la méthode appelée cubic spline collocation method (CSCM). Les résultats pour les nombres de Nusselt local sont présentés en fonctions de : paramètre de la viscosité tourbillonnante, l'exposant de la température de surface et le nombre de Prandtl.

Ching-Yang Cheng a constaté que les taux de transfert de chaleur du cône avec un exposant plus élevé de la température de surface dans un fluide micropolaire, sont plus élevés que ceux avec des exposants inférieurs de la température de surface. En plus, le taux de transfert de chaleur par un cône renversé verticalement dans un fluide Newtonien est plus élevé que celui dans un fluide micropolaire.

Motivé par des travaux précédents, l'analyse de la couche limite qui été faite par Ching-Yang Cheng a présentée numériquement l'étudier du transfert thermique par la convection naturelle le long d'un cône renversé verticalement dans un fluide micropolaire avec une variation de la température de surface selon la loi de puissance. Les résultats

obtenus, sont comparés avec des solutions pour la convection naturelle d'un cône renversé verticalement dans un fluide Newtonien par Na & Chiou, et Yih.

Yang Cheng a étudié les effets des importants paramètres tels que le paramètre de la viscosité tourbillonnante, l'exposant de la température de surface, et le nombre de Prandtl sur les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse au niveau de la couche limite d'un cône renversé verticalement dans un fluide micropolaire, [16].

3.8.1. Modèle proposé

A. Donnés et hypothèses

Yang Cheng a considérons que :

- Le modèle bidimensionnel est en états d'équilibre ;
- L'écoulement est laminaire de la convection naturelle dans la couche limite d'un cône renversé verticalement dans un fluide micropolaire homogène, fig.3.3 ;
- L'origine du système des coordonnés est placé au sommet du cône, où x est la coordonnée le long de la surface latérale du cône mesuré à partir de l'origine et y est le coordonné normale de la surface ;
- La surface du cône est maintenue à une température non-uniforme $T_w(x)$ qui est plus haute que la température ambiante du fluide T_∞ ;
- Supposant que les propriétés du fluide sont constantes excepté des variations de la masse volumique ρ dans le terme de la force de flottabilité.

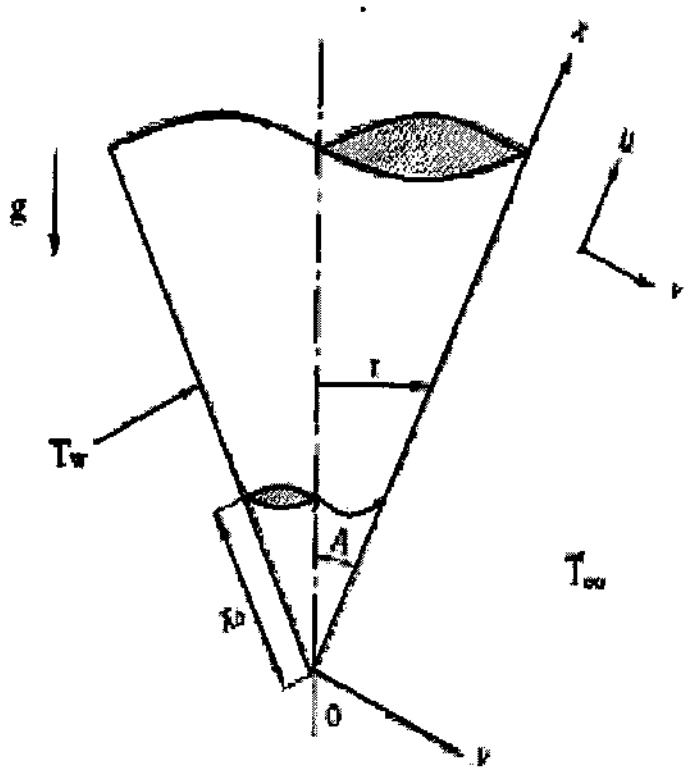


Figure 3.1 : Modèle et coordonnées physiques pour un cône tronqué, [16].

B. Conditions aux limites

Les conditions aux limites appropriées pour le problème sont :

Tableau 3.1 : Les conditions aux limites pour la vitesse et la température, [16].

Conditions	Résultats
$y = 0$ et $x_0 \leq x \leq \infty$	$u = v = 0$, $N = 0$, $T = T_w(x) = T_\infty + d_1 x^n$ et $T = T_{w2}$ pour $x > x_0$
$y \longrightarrow \infty$	$u = 0, N = 0, T = T_\infty$

Avec n l'exposant de la température de surface et d_1 est une constante, x_0 est la distance entre le principal bord du cône et l'origine, N: la vitesse angulaire, $\gamma = (\mu + 0.5\sigma)j$ et $r = x\sin A$: est le rayon du cône fig.3.1.

Les équations régissant l'écoulement ont été écrites sous la forme standard de similarité de Polhausen (1921), à près la dérivée, la fonction du courant ψ est injectée dans les équations de : la conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie.

Figure 3.5 : Comparaison entre les valeurs de $-\theta'(0,0)$ et $-\theta'(\infty,0)$, obtenus par des études précédentes et l'étude actuelle, pour des différentes valeurs de Pr et (n, R) = (0, 0), avec $R = \frac{\sigma}{\mu}$, [16].

Pr	$\theta(T,T_w) = -\theta'(0,0)$			$\theta(T,T_w) = -\theta'(\infty,0)$		
	Na & Chiou	Yih	Actuel	Na & Chiou	Yih	Actuel
0.01	0.0574	0.0570	0.0567	0.0749	0.0749	0.0747
0.1	---	0.1629	0.1627	---	0.2116	0.2114
1	0.4011	0.4012	0.4010	05104	0.5109	0.5104
10	0.8269	0.8266	0.8268	1.0340	1.0339	1.0339
100	1.5493	1.5491	1.5495	1.9220	1.9226	1.9226

Pour (n, R) = (0,0), les équations deviennent des équations pour la convection naturelle d'un cône renversé verticalement dans un fluide Newtonien (l'étude de Na & Chiou)

C. Résultats et discussion

Yang Cheng a obtenue les résultats suivants :

- D'après le tableau 3.5, il a comparé les résultats actuels du nombre de Nussedlt local avec les résultats obtenus par Na & Chiou et Yih et il les a trouvés conformément ;

Par l'effet du paramètre de la viscosité tourbillonnante sur : le profil de température, le profil de vitesse pour n = 0.3, B =1, et Pr = 1 à ξ = 10, il a prouvé que :

- Le fluide micropolaire avec un paramètre plus élevé de la viscosité tourbillonnante possède la plus grande couche limite thermique.

- La vitesse de l'écoulement due à la convection naturelle, proche de la surface, varie de zéro à une valeur maximale, puis elle descend graduellement à zéro à mesure que la coordonnée de la vitesse transversale est augmentée.
- La vitesse maximale d'un fluide Newtonien est plus élevée que la vitesse maximale d'un fluide micropolaire.
- L'augmentation du paramètre de la viscosité tourbillonnante à la tendance d'augmenter la viscosité de toute l'écoulement et faire ainsi augmenter l'épaisseur de la couche limite thermique.

Du graphe qui donne la variation du rapport de nombre de Nusselt local au nombre de Grashof ($Nu/Gr^{1/4}$) avec la variable sans dimensions ξ pour des différents paramètres de la viscosité tourbillonnante (viscosité de la micro-rotation) (R = 0, 1 et 2), B = 1, Pr = 1, et n = 0.3, il a prouvé que :

- Le nombre de Nusselt local à la tendance à augmenter rapidement en début et puis à se stabiliser graduellement à mesure que la coordonnée sans dimensions ξ est augmentée.
- Par la Comparaison entre les courbes obtenues, il a découvert que les taux de transfert de chaleur diminuent à mesure que le paramètre de la viscosité tourbillonnante est augmenté.
- L'augmentation du paramètre de la viscosité tourbillonnante à la tendance d'augmenter toute la viscosité de l'écoulement et faire diminuer le taux de transfert de chaleur.
- Ainsi, du point de vue des taux normaux de transfert de chaleur par la convection naturelle d'un cône renversé verticalement dans un fluide Newtonien, sont supérieurs aux taux de transfert d'un fluide micropolaire.

Par le dessin de la variation du rapport de nombre de Nusselt local au nombre de Grashof ($Nu/Gr^{\frac{1}{4}}$) avec la coordonnée sans dimensions ξ, pour des différents exposants de la température de surface (n = - 0.3, 0 et 0.3), B =1, Pr = 1, et R = 1. Il est mieux de noter que :

- Pour n = -0.3, le nombre de Nusselt local diminue d'abord à un point minimum, et il augmente par la suite jusqu'à ce qu'il se stabilise à mesure que la coordonnée

sans dimensions ξ est augmentée. Cette tendance est différente de la tendance observée pour le cas ou l'exposant de la température de surface est positif au égale à zéro.

- Pour les exposants de la température de surface zéro ou positif, le nombre de Nusselt local à d'abord la tendance d'augmenter rapidement en suite se stabilise graduellement à mesure que la coordonnée sans dimensions ξ est augmentée.
- Comparant les courbes, il a constaté que le taux de transfert de chaleur augmente à mesure que l'exposant de la température de surface est augmenté.
- L'augmentation de l'exposant de la température de surface à la tendance d'augmenter : la force de flottabilité, l'accélération de l'écoulement et Ainsi augmente le taux de transfert de chaleur.

Par l'observation de la variation du rapport du nombre de Nusselt local au nombre de Grashof ($Re/Gr^{1/4}$) avec la coordonnée sans dimensions ξ pour des différents nombres de Prandtl (P r = 0.5, 1 et 2), B=1, R=1, et n = 0.3, et par la comparaison entre les courbes, il a obtenue que :

- L'augmentation du nombre de Prandtl à la tendance de diminuer l'épaisseur de la couche limite thermique et augmente ainsi le taux de transfert de chaleur entre le fluide micropolaire et la surface du cône.

3.8.2. Conclusion

Yang Cheng a conclue que :

- L'analyse de la couche limite est utilisée pour dériver les équations gouvernantes, non-semblables et adimensionnelles, et les équations de la couche limite obtenues sont alors résolues par la méthode de CSCM (Cubic Spline Collocation Method).
- Pour le fluide micropolaire, une augmentation du paramètre de la viscosité tourbillonnante à la tendance à retarder l'écoulement et réduit ainsi le taux de transfert de chaleur.

D'ailleurs, une augmentation de l'exposant de la température de surface mène à augmenter la force de flottabilité et mène ainsi, a augmenté le taux de transfert chaleur, [16].

3.9. Ecoulement Magnétohydrodynamique (MHD) d'un fluide micropolaire à travers un point de stagnation sur une surface verticale

En 2008, Anuar Ishak, Roslinda Nazar, Ioan Pop, ont étudiés la magnétohydrodynamique régulière d'un écoulement de la convection naturelle mixte à travers un point de stagnation sur une surface verticale immergée dans un fluide micropolaire incompressible. Anuar Ishak and all ont supposés que la vitesse externe empiète la normale de la paroi et que la température de la paroi change linéairement avec la distance du point de stagnation. Ils ont alors résolu les équations différentielles par la méthode de similarité, ensuite numériquement par la méthode des différence-finie implicite. Ils ont prouvés dans cette étude l'existence d'une région dont l'écoulement est renversée (l'écoulement change de sens), en plus ils ont additionnés les deux solutions dans le régime d'écoulement pour $\lambda > 0$. Ils ont prouvés que les travaux précédents avec l'effet non-magnétique dans les fluides visqueux et les fluides micropolaires, ont échoués de noter que la solution de la branche inférieure pourrait être continuée dans le régime d'écoulement transitoire, [25].

3.10. Écoulement convectif naturelle en régime établie des fluides micropolaire et visqueux dans un canal vertical

En 2009, le groupe de chercheurs : J. P. Kumar, J. C. Umavathi, A. J. Chamkha et Ioan Pop, ont étudiés analytiquement le problème de l'écoulement de la convection libre en régime établie dans un canal vertical constitué de deux régions, une région remplie en fluide micropolaire et l'autre région remplie en fluide visqueux. En utilisant les conditions aux limites et d'interfaces proposées par J. Prathap Kumar and all, des expressions analytiques ont étés obtenues pour la vitesse linéaire, la vitesse de micro-rotation et la température, les résultats numériques sont présentés en forme de graphiques pour la distribution de la vitesse, vitesse de micro-rotation et les champs de la température pour des paramètres physiques variables tels que le rapport du nombre de Grashof au : nombre de Reynolds, rapport de viscosité, rapport de largeur, rapport de conductivité et au paramètre des particules du fluide micropolaire, [19].

3.10.1. Modèle proposé

La géométrie proposée pour l'étude fig.3.2, se compose de deux plaques parallèles infinies maintenues aux températures constantes différentes ou égales se prolongeant

dans le plan décrite par les axes (X ; Z). La région 1 limitée par : $-h_1 \leq Y \leq 0$ est occupé par le fluide micropolaire de densité et de viscosité respectivement, ρ_1, μ_1 la viscosité tourbillonnante σ, de conductivité thermique k_1 et le coefficient de dilatation thermique β_1. La région 2 limitée par : $0 \leq Y \leq h_2$ est occupée par le fluide visqueux de la densité ρ_2, de viscosité μ_2, de la conductivité thermique k_2 et du coefficient de dilatation thermique β_2.

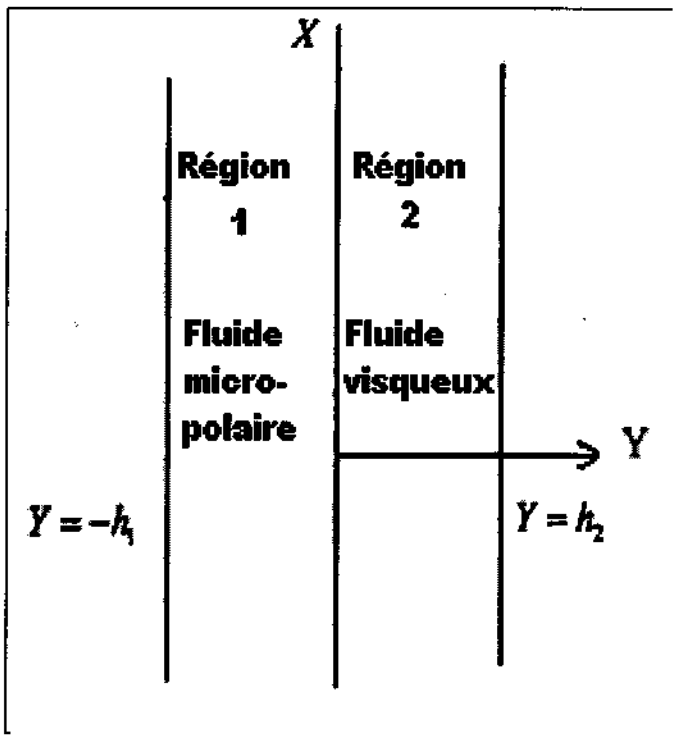


Figure 3.2: Schémas physique du modèle, [19].

A. Conditions aux limites et à l'interface

Les conditions aux limites et à l'interface utilisées pour résoudre les équations de : continuité (conservation de la masse), quantité de mouvement et de l'énergie sont :

$K = \frac{\sigma}{\mu_1}$ qui présente le paramètre caractérisant les particules en suspension du fluide de la région 1 (fluide micropolaire), si K = 0 décrive le fluide Newtonien ou visqueux.

Tableau 3.1 : Conditions aux limites et à l'interface pour les vitesses et les températures, [19].

Condition aux limites et à l'interface		Résultats
Les vitesses	$Y = -h_1$	$U_1 = 0$
	$Y = h_2$	$U_2 = 0$
	$Y = 0$	$U_1(0) = U_2(0)$ $\frac{dn}{dY} = 0$ $(\mu_1 + \sigma)\frac{d^2U_1}{dY^2} + \sigma n = \mu_2 \frac{d^2U_2}{dY^2}$
	$Y = -h_2$	$n = 0$
Les températures	$Y = -h_1$	$T = T_1$
	$Y = h_2$	$T = T_2$
	$Y = 0$	$k_1 \frac{dT_1}{dY} = k_2 \frac{dT_2}{dY}$

B. Résultats et discussion

La solution analytique pour le problème de l'écoulement convectif mixte et le transfert thermique des fluides : micropolaire et visqueux dans un canal vertical est analysée et les solutions analytiques proposées par J. Prathap Kumar and all. sont évaluées numériquement pour différentes valeurs des paramètres gouvernantes le modèle proposé et les résultats sont présentés graphiquement pour la distribution de la vitesse, vitesse de micro-rotation et les champs de la température pour des paramètres physiques variables tels que le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds $(GR = {}^{Gr}/_{Re})$, rapport de viscosité $(m = {}^{\mu_1}/_{\mu_2})$, rapport des largeurs $(h = {}^{h_2}/_{h_1})$, rapport de conductivité $(k = {}^{k_1}/_{k_2})$ et le paramètre qui caractérise les particules en suspension du fluide micropolaire $\left(K = {}^{\sigma}/_{\mu_1}\right)$.

J. Prathap Kumar and all. ont constatés que :

- Le paramètre de l'écoulement convectif mixte ou le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynold (GR) à des effets sur la vitesse linéaire, la vitesse de la micro-rotation. L'augmentation de GR signifie l'augmentation de la force de flottabilité qui soutient le mouvement et si le fluide micropolaire est remplacé par un fluide

visqueux transparent, l'effet du paramètre GR est encore maintenu. Mais l'importance de la promotion est grande pour un système de fluides visqueux-visqueux comparé à un système de fluides micropolaire-visqueux.

- Le rapport des viscosités m à des effets sur la vitesse linéaire et la vitesse de la micro-rotation, À mesure que le rapport de viscosité m augmente, la vitesse linéaire augmente, mais l'importance de la promotion est grande pour K = 0 (le fluide Newtonien) comparée à K = 1 (fluide micropolaire), et l'effet du rapport de viscosité m s'est trouvé pour réduire la vitesse de la micro-rotation.

- Le rapport des largeurs h à des effets sur la vitesse linéaire et la vitesse de la micro-rotation. À mesure que le rapport des largeurs h augmente, la vitesse linéaire et la vitesse de la micro-rotation augmentent aussi, pour les deux systèmes : les fluides visqueux-visqueux (K = 0) et les fluides micropolaire-visqueux (K = 1) et l'effet du rapport de largeur h est également présent pour favoriser le champ de la température.

- Le rapport des conductivités k à des effets sur les champs : de la vitesse linéaire et de la température. L'effet du rapport des conductivités k est prévu pour augmenter les deux champs : de la vitesse et de la température, c.-à-d. plus la conductivité du fluide micropolaire comparée au fluide visqueux est grande, plus la nature d'écoulement est grande et l'effet du rapport de conductivité k est présent pour réduire la vitesse de la micro-rotation.

- Le paramètre caractérisant les particules en suspension K, du fluide micropolaire à un effet sur le champ de vitesse linéaire, Ils ont observés qu'à mesure que K augmente, la vitesse diminue dans les deux régions du canal. Ce résultat est semblable au résultat obtenu par Chamkha and all. Pour un model de fluide unique considérant seulement le fluide micropolaire. Ainsi ils ont également notés qu'à mesure que K augmente, la forme des profils continue à changer de la direction formant la lettre V à l'interface.

- Finalement, ils ont constatés que l'effet du paramètre K du fluide micropolaire est présent pour augmenter la vitesse de la micro-rotation. C'est un résultat estimé car une augmentation du paramètre K implique une augmentation de la viscosité de gradient de spin γ qui favorise la vitesse rotationnelle.

3.10.2. Conclusion

J. Prathap Kumar and all. Ont conclus que, [19]:

- Les solutions analytiques obtenues pour ce type d'écoulement convectif libre des fluides : micropolaire-visqueux dans un canal vertical, sont des solutions séparées pour chaque fluide et ses solutions sont assorties à des conditions aux limites et à l'interface appropriées ;

- Les effets de: rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds (GR), rapport de viscosité et le rapport des largeurs doivent favoriser la vitesse linéaire tandis que le paramètre caractérisant les particules en suspension du fluide micropolaire a supprimé la vitesse ;

- Les effets de : rapport de nombre de Grashof au nombre de Reynolds, du rapport des largeurs et le paramètre K de fluide micropolaire sont trouvés pour augmenter la vitesse de la micro-rotation cependant que le rapport de viscosité et le rapport des conductivités suppriment la vitesse de la micro-rotation;

- Les effets des rapports : des largeurs et des conductivités favorisent le champ de la température.

3.11. Convection libre au-dessus d'une plaque verticale dans un fluide Micropolaire, dont la température de la surface change par étape

En 2009, A. M. Rohni, Zurni Omar et Adyda Ibrahimont ont utilisés la méthode de Keller box pour étudier la convection libre au-dessus d'une plaque plane verticale dans un fluide micropolaire, d'où la température de la surface change par étape. Azizah Mohd and all. ont aboutis à des résultats numériques qui contient des profils réduits de la vitesse angulaire, le développement de la contrainte de cisaillement à la paroi et le développement du taux de changement du composant de la vitesse de rotation pour des différentes valeurs de nombre de Prandtl et des rapports de températures. Ils ont prouvés par cette étude que les résultats actuels obtenus au saint des fluides micropolaires, quand le rapport de la température $\theta_{w2} = 1$, sont bien conformes à l'étude précédente sans changement de température, [20].

Avec : $\theta_{w2} = \frac{T-T_\infty}{\Delta T}$ avec $\Delta T = T_w - T_\infty$

L'étude de Azizah Mohd and all. est une suite des études expérimentales et théoriques réussies : d'une plaque plane avec la température uniforme de la paroi par Schmidt et

Beckmann, le transfert thermique par convéction libre à partir d'une plaque plane verticale dans un milieu inactif, par Lee & Yovanovich de1987a.

La littérature ci-dessus citée et beaucoup d'autres études de problèmes de similarité avec des continuités et des conditions aux limites bien choisis à la paroi. Tandis que, la plupart des problèmes pratiques dans l'application impliquent souvent des conditions à la paroi qui sont arbitraires et inconnus. L'étude du transfert thermique par convection libre non-semblable à partir d'une plaque plane verticale avec des conditions thermiques à la paroi qui varient arbitrairement est une étude difficile. Le problème a attiré beaucoup d'excédent d'intérêt les années passées dans plusieurs applications technologiques, en particulier dans la conception thermique des cartes microélectroniques.

Pour comprendre et résoudre des problèmes impliquant des conditions générales et non-similaires à la paroi, Azizah Mohd and all. ont fait une étude suite à l'étude de Lee & Yovanovich, 1987b, [20].

3.11.1. Modèle proposé

A. Donnés et hypothèses

Le modèle considéré se compose d'une plaque plane verticale semi-infinie chauffée avec une température d'une variation discontinue, la plaque est immergée dans un fluide micropolaire fig.3.3, (u, v) sont les composants de la vitesse le long des axes (x, y), T, p et N sont respectivement, la température, la pression et le composant de la normale au plan (x, y) de vecteur de rotation ; g est l'accélération due à la pesanteur ; ρ, μ, α and β sont respectivement la masse volumique, la viscosité, la diffusivité thermique et le coefficient d'expansion cubique du fluide ; j, σ and γ sont respectivement, la densité de la micro-inertie, la viscosité tourbillonnante et viscosité du gradient de spin. En outre, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ est la viscosité cinématique. La viscosité de gradient de spin est donnée par $\gamma = \left(\mu + \frac{\sigma}{2}\right) j$.

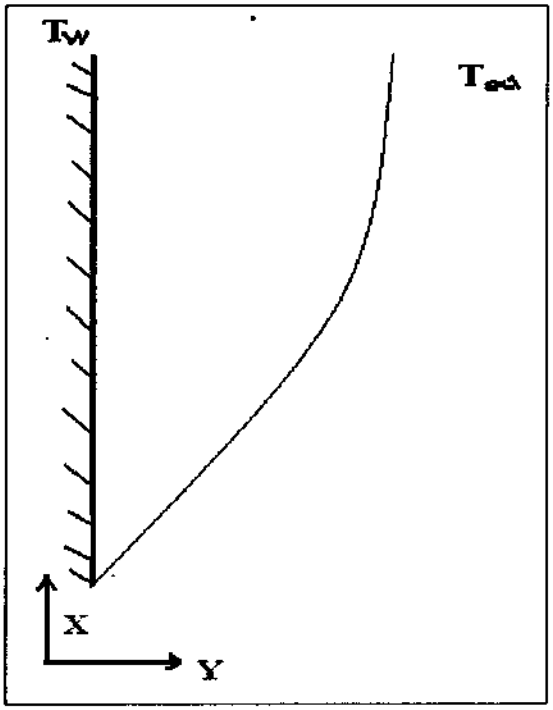


Figure 3.3 : Plaque plane verticale semi-infinie dans un fluide micropolaire, [20].

B. Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées pour résoudre les équations de : continuité (conservation de la masse), quantité de mouvement et de l'énergie sont :

Tableau 3.2 : Conditions aux limites pour les vitesses et les températures, [20].

Conditions	Résultats
$y = 0$	$u = v = 0$ $N = -n\frac{\partial u}{\partial y}$ $T = T_{w1}$ pour $x \leq x_0$ et $T = T_{w2}$ pour $x > x_0$
$y \longrightarrow \infty$	$u \to 0, v \to 0, N \to 0, T \to T_\infty$

Avec : $j = l^2$; où l est la longueur caractéristique.

Les équations gouvernante de l'écoulement ont été écrites sous la forme standard de similarité de Polhausen (1921), à près la dérivée, la fonction du courant ψ est injectée dans les équations de : la conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie. La méthode de Keller-Box consiste à utilisée autre écriture des équations

de l'écoulement, faisant le changement de variable $X = \xi^{\frac{1}{2}}$ qui est un facteur qui prend plusieurs valeurs, et la nouvelle forme des équations de l'écoulement s'appelle le schéma de Keller-Box.

3.11.2. Conclusion

Azizah Mohd and all. ont tirés de cette étude les conclusions suivantes, [20]:

- Pour des valeurs de K et n fixes, la vitesse angulaire réduite, augmente et diminue quand le nombre de Prandtl augmente et tend par la suite vers zéro et la contrainte de cisaillement à la paroi diminue après augmente et par la suite tend vers zéro avec une augmentation du nombre de Prandtl.
- Pour des valeurs de K et n fixes, le taux de transfert de chaleur augmente ensuite diminue et augmente encore et tend par la suite vers zéro avec une augmentation du nombre de Prandtl.

Tableau 3.3 : Comparaison entre la méthode de Rees & Pop (1998) et la méthode actuelle pour la variation de h(0), de h'(0) et de g'(0), [20].

Pr	h(0)		h'(0)		g'(0)	
	Méthode de Rees & Pop (1997)	La méthode Courante	Méthode de Rees & Pop (1997)	La méthode Courante	Méthode de Rees & Pop (1997)	La méthode Courante
0.1	- 1.21505	- 1.21511	0.71152	0.71160	- 0.16274	- 0.16272
0.2	- 1.13288	- 1.13301	0.63528	0.63542	- 0.21772	- 0.21771
0.5	-1.00855	-1.00866	0.52277-	0.52282	- 0.31195	- 0.31195
0.7	- 0.96012	- 0.96022	0.48000	0.48007	- 0.35321	- 0.35321
1.0	- 0.90819	- 0.90827	0.43495	0.43501	- 0.40103	- 0.40105
2.0	- 0.80789	- 0.80794	0.35117	0.35121	- 0.50662	- 0.50666
5.0	- 0.68135	- 0.68140	0.25424	0.25427	- 0.67458	- 0.67470
6.7	- 0.64312	- 0.64316	0.22741	0.22745	- 0.73591	- 0.73613
10.0	- 0.59283	- 0.59287	0.19411	0.19415	- 0.82684	- 0.82709

Avec : $\eta = \frac{y}{x^{\frac{1}{4}}}$ variable de similarité, h et g fonctions de la méthode de Keller-Box., $0 \leq n \leq 1$ et $K = \frac{\sigma}{\mu}$: Paramètre matériel caractérisant les particules en suspension ; et $h' = \frac{\partial h}{\partial \eta}$

3.12. Conclusion du chapitre

Par les études ci-dessus faites sur la variation des plusieurs paramètres au niveau de la couche limite des fluides micropolaires en écoulement d'une part et l'étude que nous avons fait sur un modèle constitué de deux fluides immiscibles dans un canal vertical d'une autre part, il est constaté qu'il existe un lien direct et fort entre le type de fluide au niveau de la structure interne et l'influence de la variations des paramètres physiques (les conductivités thermiques, les viscosités, les coefficients de dilatation thermique, la largeur du canal...), [20].

On peut conclue que, [20] :

Afin de concevoir les systèmes de lubrification fiables il est constaté que le mouvement dans les articulations est affecté par l'action visqueuse, l'effet des couples de cisaillement et le lien direct de la microstructure (vitesse de la microrotation) avec le champ des vitesses linéaires (macroscopique), ainsi que la micropolarité donnera lieu à une augmentation de la viscosité équivalente qui mène plus tard à une meilleure lubrification.

Les grandes valeurs de la longueur caractéristique et les petites valeurs de l'épaisseur initiale du film fluide en écoulement donne lieu à une augmentation de la viscosité efficace et quand la taille des particules augmente, la pression axiale diminue.

Quand la porosité à l'interface augmente, la pression diminue et ceci se produit à une vitesse très rapide. Ainsi que dans le cas de cartilage non-poreux la pression est maximum.

Chapitre 4 :

Modélisation et résolution de l'écoulement immiscible micropolaire et visqueux dans un canal vertical

4.1. Introduction

Ce chapitre présente une étude analytique d'un modèle d'écoulement convectif immiscible des fluides micropolaire et visqueux dans un canal vertical, cette étude est déjà faite. C'est un article non développé, qui a proposé l'étude de l'effet du paramètre de la convection mixte (GR) et paramètre matériel (K) d'une part et les rapports des : largeurs des fluides, conductivités thermiques, viscosités, coefficients de dilatation thermique d'une autre part, sur les profils des vitesses linéaire et de la microrotation (force de flottabilités) et le champ des températures (transfert de chaleur). Nous avons ajouté l'étude du rapport des masses volumiques (densités).

4.2. Configuration du modèle

Le modèle que nous proposons à l'étude est une géométrie qui a été proposée et étudiée par J. Prathap Kumar and all. (fig.4.1), le modèle est composé de deux plaques parallèles infinies, maintenues à des températures constantes, différentes et/ou égales, ils sont prolongées dans le plan décrite par les axes (X ; Z).

Le canal est constitué de deux régions, la première région est limitée par la condition suivante: $-h_1 \leq Y \leq 0$, et occupée par le fluide micropolaire de masse volumique et de viscosité respectivement, ρ_1, μ_1 , de la viscosité tourbillonnante σ, de conductivité thermique k_1, de coefficient de dilatation thermique à pression constante β_1, la deuxième région est limitée par la condition : $0 \leq Y \leq h_2$, et occupée par un fluide visqueux de masse volumique ρ_2, de viscosité μ_2, de conductivité thermique k_2 et de coefficient de dilatation thermique β_2.

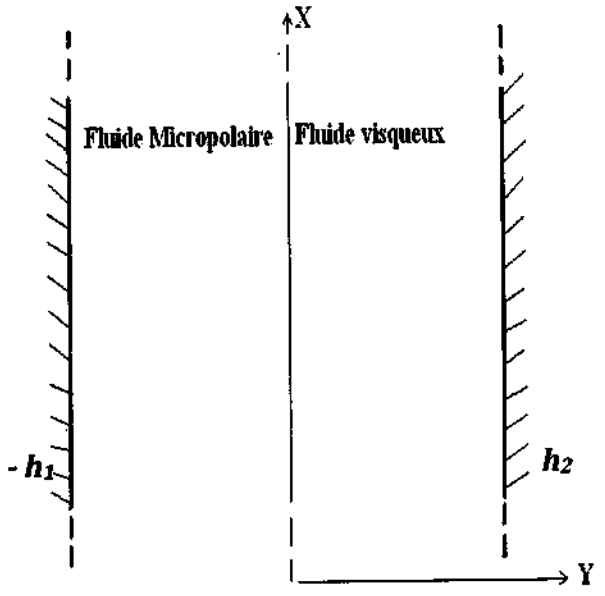


Figure 4.1 : Schéma approprié d'un canal vertical, constitué de deux plaques planes engendrant deux fluides de type différents.

4.3. Formulation mathématique

4.3.1. Equations de bilans, massique, quantité de mouvement et l'énergie

Les équations différentielles qui caractérisent l'écoulement de deux fluides de type différent (Micropolaire-Visqueux), s'écrivent sous la forme suivante :

A. Bilan de la première et la deuxième régions

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_1}{\partial X}+\dfrac{\partial V_1}{\partial Y}=0 \\ \rho_1\left(U_1\dfrac{\partial U_1}{\partial X}+V_1\dfrac{\partial U_1}{\partial Y}\right)=-\dfrac{\partial P_1}{\partial X}+(\mu_1+\sigma)\left(\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2}\right)+\rho_1 g\beta_1(T_1-T_0)+\sigma\dfrac{\partial n}{\partial Y} \\ \rho_1\left(U_1\dfrac{\partial V_1}{\partial X}+V_1\dfrac{\partial V_1}{\partial Y}\right)=-\dfrac{\partial P_1}{\partial Y}+(\mu_1+\sigma)\left(\dfrac{\partial^2 V_1}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 V_1}{\partial Y^2}\right)-\sigma\dfrac{\partial n}{\partial X} \\ \rho_1 j\left(U_1\dfrac{\partial n}{\partial X}+V_1\dfrac{\partial n}{\partial Y}\right)=-2\sigma n+\sigma\left(\dfrac{\partial V_1}{\partial X}-\dfrac{\partial U_1}{\partial Y}\right)+\gamma\left(\dfrac{\partial^2 n}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 n}{\partial Y^2}\right) \\ U_1\dfrac{\partial T_1}{\partial X}+V_1\dfrac{\partial T_1}{\partial Y}=\dfrac{k_1}{\rho_1 c_p}\left(\dfrac{\partial^2 T_1}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 T_1}{\partial Y^2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_2}{\partial X}+\dfrac{\partial V_2}{\partial Y}=0 \\ \rho_2\left(U_2\dfrac{\partial U_{1,2}}{\partial X}+V_2\dfrac{\partial U_2}{\partial Y}\right)=-\dfrac{\partial P_2}{\partial X}+\mu_2\left(\dfrac{\partial^2 U_2}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2}\right)+\rho_2 g\beta_2(T_2-T_0) \\ \rho_2\left(U_2\dfrac{\partial V_2}{\partial X}+V_2\dfrac{\partial V_2}{\partial Y}\right)=-\dfrac{\partial P_2}{\partial Y}+\mu_2\left(\dfrac{\partial^2 V_2}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 V_2}{\partial Y^2}\right) \\ U_2\dfrac{\partial T_2}{\partial X}+V_2\dfrac{\partial T_2}{\partial Y}=\dfrac{k_2}{\rho_2 c_p}\left(\dfrac{\partial^2 T_2}{\partial X^2}+\dfrac{\partial^2 T_2}{\partial Y^2}\right) \end{cases}$$

4.3.2. Donnés et hypothèses

Supposant les hypothèses suivantes :

- Les fluides sont assimilés avoir les propriétés physiques $C_{p1}=C_{p2}=C_p=$ constantes excepté la densité (la masse volumique) le terme de flottabilité dans l'équation de la quantité de mouvement d'où :

$$\begin{cases} \rho_1=\rho_0[1-\beta_1(T_1-T_0)] \\ \rho_2=\rho_0[1-\beta_2(T_2-T_0)] \end{cases} \qquad (4.1)$$

- Les augmentations du fluide dans le canal sont conduites par les forces de flottabilité ;
- Les propriétés de transport des deux fluides sont constantes ;
- Les deux fluides sont considérés comme étant incompressibles et immiscible (c'est-à-dire, il n'y a aucun mélange entre les fluides), et les équations constitutives pour le fluide micropolaire et le fluide visqueux sont différentes ;
- L'écoulement est régulier, laminaire et entièrement développé;
- Les viscosités des deux fluides sont différentes ;
- Le seul composant non-nulle de la vitesse U_i $(i = 1,2)$ est le composant X. Ainsi que U_i dépend seulement de Y.

Utilisant les hypothèses ci-dessous on peut écrire :

$$V_1 = V_2 = 0 \tag{4.2}$$

$$\frac{dU_1}{dX} = \frac{dU_2}{dX} = 0 \tag{4.2}$$

Les groupes d'équations (4.1) et (4.2) deviennent :

Les équations de mouvement de la région 1

$$\frac{dU_1}{dX} = 0 \tag{4.3}$$

$$(\mu_1 + \sigma)\frac{d^2U_1}{dY^2} + \rho_1 g\beta_1(T_1 - T_0) + \sigma\frac{dn}{dY} = 0 \tag{4.4}$$

$$\gamma\frac{d^2n}{dY^2} - \sigma(2n + \frac{dU_1}{dY}) = 0 \tag{4.5}$$

$$\frac{d^2T_1}{dY^2} = 0 \tag{4.5}$$

Les équations de mouvement de la région 2 :

$$\frac{dU_2}{dX} = 0 \tag{4.6}$$

$$\mu_2\frac{d^2U_2}{dY^2} + \rho_2 g\beta_2(T_2 - T_0) = 0 \tag{4.7}$$

$$\frac{d^2T_2}{dY^2} = 0 \tag{4.8}$$

Afin de résoudre les six équations de la région 1, on pose six conditions aux limites pour la vitesse et quatre conditions aux limites pour la température :

A. Conditions aux limites et à l'interface

Les vitesses :

$Y = -h_1 \Rightarrow U_1 = 0\,;\, Y = h_2 \Rightarrow U_2 = 0\,;\, Y = 0 \Rightarrow U_1(0) = U_2(0);$

$\text{et}\,\frac{dn}{dY} = 0\,;\, (\mu_1 + \sigma)\frac{dU_1}{dY} + \sigma n = \mu_2\frac{dU_2}{dY}\,;\, Y = -h_1 \Rightarrow n = 0$

Les températures :

$Y = -h_1 \Rightarrow T = T_1\,;\, Y = h_2 \Rightarrow T = T_2;\; Y = 0$

$\Rightarrow T_1(0) = T_2(0)\text{et}\, k_1\frac{dT_1}{dY} = k_2\frac{dT_2}{dY}$

On pose : $\gamma = \left(\mu_1 + \frac{\sigma}{2}\right) j$ et $j = h_1^2$

B. Introduction des variables Adimensionnels

On peut introduire les variables adimensionnels, cette étape est essentielle, car nous allons éliminés toutes les unités (m, Kelvin...), pour h_1, h_2, T_1, T_2,... et on se limite dans notre étude pour un intervalle dont le variable sera sans dimension et varie sur l'intervalle bien défini et qui prend les valeurs de $[-1,0]U[0,1]$ respectivement pour les deux régions, les procédures sont les suivants :

$y = \frac{Y}{h_i}\left(y = \frac{Y}{h_1}, \text{région1};\; y = \frac{Y}{h_2}, \text{région2}\right);$

$u_1 = \frac{U_1}{U_0}; u_2 = \frac{U_2}{U_0}; \theta_1 = \frac{T_1 - T_0}{\Delta T}$ et $\Delta T = T_2 - T_1$ Si $T_2 > T_1$.

$\theta_2 = \frac{T_2 - T_0}{\Delta T}; N = \frac{h_1}{U_0} n; K = \frac{\sigma}{\mu_1}\,; d\theta_1 = \frac{dT_1}{T_2 - T_1} \Leftrightarrow dT_1 = \Delta T\, d\theta_1$

et $dT_2 = \Delta T\, d\theta_2;\; dY = h_1 dy$ (pour la région 1) et $dY = h_2 dy$ (pour la région 2).

B.1. Première région

Remplaçant les termes par les relations ci-dessus dans les équations (4.3) – (4.8) :

Les équations de mouvement de la région 1:

$$\begin{cases} U_0\dfrac{du_1}{dx}=0 \Rightarrow \dfrac{du_1}{dx}=0 \\ \mu_1\dfrac{U_0}{h_1^2}(1+K)\dfrac{d^2u_1}{dy^2}+\rho_1 g\beta_1(T_1-T_0)+\sigma\dfrac{U_0}{{h_1}^2}\dfrac{dN}{dy}=0 \\ \mu_1\dfrac{U_0}{{h_1}^3}h_1^2\left(1+\dfrac{K}{2}\right)\dfrac{d^2N}{dy^2}-\sigma(2\dfrac{U_0}{h_1}N+\dfrac{U_0}{h_1}\dfrac{du_1}{dy})=0 \\ \dfrac{(T_2-T_1)}{h^2}\dfrac{d^2\theta_1}{dy^2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_1}{dx}=0 \\ \dfrac{\mu_1 U_0}{h_1^2}(1+K)\dfrac{d^2u_1}{dy^2}+\rho_1 g\beta_1(T_1-T_0)+\sigma\dfrac{U_0}{{h_1}^2}\dfrac{dN}{dy}=0 \\ \dfrac{\mu_1 U_0}{h_1}\left(\dfrac{2+K}{2}\right)\dfrac{d^2N}{dy^2}-\dfrac{\sigma U_0}{h_1}(2N+\dfrac{du_1}{dy})=0 \\ \dfrac{d^2\theta_1}{dy^2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_1}{dx}=0 \\ \dfrac{d^2u_1}{dy^2}+\dfrac{1}{(1+K)}\dfrac{h_1^2\rho_1 g\beta_1}{\mu_1 U_0}(T_1-T_0)+\dfrac{1}{(1+K)}\dfrac{\sigma}{\mu_1}\dfrac{dN}{dy}=0 \\ \dfrac{d^2N}{dy^2}-\dfrac{2}{(2+K)}\dfrac{\sigma}{\mu_1}(2N+\dfrac{du_1}{dY})=0 \\ \dfrac{d^2\theta_1}{dY^2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_1}{dx}=0 \\ \dfrac{d^2u_1}{dy^2}+\dfrac{1}{(1+K)}\dfrac{1}{\left(\dfrac{U_0h_1\rho_1}{\mu_1}\right)}\left(\dfrac{h_1^3\rho_1^2 g\beta_1\Delta T}{\mu_1^2}\right)\theta_1+\dfrac{K}{(1+K)}\dfrac{dN}{dy}=0 \\ \dfrac{d^2N}{dy^2}-\dfrac{2K}{(2+K)}(2N+\dfrac{du_1}{dy})=0 \\ \dfrac{d^2\theta_1}{dy^2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_1}{dx} = 0 \\ \dfrac{d^2u_1}{dy^2} + \dfrac{1}{(1+K)}\dfrac{Gr}{Re}\theta_1 + \dfrac{K}{(1+K)}\dfrac{dN}{dy} = 0 \\ \dfrac{d^2N}{dy^2} - \dfrac{2K}{(2+K)}\left(2N + \dfrac{du_1}{dy}\right) = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_1}{dy^2} = 0 \end{cases}$$

On pose: $GR = \frac{Gr}{Re}$; $Gr = \frac{h_1^3\rho_1^2\beta_1 g\Delta T}{\mu_1^2}$ et $Re = \frac{\rho_1 h_1 U_0}{\mu_1}$, les équations (4.3)-(4.5), deviennent :

$$\frac{du_1}{dx} = 0 \tag{4.9}$$

$$\frac{d^2u_1}{dy^2} + \frac{GR}{(1+K)}\theta_1 + \frac{K}{(1+K)}\frac{dN}{dy} = 0 \tag{4.10}$$

$$\frac{d^2N}{dy^2} - \frac{2K}{(2+K)}\left(2N + \frac{du_1}{dy}\right) = 0 \tag{4.11}$$

$$\frac{d^2\theta_1}{dy^2} = 0 \tag{4.12}$$

B.2. Deuxième région

Par la même manière, on remplace les termes par les relations du variable adimensionnel exprimé ci-dessus :

$$\begin{cases} U_0\dfrac{du_2}{dx} = 0 \\ \dfrac{\mu_2 U_0}{h_2^2}\dfrac{d^2u_2}{dy^2} + \rho_2 g\beta_2(T_2 - T_1)\theta_2 = 0 \\ \dfrac{(T_2 - T_1)}{h_2^2}\dfrac{d^2T_2}{dy^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{du_2}{dx} = 0 \\ \dfrac{d^2u_2}{dy^2} + \dfrac{h_2^2\rho_2 g\beta_2\Delta T}{\mu_2 U_0}\theta_2 = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_2}{dy^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{du_2}{dx} = 0 \\ \dfrac{d^2u_2}{dy^2} + \dfrac{h_2^2\rho_2\mu_1 g\beta_2 h_1^3\rho_1^2\beta_1\Delta T}{\rho_1 h_1^2\mu_2\beta_1\left(\frac{U_0 h_1\rho_1}{\mu_1}\right)\mu_1^2}\theta_2 = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_2}{dy^2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_2}{dx} = 0 \\ \dfrac{d^2u_2}{dy^2} + \dfrac{h_2^2\rho_2\mu_1\beta_2}{h_1^2\rho_1\mu_2\beta_1}\dfrac{\left(\frac{h_1^3\rho_1^2\beta_1 g\Delta T}{\mu_1^2}\right)}{\left(\frac{U_0h_1\rho_1}{\mu_1}\right)}\theta_2 = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_2}{dy^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{du_2}{dx} = 0 \\ \dfrac{d^2u_2}{dy^2} + h^2\rho mb\dfrac{Gr}{Re}.\theta_2 = 0 \\ \dfrac{d^2\theta_2}{dy^2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{du_2}{dx} = 0 & (4.13) \\ \dfrac{d^2u_2}{dy^2} + h^2\rho mb.GR.\theta_2 = 0 & (4.14) \\ \dfrac{d^2\theta_2}{dy^2} = 0 & (4.15) \end{cases}$$

C. Conditions aux limites et à l'interface pour les variables adimensionnels

Les vitesses :

$Y = -h_1 \Rightarrow y = -1,\ u_1 = 0$ et $N = 0$

$Y = h_2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow u_2 = 0$

$u_1(0) = u_2(0), \quad \frac{dN(0)}{dy} = 0\,; \quad (\mu_1 + \sigma)\frac{U_0}{h_1}\frac{du_1}{dy} + \sigma\frac{U_0}{h_1}N = \mu_2\frac{U_0}{h_2}\frac{du_2}{dy} \Leftrightarrow (\mu_1 + \sigma)\frac{du_1}{dy} + \sigma N = \mu_2\frac{h_1}{h_2}\frac{du_2}{dy}$

$\Leftrightarrow (\mu_1 + \sigma)\frac{du_1}{dy} + \sigma N = \mu_2\frac{h_1}{h_2}\frac{du_2}{dy} \Leftrightarrow (1 + K)\frac{du_1}{dy} + KN = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{h_1}{h_2}\frac{du_2}{dy}$

$\frac{du_1}{dy} + \frac{K}{(1+K)}N = \frac{1}{mh(1+K)}\frac{du_2}{dy}$

Les températures

$y = -1 \Rightarrow \theta_1 = 1; y = 1 \Rightarrow \theta_2 = 0\,;$

$y = 0 \Rightarrow \theta_1(0) = \theta_2(0)$ et $\frac{k_1}{h_1}\frac{d\theta_1}{dy} = \frac{k_2}{h_2}\frac{d\theta_2}{dy} \Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2}\frac{d\theta_1}{dy} = \frac{h_1}{h_2}\frac{d\theta_2}{dy}$

$\Leftrightarrow \frac{d\theta_1}{dy} = \frac{1}{hk}\frac{d\theta_2}{dy}$

Avec : $m = \frac{\mu_1}{\mu_2}; h = \frac{h_2}{h_1}; k = \frac{k_1}{k_2}; b = \frac{\beta_2}{\beta_1}; \rho^* = \frac{\rho_2}{\rho_1}$

4.4. Résolution analytique

Les équations (4.9)-(4.12), (4.13)-(4.15), peuvent être écrites sous des formes plus simples :

$$u_1'' + \frac{GR}{(1+K)}\theta_1 + \frac{K}{(1+K)}N' = 0 \quad (4.16)$$

$$N'' - \frac{4K}{(2+K)}N = \frac{2K}{(2+K)}u_1' \quad (4.17)$$

$$\theta_1'' = 0 \quad (4.18)$$

$$u_2'' + h^2\rho^* mb.GR.\theta_2 = 0 \quad (4.19)$$

$$\theta_2'' = 0 \quad (4.20)$$

$$u_1' + \frac{K}{(1+K)}N = \frac{1}{mh(1+K)}u_2' \text{ ; à } y = 0 \quad (4.21)$$

$$\theta_1' = \frac{h}{k}\theta_2' \quad (4.21)$$

L'intégrale deux fois des équations (4.18), (4.20) donne :

$$\frac{d^2\theta_1}{dy^2} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta_1}{dy} = c_1 \Rightarrow \int d\theta_1 = c_1 \int dy \Rightarrow \theta_1 = c_1 y + c_2$$

Et par la même façon on intègre l'équation de l'énergie de la deuxième région on obtient : $\theta_1 = c_1 y + c_2$

Le système d'équations pour les températures adimensionnées sont :

$$\begin{cases} \theta_1 = c_1 y + c_2 \\ \theta_2 = c_3 y + c_4 \end{cases} \quad (4.22)$$

De l'équation suivante :

$$u_2'' + h^2\rho^* mb.GR.\theta_2 = 0 \Rightarrow u_2'' + h^2\rho^* mb.GR.(c_3 y + c_4) = 0 \Rightarrow$$
$$u_2'' = -c_3 h^2\rho^* mb.GR.y - c_4 h^2\rho^* mb.GR$$

L'intégrale deux fois de l'équation différentielle ci-dessus donne :

$$u_2' = -\frac{c_3 h^2 \rho^* mb.GR}{2} y^2 - c_4 h^2 \rho^* mb.GRy - c_9 \quad (4.23)$$

$$u_2 = -\frac{h^2 \rho^* mb.GR}{6}(c_3 y^3 + 3c_4 y^2) - c_9 y - c_{10} \quad (4.24)$$

Pour la résolution de l'équation (4.17), on a utilisé la méthode de variation des paramètres [24]:

De la forme de l'équation (4.17) on constate que N admet une solution de la forme suivante [24]:

$$N = N_h + N_p \quad (4.25)$$

$N_h'' - \frac{4K}{(2+K)} N_h = 0$; Cette équation est de la forme $f'' + D.f = 0$ elle admet une solution de la forme : $N_h = c_5\, ch(\sqrt{D}.y) + c_6 sh\,(\sqrt{D}.y)$; et $D = \frac{4K}{(2+K)}$.

Donc la solution pour la vitesse de la microrotation N est de la forme :

$$N = c_5\, ch(\sqrt{D}.y) + c_6\, sh(\sqrt{D}.y) + N_p \quad (4.26)$$

La solution particulière est de la forme:

$$N_p = C_1(y)N_1 + C_2(y)N_2 \quad (4.27)$$

Avec : $N_1 = ch(\sqrt{D}.y)$ et $N_2 = sh(\sqrt{D}.y)$

$C_1(y)$ et $C_2(y)$: Deux fonctions à déterminer, ainsi qu'ils représentent des solutions pour le système d'équation (4.28) et (4.29), qui peut être écrit sous forme matricielle à résoudre :

$$\begin{cases} C_1'N_1 + C_2'N_2 = 0 \\ C_1'N_1' + C_2'N_2' = \frac{2K}{(2+K)} u_1' \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_1' & N_2' \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1' \\ C_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2K}{(2+K)} u_1' \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} C_1' \\ C_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_1' & N_2' \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2K}{(2+K)} u_1' \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_1' & N_2' \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det}\left[\text{adj}\begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_1' & N_2' \end{pmatrix}\right]^t = \frac{1}{\sqrt{D}}\begin{pmatrix} N_1' & -N_1 \\ -N_2' & N_2 \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{D}}\begin{pmatrix} \sqrt{D}ch(\sqrt{D}y) & sh(\sqrt{D}y) \\ -\sqrt{D}sh(\sqrt{D}y) & ch(\sqrt{D}y) \end{pmatrix}$$

De l'équation (2.29), on obtient :

$$\begin{cases} C_1' = -\frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} sh(\sqrt{D}y).u_1' \\ C_2' = \frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} ch(\sqrt{D}y).u_1' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int C_1' = -\frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} \int sh(\sqrt{D}y).u_1' \\ \int C_2' = \frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} \int ch(\sqrt{D}y).u_1' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = -\frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} \int sh(\sqrt{D}y).u_1' \\ C_2 = \frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} \int ch(\sqrt{D}y).u_1' \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} C_1 = -\frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}}\left(sh(\sqrt{D}y)u_1 - \sqrt{D}ch(\sqrt{D}y)\right) \\ C_2 = \frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}}\left(ch(\sqrt{D}y)u_1 - \sqrt{D}sh(\sqrt{D}y)\right) \end{matrix}$$

On remplace les relations de C_1et C_2 trouvées ci-dessus et on pose $\frac{2K}{(2+K)\sqrt{D}} = \frac{\sqrt{D}}{2}$, dans l'équation (4.27) et de l'équation (2.17) on obtient après la simplification:

$$N = c_7\, ch(\sqrt{D}.y) + c_8\, sh(\sqrt{D}.y) + \frac{GR}{2(2+K)}\left[c_1 y^2 + 2c_2 y + \frac{2c_1}{D}\right] \tag{4.30}$$

$$\text{Et } N' = \sqrt{D}c_7\, sh(\sqrt{D}.y) + \sqrt{D}c_8\, ch(\sqrt{D}.y) + \frac{GR}{(2+K)}[c_1 y + c_2] \tag{4.31}$$

Avec : ch et sh, sont respectivement le cosinus et le sinus hyperbolique.

De l'équation (4.16), (4.30) on obtient :

$$u_1' = -\frac{K}{(1+K)}\left[c_7 ch(\sqrt{D}y) + c_8 sh(\sqrt{D}y)\right] - \frac{2GR}{(2+K)}\left(\frac{c_1}{2}y^2 + c_2 y\right) - c_7 \tag{4.32}$$

$$u_1 = -\frac{K}{\sqrt{D}(1+K)}\left[c_5 sh(\sqrt{D}y) + c_6 ch(\sqrt{D}y)\right] - \frac{2GR}{(2+K)}\left(\frac{c_1}{6}y^3 + \frac{c_2}{2}y^2\right) - c_7 y - c_8 \tag{4.33}$$

4.5. Calcul des constantes

4.5.1. Cas particulier, fluide Newtonien (K=0)

Les équations qui gouvernent les écoulements des deux fluides seront :

$$\theta_1 = c_1 y + c_2 \tag{4.34}$$

$$\theta_2 = c_3 y + c_4 \tag{4.35}$$

$$u_1 = -GR\frac{c_1}{6}y^3 - GR\frac{c_2}{2}y^2 + e_1 y + e_2 \tag{4.36}$$

$$u_2 = -h^2\rho^* mb.\,GR\frac{c_3}{6}y^3 - h^2\rho^* mb.\,GR\frac{c_4}{2}y^2 + e_3 y + e_4 \tag{4.37}$$

$$u_1' = \frac{1}{mh}u_2' \text{ ; à } y = 0 \tag{4.38}$$

Des conditions aux limites est l'interface, on obtient :

$$A\ y = -1 \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ \theta_1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{GR}{6}c_1 - \frac{GR}{2}c_2 - e_1 + e_2 = 0 & (4.39) \\ c_2 - c_1 = 1 & (4.40) \end{cases}$$

A

$$y = 1 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 0 \\ \theta_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{h^2\rho mbGR}{6}c_3 - \frac{h^2\rho mbGR}{2}c_4 + e_3 + e_4 = 0 & (4.41) \\ c_3 + c_4 = 0 & (4.42) \end{cases}$$

$$A\ y = 0 \Rightarrow \begin{cases} u_1 = u_2 \\ u_1' = \frac{1}{mh}u_2' \\ \theta_1 = \theta_2 \\ \theta_1' = \frac{1}{hk}\theta_2' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e_2 = e_4 & (4.43) \\ e_1 = \frac{1}{mh}e_3 & (4.44) \\ c_2 = c_4 & (4.45) \\ c_1 = \frac{1}{hk}c_3 & (4.46) \end{cases}$$

Des équations (4.42) - (4.49), nous obtiendrons les résultats suivants :

$$c_1 = -\frac{1}{1+hk};\ c_2 = c_4 = -hkc_1;\ c_3 = hkc_1;\ e_1 = -\frac{GR(1+3hk+2h^3\rho mbk)}{6(1+mh)(1+hk)};$$

$$e_2 = e_4 = \frac{mh.\,GR(1+3hk-2h^2\rho bk)}{6(1+mh)(1+hk)};\ e_3 = mh.\,e_1$$

4.5.2. Cas d'un fluide micropolaire (K ≠ 0)

Calcul des constantes : $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9$, en utilisant les conditions aux limites et à l'interface :

À:

$y = -1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ N = 0 \\ \theta_1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{GR}{3(2+K)}c_1 - \frac{GR}{(2+K)}c_2 + \frac{K\sinh(-\sqrt{D})}{\sqrt{D}(1+K)}c_7 + \frac{K\cosh(-\sqrt{D})}{\sqrt{D}(1+K)}c_8 - c_9 + c_{10} = 0 & (4.47) \\ \frac{GR(D+2)}{2D(2+K)}c_1 - \frac{GR}{(2+k)}c_2 + \cosh(-\sqrt{D})c_7 + \sinh(-\sqrt{D})c_8 = 0 & (4.48) \\ c_2 - c_1 = 1 & (4.49) \end{cases}$$

À :

$y = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} u_1' + \frac{K}{(1+K)}N = \frac{1}{mh(1+K)}u_2' \\ N' = 0 \\ \theta_1 = \theta_2 \\ \theta_1' = \frac{1}{hk}\theta_2' \\ u_1 = u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{GR.K}{D(2+K)}c_1 - \frac{1}{mh}c_5 + 2Kc_7 = 0 & (4.50) \\ \frac{GR}{(2+K)}c_2 + \sqrt{D}c_8 = 0 & (4.51) \\ c_2 = c_4 & (4.52) \\ c_1 = \frac{1}{hk}c_3 & (4.53) \\ c_6 - \frac{K}{\sqrt{D}(1+K)}c_8 - c_{10} = 0 & (4.54) \end{cases}$$

À :

$y = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} u_2 = 0 \\ \theta_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\rho mbh^2.GR}{6}c_3 - \frac{\rho mbh^2.GR}{2}c_4 + c_5 + c_6 = 0 & (4.56) \\ c_3 + c_4 = 0 & (4.57) \end{cases}$$

Par la somme des équations (4.52) (4.53) et (4.57) on obtient :

$$c_2 - \frac{1}{hk}c_3 = 1 \text{ et} c_2 = c_4 \Rightarrow c_4 - \frac{1}{hk}c_3 = 1 \quad (4.58)$$

Et :

$$c_3 = hk.c_1 , c_4 = c_2 = -hk.c_1 \text{ et } c_1 = -\frac{1}{(1+hk)}$$

De l'équation (4.51) on obtient :

$$c_8 = a_2 + c_7$$

De l'équation (4.50) on obtient :

$$c_7 = \frac{a_3 + a_5 - a_2 - a_4}{(1 + mh(1+k))}$$

D'où: th : représente la tangente hyperbolique.

De l'équation (4.51) on obtient :

$$c_5 = \frac{a_1 + c_6 \sinh(\sqrt{D})}{\cosh(\sqrt{D})}$$

De l'équation (4.55) on obtient :

$$c_6 = -\frac{c_2 GR}{((2+K)\sqrt{D})}$$

De l'équation (4.54) on obtient :

$$c_{10} = c_6 - \frac{K}{\sqrt{D}(1+K)} c_8$$

De l'équation (4.47) on obtient :

$$c_9 = a_3 - c_{10}$$

Les constantes a_1, a_2, a_3, a_4 et a_5 :

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{GR(c_1 - 2c_2 + \frac{2c_1}{D})}{2(2+K)} - \dfrac{2A}{D(2+K)} \\ a_2 = -hk.c_1 \\ a_2 = \dfrac{K(c_5 \sinh(\sqrt{D}) - c_6 \cosh(\sqrt{D}))}{(1+K)} + \dfrac{2GR}{(2+K)}\left(\frac{c_1}{6} - \frac{c_2}{2}\right) \\ a_3 = -\rho mbh^2.GR\left(\frac{c_3}{6} + \frac{c_4}{6}\right) \\ a_4 = \dfrac{c_6 K}{(1+K)\sqrt{D}} \\ a_5 = mhK(c_1 R + 2E) \\ E = \dfrac{GR.L_1}{L_2} \\ L_1 = 2(1+K)(2+K)D\sqrt{D}[3mhc_1K - mbh^2c_1] - c_1 + 3c_2 - mRobh^2(2+K) \\ +2K\sqrt{D}(2Dc_2 + c_1(2+D)\tanh(\sqrt{D})) + 2Kc_2\sqrt{D}(1+\cosh(\sqrt{D})) - c_1 D\sqrt{D}(1+K) \\ L_2 = 2D\sqrt{D}(1+K)(3+K-4mhK) - 4K\tanh(\sqrt{D}) \end{cases}$$

L'écriture des fonctions ci-dessous pour des différentes valeurs des paramètres à étudier, sont regroupées dans l'annexe A :

$u_1(y, GR), u_2(y, GR)$ et $N(y, GR), u_1(y, m), u_2(y, m)$ et $N(y, m), u_1(y, h), u_2(y, h)$ et $N(y, h)$

$u_1(y, k), u_2(y, k)$ et $N(y, k), u_1(y, K), u_2(y, K), N(y, K), u_1(y, b), u_2(y, b)$ et $N(y, b)$,

$$u_1(y, \rho), u_2(y, \rho) \text{ et } N(y, \rho) \text{ et } \theta_1(y, h), \theta_2(y, h) \text{ et } \theta_1(y, k) \text{ et } \theta_2(y, k)$$

$$y \in [-1,1]; GR = \{5,10,15\}; m = \{1,2,3\}; h \in \{0.1,1,2,3\}; k \in \{0.1,1,2,3\}; K = \{1,2,3\};$$

$$b = \{0.2,0.5,0.7\}; \rho = \{0.2,0.5,0.7\};$$

4.6. Conclusion

Le développement de cet article a permet d'avoir une idée claire sur l'écriture des équations des bilans : de masse, de quantité de mouvement macroscopique, de quantité de mouvement microscopique lié à la vitesse de rotation des particules en suspension.

La résolution de ce type d'équations avec l'utilisation des conditions aux limites et à l'interface, m'a donné la compréhension de la méthode d'adimensionné un système des équations différentielles et comment faire apparaitre les nombres adimensionnels, nombre de Reynolds (Re) et nombre Grashof (Gr).

Chapitre 5 :

Résultats et discussion. Etude paramétrique

5.1. Introduction

Ce chapitre présente les résultats graphiques, les graphes obtenus sont le résultat de l'utilisation d'un logiciel traceur de graphes. Nous avons deux types de graphe :

- Type de graphes qui présentent la structure de l'écoulement dans les deux régions des fluides, c'est les graphes des rapports des vitesses adimensionnelles u_1, u_2 *et* N;
- Type de graphes qui présentent le taux de transfert de chaleur dans les deux régions des fluides, c'est les graphes des rapports des températures θ_1, θ_2.

5.2. Résultats graphiques et discussion

5.2.1. Effet de rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds sur le profil des vitesses

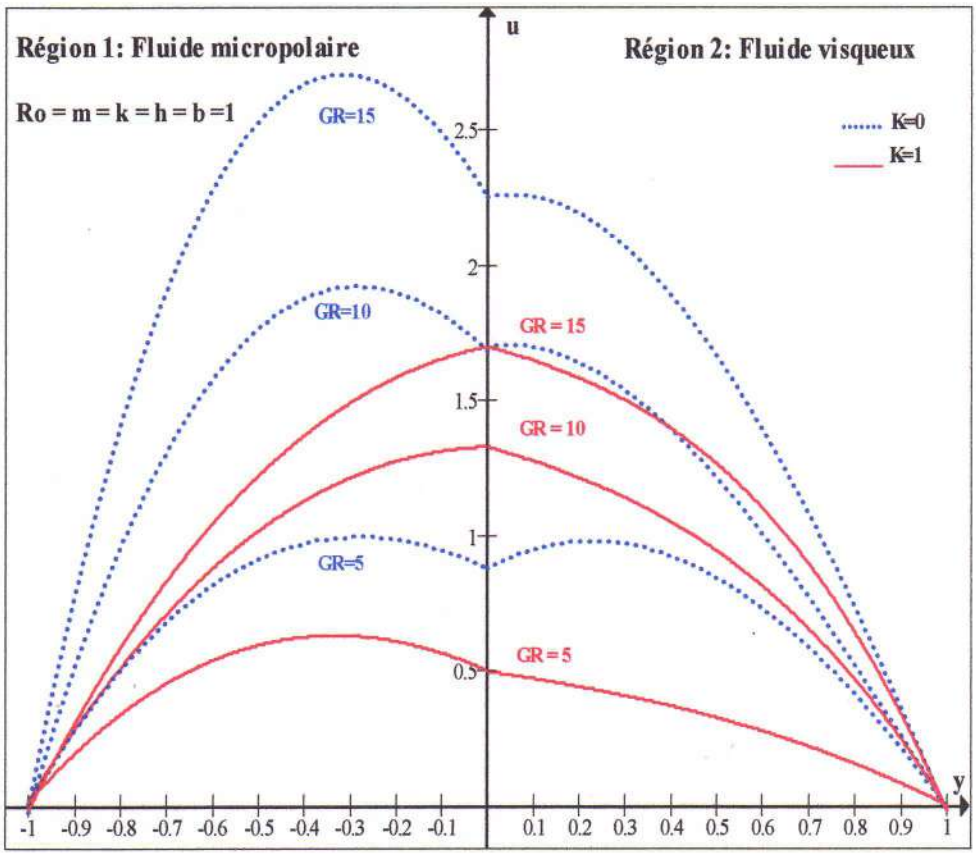


Figure 5.1 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du paramètre de la convection mixte GR.

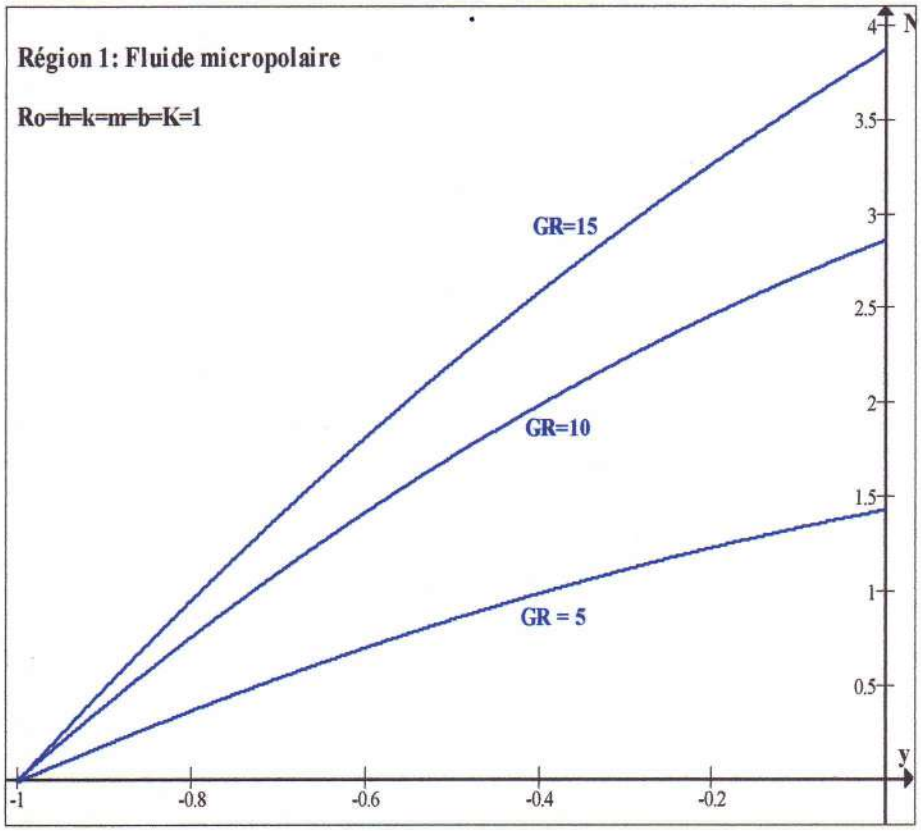


Figure 5.2 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du paramètre de la convection mixte GR.

De la figure 5.1 et la figure 5.2, on constate que le paramètre de l'écoulement convectif mixte ou appelé aussi le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynold ($GR = \frac{Gr}{Re}$) à des effets apparentes sur la vitesse linéaire (u_1, u_2) et la vitesse de la micro-rotation (N). Pour le type de fluide micropolaire, il est bien observé que l'augmentation du paramètre de la convection mixte provoque une augmentation de la force de flottabilité qui soutient le mouvement et dans le cas où le fluide micropolaire est remplacé par un fluide visqueux (Newtonien), on observe que l'effet du paramètre de la convection mixte est encore maintenu (c'est-à-dire l'augmentation du paramètre provoque l'augmentation de la force de flottabilité). Mais ce qui attire bien notre attention est que l'augmentation est importante des profils des vitesses pour un système de fluides visqueux-visqueux comparé aux profils des vitesses d'un système des fluides micropolaire et visqueux.

5.2.2. Effet du rapport des viscosités sur le profil des vitesses

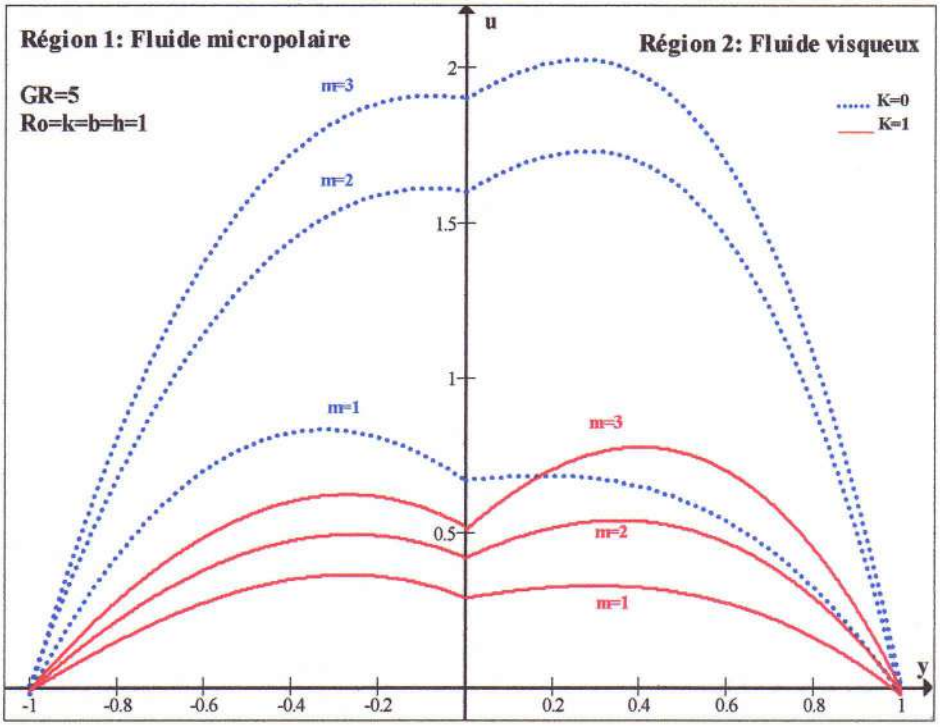


Figure 5.3 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des viscosités m.

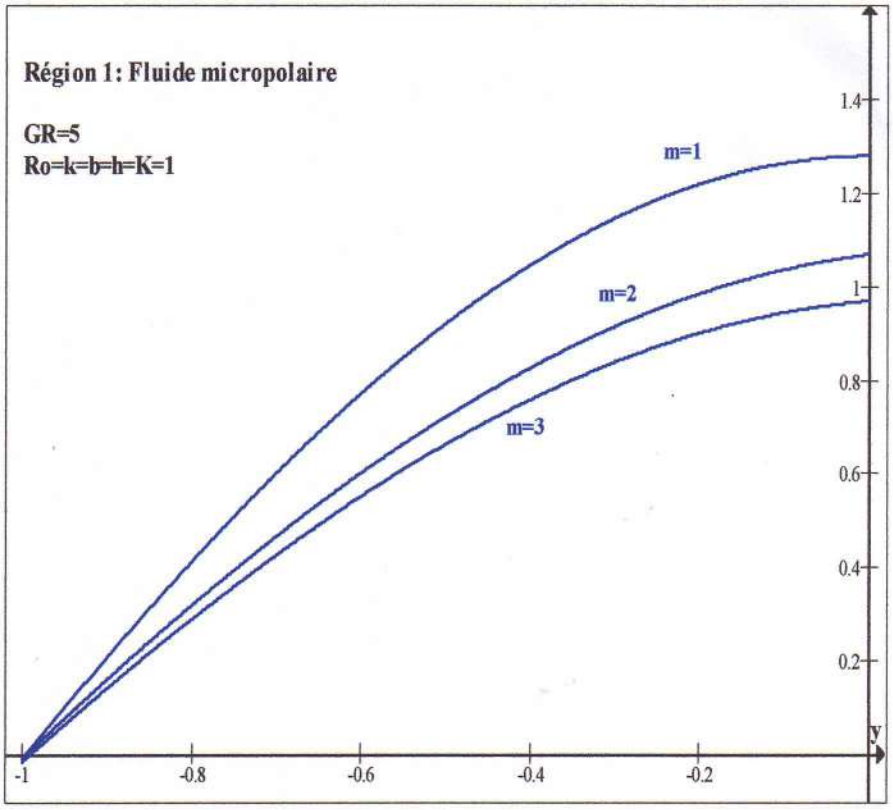


Figure 5.4 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des viscosités m.

Il est observé de la figure 5.3 et la figure 5.4 que le rapport de la viscosité du fluide visqueux au fluide micropolaire m à des effets apparentes sur les vitesses linéaires et la vitesse de la micro-rotation, il est observé claire que si le rapport des viscosités des deux fluides augmente, les vitesses linéaires pour les deux types de fluides augmente aussi, , mais ce qui est intéressant à dire cette augmentation est importante pour le cas où le système des fluides micropolaire-visqueux est remplacé par un système de fluides visqueux-visqueux. Tandis que on peut dire que la présence de l'effet du rapport des viscosités du fluide visqueux au fluide micropolaire à un effet de sens contraire à celui des vitesses linéaires, pour la vitesse de la microrotation si le rapport des viscosités augmente la vitesse de microrotation diminue.

5.2.3. Effet du rapport des largueurs sur le profil des vitesses

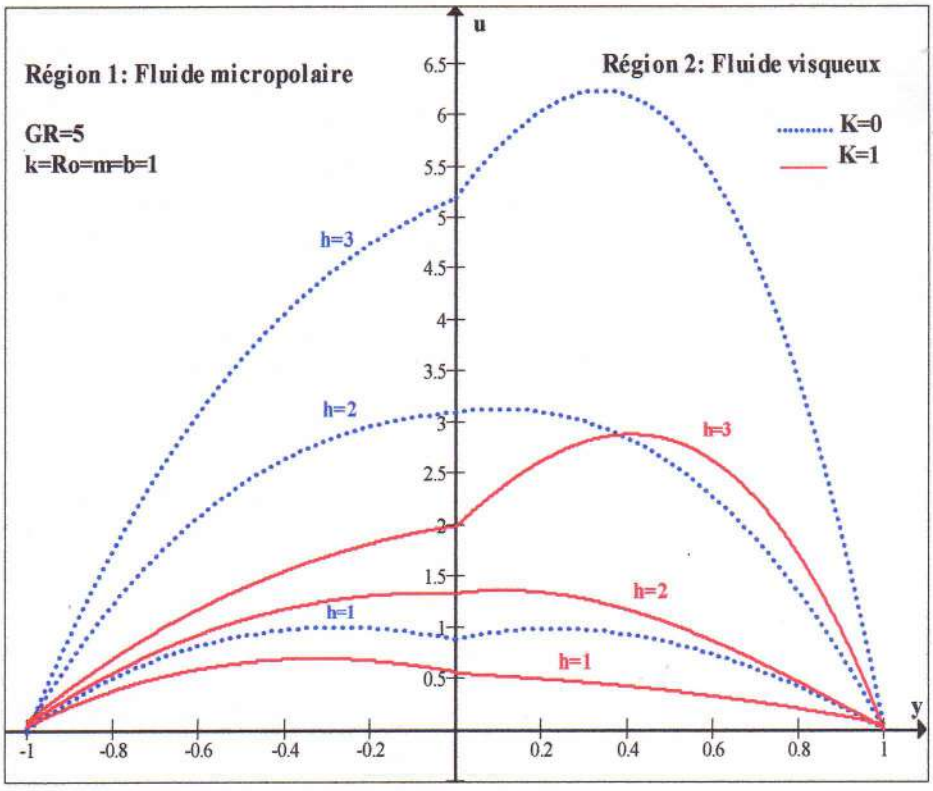


Figure 5.5 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des largeurs h.

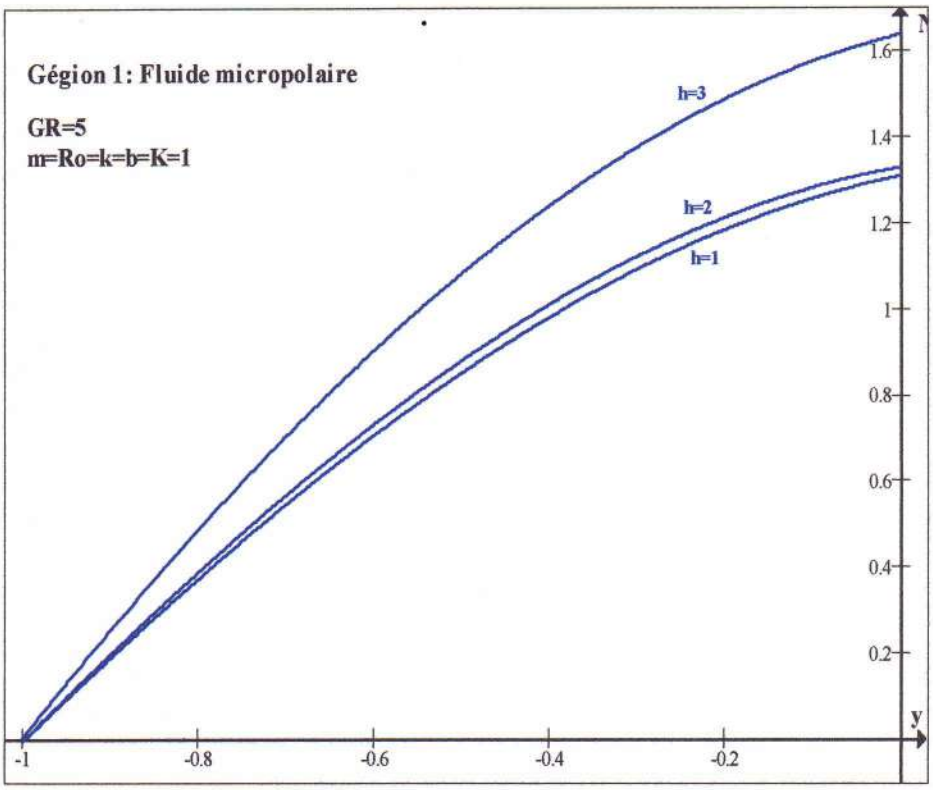


Figure 5.6 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des largeurs h.

Par l'observation des courbes obtenues dans la figure 5.5 et la figure 5.6, on peut facilement constater que le rapport des largeurs h, à des effets approuvables sur les vitesses linéaires et la vitesse de rotation des particules en suspension. Il est bien clair que, quand le rapport de la largeur h_1, à la largeur h_2 augmente les vitesses linéaires des deux fluides augmentes et lorsque le rapport des largeurs augmente la vitesse de la micro-rotation augmentent aussi. Lorsque le système des fluides micropolaire-visqueux est remplacé par un système des fluides visqueux-visqueux, l'augmentation des vitesses linéaires et de la microrotation en fonction du rapport h est plus importante.

5.2.4. Effet du rapport des conductivités Thermiques sur le profil des vitesses

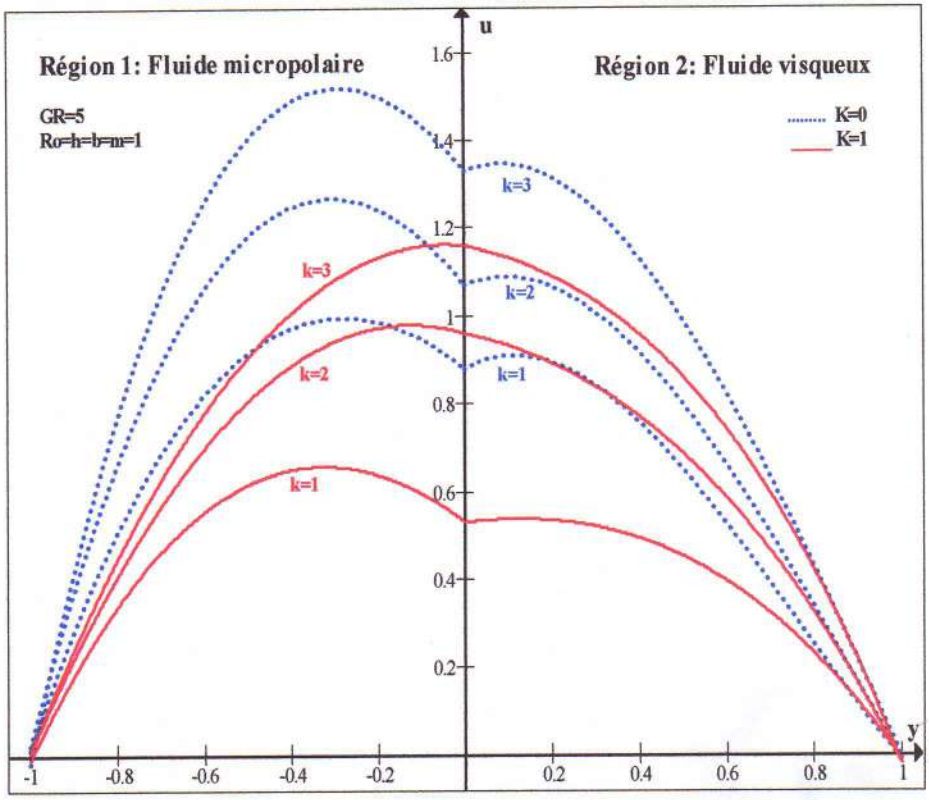


Figure 5.7 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des conductivités k.

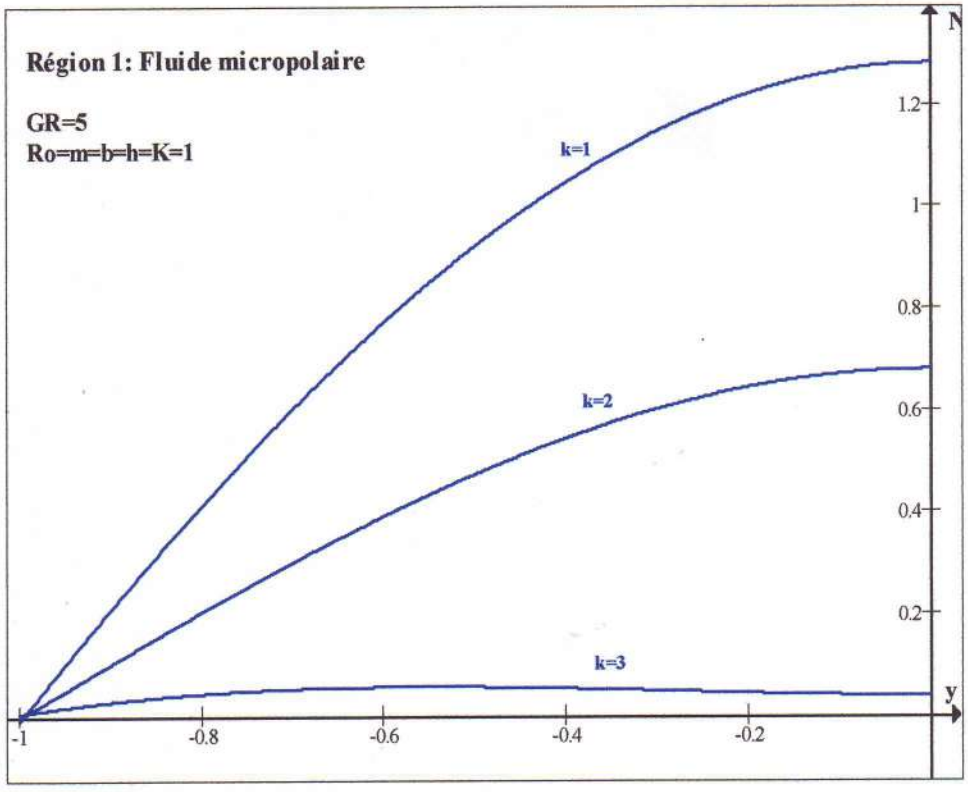


Figure 5.8 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des conductivités k.

Les courbes analysées dans les figures 5:7 et 5.8, montrent respectivement que le rapport de conductivité thermique du fluide micropolaire au fluide visqueux $k = \frac{k_1}{k_2}$ à des effets apparentes sur le champ des vitesses linéaires et la vitesse de la microrotation.

On observe que lorsque le rapport des conductivités des fluides des deux régions augmente, les vitesses linéaires aux deux régions augmente et on observe aussi que lorsque le rapport des conductivités augment, la vitesse de rotation des particules en suspension diminue.

Donc l'effet du rapport de conductivité de fluide micropolaire au fluide visqueux k est un paramètre favorise le champ des vitesses linéaire et défavorise la vitesse de microrotation, alors la présence du rapport de conductivité thermique réduit la vitesse de rotation des particules en suspension, donc la conductivité thermique du fluide micropolaire est grande comparée avec celle du fluide visqueux.

5.2.5. Effet du paramètre matériel sur le profil des vitesses

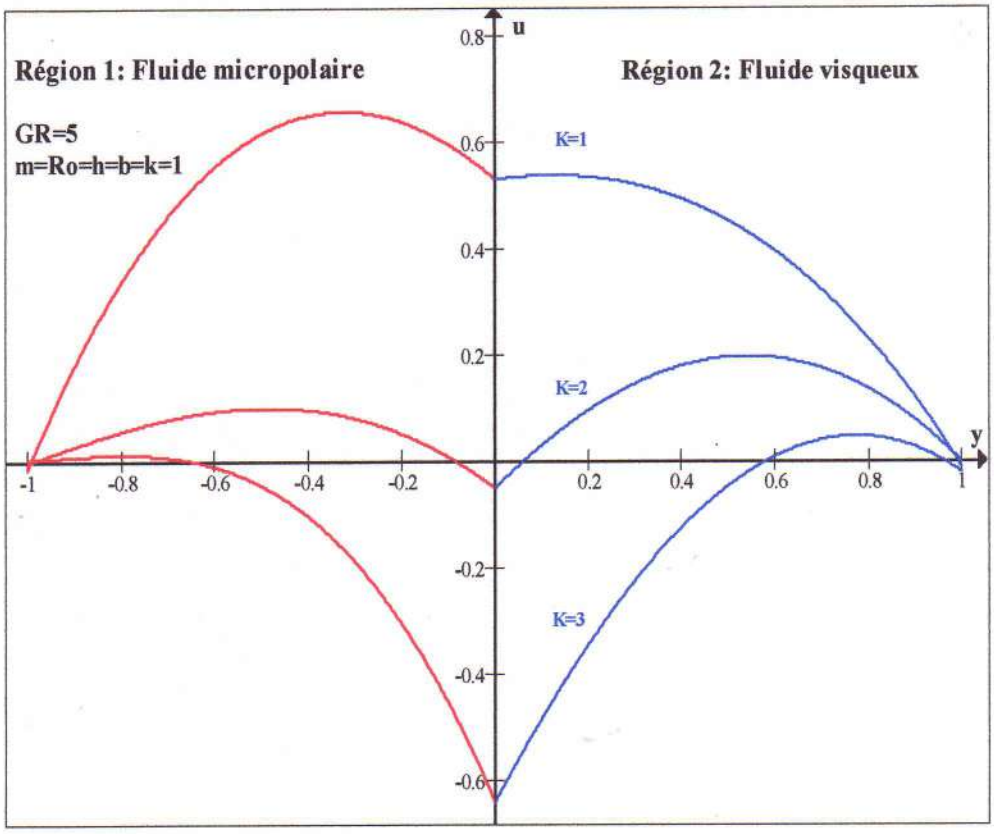


Figure 5.9 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du paramètre matériel K.

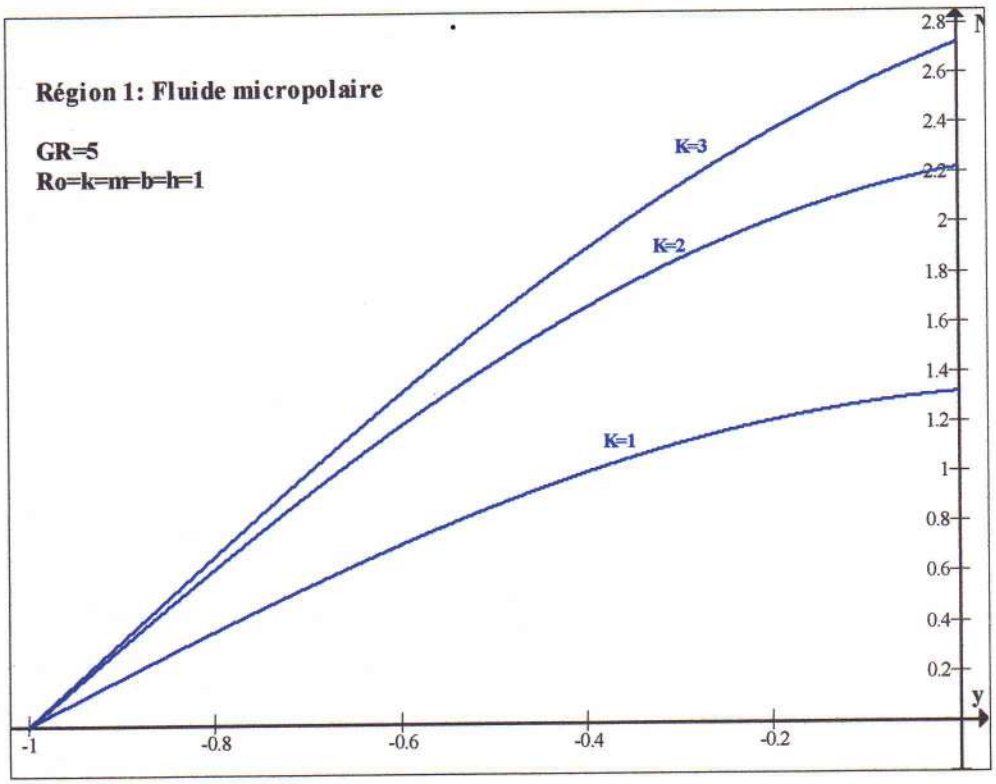


Figure 5.10 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du paramètre matériel K.

Les courbes observées dans la figure 5.9 et la figure 5.10 indique que le paramètre $K = \frac{\sigma}{\mu_1}$ qui caractérise les particules en suspension de fluide micropolaire à un effet apparent sur le champ des vitesses linéaires et la vitesse de rotation des particules en suspension, il est claire que l'augmentation du paramètre, provoque la diminution des vitesses dans les deux régions du canal. Pour la vitesse de rotation microscopique pour le fluide micropolaire, on observe que l'augmentation du paramètre matériel provoque l'augmentation de la vitesse de rotation des particules en suspension. On peut constater que l'augmentation du paramètre matériel K, donne un changement de la forme des profiles des vitesses linéaires, qui continues à changer formant la lettre V pour des valeurs ascendantes du paramètres matériels. Donc l'effet du paramètre K de fluide micropolaire est présent pour augmenter la vitesse de la micro-rotation

5.2.6. Effet du rapport des coefficients de dilatation thermique sur les profils des vitesses

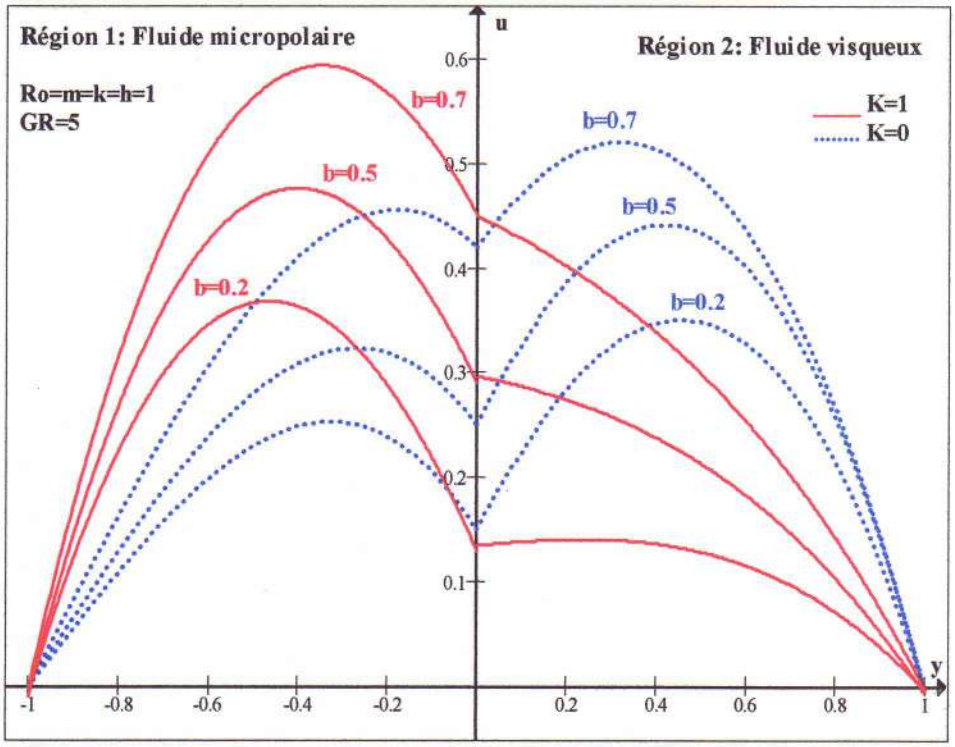


Figure 5.11 : Profiles des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des coefficients de dilatation thermique b.

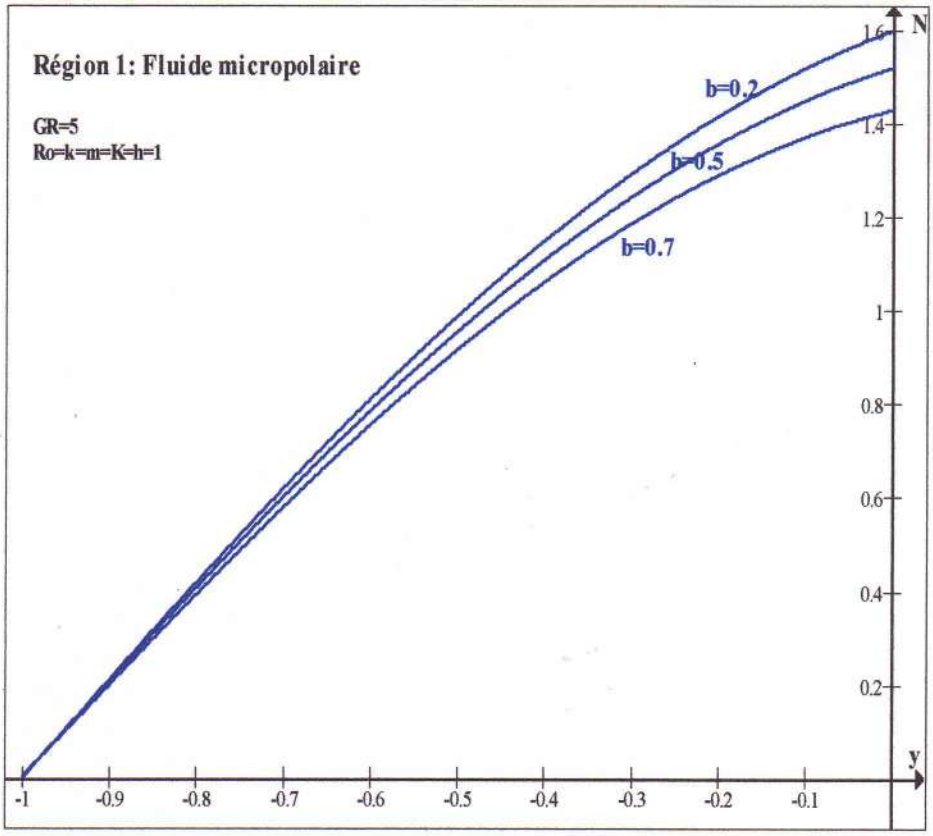


Figure 5.12 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des coefficients de dilatation thermique b.

Par l'analyse des courbes obtenues dans la figure 5.11 et la figure 5.12, on constate d'une part, que le rapport des coefficients de dilatation thermique (b) de fluide micropolaire et du fluide visqueux, à un effet positif sur les vitesses linéaires (u_1, u_2), dans les deux régions du système étudié, il est claire que l'augmentation du rapport des coefficients de dilatation provoque une augmentation importante de la vitesse linéaire dans la région 1 et moins importante dans la même région pour un fluide visqueux ($K=0$), tandis qu'il est observé que l'augmentation de la vitesse linéaire dans la région.2 est plus importante pour un fluide visqueux, que pour un fluide micropolaire, d'une autre part dans la figure 5.12, on constate que la vitesse de la microrotation varie inversement avec le rapport des coefficients de dilatation thermique, on constate que pour des valeurs des coefficients de dilatation thermique ascendantes, la vitesse de rotation des particules en suspension diminue.

5.2.7. Effet du rapport des densités (masses volumiques) sur le profil des vitesses

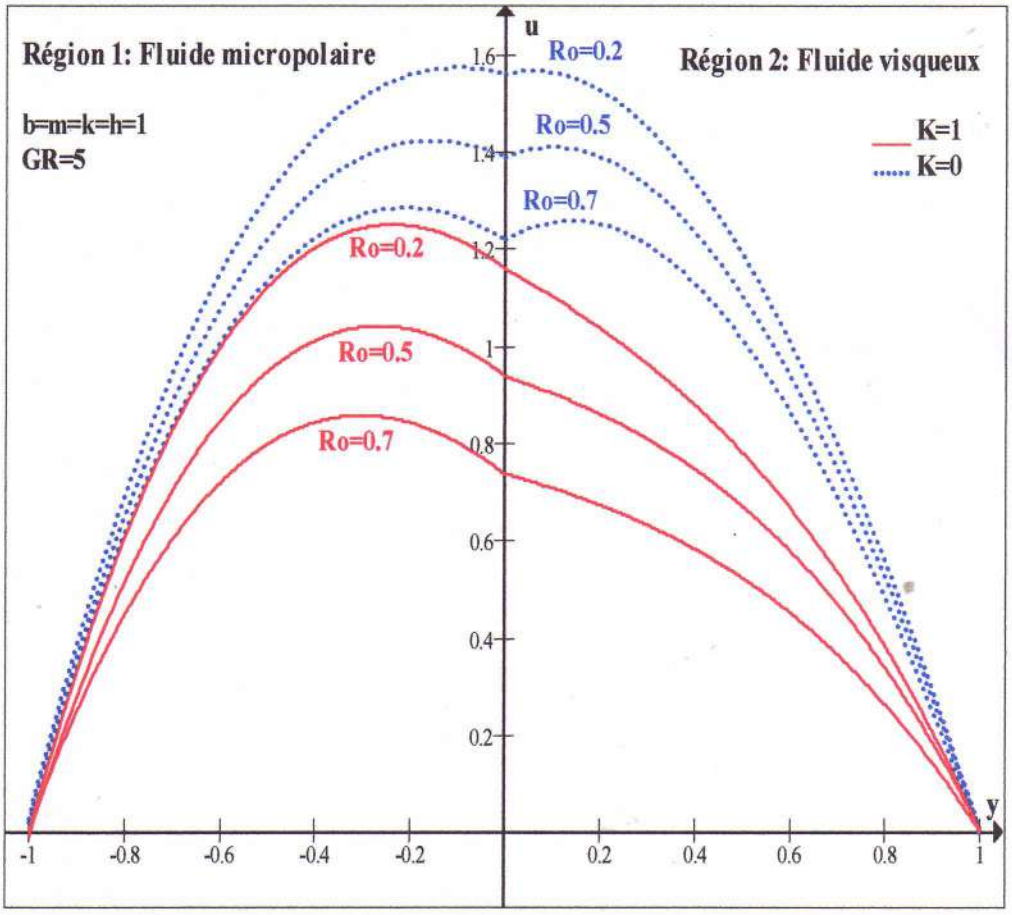


Figure 5.13 : Profils des vitesses pour des différentes valeurs du rapport des masses volumiques ρ^*.

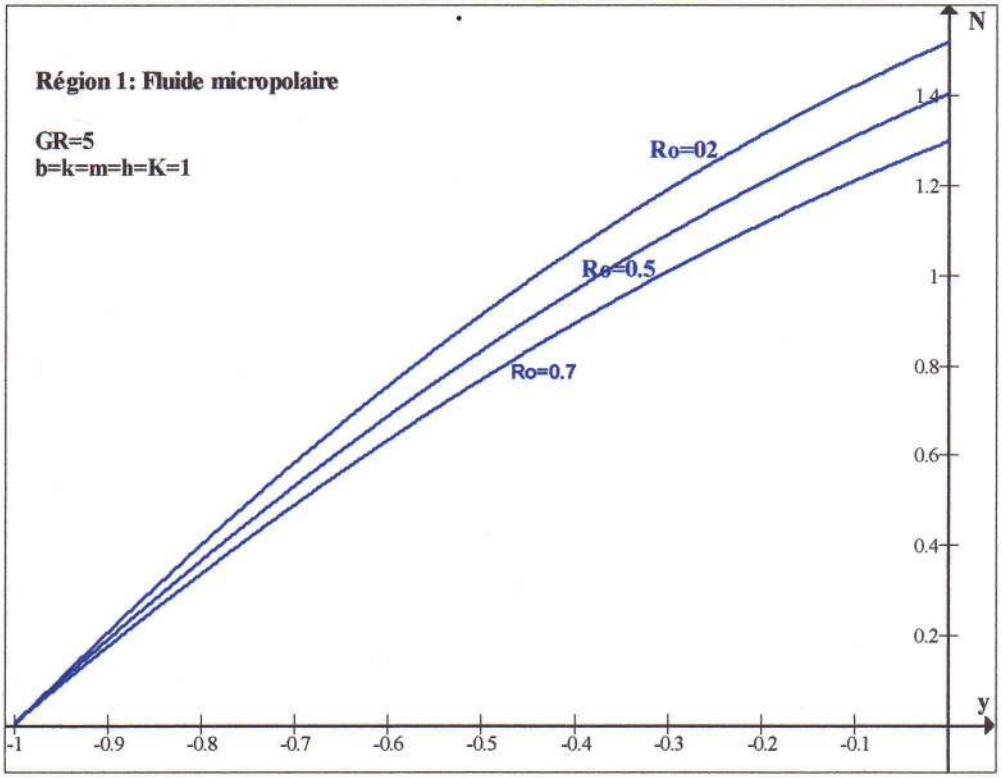


Figure 5.14 : Profils des vitesses de la micro-rotation pour des différentes valeurs du rapport des masses volumiques ρ^*.

A travers l'analyse faite sur les courbes obtenues dans la figure 5.13 et la figure 5.14, de la première figure on constate, que le rapport de la masse volumique du fluide visqueux à la masse volumique du fluide micropolaire, à un effet apparente sur les vitesses linéaires (u_1, u_2), et la vitesse de microrotation dans les deux régions du système étudié, il est claire que l'augmentation du rapport des densités provoque une diminution des vitesses linéaires dans la première et la deuxième région. De la deuxième figure il est bien observé que l'augmentation du rapport des masses volumiques provoque la diminution de la vitesse de rotation des particules en suspension.

5.2.8. Effet du rapport des largeurs sur l'évolution du champ des températures

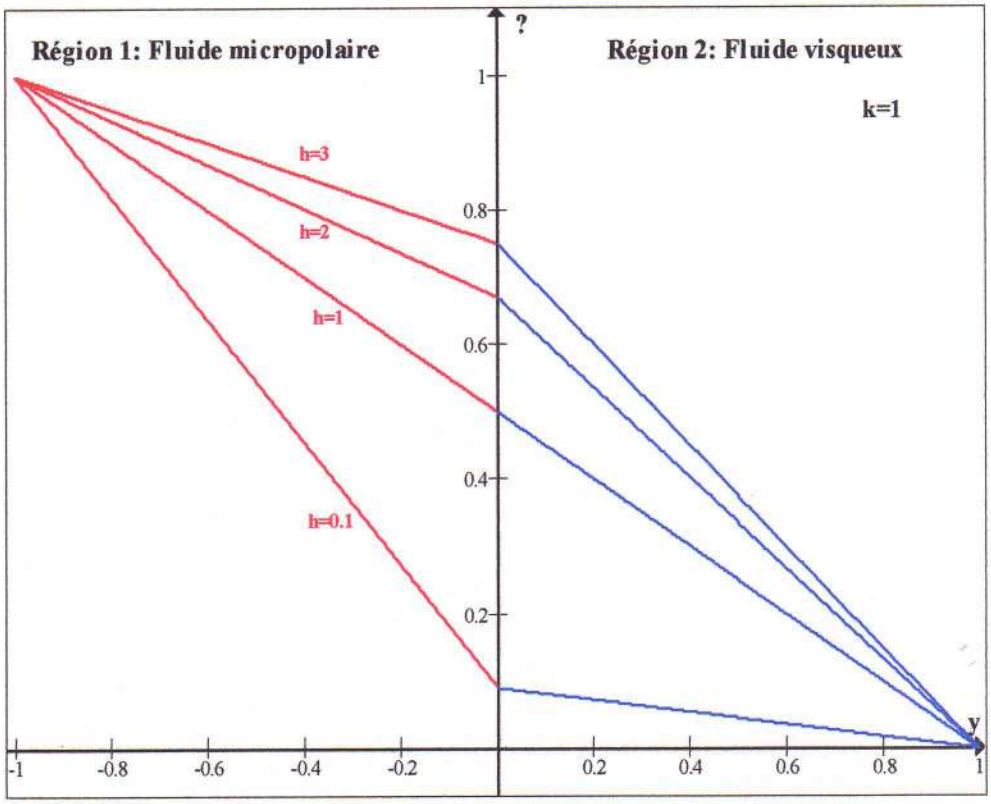


Figure 5.15 : Profils des températures pour des différentes valeurs du rapport des largeurs h.

Les courbes observées et analysées dans la figure 5.15, indique que le rapport des largeurs pour le fluide micropolaire au fluide visqueux à un effet apparent sur le champ des températures pour les deux régions de fluides, il est claire que l'augmentation du rapport des largeurs, provoque une augmentation des températures dans les deux régions du canal.

5.2.9. Effet du rapport des conductivités thermiques sur le champ des températures

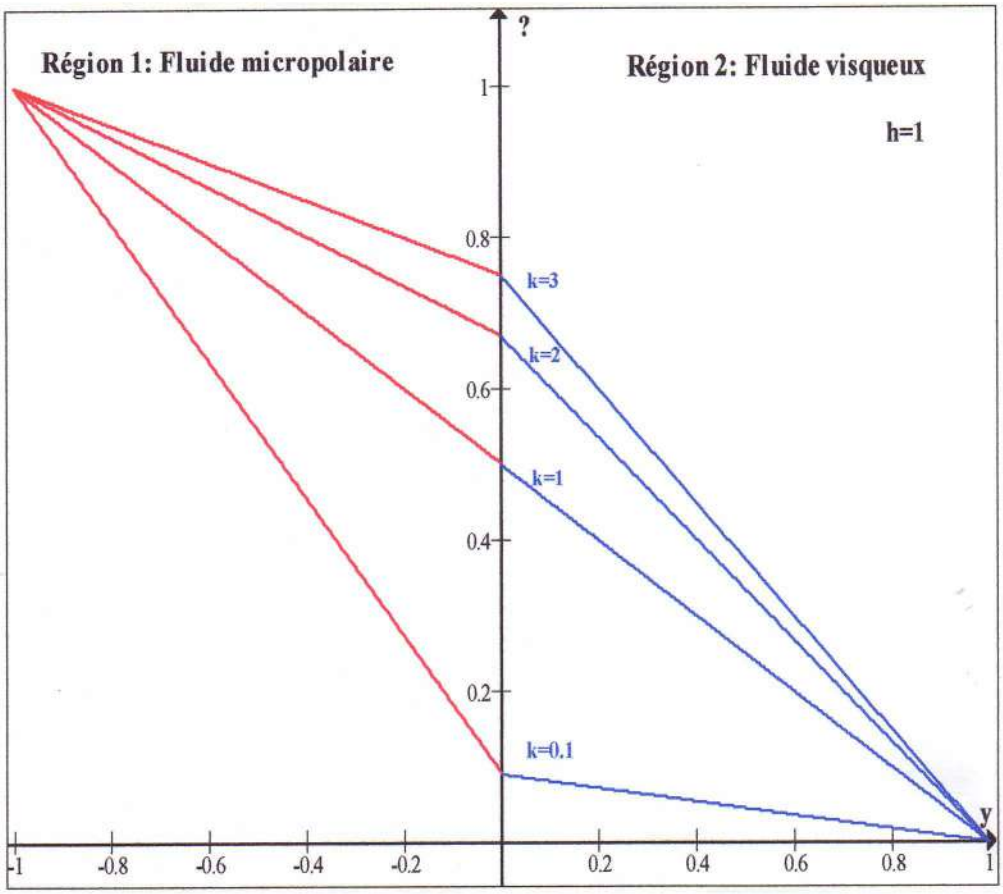


Figure 5.16 : Profils des températures pour des différentes valeurs du rapport des conductivités k.

Les courbes observées et analysées dans la figure 5.16 indique que le rapport de conductivité thermique de fluide micropolaire au fluide visqueux à un effet apparent sur le champ des températures pour les deux régions de fluides, il est claire que l'augmentation du rapport des conductivités thermiques, provoque une augmentation des températures dans les deux régions du canal.

5.3. Conclusion

Dans ce chapitre qui présente les résultats graphiques du modèle étudié, on peut conclure que :

- Les effets des : rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds (GR), rapport de viscosité, le rapport des largeurs (h) et le rapport des coefficients de

dilatation thermique (b) doivent favoriser la vitesse linéaire c'est-à-dire l'augmentation des forces de flottabilités, [19], et cela est mieux pour les systèmes de lubrification, mais l'augmentation de l'action visqueuse diminue la vitesse linéaire (diminution des forces de flottabilités), dans la couche limite ce qui affecte le mouvement dans les systèmes de lubrification se qui présente un inconvénient pour les systèmes de lubrification d'après ZHANG Chaohui and all. [7], tandis que le paramètre qui caractérise les particules en suspension (K) de fluide micropolaire a supprimé les vitesses linéaires dans les région des fluides. Ainsi que la micro-polarité donnera lieu à une augmentation de la viscosité équivalente qui mène plus tard à une meilleure lubrification dans la couche limite, [7] ;

- Les effets de : rapport de nombre de Grashof au nombre de Reynolds, du rapport des largeurs et le paramètre matériel (K) de fluide micropolaire sont trouvés pour augmenter la vitesse de la micro-rotation cependant que le rapport de viscosité, le rapport des conductivités et le rapport des masses volumique (ρ), suppriment la vitesse de la micro-rotation;

- Et en fin on peut conclure que les effets du rapport des largeurs et du rapport des conductivités favorisent le champ de la température, c'est-à-dire l'augmentation du transfert de chaleur dans les deux régions de fluides.

Conclusion Générale et Perspectives

Conclusion générale et perspectives

Ce travail a abordé l'étude de la distribution du champ des vitesses (vitesses linaires et la vitesse de la microrotation) et du champ des températures sous l'influence des différents paramètres adimensionnels (le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds, le rapport des largeurs, le rapport des conductivités thermique, le rapport des viscosités, le rapport des coefficients de dilatations thermiques et le paramètre matériel), d'un modèle des écoulements convectifs immiscibles des fluides micropolaire-visqueux dans un canal vertical considérant l'inertie du fluide où les particules sont soumises aux effets de gravité.

Nous avons commencés ce travail par l'étude Rhéologie théorique du comportement des fluides en écoulement, il est constaté qu'il existe un lien direct et fort entre le type de fluide au niveau de la structure interne et l'affluence du comportement de l'écoulement sur les caractéristiques non-Newtonien d'une part et la réponse de la structure aux forces de cisaillement externes appliquées d'une autre part. En principe, il est donc possible de rassembler les caractéristiques rhéologiques désirées d'un matériel par la manipulation de sa structure en utilisant une gamme des additifs. Vice-versa, des mesures rhéologiques peuvent être employées pour obtenir des perspicacités utiles au sujet de la microstructure d'un tel système, [18]. Bien que ce lien soit exploité extensivement sur une base courante en formulant des matériaux dans une forme commode dans l'industrie (ex : la nourriture, les médicaments de soin personnel, les peintures, etc.), [18].

Dans l'étude énergétique des fluides en écoulement, il est constaté que les propriétés thermo-physiques les plus importantes des fluides non-Newtoniens sont : la conductivité thermique caractérisée par le coefficient (k), la masse volumique (la densité), la chaleur spécifique et le coefficient de dilatation thermique. Tandis que les trois premières caractéristiques, pratiquement entrent dans tous les calculs de transfert thermique, le coefficient de dilatation thermique est important dans le transfert thermique par la convection libre, [18].

Du chapitre.4 et 5, qui présentent : la solution analytique d'un modèle mathématique qui défini un écoulement de transfert convectif immiscible dans un canal vertical et les résultats graphiques d'un système étudié qui est constitué de deux régions :

région.1 : fluide micropolaire, région.2 : fluide visqueux et pour des conditions aux limites et à l'interface bien précis, on peut faire la conclusion suivante:

- Les effets des : rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds (GR), rapport de viscosité, le rapport des largeurs (h) et le rapport des coefficients de dilatation thermique (b) doivent favoriser la vitesse linéaire c'est-à-dire l'augmentation des forces de flottabilités, [19], et cela est mieux pour les systèmes de lubrification, mais l'augmentation de l'action visqueuse diminue la vitesse linéaire (diminution des forces de flottabilités), dans la couche limite ce qui affecte le mouvement dans les systèmes de lubrification se qui présente un inconvénient pour les systèmes de lubrification d'après ZHANG Chaohui and all, [7]. Tandis que le paramètre qui caractérise les particules en suspension (K) de fluide micropolaire a supprimé les vitesses linéaires dans les deux régions du canal, [19]. Ainsi que la micro-polarité donnera lieu à une augmentation de la viscosité équivalente qui mène plus tard à une meilleure lubrification dans la couche limite, [7] ;

- Les effets de : rapport de nombre de Grashof au nombre de Reynolds, du rapport des largeurs et le paramètre matériel (K) de fluide micropolaire sont trouvés pour augmenter la vitesse de la micro-rotation cependant que le rapport de viscosité, le rapport des conductivités et le rapport des masses volumique (ρ^*), suppriment la vitesse de la micro-rotation;

Et en fin on peut conclure que les effets du rapport des largeurs et du rapport des conductivités favorisent le champ de la température, c'est-à-dire l'augmentation du transfert de chaleur dans les deux régions de fluides.

Références

[1]: N. Midoux. In : Mécanique et Rhéologie des fluides en génie chimique (TEC & DOC-LAVOISIER, 1993), page 71 - 120.

[2]: D. Quemada. In : Modélisation Rhéologique Structurelle (TEC & DOC-LAVOISIER, 2006), page 115 - 142.

[3]: S. P. Singh and all. In: Model for Micropolar fluid film mechanism with reference to human joints (Indian J. Pure Appl. Math. 19 (4), April 1988), page 385 - 386.

[4]: Y. A. Buyevich. In: Advances in the flow and Rhéology of non-Newtonian fluids (Elsevier, Science B. V. 1999), page 1237 - 1240.

[5]: M. M. Rahman and all. In: Radiative heat transfer flow of micropolar fluid with variable Heat flux in a porous medium (Department of Mathematics University of Dhaka, Non linear analysis: Modeling and control, Vol. 13 No. 1, 2008), page 01 - 17.

[6]: P. J. Carreau and all. In: Advances in Flow and Rhéology of non-Newtonian Fluids, part 10 (ELSEVIER, Science B. V. 1999), page 1299 - 1318.

[7]: Z. Chaohui & all. In: Exploring micropolare effects in thin film lubrication (Science in China Ser. G. Physics, Mechanics & Astronomy, Vol. 47 supp. 2004), page 65 - 71.

[8]: D. P. Kessler and all. In: Momentum, Heat and Mass Transfer (Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, Marcel Dekker, Inc. Basel, New-York USA, 1999), page 73-822.

[9]: J. L. Battaglia and all. In: Introduction aux Transferts Thermiques (DUNOD, Paris, 2010), page 91-135.

[10]: J. F. Sacadura. In: Initiation aux Transferts Thermiques (TEC & DOC. 4ième tirage, 1993), page 253-266.

[11]: A. Bejan. In: Convection Heat Transfer (2nd Edition, Wiley Inter-Science. 1995), page 156 -202.

[12]: H. A. Barnes. In: A Hand Book of Elementary Rheology (Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, Penglais Aberystwyth, 2000), page 55 -185.

[13]: A. C. Eringen. In: Nonlocal Continuum Field Theories (SPRINGER, Verlag New-York, Inc. 2002), page 337 - 340.

[14]: Md. A. Ikbal and all. In: Unsteady response of non-Newtonian blood flow Throw a stenosed artery in magnetic field (ELSEVIER, Journal of Computational and Applied Mathematics 230, 2009), page 243 - 259.

[15]: V. P. Srivastava and all. In: Particulate suspension blood flow through a narrow catheterized artery (ELSEVIER, Computers and Mathematics with Applications 58, 2009), page 227 – 238.

[16]: C. Y. Cheng. In: Natural convection of a micropolar fluid from a vertical truncated cone with power-low variation in surface temperature (ELSEVIER, International Communications in Heat and Mass Transfer 35, 2008), page 39 – 46.

[17]: E. Krause. In: Fluid Mechanics 2 (Springer, Verlag Berlin Heidelberg Germany, 2005), page 31 – 66.

[18]: R. P. Chhabra and all. In: Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, Engineering Applications (Elsevier Science, PLANTA TREE, 1st Edition, 1999), page 316 – 372.

[19]: J. P. Kumar and all. In : Fully-developed free-convection flow of miropolar and viscous fluids in a vertical channel (ELSEVIER, Science Direct, Applied Mathematical Modeling, 2009), page 1 – 12.

[20]: A. M. Rohni and all. In : Convection libre au-dessus d'une plaque verticale dans un fluide Micropolaire. La température de la surface change par étape (CCSE Modern Applied Science, Vol. 3, No. 1, January 2009), pages 22 – 31.

[21]: R. Bronson. In: Differential Equations (SCHAUM'S EASY OUTLINES, Mc-Grow-Hill, 2nd Edition, 2003), page 39 – 46.

[22]: Y. J. Kim. In: Unsteady MHD convection flow of polar fluids past a vertical moving porous plate in a porous medium (ELSEVIER, International Journal of Heat and Mass Transfer 44, 2001), page 2791 – 2799.

[23]: C. I. Chen. In: Non-linear stability characterization of the thin micropolar liquid film flowing down the inner surface of a rotating vertical cylinder (ELSEVIER, Science Direct, Nonlinear Science and Numerical Simulation 12, 2007), page 760 – 775.

[24]: Y. Y. Lok and all. In. Unsteady mixed convection flow of a micropolar fluid near a stagnation point on a vertical surface (ELSEVIER, Science Direct, International of Thermal Science 45, 2006), page 1149 – 1157.

[25]: A. Ishak and all. In: Magnetohydrodynamic (MHD) flow of a micropolar fluid towards a stagnation point on a vertical surface (Elsevier, Computer and Mathematics with Applications 56, 2008), page 3188 – 3194.

[26]: W. M. Rohsenow and all. In: Hand Book of Heat Transfer (Mc-Grow-Will Companies, Inc. USA, 3rd Edition, 1998), page 202 – 288.

[27]: D. R. Pitts, In: Theory and Problems of Heat Transfer (Mc-Grow-Will Companies, Inc. USA, 3rd Edition, 1998), page 221-232.

[28]: O. G. Martynenko and P. P. Khramtsov. In: Free-Convective Heat Transfer with Many Photographs of Flows and Heat Exchange (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005). Page: 245 – 263.

Sites

http://www.sciencedirect.com/ (Consulté Décembre 2009)

http://nonlineaire.univ-lille1.fr/SNL/media/2009/resumes/VIDAL_Valerie.pdf (Consulté Mars 2010)

http://www.login-gigapedia.com/ (Consulté Octobre 2010)

Annexe

Les équations de la forme : $u_1(y, GR), u_2(y, GR)$ **et** $N(y, GR)$ **, (figures 5.1, 5.2) :**

K = 0 **:**

$m = 1, \rho = 1, k = 1, b = 1$ *et* $h = 1, pour\ -1 \leq y \leq 1.$

GR=5 :

Les équations deviennent :

$$u_1 = 0.42y^3 - 1.25y^2 - 0.80y + 0.88\ ;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = 0.35y^3 - 2.15y^2 + 0.92y + 0.88;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR=10 :

Les équations deviennent :

$$u_1 = 0.83y^3 - 2.5y^2 - 1.63y + 1.68;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = 0.97y^3 - 2.92y^2 + 0.25y + 1.7\ ;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR=15 :

Les équations deviennent :

$$u_1 = 1.25y^3 - 3.75y^2 - 2.75y + 2.25;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = 0.9y^3 - 3.55y^2 + 0.38y + 2.25\ ;\ 0 \leq y \leq 1$$

***K = 1*:**

GR = 5 :

$$u_1 = -0.528sinh(y) - 0.417cosh(y) + 0.278y^3 - 0.833y^2 - 0.234y + 0.92\ ;$$

$$-1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.117y^3 - 0.125y^2 - 0.25y + 0.5;\ 0 \leq y \leq 1$$

$$N = 1.22cosh(y) + 0.57sinh(y) - 1.10y^2 + 0.33y + 0.21;$$

$$-1 \leq y \leq 0$$

GR=10 :

$$u_1 = -0.45sinh(y) - 0.42cosh(y) + 0.28y^3 - 0.83y^2 + 0.50y + 1.75;\ -1 \le y \le 0$$

$$u2 = -0.58y^3 - 0.25y^2 - 0.5y + 1.33;$$
$$0 \le y \le 1$$

$$N = 1.37cosh(y) + 1.14sinh(y) - 1.6y^2 + 0.66y + 1.49;\ -1 \le y \le 0$$

GR=15 :

$$u_1 = -0.15 * sinh(y) - 0.42 * cosh(y) + 0.312 * y^3 - 0.85 * y^2 + 0.496 * y + 2.12;\ -1 \le y \le 0$$

$$u2 = -0.96 * y^3 - 0.25 * y^2 - 0.5 * y + 1.7; 0 \le y \le 1$$

$$N = 1.99cosh(y) + 1.75sinh(y) - 1.78y^2 + 1.12y + 1.88;\ -1 \le y \le 0$$

Les équations de la forme : $u_1(y,m), u_2(y,m)$ et $N(y,m)$, (figures 5.3, 5.4) :

K = 0 :

GR = 5, m = 1 :

$$u_1 = 0.33y^3 - 1.33y^2 - 0.97y + 0.67;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.53y^3 - 0.33y^2 + 0.17y + 0.67;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, m = 2 :

$$u_1 = 0.42y^3 - 1.42y^2 - 0.25y + 1.6;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -1.62y^3 - 0.83y^2 + 0.83y + 1.6;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, m = 3 :

$$u1 = 0.75y^3 - 1.42y^2 - 0.25y + 1.9;\ -1 \le y \le 0$$

$$u2 = -1.89 * y^3 - 0.83 * y^2 + 0.83 * y + 1.9;\ 0 \le y \le 1$$

K = 1 :

GR = 5, m = 1

$$u_1 = -0.42sinh(y) - 0.83cosh(y) - 0.32y^3 - 0.83y^2 - 0.17y + 1.12;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.25y^3 - 0.31y^2 + 0.25y + 0.29;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 2.11cosh(y) - 0.83sinh(y) - 2.58y^2 + 0.83y - 0.83;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, m = 2 :

$$u_1 = -0.42sinh(y) - 0.83 * cosh(y) - 0.18y^3 - 0.83y^2 - 0.18y + 1.25;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.33 * y^3 - 0.75 * y^2 + 0.65 * y + 0.42;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 1.19cosh(y) - 0.491 * sinh(y) - 1.58y^2 + 0.72y - 0.12;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, m = 3 :

$$u_1 = -0.61sinh(y) - 0.83cosh(y) - 0.18y^3 - 1.15y^2 - 0.18y + 1.35;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.51y^3 - 1.25y^2 + 1.25y + 0.51;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 1.19cosh(y) - 0.57sinh(y) - 1.58y^2 + 0.72y - 0.22;\ -1 \le y \le 0$$

Les équations de la forme : $u_1(y,h), u_2(y,h)$ et $N(y,h)$, (figures 5.5, 5.6) :

K = 0 :

GR = 5, h = 1 :

$$u_1 = 0.42y^3 - 1.25y^2 - 0.80y + 0.88;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = 0.35y^3 - 2.150y^2 + 0.92y + 0.88;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, h = 2 :

$$u_1 = 1.12y^3 - 1.67y^2 + 0.28y + 3.0922;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -1.12y^3 - 2.55y^2 + 0.56y + 3.10;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, h = 3 :

$$u_1 = 1.52y^3 - 1.88y^2 + 1.82y + 5.19;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -5.19y^3 - 5.54y^2 + 5.54y + 5.19;\ 0 \le y \le 1$$

K = 1 :

GR = 5, h = 1 :

$$u_1 = -0.528sinh(y) - 0.417cosh(y) + 0.32y^3 - 0.833y^2 - 0.234y + 0.98;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.12y^3 - 0.13y^2 - 0.25y + 0.55;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 0.65cosh(y) - 0.92sinh(y) - 1.42y^2 + 1.33y + 0.66;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, h = 2 :

$$u_1 = -1.33sinh(y) - 0.56cosh(y) + 0.29y^3 - 1.11y^2 + 1.12y + 1.88;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = 0.88y^3 - 2.76y^2 + 0.56y + 1.33;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 0.65cosh(y) - 0.98sinh(y) - 1.51y^2 + 1.33y + 0.68;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, h = 3 :

$$u_1 = -0.56sinh(y) - 0.56cosh(y) + 0.29y^3 - 0.76y^2 + 1.21y + 2.55;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -2.91y^3 - 2.99y^2 + 3.91y + 1.98;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 0.42cosh(y) - 0.83sinh(y) - 1.51y^2 + 1.33y + 1.22;\ -1 \le y \le 0$$

Les équations de la forme : $u_1(y,k), u_2(y,k), N(y,k)$, (figures 5.7, 5.8) :

K = 0 :

GR = 5, k = 1 :

$$u_1 = 0.42y^3 - 1.25y^2 - 0.80y + 0.88 =;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = 1.12y^3 - 2.55y^2 + 0.54y + 0.88;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, k = 2 :

$$u_1 = 0.48y^3 - 1.82y^2 - 1.25y + 1.07;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = 0.83y^3 - 2.33y^2 + 0.42y + 1.07;\ 0 \le y \le 1$$

GR = 5, k = 3 :

$$u_1 = 0.78y^3 - 1.82y^2 - 1.25y + 1.33;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = 0.88y^3 - 2.63y^2 + 0.42y + 1.33; 0 \le y \le 1$$

K = 1 :

GR = 5, k = 1 :

$$u_1 = -0.53 * sinh(y) - 0.45 * cosh(y) + 0.32 * y\text{^}3 - 0.83 * y\text{^}2 - 0.23 * y + 0.98;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.22 * y\text{^}3 - 0.44 * y\text{^}2 + 0.12 * y + 0.53;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 2.11 * cosh(y) - 0.83 * sinh(y) - 2.58 * y\text{^}2 + 0.83 * y - 0.83;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, k = 2 :

$$u_1 = -0.98 * sinh(y) - 0.56 * cosh(y) + 0.19 * y\text{^}3 - 0.94 * y\text{^}2 + 0.67 * y + 1.52;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.22 * y\text{^}3 - 0.54 * y\text{^}2 - 0.22 * y + 0.96;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 1.24 * cosh(y) - 1.11 * sinh(y) - 1.55 * y\text{^}2 + 1.11 * y - 0.56;\ -1 \le y \le 0$$

GR = 5, k = 3 :

$$u_1 = -0.98 * sinh(y) - 0.56 * cosh(y) + 0.19 * y\text{^}3 - 0.94 * y\text{^}2 + 0.87 * y + 1.72;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.42 * y\text{^}3 - 0.54 * y\text{^}2 - 0.22 * y + 1.16;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 0.79 * cosh(y) + 1.45 * sinh(y) - 0.21 * y\text{^}2 - 1.45 * y - 0.75;\ -1 \le y \le 0$$

Les équations de la forme : $u_1(y, K), u_2(y, K)$ et $N(y, K)$, (figures 5.9, 5.10) :

GR = 5, K = 1 :

$$u_1 = -0.53 * sinh(y) - 0.45 * cosh(y) + 0.32 * y\text{^}3 - 0.83 * y\text{^}2 - 0.23 * y + 0.98;\ -1 \le y \le 0$$

$$u_2 = -0.22 * y\text{^}3 - 0.44 * y\text{^}2 + 0.12 * y + 0.53;\ 0 \le y \le 1$$

$$N = 1.95 * cosh(1.15 * y) - 0.46 * sinh(1.15 * y) - 2.58 * y\text{^}2 + 0.83 * y - 0.63;$$

$$-1 \leq y \leq 0$$

$GR = 5, K = 2$:

$u_1 = -1.77 * sinh(1.15 * y) - 0.47 * cosh(1.15 * y) + 0.21 * y\text{^}3 - 0.55 * y\text{^}2 + 1.36 * y + 0.42;\ -1 \leq y \leq 0.$

$u_2 = -0.11 * y\text{^}3 - 0.72 * y\text{^}2 + 0.88 * y - 0.05;\ 0 \leq y \leq 1$

$N = 2.55 * cosh(1.15 * y) - 0.44 * sinh(1.15 * y) - 3.55 * y\text{^}2 + 1.18 * y - 0.33;$

$$-1 \leq y \leq 0$$

$GR = 5, K = 3$:

$u_1 = -2.82 * sinh(1.22 * y) - 0.47 * cosh(1.22 * y) + 0.21 * y\text{^}3 - 1.75 * y\text{^}2 + 1.36 * y - 0.17;\ -1 \leq y \leq 0$

$u_2 = -0.21 * y\text{^}3 - 0.82 * y\text{^}2 + 1.65 * y - 0.64;\ 0 \leq y \leq 1$

$N = 3.24 * cosh(1.15 * y) - 0.43 * sinh(1.15 * y) - 3.80 * y\text{^}2 + 1.92 * x - 0.52;$

$$-1 \leq y \leq 0$$

Les équations de la forme : $u_1(y, b), u_2(y, b)$ et $N(y, b)$, (figures 5.11, 5.12) :

$m = 1, \rho = 1, k = 1, GR = 5$ *et* $h = 1, pour\ -1 \leq y \leq 1.$

$K = 0, b = 0.7$:

$u_1 = -0.42 * y\text{^}3 - 1.25 * y\text{^}2 - 0.41 * y + 0.42$

$u_2 = -0.15 * y\text{^}3 - 0.88 * y\text{^}2 + 0.61 * y + 0.42$

$K = 0, b = 0.5$:

$u_1 = -0.42 * y\text{^}3 - 1.25 * y\text{^}2 - 0.58 * y + 0.25$

$u_2 = -0.23 * y\text{^}3 - 0.89 * y\text{^}2 + 0.87 * y + 0.25$

$K = 0, b = 0.2$:

$u_1 = -0.42 * y\text{^}3 - 1.25 * y\text{^}2 - 0.68 * y + 0.15$

$u_2 = -0.23 * y\text{^}3 - 0.75 * y\text{^}2 + 0.83 * y + 0.15$

$K = 1, b = 0.7$:

$$u_1 = -0.51 * sinh(y) - 0.42 * cosh(y) + 0.28 * y\text{^}3 - 0.833 * y\text{^}2 - 0.29 * y + 0.87$$

$$u_2 = -0.117 * y\text{^}3 - 0.125 * y\text{^}2 - 0.25 * y + 0.5$$

$$N = 2.06 * cosh(1.15 * x) - 0.33 * sinh(1.15 * x) - 2.58 * x\text{^}2 + 0.83 * x - 0.63$$

$K = 1, b = 0.5$:

$$u_1 = -0.51 * sinh(y) - 0.42 * cosh(y) + 0.28 * y\text{^}3 - 0.77 * y\text{^}2 - 0.38 * y + 0.71$$

$$u_2 = -0.12 * y\text{^}3 - 0.092 * y\text{^}2 - 0.09 * y + 0.297$$

$$N = 2.15 * cosh(1.15 * x) - 0.22 * sinh(1.15 * x) - 2.58 * x\text{^}2 + 0.83 * x - 0.63$$

$K = 1, b = 0.2$:

$$u_1 = -0.51 * sinh(x) - 0.42 * cosh(x) + 0.28 * x\text{^}3 - 0.7 * x\text{^}2 - 0.47 * x + 0.55$$

$$u_2 = -0.147 * x\text{^}3 - 0.03 * x\text{^}2 + 0.04 * x + 0.135$$

$$N = 2.23 * cosh(1.15 * x) - 0.12 * sinh(1.15 * x) - 2.58 * x\text{^}2 + 0.83 * x - 0.63$$

Les équations de la forme : $u_1(y, \rho), u_2(y, \rho)$ et $N(y, \rho)$, (figures 5.13, 5.14) :

$m = 1, b = 1, k = 1, GR = 5$ et $h = 1, pour\ -1 \leq y \leq 1.$

$K = 0, \rho = 0.7$:

$$u_1 = 0.55 * x\text{^}3 - 1.25 * x\text{^}2 - 0.60 * x + 1.22$$

$$u_2 = 0.35 * x\text{^}3 - 2.150 * x\text{^}2 + 0.58 * x + 1.22$$

$K = 0, \rho = 0.7$:

$$u_1 = 0.55 * x\text{^}3 - 1.25 * x\text{^}2 - 0.43 * x + 1.39$$

$$u_2 = 0.35 * x\text{^}3 - 2.150 * x\text{^}2 + 0.42 * x + 1.39$$

$K = 0, \rho = 0.7$:

$$u_1 = 0.55 * x\text{^}3 - 1.25 * x\text{^}2 - 0.27 * x + 1.56$$

$$u_2 = 0.35 * x\text{^}3 - 2.150 * x\text{^}2 + 0.25 * x + 1.56$$

$K = 1, \rho = 0.7$:

$$u_1 = -0.528 * sinh(x) - 0.462 * cosh(x) + 0.498 * x\text{^}3 - 0.833 * x\text{^}2 - 0.234 * x + 1.2$$

$$u_2 = -0.33 * x\text{^}3 - 0.12 * x\text{^}2 - 0.285 * x + 0.74$$

$$N = 1.21 * cosh(x) + 0.54 * sinh(x) - 1.02 * x\text{^}2 + 0.295 * x + 0.09$$

$K = 1, \rho = 0.5$:

$$u_1 = -0.52 * sinh(x) - 0.49 * cosh(x) + 0.56 * x\text{^}3 - 0.95 * x\text{^}2 - 0.22 * x + 1.43$$

$$u_2 = -0.39 * x\text{^}3 - 0.21 * x\text{^}2 - 0.33 * x + 0.94$$

$$N = 1.21 * cosh(x) + 0.59 * sinh(x) - 1.05 * x\text{^}2 + 0.31 * x + 0.195$$

$K = 1, \rho = 0.2$:

$$u_1 = -0.52 * sinh(x) - 0.55 * cosh(x) + 0.63 * x\text{^}3 - 1.05 * x\text{^}2 - 0.21 * x + 1.71$$

$$u_2 = -0.39 * x\text{^}3 - 0.21 * x\text{^}2 - 0.55 * x + 1.16$$

$$N = 1.21 * cosh(x) + 0.59 * sinh(x) - 1.15 * x\text{^}2 + 0.33 * x + 0.31$$

Les équations de la forme : $\theta_1(y, h), \theta_2(y, h)$ (figures 5.15, 5.16) :

$GR = 5, h = 0.1$:

$$u_1 = -0.91 * y + 0.09;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.09 * y + 0.09;\ 0 \leq y \leq 1$$

$GR = 5, h = 1$:

$$u_1 = -0.5 * y + 0.5;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.5 * y + 0.5;\ 0 \leq y \leq 1$$

$GR = 5, h = 2$:

$$u_1 = -0.33 * y + 0.67;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.67 * y + 0.67;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR = 5, h = 3 :

$$u_1 = -0.25 * y + 0.75;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.75 * y + 0.75;\ 0 \leq y \leq 1$$

Les équations de la forme : $\theta_1(y,k), \theta_2(y,k)$ (figures 5.11, 5.12) :

GR = 5, k = 0.1 :

$$u_1 = -0.91 * y + 0.09;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.09 * y + 0.09;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR = 5, k = 1 :

$$u_1 = -0.5 * y + 0.5;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.5 * y + 0.5;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR = 5, k = 2:

$$u_1 = -0.33 * y + 0.67;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.67 * y + 0.67;\ 0 \leq y \leq 1$$

GR = 5, k = 3:

$$u_1 = -0.25 * y + 0.75;\ -1 \leq y \leq 0$$

$$u_2 = -0.75 * y + 0.75;\ 0 \leq y \leq 1$$