République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Yahia FARES de MEDEA



Mémoire de Magister



En Génie Electrique

Option : systèmes et Commandes électromécaniques

Présenté par :

M^r^ Allali mohamed

Ingénieur d'état en Electronique d'Université de Blida

Thème

Analyse Et Supervision Des Systèmes Dynamiques Hybrides : Application à Un Convertisseur Multicellulaire

Soutenu publiquement le 12/07/2010 devant le jury composé de:

Président	**Mr A. TLEMCANI**	**Maître de Conférences, Médéa.**
Examinateurs	**Mr M.S. BOUCHERIT**	**Professeur, E.N.S.P.**
Examinateurs	**Mr S. MOULAHOUM**	**Maître de Conférences, Médéa.**
Rapporteur	**Mr M.TADJINE**	**Professeur, E.N.S.P.**
Rapporteur	**Mr K. BENMANSOUR**	**Maître de Conférences, Médéa.**

Mémoire préparée au Laboratoire de génie électrique Université Yahia FARES de MEDEA

ملخص

يهدف هذا العمل إلى تحليل و مراقبة الأنظمة الديناميكية الهجينة و تطبيقها على مستبدل متعدد الخلايا بذراعين لتركيب ملاحظين و تحكم,في حلقة مغلق, تسمح بالحصول على توترات عائمة متوازنة.

قدمنا نموذجا جديدا لمستبدل الطاقة قصد تركيب ملاحظات من نوع:

-ملاحظ نمط إنزلاقي من الرتبة واحد

- ملاحظ نمط إنزلاقي من الرتبة اثنين.

بينت نتائج التقليد أن الطرق المستعملة أعطت جد حسنة.

الكلمات المفاتيح:

المستبدلات متعددة الخلايا,الأنظمة الهجينة,قابلية الملاحظة,ملاحظ بنمط إنزلاقي ذو رتبة واحدة, ملاحظ إنزلاقي ذو رتبتين.

Résumé

Le présent travail a pour objet l'analyse et la supervision des systèmes dynamiques hybrides Et l'application au convertisseur multicellulaire à deux bras pour la synthèse de stratégies d'observateur et de commande permettant l'équilibrage en boucle fermée des tensions flottantes . Un nouveau modèle du convertisseur est développé afin de synthétiser deus types d'observateurs à savoir : l'observateur par mode de glissement d'ordre un et deux

Des résultats de simulation montrent que les méthodes utilisées donnent de bonnes performances.

Les mots clés :

Convertisseurs multicellulaires, hybride, observabilité, observateur par modes glissants d'ordre un, observateur par modes glissants d'ordre deux.

Abstract

The present work deals with the development of strategies of observer and control which allows the balancing, in a close loop, of the floating voltages of a multicell converter. A new approach of modelisation is developed and used for synthesize observers for a three-cell converter with two arms. The study of the observability and the development of a sliding mode observer of first and second order are applied for the converter.

. Simulation results show that these methods offer good performances.

Key words: Multicell converters, hybrid, observability, sliding mode observer of first order, sliding mode observer of second order.

I.1. Introduction

L'utilisation des convertisseurs statiques dans les domaines de très forte puissance connait un essor très important et a donné lieu à des associations de cellules de commutations, permettant d'obtenir des caractéristiques de tenue en tension et en courant très performantes. En effet, la nécessité d'augmenter la tension traitée dans les systèmes de conversion statique d'énergie a conduit à l'élaboration de nouvelles structures; c'est le cas des convertisseurs multicellulaires. L'idée est de repartir la contrainte en tension sur plusieurs composants placés en série. les convertisseurs multicellulaires sont apparue au début des années 90. ils font, ces dernières années l'objet d'un intérêt croissant, dans les milieux industriels et universitaires. La structure des convertisseurs multicellulaires permet non seulement la conversion statique d'énergie électrique sous haute tension par l'association en série de cellules de commutations, mais également d'améliorer les formes d'ondes en sortie du convertisseur, notamment en terme de contenu harmonique.

I.2. Structures de conversion d'énergie multi nivéaux :

Les structures de conversion d'énergie multiniveaux reposent sur les associations de semi-conducteurs de puissance et pour certaines topologies de leurs connexions en série. Un convertisseur statique est dit multiniveaux lorsqu'il génère une tension découpé de sortie composé d'au moins trios niveaux [1] .Ces nouvelles topologies permettent la répartition des contraintes en tension plusieurs interrupteurs et offrent des performances supérieur a celles des structures classiques. Nous allons présenté les principales structures de conversion d'énergie multiniveaux : le convertisseur en cascade, le convertisseur clampé par le neutre et le convertisseur multicellulaire série. Les convertisseurs multiniveaux à structure NPC (Neutral Point Clamped).L'une des premières structures multiniveaux est apparue vers la fin des années 70 [38]. Dans le convertisseur NPC,(FigureI.1),la répartition des tension d'entrée sur les interrupteurs a l'état bloqué est assuré par des diodes connectées a un point milieu (C) , Ces deux diodes imposent potentiels de tension $E/2$ au point A et B .Les trois niveaux de tension possibles en sortie $(-E/2, 0, E/2)$ sont obtenus en fonction du choix des interrupteurs rendus passant.

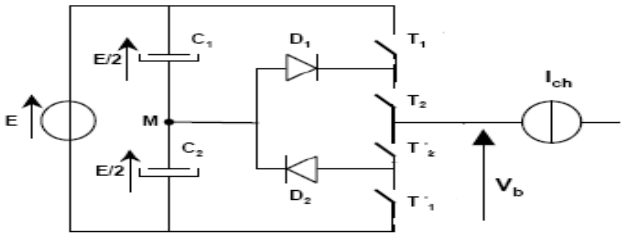


Figure I.1 : Bras d'onduleur à structure NPC à 3 niveaux

I.2.1. Convertisseur Multicellulaire Superposé (SMC)

La structure multicellulaire superposée a été brevetée en 2000 (France) et 2001(International) par Guillaume Gateau, Thierry A. Meynard et Henri Foch. Cette structure vise à réduire l'énergie stockée au sein du convertisseur par la diminution de la tension appliquée aux bornes des condensateurs internes. C'est une association hybride de cellules de

commutation élémentaires. Il a été tout particulièrement étudié et réalisé dans le cas de *n=2* et *p* quelconque. La figure I.2 représente un onduleur SMC $p \times 2$ constitué de *p* cellules et *n=2* étages, soit *2.p* cellules de commutation imbriquées et *(p-1).n=2(p-1)* condensateurs flottants. La tension aux bornes de ces derniers est :

$$v_{ck} = \frac{k.E}{n-p} \qquad k = \{1,...,p-1\} \tag{1.1}$$

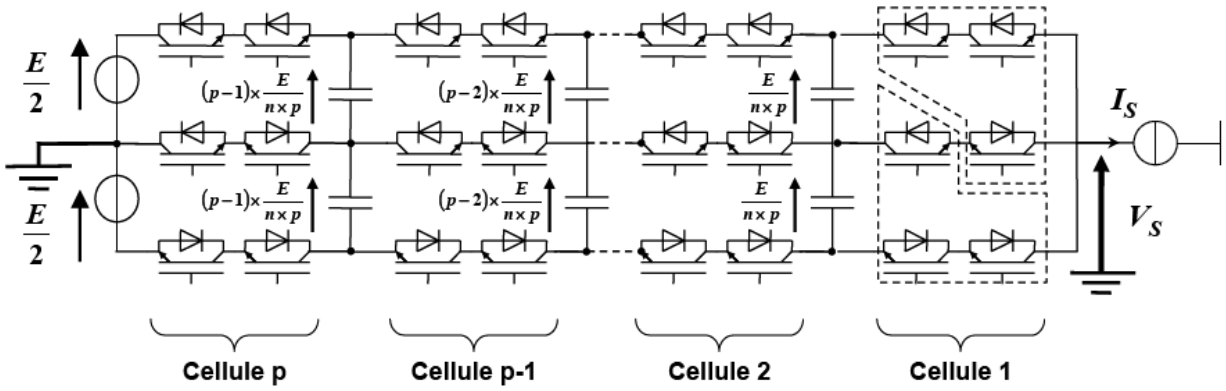


Figure I.2: Convertisseur multicellulaire superposé SMC *px* 2

I.2.3. Les convertisseurs multicellulaires série ou à cellules imbriqués

L'étude de ce type de convertisseurs sera l'objet de notre travail, dans le reste de ce chapitre..

I.2.3.1. Apparition des convertisseurs multicellulaires série

Au début des années 90, une nouvelle structure de convertisseurs multiniveaux a été inventée [1]. Cette structure est basée sur la mise en série de cellules de commutation entre lesquelles une source de tension flottante est insérée. Ces sources de tension flottantes sont réalisées par des condensateurs. La structure multicellulaire série peut être adaptée à toutes les configurations : montage en hacheur ou en onduleur (avec un point milieu capacitif), en demi pont ou en pont complet. La figure I.3 montre le schéma d'un bras d'un convertisseur multicellulaire série à *N* niveaux, constitué de *p=N-1* cellules.

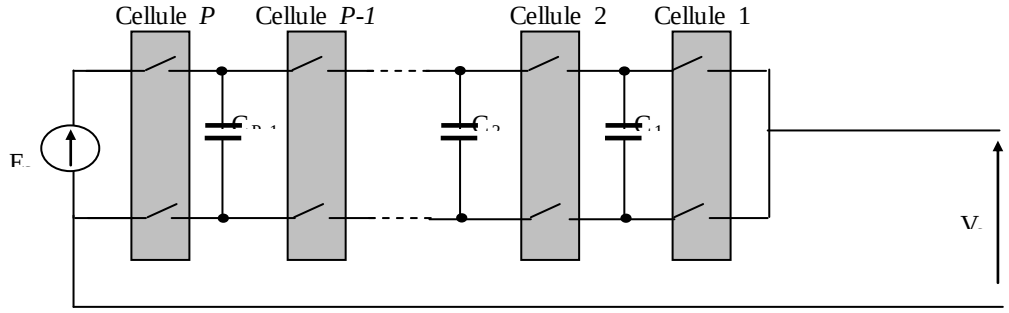


Figure I.3 : Bras d'un convertisseur multicellulaire série à N niveaux

I.2.3.2. Intérêt des convertisseurs multicellulaires

Un convertisseur multiniveaux est une l'association de semi-conducteur et de sources de tensions capacitives. Le fonctionnement de ce type de convertisseur est alors basé sur l'idée de répartir les contraintes de tension ou de courants sur les interrupteurs de puissance de façon à fournir en sortie des valeurs tensions / courants plus élevées. C'est là où réside l'un des majeurs avantages de l'utilisation des convertisseurs multiniveaux [3]. En plus, la tension de sortie multiniveaux délivrée par ce type de convertisseur présente d'intéressantes qualités spectrales. Le fait de multiplier le nombre de niveaux intermédiaires permet de réduire amplitude de chaque front montant ou descendant de la tension de sortie. L'amplitude des raies harmoniques est par conséquent d'autant moins élevée. Dans le cas d'un fonctionnement en modulation de largeur d'impulsion, cette structure permet de supprimer certaines familles de raies harmoniques [1].En plus de ces deux grands avantages, les convertisseurs multicellulaires offre la possibilité de partitionnement vis-à-vis de la défaillance la plus courante : interrupteur en cours circuit [4]. L'utilisation efficace de cette propriété nécessite un choix judicieux des composants de la structure, de même qu'une réaction rapide tant de point de vue de la détection et l'isolation du défaut que du point de vue de la reconfiguration des cellules saines restantes.

I.2.3.3. Principe de fonctionnement

Les convertisseurs multicellulaires ont été imaginés dans le double but de générer une tension de sortie multiniveaux, et de réduire les contraintes en tension sur les composants de puissance [5]. La structure multicellulaire est représentée sur la figure I.4 [1], [2].

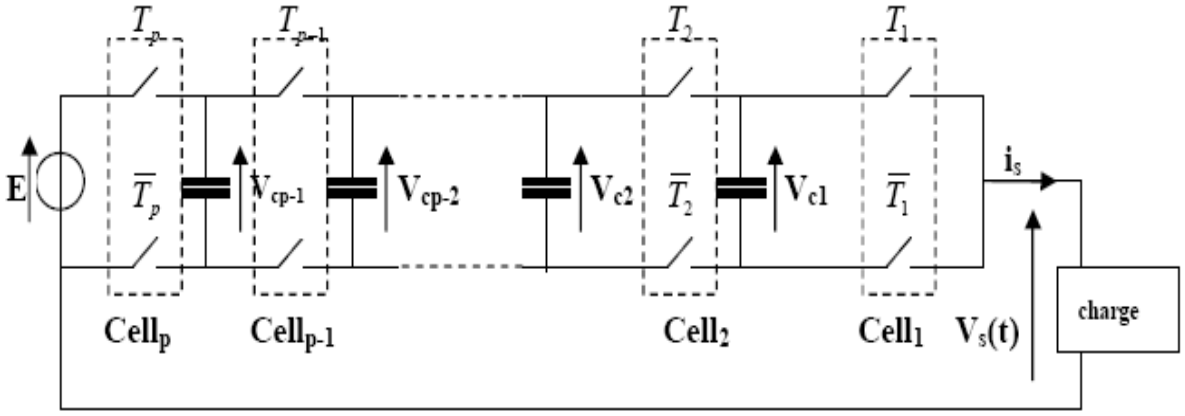


Figure I.4 : Convertisseur multicellulaire à p cellules de commutation

Les deux interrupteurs de chaque paire $\left(T_K et \overline{T}_K\right)$ ne doivent jamais être passants en même temps pour éviter de court-circuiter les sources de tension. Ceci est obtenu grâce au contrôle des deux interrupteurs avec des signaux quasi-opposés en intégrant des temps morts chaque commutation. Cette structure est composée de **p** cellules de commutation, séparées les unes des autres par **p-1** condensateurs flottants. Lors d'un fonctionnement dans des conditions normales, la tension aux bornes de chaque condensateur s'équilibre naturellement autour d'une certaine fraction de la tension de bus continu. Pour le $k^{ème}$ condensateur, on a :

$$V_{ck} = k.\frac{E}{p} \qquad (1 \le k \le p-1) \tag{I.2}$$

Ainsi, chaque condensateur flottant joue le rôle d'une source idéale de tension

I.2.3.4. Tension bloquée par une cellule

Chaque cellule (Cell $_k$, k=1 à p) est encadrée par deux sources de tensions flottantes intermédiaires V_{ck} et V_{ck-1}, avec V_{c0}=0 et V_{cp}=E, ainsi, les tensions appliquées aux cellules de commutation sont imposées par ces sources de tensions.

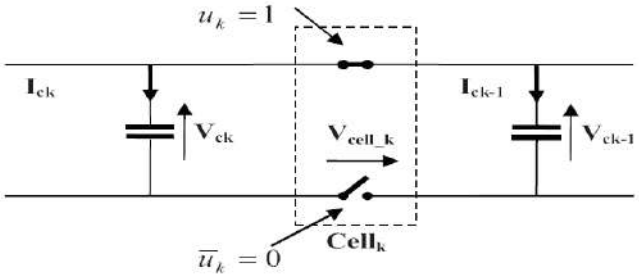


Figure I.5 : Capacités flottantes et cellule de commutation

On remarque en particulier que l'interrupteur bloqué doit tenir la tension V_{cell_k} telle que

$$V_{cell-k} = (V_{ck} - V_{ck-1}) \qquad k = \{1,2,...,p\} \tag{I.3}$$

Dans le cadre d'utiliser ***p*** cellules de commutation avec des interrupteurs de calibre identique, il faut obtenir la même contrainte de tension pour toutes les cellules. Chaque interrupteur bloqué doit maintenir à ses bornes une tension maximum égale à :

$$V_{cell-k} = k.\frac{E}{p} \qquad k = \{1,2,...,p\} \tag{I.4}$$

D'où une répartition régulièrement étagée des tensions internes :

$$V_{ck} = k.\frac{E}{p} \qquad k = \{1,2,...,p\} \tag{I.5}$$

Néanmoins, cette valeur théorique évolue en pratique, car il y a circulation de courant dans les condensateurs en fonction des signaux de commande. L'ondulation résultante est stable si la valeur moyenne du courant passant dans le condensateur est nulle sur une période de découpage [4]:

$$\langle i_{ck} = 0 \rangle \qquad k = \{1,2,...,p\} \tag{I.6}$$

I.2.3.5. Courant commuté par une cellule

Le courant i_s prélevé par la source de courant aval est une variable continue dans le temps; quelles que soient les commutations des cellules, il doit pouvoir circuler. En l'occurrence, en partant de i_s et en remontant vers la source de tension E, on remarque que le courant passant par l'interrupteur du haut de la k^{ème} cellule est : $i_{TA-k} = u_k.i_s$, et le courant passant par

l'interrupteur du bas est : $i_{TB-k} = (1-u_k).i_s$. Où u_k représente la commande de l'interrupteur du haut de la k^{ème} cellule, elle vaut **1** lorsque l'interrupteur est fermé et **0** lorsqu'il est ouvert. Selon l'état des interrupteurs des deux cellules adjacentes $cell_{k+1}$ et $cell_k$, le courant passe ou pas dans le condensateur séparant ces deux cellules :

$$i_{ck} = (u_{k+1} - u_k).i_s \tag{I.7}$$

I.2.3.6. Relatons décrivant le convertisseur

La tension *Vs* appliquée à la source de courant i_s résulte du choix des ***p*** commandes u_k des interrupteurs. En effet si on appelle V_{TB_k} la tension aux bornes de l'interrupteur du bas de la k^{ème} cellule, on voit clairement (loi des mailles) que :

$$V_s = \sum_{k=1}^{p} V_{TB_k} = \sum_{k=1}^{p} u_k.V_{cell_k} \tag{I.8}$$

On tire alors la formule de la tension de sortie qui est une combinaison linéaire de la tension d'entrée **E** et des tensions flottantes **(***vc1*, *vc2*,…,*vcp-1***)** :

$$V(t)_s = \sum_{k=1}^{p} (u_k - u_{k+1}).v_{ck} + u_p.E \tag{I.9}$$

Dans le cas particulier où les **p** tensions cellulaires sont identiques (condensateurs équilibrés), on a :

$$V_s = \frac{E}{P}\sum_{k=1}^{p} u_k. \tag{I.10}$$

Ainsi la tension de sortie *Vs* prend ses valeurs dans l'ensemble $Q = \left\{0, \frac{E}{p}, \frac{2.E}{p}, ..., \frac{(p-1).E}{p}, E\right\}$

L'évolution des tensions internes $\boldsymbol{V_{ck}}$ ($k=1$ *à* p) est donnée par la valeur du courant i_{ck} de chaque condensateur C_k $i_{ck} = C_k \frac{dv_{ck}}{dt}$.Ce courant étant lui-même déterminé par la configuration de ses deux cellules adjacentes et du courant de charge, la tension du condensateur flottant évolue avec une dérivée proportionnelle au courant de charge i_s:

$$\frac{dv_{ck}}{dt} = \frac{1}{C_k}(u_{k+1} - u_k).i_s \tag{I.11}$$

I.*2.3.7. Les modèles mathématiques des convertisseurs multicellulaires*

La modélisation est une étape fondamentale dans la simulation, la synthèse de lois de commande, et la conception d'observateurs. Selon l'objectif visé, le modèle devra être plus ou moins précis. La difficulté majeure en électronique de puissance, réside dans le fait que les convertisseurs contiennent des variables continues (courants, tensions) et des variables discrètes (état des interrupteurs). Dans cette section, nous rappelons brièvement les principaux modèles existants pour le convertisseur multicellulaire. Un convertisseur multicellulaire série possède **p** interrupteurs à commander pour régler **p** grandeurs d'état qui sont les tensions flottantes et le courant de charge. Ces interrupteurs fournissent **2p-1** degrés de libertés (**p** rapports cycliques et **p-1** déphasages).Selon les degrés de liberté utilisés pour la définition

d'une stratégie de commande, quatre types de modèles ont été développés pour le convertisseur multicellulaire: le modèle instantané, le modèle moyen, le modèle harmonique et le modèle hybride. [6]

I.2.3.7.1.Modèle exact ou instantané (I.12)

Le modèle exact ou instantané prend en compte les commutations des interrupteurs et les grandeurs instantanées des variables d'état du convertisseur. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage et les phénomènes harmoniques liés à la commutation des interrupteurs [7]. Ce modèle est utilisé pour valider en simulation des lois de commande mises en œuvre à partir du modèle moyen. Le modèle instantané présentant le convertisseur (avec une charge R-L) sous forme d'équation d'état est défini par:

$$(I.12)\begin{cases} \dfrac{d\,v_{C_1}}{dt} = \dfrac{(u_2-u_1)}{C_1} i_{ch} \\ \dfrac{d\,v_{C_2}}{dt} = \dfrac{(u_3-u_2)}{C_2} is \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \dfrac{d\,v_{Cp-1}}{dt} = \dfrac{(u_p-u_{p-1})}{C_{p-1}} i_s \\ \dfrac{d\,i_s}{dt} = \dfrac{(u_1-u_2)}{L} v_{C_1} + \dfrac{(u_2-u_3)}{L} v_{C_2} + \cdots + \dfrac{(u_{p-1}-u_p)}{L} v_{C_{p-1}} + \dfrac{u_p}{L} E - \dfrac{R}{L} i_s \end{cases}$$

Notons X le vecteur d'état et U le vecteur de commandes,

$$X = \begin{bmatrix} v_c \\ i_s \end{bmatrix} \qquad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ . \\ . \\ . \\ u_p \end{bmatrix}$$

L'équation d'état instantanée d'un convertisseur à ***p*** cellules peut alors s'écrire sous une forme affine :

$$\dot{X} = AX + G(X)U \qquad (I.13)$$

Tels que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & -\dfrac{R}{L} \end{bmatrix} \quad et \quad G(X) = \begin{bmatrix} -\dfrac{i_s}{C_1} & \dfrac{i_s}{C_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\dfrac{i_s}{C_2} & \dfrac{i_s}{C_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -\dfrac{i_s}{C_{p-1}} & \dfrac{i_s}{C_{p-1}} \\ \dfrac{v_{c1}}{L} & \dfrac{v_{c2}-v_{c1}}{L} & \cdots & \dfrac{v_{cp-1}-v_{cp-2}}{L} & \dfrac{E-v_{cp-1}}{L} \end{bmatrix}$$

Comme le vecteur *X* intervient dans la matrice *G*, le modèle donc est non linéaire présentant un couplage entrées/sorties. Son inconvénient majeur est que la commande est discontinue vu

que, dans le cas idéal, la commande des interrupteurs passe de *0* à *1* en un temps nul. Toutes les commandes en amplitude (ou l'état des interrupteurs est défini en fonction du courant et de la tension), dont la commande par mode glissant, des convertisseurs multicellulaires sont basées sur ce modèle.

Prise en compte de l'effet des diodes

Le modèle instantané (I.12) ne prend pas en compte la bidirectionnalité en courant des interrupteurs (diodes placées en antiparallèle sur les interrupteurs).En effet dés que la tension les diodes prennent le contrôle du convertisseur quels que soit les signaux de commande. La figure I.6, représente une cellule de commutation k avec un IGBT de type 3 segments associés à des diodes en antiparallèle.

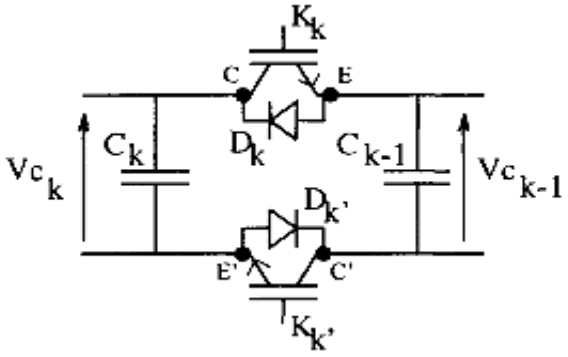


Figure I.5 Cellule de commutation k

Si la tension $V_{ck-1} > V_{ck}$ (potentiel E > C), la diode D_k se met à conduire et la tension aux bornes du condensateur V_{ck} est bloquée à sa valeur, dans ce cas la cellule de commutation présente différentes configurations [7].

Simulation du modèle en boucle ouverte

En simulation, la prise en compte de l'effet de ces diodes est obtenue par le bloc représenté à la figure I.6, à l'aide de Matlab-Simulink (convertisseur à trois cellules).

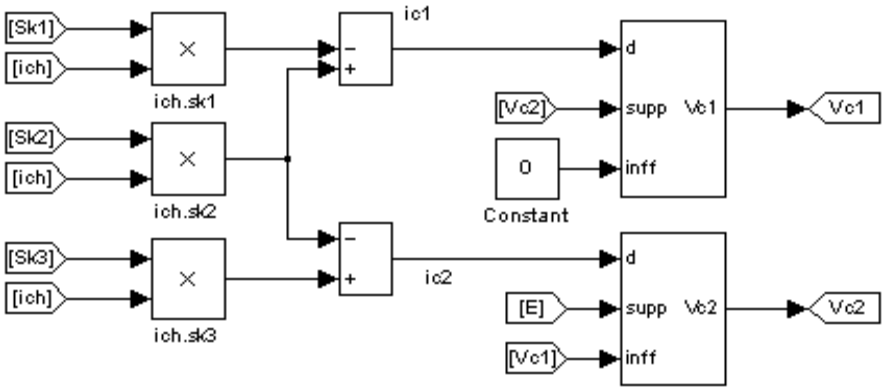
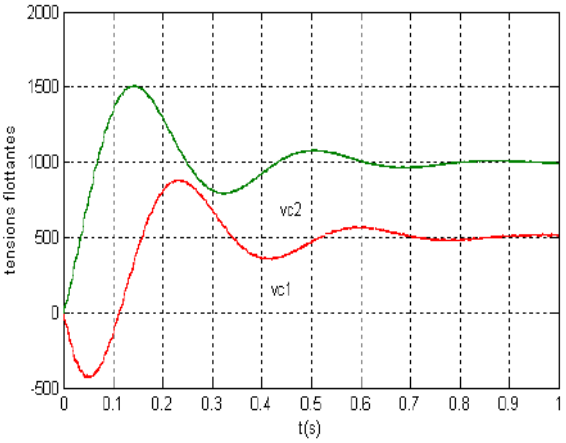


Figure I.6 **:** Prise en compte de l'effet des diodes dans la génération des tensions v_{ck}

Ce bloc possède trois entrées qui sont le courant i_{ck} la tension v_{ck+1} (limite supérieure), et la tension v_{ck-1} (limite inférieure), la tension v_{ck} constitue l'unique sortie.

Nous mettons en évidence les évolutions des tension flottantes pour le modèle mis en oeuvre dans le cas d'un convertisseur à trois cellules avec une génération des signaux de commande en boucle ouverte (commande MLI).dans les deux cas, les tensions v_{ck} s'établissent à leur valeur d'équilibre avec une dynamique un peu lente en régime transitoire à cause de l'effet des diodes.



FigureI.7a

Tensions flottantes sans effet diodes

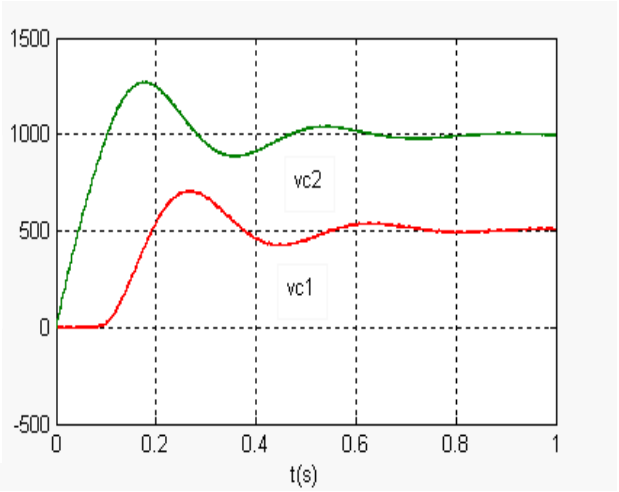


Figure I.7b

tensions flottantes avec l'effet diodes

I.2.3.7.2. Modèle moyen

En remplaçant les ordres de commande dans le modèle instantané par leurs valeurs moyennes sur une période de découpage : $\alpha_i = \frac{1}{T_d}\int_0^{T_d} u_i\, dt$, On en déduit le modèle moyen :

$$\langle \dot{X} \rangle = A \langle X \rangle + G(\langle X \rangle)U \qquad \text{(I.14)}$$

Le remplacement des grandeurs du modèle instantané par leurs valeurs moyennes n'est valable que si les constantes de temps du système sont beaucoup plus grandes que la période de découpage. Sous sa forme générale le modèle moyen d'un convertisseur à **p** cellules s'écrit donc :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{C_1} x_p \\ \dot{x}_2 = \dfrac{(\alpha_3 - \alpha_2)}{C_2} x_p \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \dot{x}_{p-1} = \dfrac{(\alpha_p - \alpha_{p-1})}{C_{p-1}} x_p \\ \dot{x}_p = \dfrac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{L} \dot{x}_1 + \dfrac{(\alpha_2 - \alpha_3)}{L} \dot{x}_2 + \cdots + \dfrac{(\alpha_{p-1} - \alpha_p)}{L} \dot{x}_{p-1} + \dfrac{\alpha_p}{L} E - \dfrac{R}{L} x_p \end{cases} \qquad \text{(I.15)}$$

Le vecteur *X* représente ici les valeurs moyennes des tensions des condensateurs et la valeur moyenne du courant de charge. Cette méthode a l'avantage de la simplicité et de la maîtrise de la fréquence de découpage mais présente l'inconvénient d'être basée sur la valeur moyenne donc de privilégier des évolutions lentes. Elle fut la première à être utilisée pour définir des commandes pour le convertisseur multicellulaire.

I.2.3.7.3. Modèle harmonique

Le modèle harmonique repose sur la décomposition en série de fourrier des signaux de commande. Il permet d'obtenir une représentation dynamique d'un convertisseur multicellulaire série en prenant en compte tous les phénomènes harmoniques. Son principe est de déterminer à partir de la connaissance des signaux de commande $(\alpha_i.et.\phi_i, i = 1,...; p)$ la phase et l'amplitude des harmoniques aux bornes des interrupteurs du bas. L'harmonique de la tension de sortie est donc obtenue en sommant ces tensions, on détermine les harmoniques du courant dans la charge qui permettent de déterminer l'évolution des tensions des condensateurs. L'équation d'état s'écrit alors sous la forme.

$$\dot{X} = A\langle\alpha,\phi\rangle X + B\langle\alpha,\phi\rangle \qquad \text{(I.16)}$$

α est le vecteur des rapports cycliques et ϕ est le vecteur de phase.

Chacun de ces trois modèles peut être utilisé pour synthétiser des lois de commande. Les deux premiers modèles, basés sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des interrupteurs du convertisseur, se différencient par la nature de leurs entrées : les rapports cycliques pour le modèle moyen et les signaux de commande pour le modèle instantané. Le modèle harmonique permet quant à lui d'agir sur les **p** rapports cycliques et sur les **p−1** déphasages intercellules simultanément [6].

I.2.3.7.4. Modèle hybride

Cette partie seras étudié dans le deuxième chapitre.

I.3.Conclusion

nous avons présenté au cours de ce chapitre de différentes structures de convertisseurs multiniveaux,ainsi que les propriétés essentielles des convertisseurs multicellulaires. Nous avons rappelé aussi l'intérêt des convertisseurs multicellulaires : une diminution des contraintes en tension appliquée à chaque interrupteur permettant l'utilisation de composants de calibre réduit à fréquence de commutation élevée et l'obtention d'une tension de sortie multiniveaux. Nous avons ensuite décrit le principe de fonctionnement des convertisseurs multicellulaires et présenté brièvement les différents modèles représentant ce type de convertisseur et permettant de synthétiser des lois de commande.

II.1.Introduction

Dans toute formulation d'un problème de commande, le modèle mathématique développé ne reflète pas exactement le processus réel. Ces différences peuvent par exemple être dues à des dynamiques non modélisées, à des variations des paramètres du système ou à l'approximation trop directe de comportements complexes du processus. Historiquement, l'étude des systèmes a été abordée du point de vue d'une modélisation continue au moyen d'équations différentielles. Les progrès de l'informatique ont motivé le développement d'outils théoriques permettant une description plus qualitative de la dynamique des systèmes, comme les automates à états finis. Cependant, dans de nombreux cas, une telle description ne permet pas de représenter toute la complexité et la richesse des comportements des systèmes. Ainsi, la connaissance d'une modélisation continue de la dynamique est souvent nécessaire à la synthèse d'une loi de commande imprésentable par un automate. Le modèle mathématique résultant du couplage des équations différentielles modélisant l'évolution du système et de l'automate implémentant la loi de commande forme ce que l'on appelle un automate hybride. L'importance du problème a entraîné un développement rapide de la théorie des systèmes hybrides [8][9][10] .

D'une manière générale, un système hybride est un système dont l'évolution au cours du temps est décrite par un ensemble de lois mathématiques qui peuvent être de natures continues ou discrètes. En effet les systèmes hybrides sont des systèmes dynamiques qui font intervenir explicitement et simultanément des phénomènes ou des modèles de type continus et discrets, donc une interaction entres des processus continus supervisés par des processus discrets [11][12]. En effet, ils possèdent à la fois des états d'un espace continu ainsi que des variables faisant partie d'un espace discret. Au sein d'un même mode discret, les variables continues évoluent d'une manière déterminée et le franchissement d'un seuil par certaines d'entre elles ou par une fonction combinaison de certaines d'entre elles, peut provoquer un changement de modèle ou de mode. Pour profiter au mieux du gros potentiel de la structure multicellulaire, les recherches se sont alors portées dans différentes directions. Dans un premier temps ont été développés des modèles pour décrire leurs comportements instantanés [13], harmoniques [14] ou moyens [15]. Ces différents modèles ont été utilisés à la base pour le développement des lois de commande en boucle ouverte et en boucle fermée. La modélisation est une phase très importante pour la synthèse des lois de commande et des observateurs. La précision de la modélisation dépend des objectifs recherchés [54]. D'une manière générale, la modélisation en vue de la commande des convertisseurs statiques présente une difficulté majeure liée au fait que ces systèmes incluent des variables continues (courants dans les condensateurs, tensions aux bornes des condensateurs) et des variables discrètes (états des interrupteurs). Ainsi, une modélisation hybride de ce système est envisageable et permet au convertisseur multicellulaire d'employer des outils puissants d'analyse et de synthèse pour une meilleure exploration des possibilités des contrôleurs.

II.2.Rappels sur les systèmes dynamiques hybrides

II.2.1.Définition des systèmes hybrides

En automatique, les systèmes physiques sont souvent représentés par un modèle dynamique continu ou par un modèle à événements discrets. La nature de chaque modèle est définie selon les variables utilisées pour décrire l'état du système et la variable caractérisant le temps. Il est important dans de nombreux cas d'utiliser l'une de ces deux catégories de modèles.

Cependant la majorité des systèmes complexes réalistes mélangeant le continu et le discret ne peuvent pas être classés ni dans la catégorie "système continu" ni dans la catégorie "système discret". Il est nécessaire alors d'utiliser des modèles hybrides permettant la prise en compte à la fois des variables continues et des variables discrètes ainsi que l'interaction entre elles. Plusieurs

modélisations hybrides ont été développées dans la littérature. Elles peuvent être classées en trois catégories principales [15]:

- L'approche discrète ou événementielle qui consiste à supprimer la dynamique continue du système, en interprétant le SDH comme un système à événement discret. Celle-ci est l'approche la plus utilisée dans littérature. En effet, parmi ses inconvénients, on a d'une part le risque d'obtenir un automate non déterministe et d'autre part le risque que la partition ne soit pas adéquate pour l'espace d'état. De plus les états continus peuvent alors avoir des transitions non admissibles [16].
- L'approche continue qui consiste à supprimer la dynamique discrète du système de telle façon que le système ne puisse être modélisé que par des équations différentielles [17]. Cela peut poser un problème lors de la modélisation des systèmes complexes, tels les convertisseurs par exemple. Cette approche ne prend pas en compte les changements éventuels pour le passage d'une dynamique à une autre.
- L'approche mixte qui utilise une même structure pour traiter les dynamiques continues et discrètes. Les SDH peuvent être modélisés par des automates hybrides [17]. L'approche mixte interprète le SDH comme une interaction de systèmes dynamiques de types différents. Cette approche est plus complexe et regroupe les avantages des deux approches précédentes. Dans ce qui suit, nous rappelons pour la formulation que nous pensons la plus générale et générique introduite par Lygeros et all dans [18].

II.2.2.Définition des automates hybrides

Précédemment, on a simplement décrit les systèmes hybrides comme des systèmes dans lesquels les deux dynamiques : continue et discrète interagissent. Dans ce qui suit, nous présentons une modélisation spécifique des systèmes hybrides, celle que nous appelons : *les automates hybrides.* Les systèmes hybrides sont communément modélisés avec l'utilisation des Automates hybrides. L'idée est simple : Un " mode machine " fini est construit en combinant les changements de l'état continu, décrits par les équations différentielle, qu'on appelle les modes et les changements de l'état discret qui sont modélisés en utilisant les transitions, dépendant des conditions, et des performances des actions possibles, entre les modes [19].Une définition formelle de l'automate hybride est donnée en se basant sur [18].

Définition V.1 (systèmes hybrides) : un système hybride est définit par :

$$H = \{Q, X, f, Init, D, E, G, R, U\} \qquad (\text{II.1})$$

- Q est l'ensemble de nombrable des d'états discrets,
- X est l'ensemble des états continus,
- I_{init} est l'ensemble des conditions initiales,
- $E \subset Q \times Q$ est l'ensemble des transitions,
- $D = \{D_q ; q \in Q\}$ est l'ensemble des domaines continus, $\forall q \in Q$, D_q est un sous ensemble de $\Re^n$ d'intérieur non vide,
- $U = \{U_q ; q \in Q\}$ est l'ensemble des domaines de commande admissibles, $\forall q \in Q$, U_q est un sous-ensemble de $\Re^p$,
- $f = \{f_q ; q \in Q\}$ est l'ensemble des champs de vecteurs décrivant les dynamiques du système., $\forall q \in Q$, $f_q : D_q x U_q \to \Re^n$

- $G = \{G_e ; e \in E\}$ est l'état de garde. $\forall e = (q; q') \in E$, $G_e \subseteq D_q$.
- $R = \{R_e ; e \in E\}$ est l'ensemble des fonctions reset.
  $\forall e = (q; q') \in E$, $R_e : G_q \to 2^{D_{q'}}$ ou $2^{D_{q'}}$ dénote l'ensemble des parties de D_q. On suppose que pour tout $x \in G_e$, $R_e(x) \neq \phi$.

II.2.3.Exécution d'un système hybride

Un système hybride est caractérisé à chaque instant par une évolution de l'état discret q et une évolution de l'état continu x(t). La paire (q, x) compose le vecteur d'état hybride (respectivement les paires (σ, u) et (ψ, y) composent les entrées hybrides et les sorties hybrides). La variable discrète q(t) est constante entre deux instants de commutation successifs t_i , t_{i+1}. Par conséquent q(t) est constant par intervalles de temps $I_i = [t_i \quad t_{i+1}]$, $\{t_i, i = 1\ldots, N\}$ où N est le nombre de commutations. Une trajectoire temporisée est une séquence finie ou infinie d'intervalles de temps $I = \{I_i\}, i = 1, \ldots, N$. Suivant les valeurs de N et de I_i. Ainsi, une exécution d'un système hybride est représentée par des séquences d'intervalles de temps sur lesquels le vecteur hybride (q(t), x(t)) évolue. La figure II.1 illustre un exemple d'exécution d'un SDH où nous avons mentionné l'évolution des trois variables hybrides $(x, q), (\sigma, u)$ et (ψ, y). L'entrée discrète et la sortie discrète sont indiquées par des impulsions car nous supposons que le franchissement d'une transition est instantané [20].
A l'instant t_0 = 0, l'état hybride initial est (q_0, x_0) tel que $x_0 \in Inv(q_0)$ et $q_0 \in Q$. Sur l'intervalle de temps $I_0 = [t_0 \quad t_c]$, l'état discret est constant q(t) = q_0 et $\dot{x}(t)$ évolue suivant l'équation $\dot{x}(t) = f_{q_0}(x(t), u(t))$ avec x_0 comme condition initiale. Enfin, lorsqu'à l'instant t_c une transition $T = (q_0, \sigma, q_1)$ (due à l'arrivée d'une entrée discrète $\sigma \in \Sigma$) se produit, la variable discrete q prend alors une nouvelle valeur q_1. La sortie discrète devient $\psi = \gamma(T)$ et la variable continu x(t) est actualisée à une nouvelle valeur Reset (T, x). Nous répétons alors le même processus avec une nouvelle dynamique $\dot{x}(t) = f_{q_1}(x(t), u(t))$.

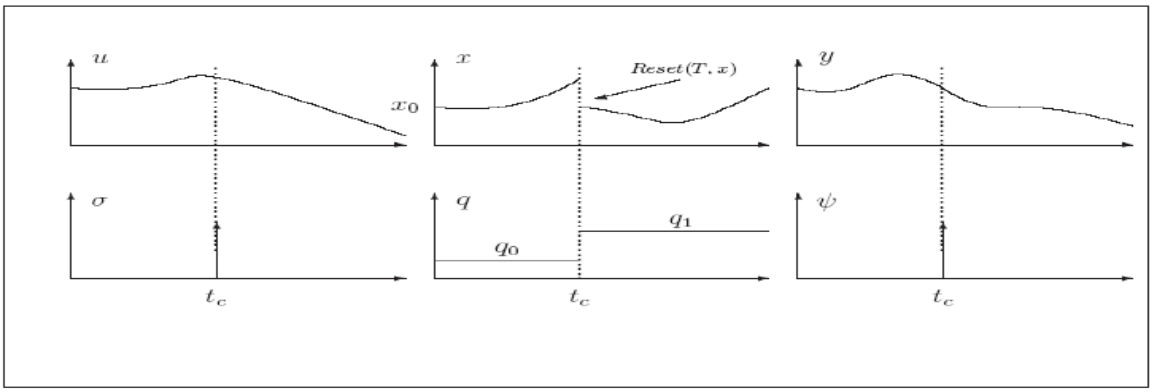


Figure II.1 : Exemple d'une exécution d'un système hybride

II.2.4.Classes des systèmes dynamiques Hybrides

Le formalisme des SDH est très général et englobe de nombreuses classes de modèles, il est évidemment impossible de passer en revue la totalité des classes. Par conséquent, nous présentons dans ce paragraphe celles qui ont un rapport avec notre thèse : les systèmes

dynamiques à commutations (SAC) (*Switched Systems*) caractérisés par des transitions discrètes type commutation. La classe des systèmes à commutations est probablement l'une des plus importantes classes des systèmes hybrides. En effet, une large classe de systèmes dynamiques est modélisée par une famille de sous systèmes continus et une loi logique ou d'appartenance orchestrant les commutations entre ces sous systèmes. Un effort particulier a été apporté à l'étude de cette classe pour deux raisons principales. D'abord, elle est suffisamment riche pour permettre une modélisation réaliste de nombreux problèmes (convertisseurs de puissance, systèmes de contrôle de processus, système de contrôle de température, etc...). Ensuite, sa simplicité relative permet la conception d'outils algorithmiques pour leur analyse.[60].

II.2.5.Définition des Systèmes dynamiques à commutations

Un système dynamique à commutations est un système hybride où la variable discrète q(t) n'est pas vue comme une variable d'état discrète mais soit comme une variable de contrôle de la dynamique continue, soit comme un évènement sans mémoire. Par conséquent, d'après la définition donnée par Lygeros [18], on peut donner une définition du SAC comme suit.

Définition II.1. Un système dynamique hybride est dit à commutations, s'il vérifie la propriété suivante :

$$\forall e = (q, q') \in E, G_e = D_q$$

En d'autres termes, la frontière du domaine de validation correspond à la condition de commutation. Plusieurs systèmes physiques peuvent être modélisés comme des SAC, on peut citer par exemple le cas d'un convertisseur de puissance qui alimente une charge inductive. Nous nous intéresserons au développement d'un modèle hybride pour une classe particulaire de SDH que sont les convertisseurs multicellulaires (système à commutation sans saut).

Les convertisseurs multicellulaires présentent par leur nature un comportement hybride. L'aspect hybride est décrit par la présence des variables discrètes et continues. Il est alors tout à fait naturel de les modéliser sous forme d'un système hybride. L'objectif de notre travail est de modéliser et d'analyser le comportement d'un convertisseur multicellulaire d'un point de vue hybride. Nous avons mis en évidence le fonctionnement de cette structure en utilisant le modèle des différents modes et en établissant des surfaces de commutation appropriées assurant la stabilité et la sûreté du convertisseur.

II.3.Modélisation hybride d'un convertisseur multicellulaires

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. Notre structure de convertisseur montre l'association de p cellules en série. Cette association en série permet à la source de tension en sortie Vs d'évoluer sur p niveaux possibles. Comme les commandes des interrupteurs des cellules de commutation sont indépendantes, on obtient 2^p combinaisons possibles. Ainsi, il est nécessaire d'assurer une répartition équilibrée des tensions aux bornes des condensateurs flottants. Dans ces conditions, on obtient la propriété suivante :

Le convertisseur dispose de (p-1) sources de tension flottantes et la tension aux bornes de la capacité d'indice k est $\frac{kE}{p}$. D'abord pour simplifier l'étude et les notations de base, nous allons

étudier le fonctionnement (approche hybride) d'un convertisseur à 3 cellules imbriquées. Ensuite, nous présenterons brièvement la modélisation hybride des convertisseurs à 3 cellules imbriquées [20]

II.3.1.Convertisseur à trois cellules

Nous allons maintenant appliquer le modèle hybride à un convertisseur à trois cellules, illustré dans figure II.2 et le comportement de ce convertisseur est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dV_{c1}}{dt} = \dfrac{1}{c_1}(u_2 - u_1) \quad I \\ \dfrac{dV_{c2}}{dt} = \dfrac{1}{c_2}(u_3 - u_2) \quad I \\ \dfrac{dI}{dt} = -\dfrac{R}{L}I + \dfrac{E}{L}u_3 - \dfrac{V_{c2}}{L}(u_3 - u_2) - \dfrac{V_{c1}}{L}(u_2 - u_1) \end{cases} \qquad \text{(II.2)}$$

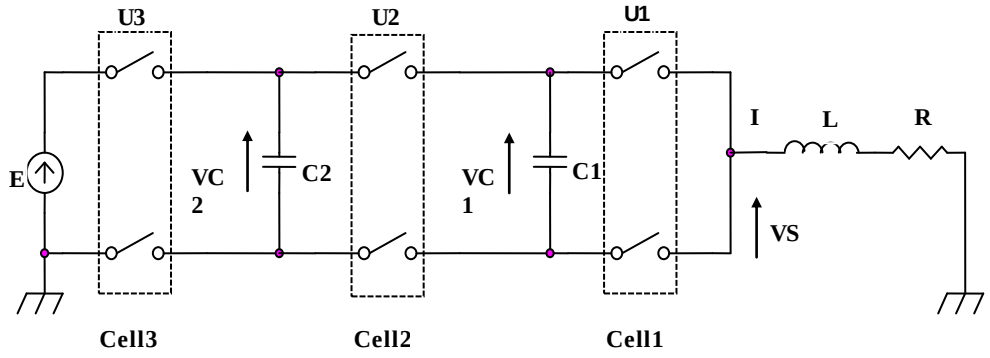


Figure II.2 : Convertisseur à trois cellules

En pratique, maintenir les tensions des condensateurs et le courant de charge constants est impossible (le convertisseur ne fonctionnera pas), il faut donc définir des seuils minimaux et maximaux qu'il ne faut pas dépasser (le choix de ces seuils est en fonction des caractéristiques physiques des éléments du convertisseur et de la fréquence de commutation [6]). Ainsi les ordres de commutation sont donnés par les évolutions du courant et de la tension dans le circuit. De plus, la succession des configurations doit être choisie de façon à garantir la condition d'adjacence c'est-à-dire faire une succession des commandes qui ne différent entre elles que par une seule cellule de commutation [4]. On définit alors les limites des variables d'état comme suit :

$$V_{c2ref} = E/3 \;;\; V_{c1ref} = 2E/3 \;;\; I = I_{ref} \qquad ;\; I^{+}_{ref} = I_{ref} + \Delta_i$$
$$I^{-}_{ref} = I_{ref} - \Delta_i; V^{+}_{ref} = V^{\cdot}_{ref} + \varepsilon; V^{-}_{ref} = V^{\cdot}_{ref} - \varepsilon.$$

Les variables discrètes sont les interrupteurs (supposés parfaits), chaque interrupteur prend deux valeurs 0 ou 1. Ainsi, nous distinguons huit modes de fonctionnement donnés par$Q = \{ q_1 , q_2 , q_3 ,...,q_8\}$. Chaque mode est défini sur l'espace de $X_{qi} = R^3, \forall\ q_i \in Q$.

La dynamique continue pour chaque mode est donnée par :

$$f_q(X) = A(q).X + b(q) \qquad (II.3)$$

Où $X = [V_{C1} \quad V_{C2} \quad I]^T$ représente le vecteur d'état du système, regroupant les variables d'état

Les ensembles de transitions sont définis par :

$$E = \{(q_i, q_j), \quad \forall i \neq j, \quad pour \quad i, j = 1,2,....,8\} \qquad (II.4)$$

La figure II.3 présente l'automate hybride d'un convertisseur trois cellules (avec j $Tij = G(q_i, q_j)$). Quand une condition de transition est vérifiée, le système commute vers un autre mode. Les conditions des transitions sont données afin d'assurer un règlement des tensions flottantes V_{c1}, V_{c2} et du courant I autour des valeurs de référence.

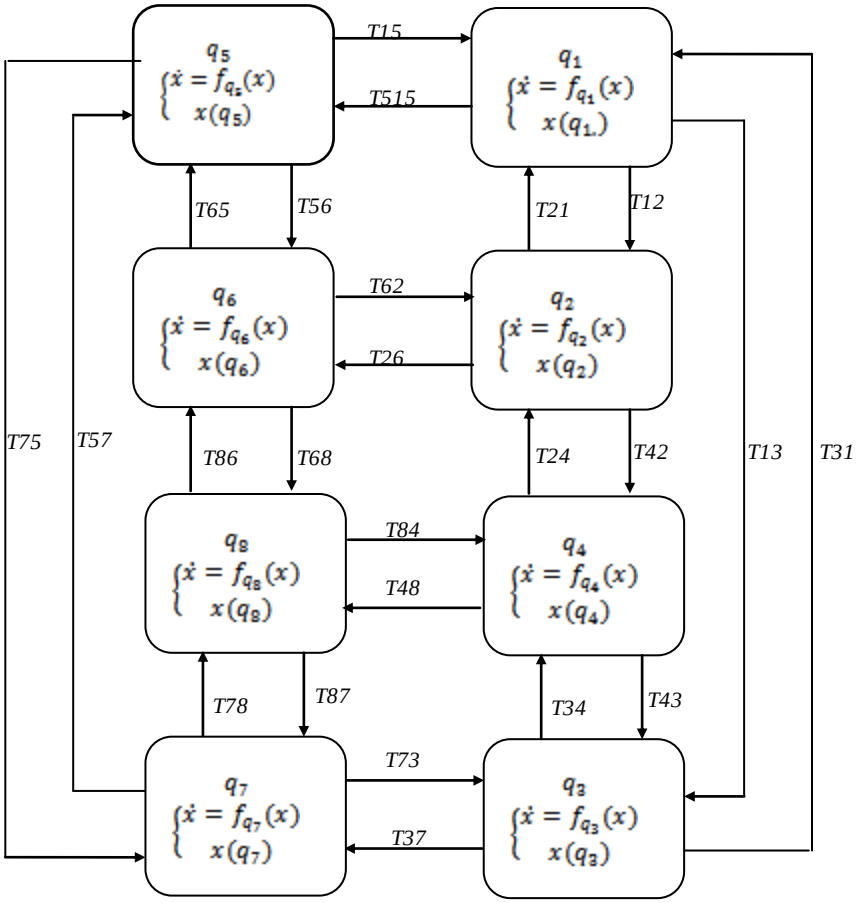


Figure II.3 : Modèle hybride pour un convertisseur 3

Nous validons le modèle hybride proposé et la commande des variables d'états du système $[V_{c1ref} \; V_{c2ref} \; I_{ref}]$ .La simulation a été effectuée avec les paramètres suivants :

L=0.5 mH;R=10Ω;C1= C2=40 µF ; Avec les valeurs de références suivantes :
E =1500 V;I_{ref} = 60 A;ε_1=0.02 V_{c1ref} ;ε_2 =0.02 V_{c2ref} ;Δi=0.09 I_{ref} ;

Les figures II.4 à II.6 montrent l'évolution des tensions flottantes V_{c1}, V_{c2} et le courant de charge I. Les tensions V_{c1} et V_{c2} augmentent et se stabilisent autour des valeurs de références. Le courant augmente plus rapidement que les tensions flottantes et il est fortement ondulé autour sa

valeur de référence. Cette ondulation est due au temps minimal entre deux commutations. Le courant est stabilisé après l'équilibrage des tensions internes V_{c1} et V_{c2}.

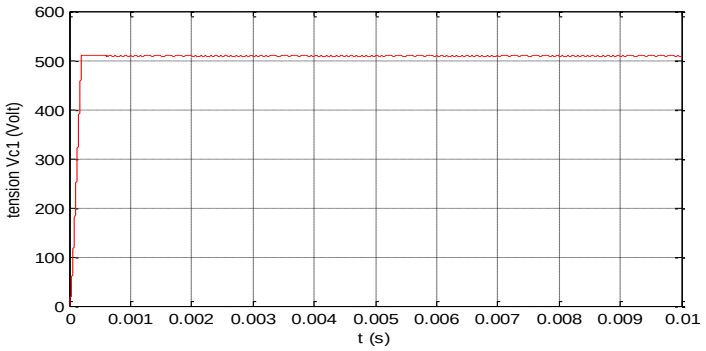


Figure II.4: Evolution de la tension flottante V_{c1} du convertisseur

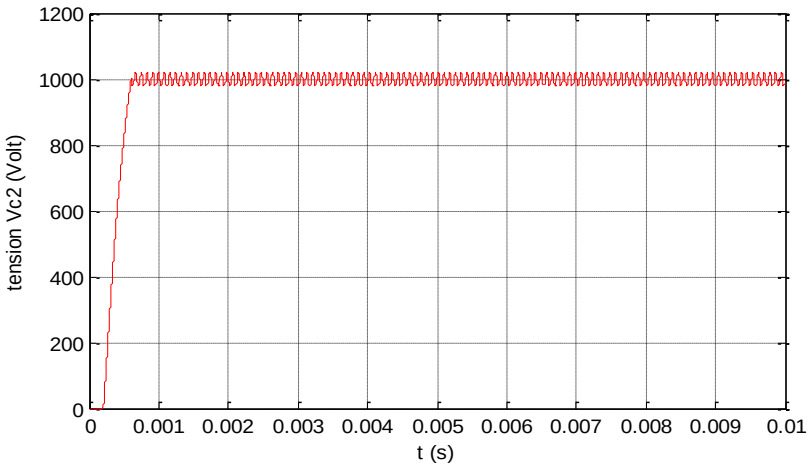


Figure II.5: Evolution de la tension flottante V_{c2} du convertisseur

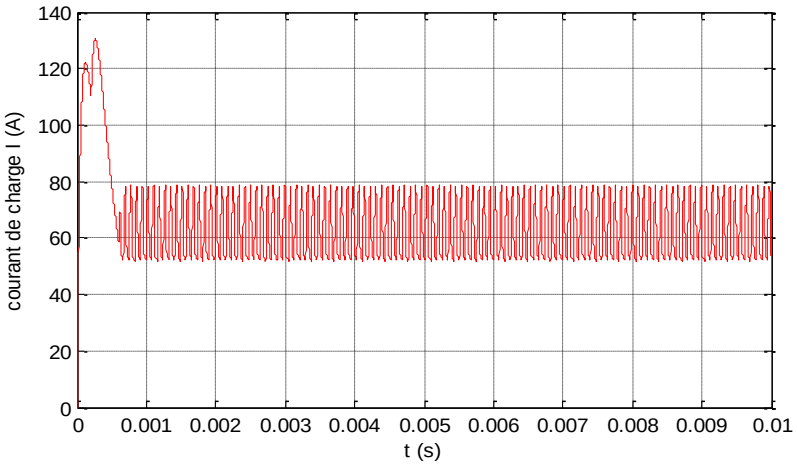


Figure II.6: Evolution du courant dans la charge I

Les figures II.7 et II.8 montrent l'évolution des transitions, et la tension de sortie. Pour commencer, les valeurs initiales nulles sont données au système à l'état q_8. On commute vers le mode q_7 pour charger le condensateur C_1 et vers le mode q_5 pour charger le condensateur C_2.

Après la stabilisation du courant, on répète le même cycle. On remarque aussi les trois niveaux de la tension de sortie E/3, 2E/3, E.

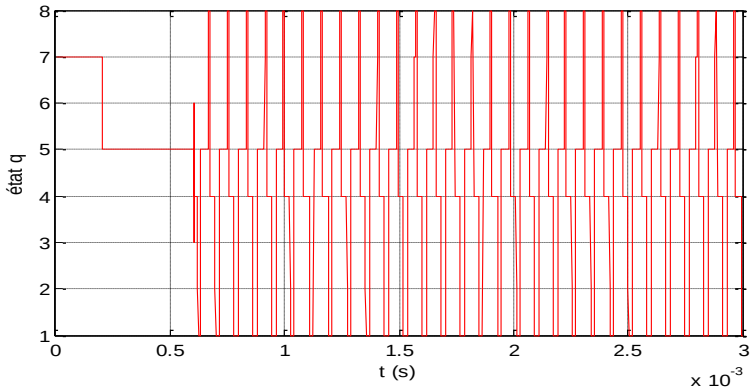


Figure II.7: Evolution des transitions entre les modes

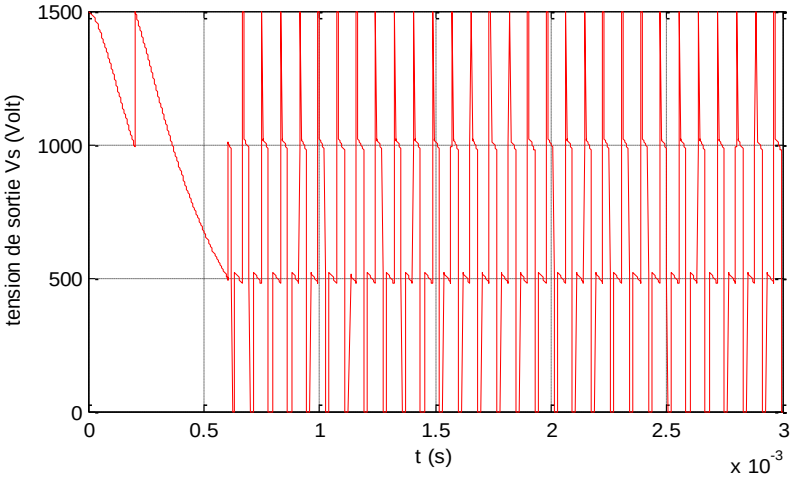


Figure II.8: Evolution de la tension de sortie

II.4.Conclusion :

Après avoir donner un aperçus sur les systèmes dynamiques hybrides, nous avons modélisé par l'approche hybride un convertisseur multicellulaire. Nous avons constaté que la structure de ce type de convertisseur se prête naturellement au modèle hybride, à cause de la présence naturelle des variables discrètes et continues. Ce type de commande exige la connaissance à tout moment des mesures de la tension flottante aussi bien que le courant de charge. Il serait intéressant de développer un ordre seulement basé sur la mesure du courant dans la charge. Cette commande exige le développement d'un observateur hybride pour la tension flottante. Pour cela, un observateur par mode glissant sera présenté dans le chapitre IV.

III.1.Introduction

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. Notre structure de convertisseur montre l'association de p cellules en série. Cette association en série permet à la source de tension en sortie Vs d'évoluer sur p+1 niveaux possibles. Comme les commandes des interrupteurs des cellules de commutation sont indépendantes, on obtient 2^p combinaisons possibles. Ainsi, il est nécessaire d'assurer une répartition équilibrée des tensions aux bornes des condensateurs flottants. Dans ces conditions, on obtient la propriété suivante :la tension aux bornes de la capacité d'indice *k* est $\frac{kE}{p}$. D'abord pour simplifier l'étude et les notations de base, nous allons étudier le fonctionnement (approche hybride) d'un convertisseur à 2 bras 2 cellules chaque une.

III.2.Convertisseur à quatre quadrants deux cellules

Seize modes de fonctionnement sont alors possibles pour ce convertisseur, La commande de chaque bras peut être faite de façon indépendante. Ainsi, chaque bras doit fournir la tension nécessaire pour avoir la tension demandée, en sortie du convertisseur. Pour cette structure, nous présentons les cas suivants:

- La tension de sortie du premier bras est supérieure à la tension de sortie du deuxième bras: le courant est alors positif .
- La tension de sortie du premier bras est inférieure à la tension de sortie du deuxième bras: le courant est alors négatif .
- La tension de sortie du premier bras égal à la tension de sortie du deuxième bras.

Le comportement de ce convertisseur est décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} \frac{dv_{c1}}{dt} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} \\ \frac{dI_{ch}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{c_1}(u_{12}-u_{11}) \\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2}(u_{21}-u_{22}) \\ \frac{(u_{11}-u_{12})}{L} & \frac{(u_{22}-u_{21})}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ I_{ch} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L}(u_{12}-u_{22}) \end{pmatrix}$$

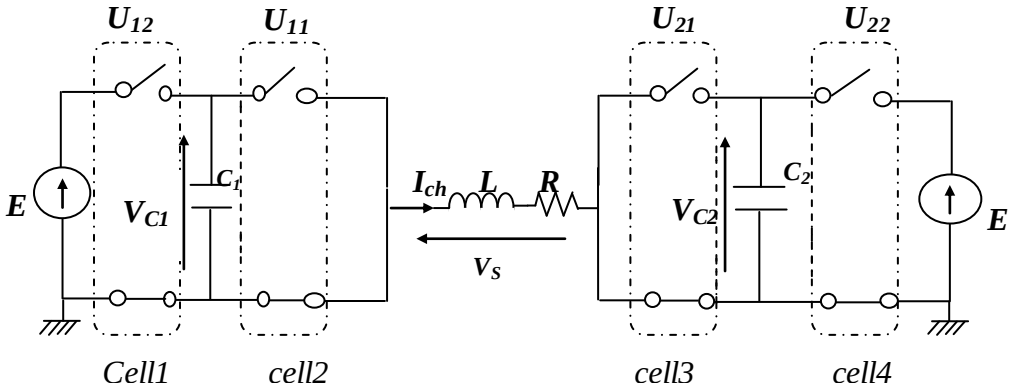


Figure figure III.1. Structure du convertisseur en quatre quadrants

Cette structure est constituée de deux bras, chaque bras comporte 2 cellules. Ainsi, on a 4 signaux de commande déterminant l'état du convertisseur et la tension de sortie qui a cinq niveaux :

$$\left\{-E,-\frac{E}{2},0,\frac{E}{2},E\right\}$$

Comme les interrupteurs de chaque cellule sont considérés comme idéaux, leur comportement peut être modélisé par un état discret prenant des valeurs 0 (ouvert) ou 1 (fermé). En pratique, certains de ces états ne seront jamais visités pour des raisons de sécurité ou suite à la stratégie de commande adoptée ou encore à cause de la structure du convertisseur lui même ou enfin pour respecter la règle d'adjacence. Les transitions ne sont pas nécessairement contrôlées.

III.2.1.Automate hybride d'un Convertisseur à deux cellules

Le convertisseur peut donc être modélisé par le système hybride suivant, selon le formalisme de Lygeros [58]:

Etape 1 : Pour le convertisseur à deux bras nous distinguons seize modes opérants donnés par : $Q=\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9,q_{10},q_{11},q_{12},q_{13},q_{14},q_{15},q_{16}\}$.

Chaque mode est défini sur l'espace de : $X_{qi}=R^2,\forall q_i\in Q.$

Etape 2 : En chaque mode, le champ de vecteur f_q est linéaire. Ici la dynamique continue peut être donnée pour chaque mode sous la forme :

$$\dot{X}=f_q(X)=A(q)X+b(q) \qquad \text{(III.1)}$$

Etape 3 : Le vecteur d'état $X=(x_1 \quad x_2 \quad x_3)^T$ où : x_1 représente la tension aux bornes du condensateur flottant V_{c1} , x_2 présente la tension aux bornes condensateur flottant V_{c2} et x_3 représente le courant dans la charge I_{ch}. La fonction de commutation représentée par $u_{k.}$. Ainsi, nous pouvons donner une dynamique, pour chaque mode, comme suit:

-*Mode* $q=q_1$ avec $u=[u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad]^T=[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&-\frac{R}{L}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}v_{c1}\\v_{c2}\\I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} \qquad V_s=0$$

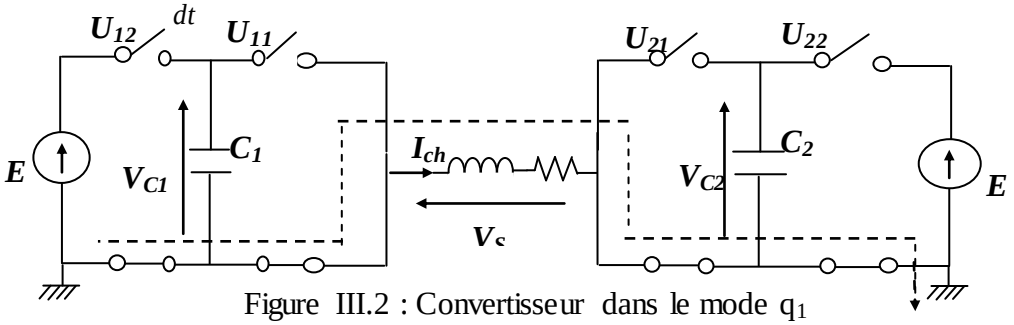


Figure III.2 : Convertisseur dans le mode q_1

-*Mode* $q=q_2$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2}\\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -\frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

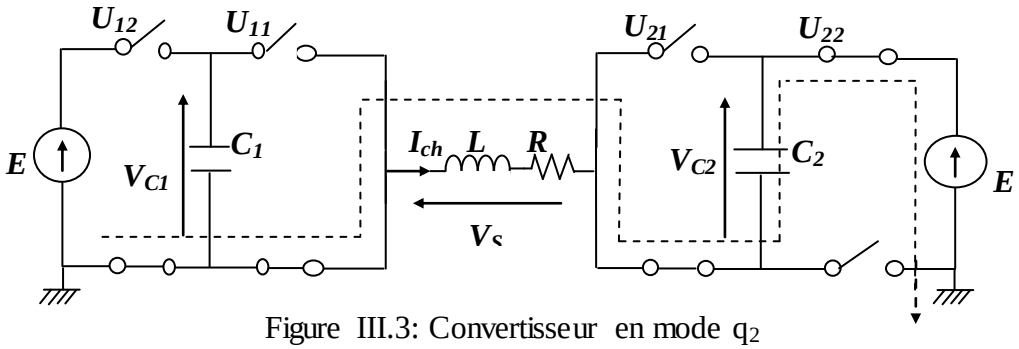


Figure III.3: Convertisseur en mode q_2

$$V_S=v_{c2}-E$$

- *Mode* $q=q_3$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2}\\ 0 & \frac{-1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

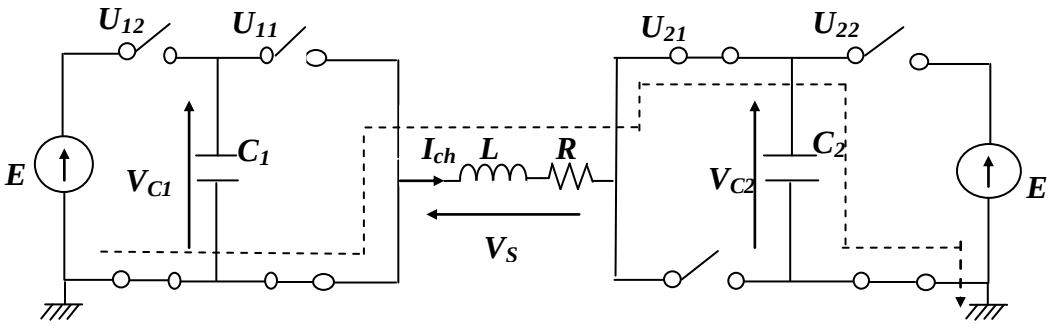


Figure III.4: Convertisseur en mode q_3

$$V_S=-v_{c2}$$

- *Mode* $q=q_4$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -\frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

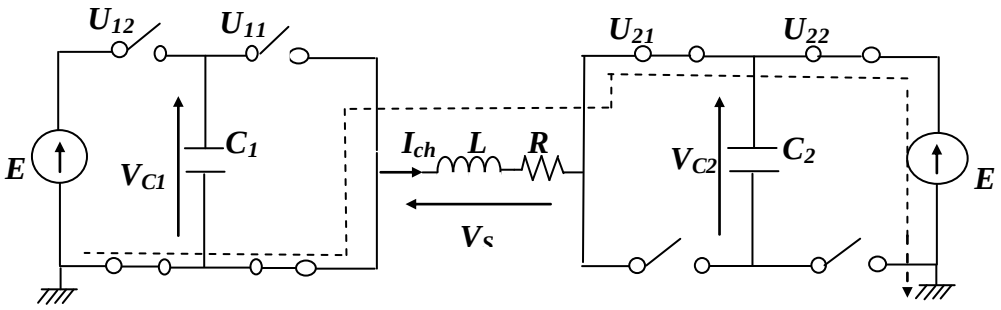


Figure III.5: Convertisseur en mode q_4

$$V_S=-E$$

-*Mode* $q=q_5$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -\frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

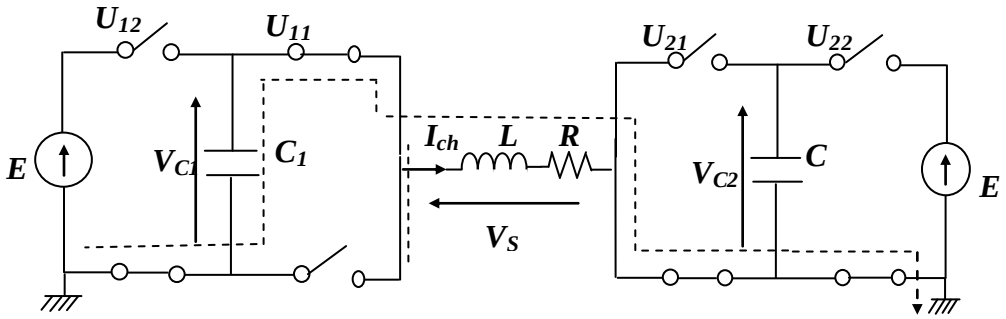


Figure III.6: Convertisseur en mode q_5

$$V_S=v_{c1}$$

-*Mode* $q=q_6$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -\frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2}\\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -\frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

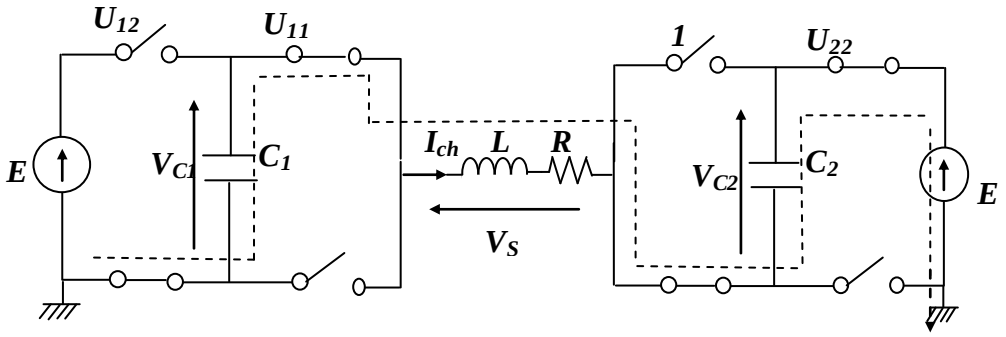


Figure III.7: Convertisseur en mode q_6

$$V_S=v_{c1}+v_{c2}-E$$

-*Mode* $q=q_7$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -\frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2}\\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

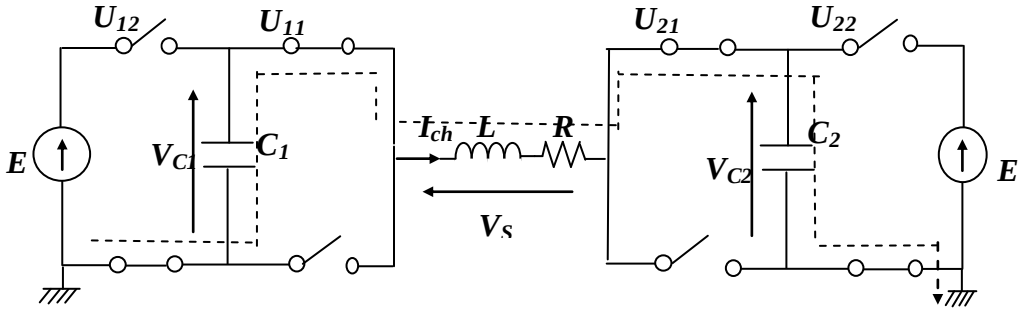


Figure III.8: Convertisseur en mode q_7

$$V_s=v_{c1}-v_{c2}$$

-Mode $q=q_8$ *avec* $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -\frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \frac{-E}{L}\end{bmatrix}$$

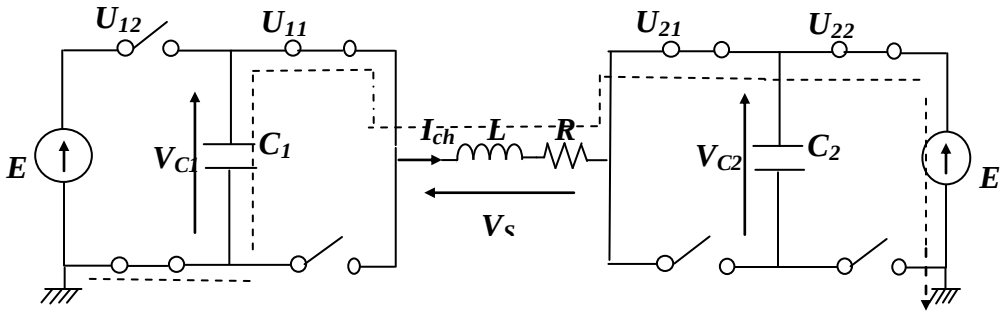


Figure III.9: Convertisseur en mode q_8

$$V_S=v_{c1}-E$$

-Mode $q=q_9$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{L} & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

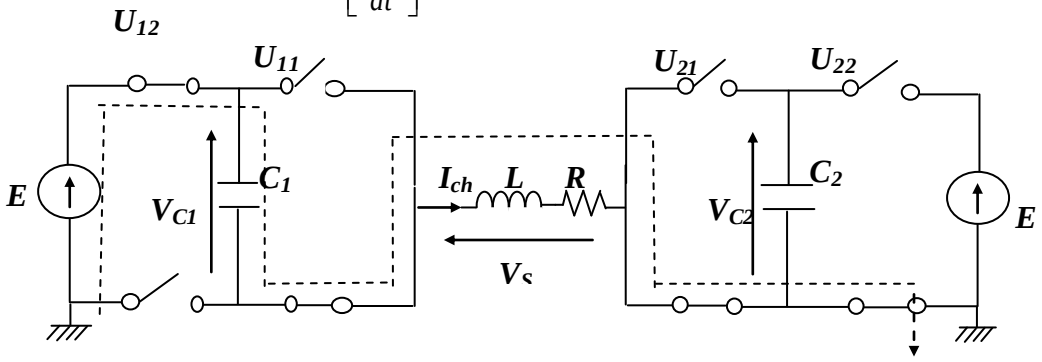


Figure III.10: Convertisseur en mode q_9

$$V_S=E-v_{C1}$$

-Mode $q=q_{10}$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2}\\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

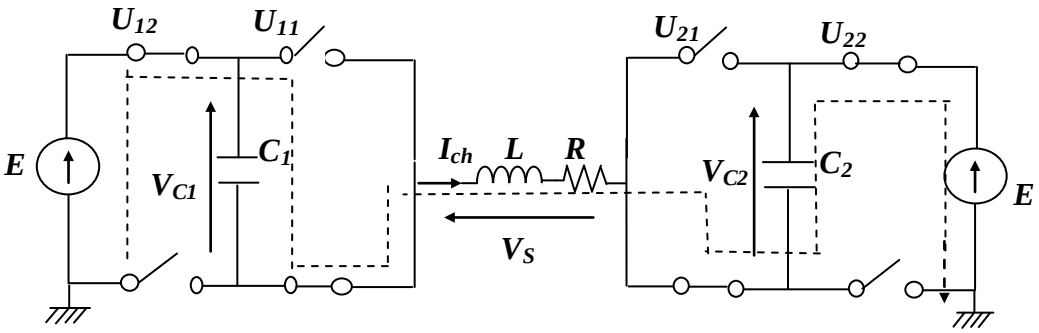


Figure III.11: Convertisseur en mode q_{10}

$$V_S=v_{c2}-v_{c1}$$

-Mode $q=q_{11}$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & \frac{1}{c_2}\\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\\frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

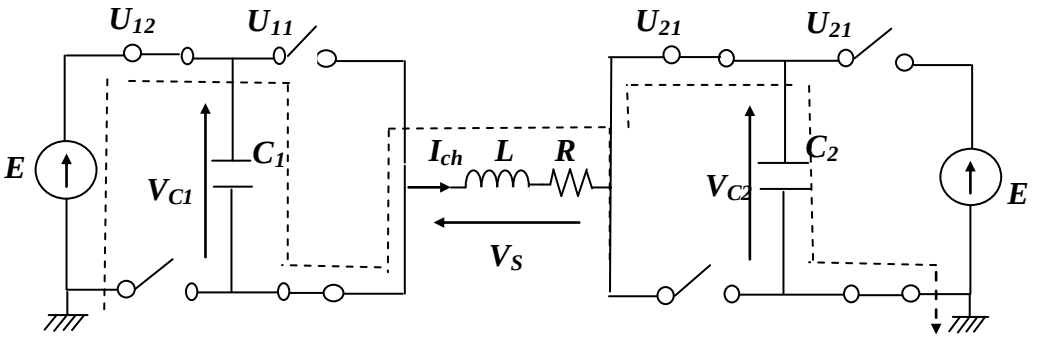


Figure III.12: Convertisseur en mode q_{11}

$$V_S=E-v_{c1}-v_{c2}$$

-Mode $q=q_{12}$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{L} & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

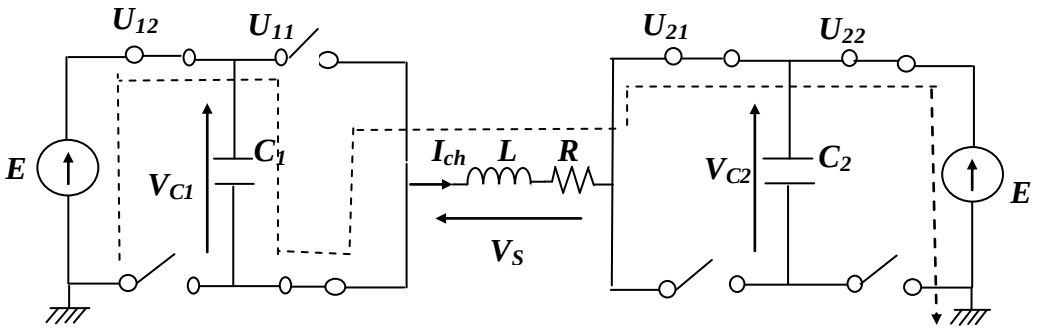


Figure III.13: Convertisseur en mode q_{12}

$$V_S=-v_{c1}$$

-Mode $q=q_{13}$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\\frac{E}{L}\end{bmatrix}$$

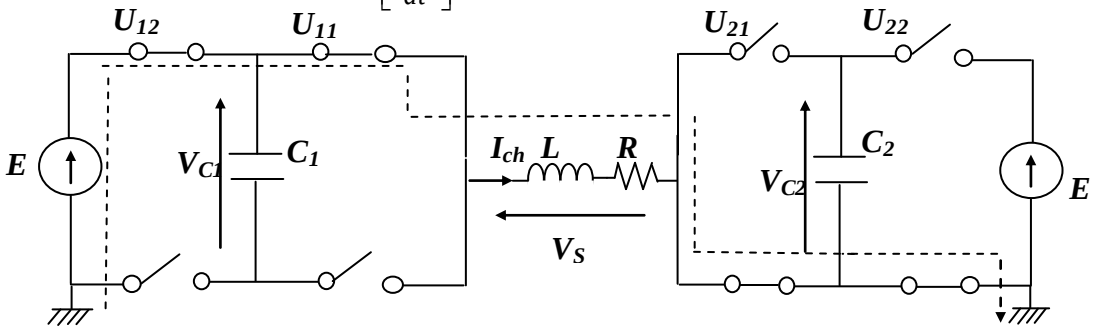


Figure III.14: Convertisseur en mode q_{13}

$$V_S=E$$

- *Mode q=q14* avec $u = [u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22}]^T = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 1]^T$

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_{c1}}{dt} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} \\ \frac{dI_{ch}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2} \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ I_{ch} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

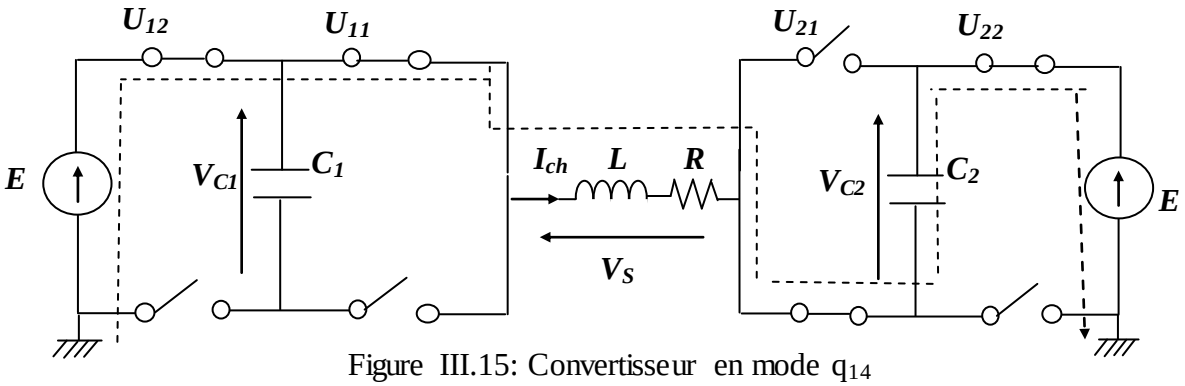


Figure III.15: Convertisseur en mode q_{14}

$$V_S = v_{c2}$$

-*Mode q=q15* avec $u = [u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22}]^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T$

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_{c1}}{dt} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} \\ \frac{dI_{ch}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c_2} \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ I_{ch} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

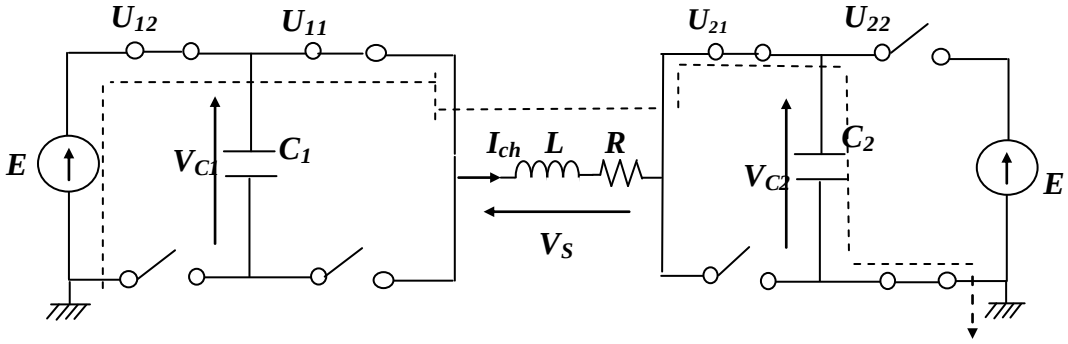


Figure III.16: Convertisseur en mode q_{15}

$$V_S = E - v_{c2}$$

-*Mode* $q=q_{16}$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix}\frac{dv_{c1}}{dt}\\ \frac{dv_{c2}}{dt}\\ \frac{dI_{ch}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}v_{c1}\\ v_{c2}\\ I_{ch}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \qquad V_S=0$$

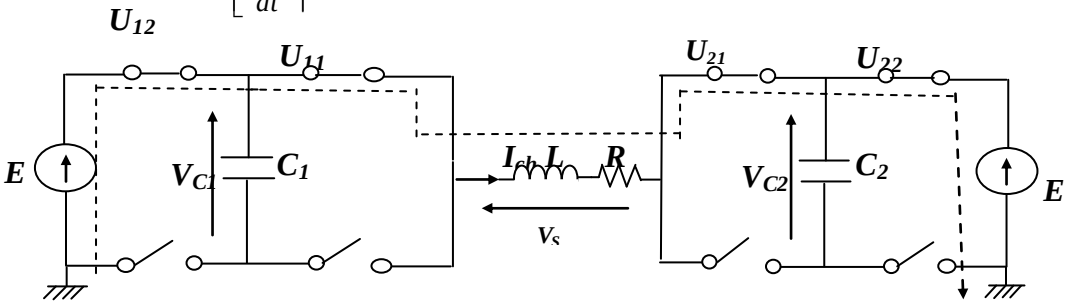


Figure III.17: Convertisseur en mode q_{16}

III.3.Convertisseur à quatre quadrants trois cellules

La première idée qui nous est venue était de mettre deux convertisseurs multicellulaires placés en série, figure IV.2. Cette possibilité est physiquement réalisable, maintenant occupons nous de la commande des interrupteurs. Bien entendu, vu la structure interne du convertisseur, les interrupteurs d'une même cellule doivent être commandés en commande complémentaire afin d'éviter tout court-circuit franc de la source de tension. Comme nous l'avons dit précédemment, grâce à ce type de structure de convertisseur, la tension de contrainte aux bornes des interrupteurs de commande est fortement diminuée comparée à celle d'un convertisseur traditionnel.

*III.3.1. Modèle mathématique pour un convertisseur à deux bras qui alimente un moteur a courant conti***nu :**

Cette structure est constituée de deux bras, chaque bras comporte 3 cellules. Ainsi, on a 6 signaux de commande déterminant l'état du convertisseur et la tension de sortie qui a sept niveaux :

$$\left\{-E,-2\frac{E}{3},-\frac{E}{3},0,\frac{E}{3},\frac{2E}{3},E\right\}$$

Le comportement de la structure proposée est décrit par le système d'équations [3].

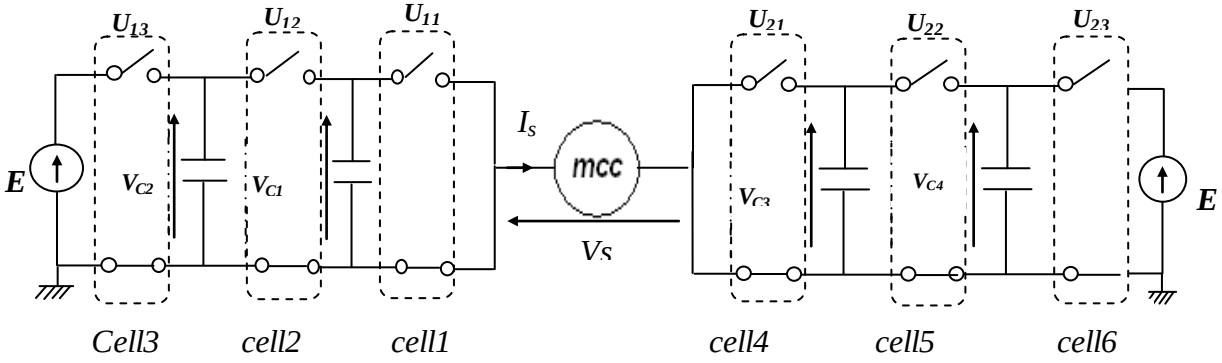


Figure III.18 Structure du convertisseur en quatre quadrants

$$\begin{cases} \dfrac{dv_{c1}}{dt} = \dfrac{1}{c_1}(u_{12}-u_{11}).I \\ \dfrac{dv_{c2}}{dt} = \dfrac{1}{c_2}(u_{13}-u_{12}).I \\ \dfrac{dv_{c3}}{dt} = \dfrac{1}{c_3}(u_{22}-u_{21}).I \\ \dfrac{dv_{c4}}{dt} = \dfrac{1}{c_4}(u_{23}-u_{22}).I \\ \dfrac{dI}{dt} = -\dfrac{R}{L}.I - \dfrac{K.\Omega}{L} + \dfrac{v_{c1}}{L}(u_{11}-u_{12}) + \dfrac{vc_2}{L}(u_{12}-u_{13}) + \dfrac{vc_3}{L}(u_{22}-u_{21}) + \dfrac{vc_4}{L}(u_{23}-u_{22}) + \dfrac{E}{L}(u_{13}-u_{23}) \end{cases}$$

A partir des équations, le comportement de convertisseur est décrit par le système d'équation suivant :

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_{c1}}{dt} \\ \frac{dv_{c2}}{dt} \\ \frac{dv_{c3}}{dt} \\ \frac{dv_{c4}}{dt} \\ \frac{dI}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1}(u_{12}-u_{11}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2}(u_{13}-u_{12}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3}(u_{21}-u_{22}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4}(u_{22}-u_{23}) \\ \frac{-1}{L}(u_{12}-u_{11}) & \frac{-1}{L}(u_{13}-u_{12}) & \frac{-1}{L}(u_{22}-u_{21}) & \frac{-1}{L}(u_{23}-u_{22}) & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c11} \\ v_{c12} \\ v_{c22} \\ v_{c23} \\ Is \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L}(u_{13}-u_{23}) - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

la dynamique continue peut être donnée sous la forme :

$$f_q(X) = A(q).X + B(q)$$

Vecteur d'état

$$X = \begin{bmatrix} v_{c1} & v_{c2} & v_{c3} & v_{c4} & I \end{bmatrix}^T$$

les cas possibles pour cette structure:

- La tension de sortie du premier bras est supérieure à la tension de sortie du deuxième bras: le courant est alors positif (le moteur tourne dans sens).
- La tension de sortie du premier bras est inférieure à la tension de sortie du deuxième bras: le courant est alors négatif (le moteur tourne dans le sens inverse).
- La tension de sortie du premier bras égal à la tension de sortie du deuxième bras: le moteur est freiné.

-Mode $q=q_1$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$

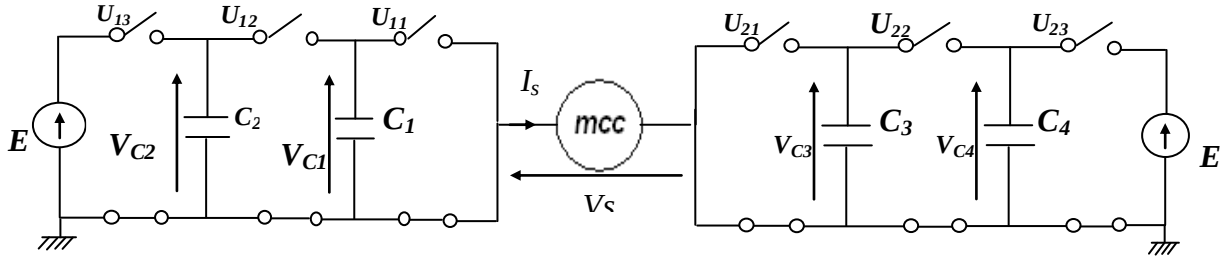
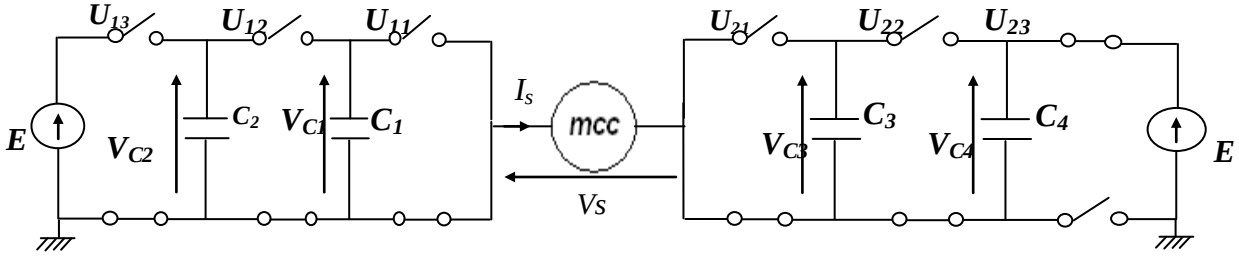


Figure III.19: Convertisseur en mode q_1

$$f_{q1}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

$$V_S=0$$

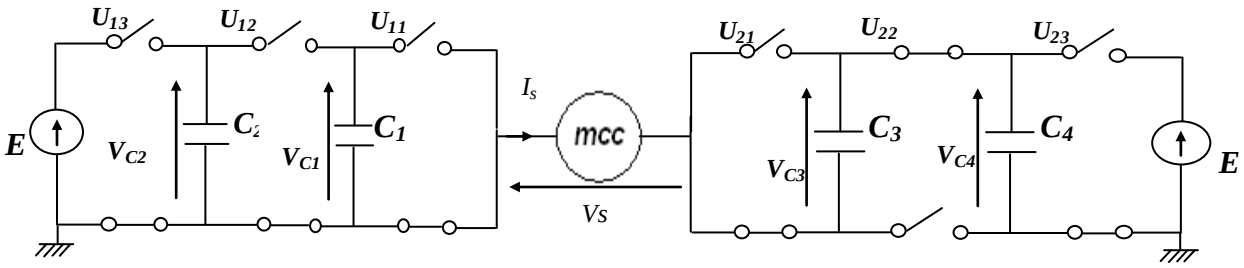
Mode $q=q_2$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c4}-E$$

$$f_{q2}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c4}\\0&0&0&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{c1}\\v_{c2}\\v_{c3}\\v_{c4}\\I\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

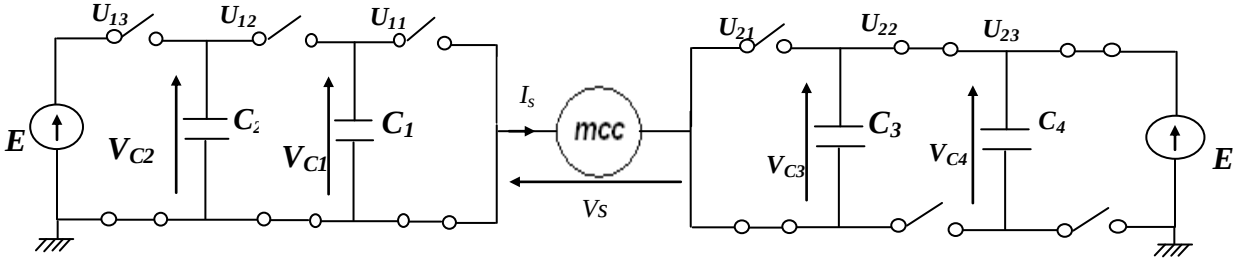
- *Mode $q=q_3$ avec* $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c3} - v_{c4}$$

$$f_{q3}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4}\\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}0.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

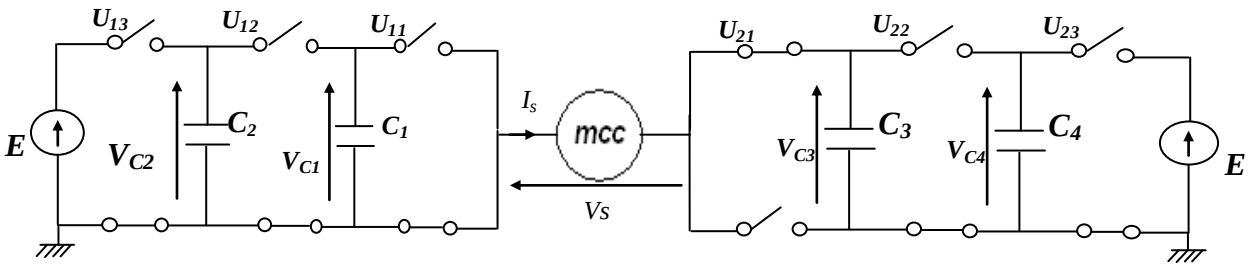
Mode $q=q_4$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c3} - E$$

$$f_{q4}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

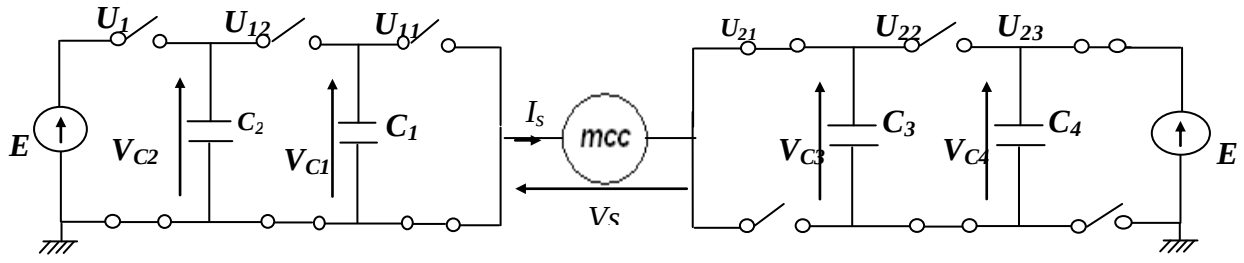
-Mode $q=q_5$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=-v_{c3}$$

$$f_{q5}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_3}\\0&0&0&0&0\\0&0&\frac{1}{L}&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

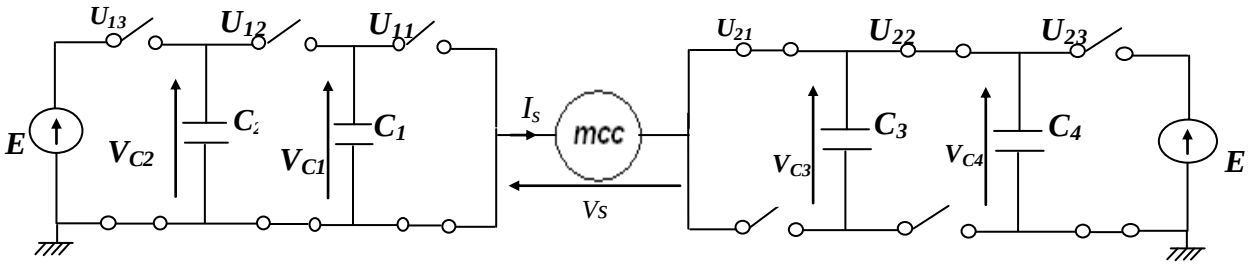
Mode $q=q_6$ avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c4}-v_{c3}-E$$

$$f_{q6}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c3}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c4}\\0&0&\frac{1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

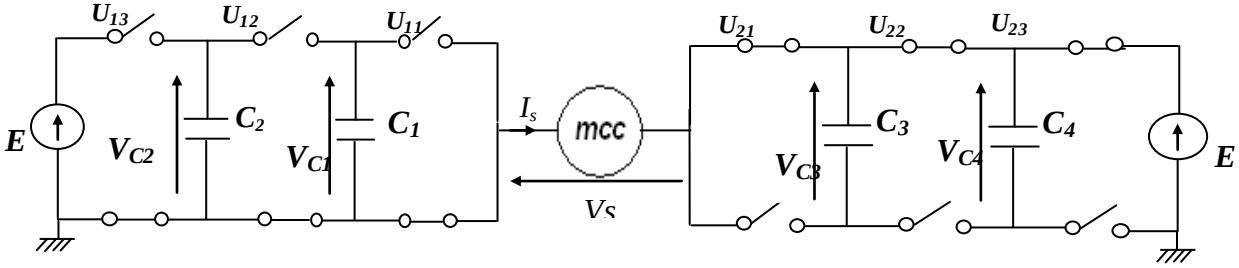
-Mode q=q7 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]^T$



$$V_S = -v_{c4}$$

$$f_{q7}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{C_4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

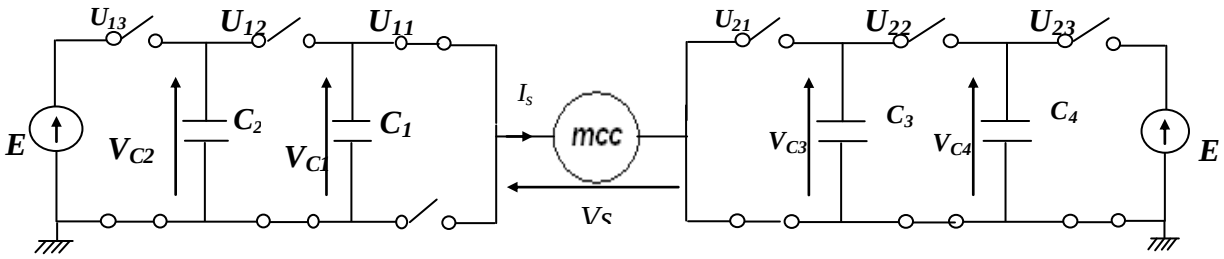
Mode q=q8 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$



$$V_S = -E$$

$$f_{q8}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

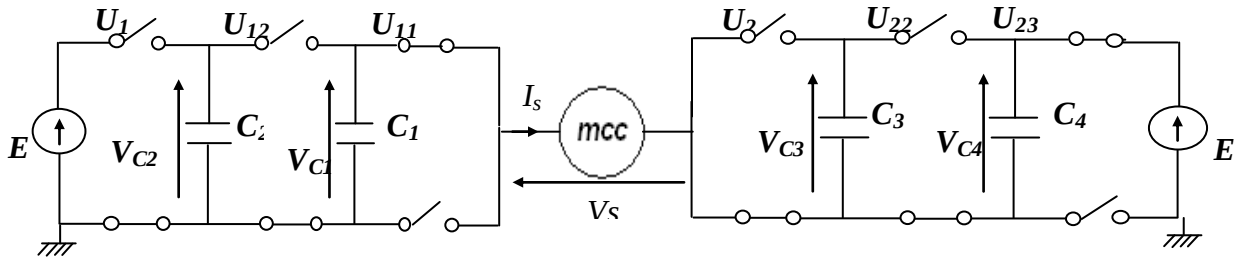
-Mode q=q9 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{C1}$$

$$f_{q9}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

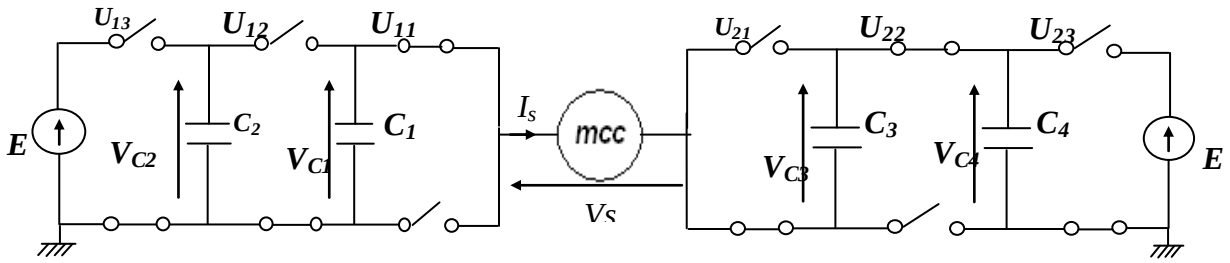
Mode $q_{=}q_{10}$ *avec* $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c1} + v_{C4} - E$$

$$f_{q10}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4}\\ \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

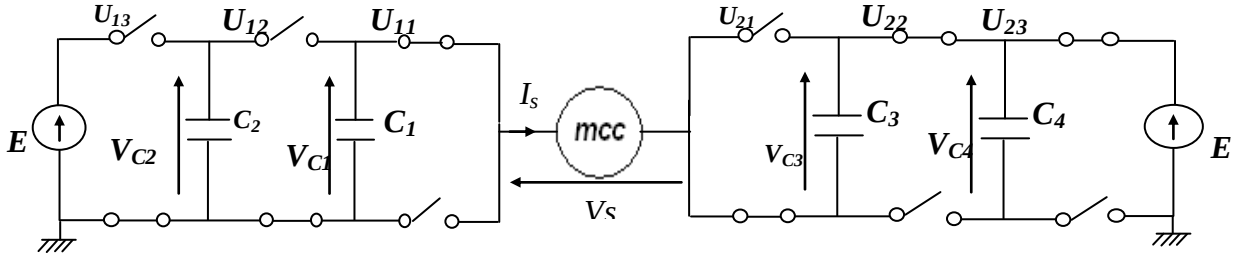
-Mode q=q11 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c3}+v_{c1}-v_{C4}$$

$$f_{q11}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4}\\ \frac{1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

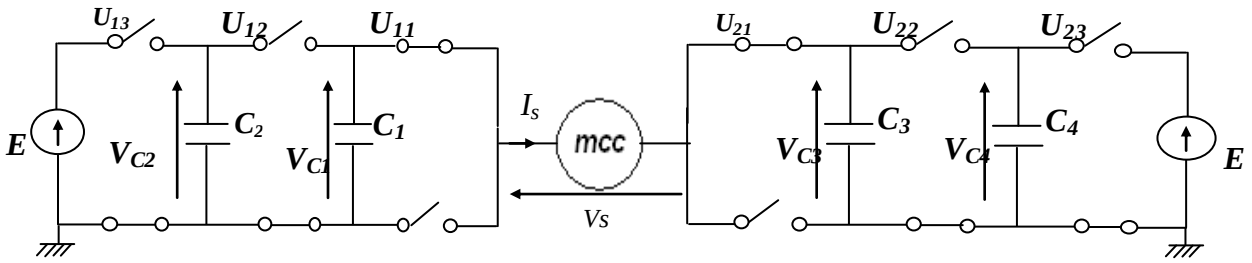
-Mode q=q12 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c3}+v_{c1}-E$$

$$f_{q12}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

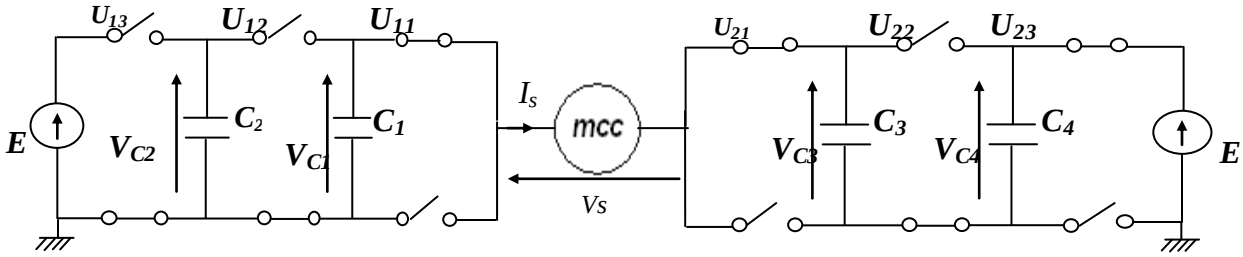
-Mode q=q13 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=+v_{c1}-v_{c3}$$

$$f_{q13}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

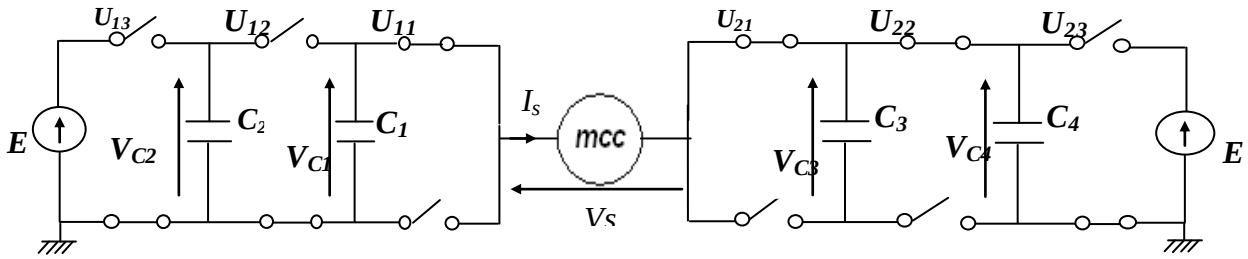
Mode q=q14 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{C4}-E-v_{c3}+v_{c1}$$

$$f_{q14}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4}\\ \frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

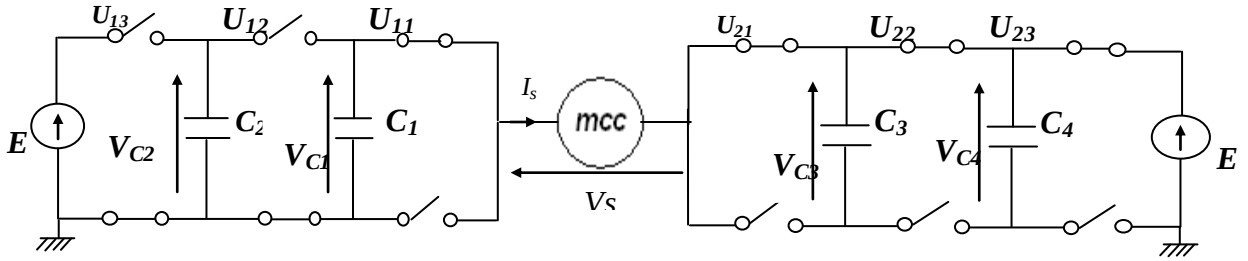
-Mode q=q15 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=-v_{c4}+v_{c1}$$

$$f_{q15}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&\frac{-1}{c1}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c4}\\\frac{1}{L}&0&0&\frac{1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

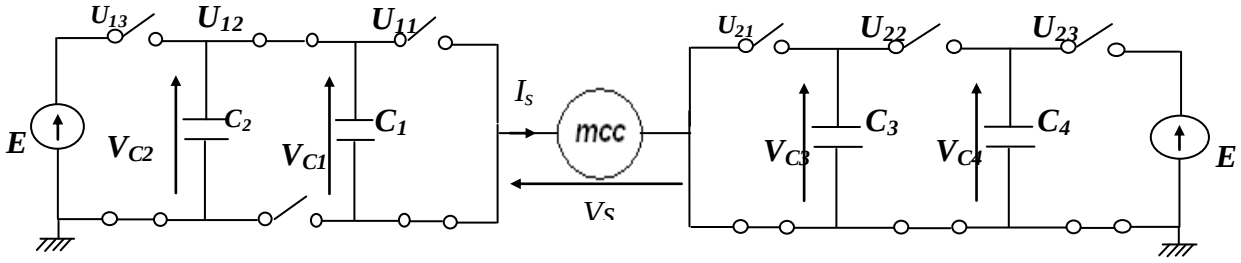
-Mode q=q16 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c1}-E$$

$$f_{q16}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&\frac{1}{c_1}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\\frac{1}{L}&0&0&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

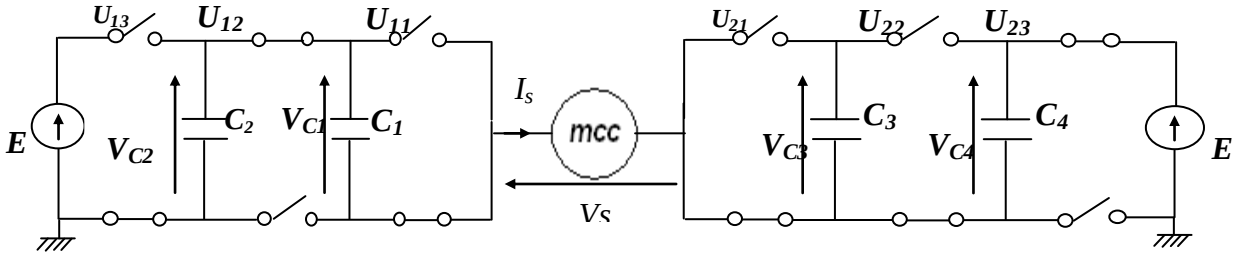
-Mode q=q17 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c2} - v_{c1}$$

$$f_{q17}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

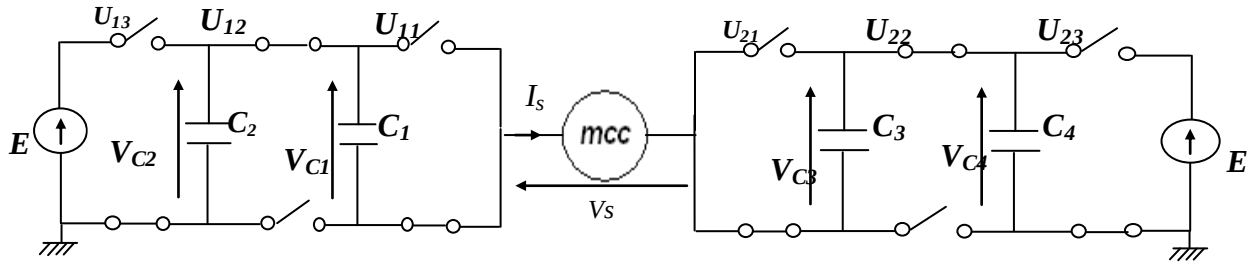
Mode q=q18 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c2} - v_{c1} - E + v_{c4}$$

$$f_{q18}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4}\\ -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

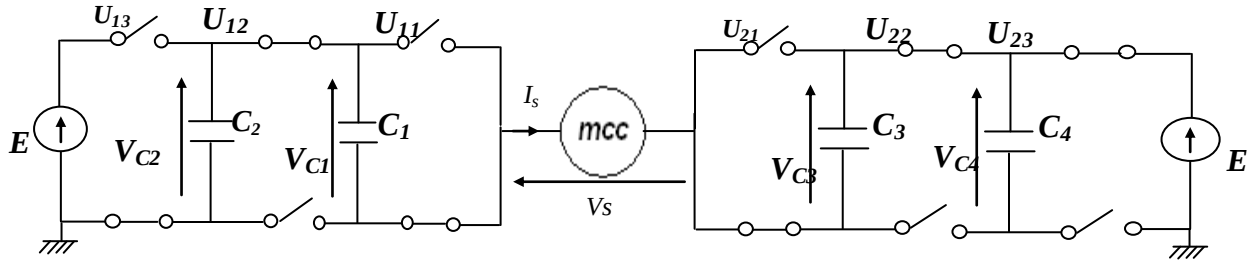
-Mode q=q19 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=-v_{c1}+v_{c3}+v_{c2}-v_{c4}$$

$$f_{q19}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4}\\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

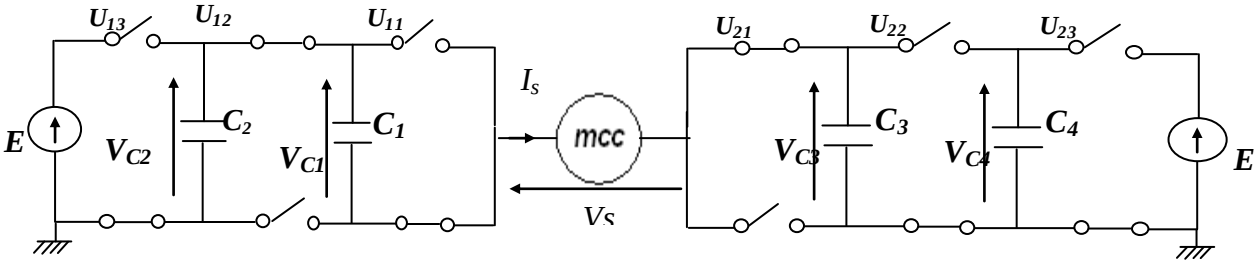
Mode q=q20 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}+v_{c3}-E-v_{c1}$$

$$f_{q20}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

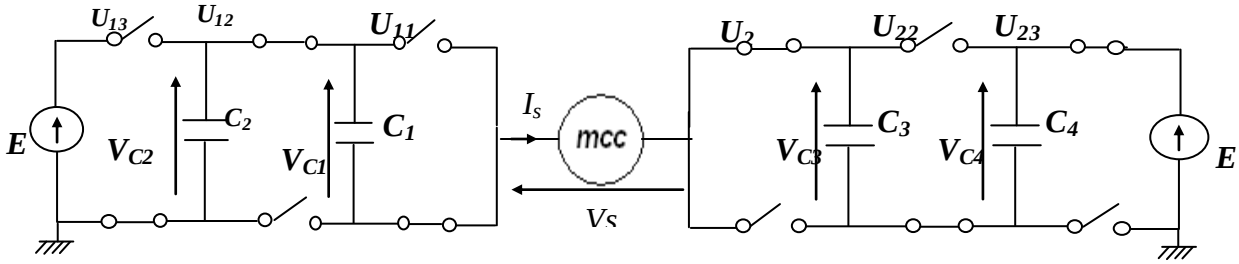
-Mode q=q21 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}-v_{c3}-v_{c1}$$

$$f_{q21}(x)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L}\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

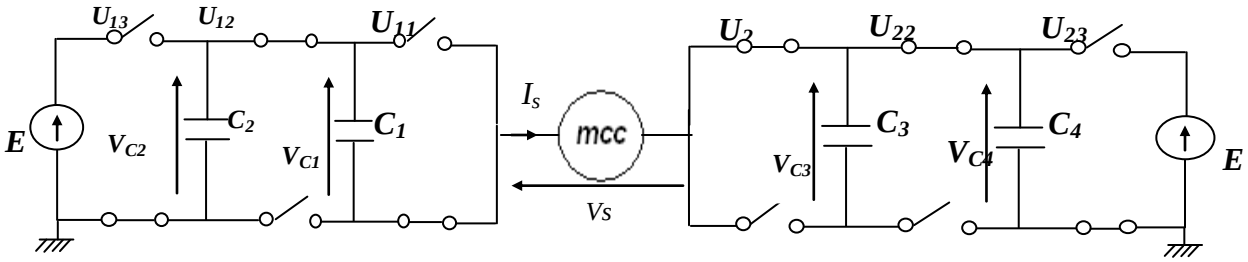
Mode q=q22 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}-v_{c3}-E-v_{c1}-v_{c4}$$

$$f_{q22}(x)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

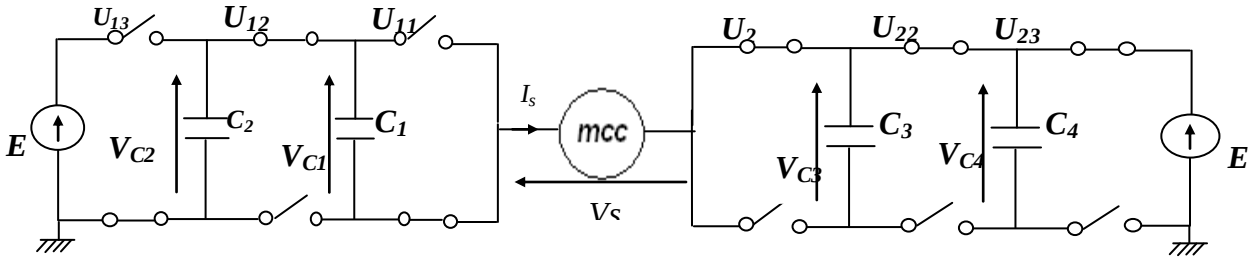
-Mode q=q23 avec $u=\begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}-v_{c4}-v_{c1}$$

$$f_{q23}(x)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

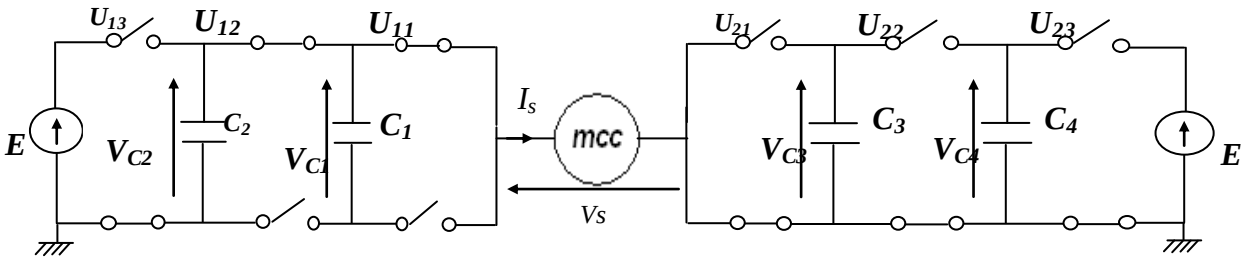
-Mode q=q24 avec $u=\begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}-v_{c1}-E$$

$$f_{q24}(x)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} x+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

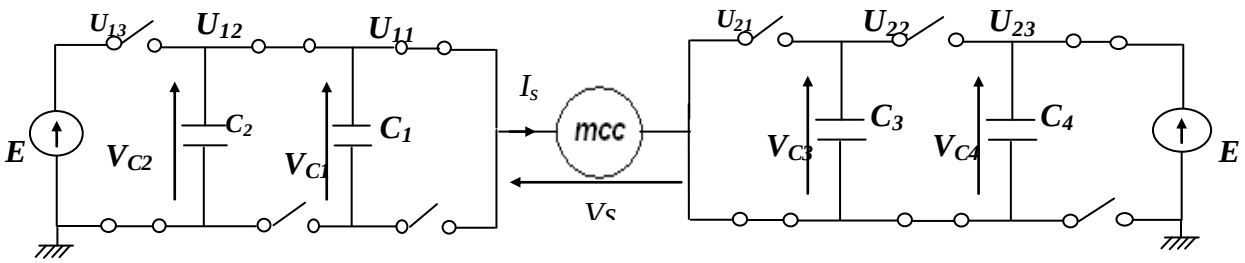
-Mode $q=q_{25}$ avec $u=\begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}$$

$$f_{q25}(x)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

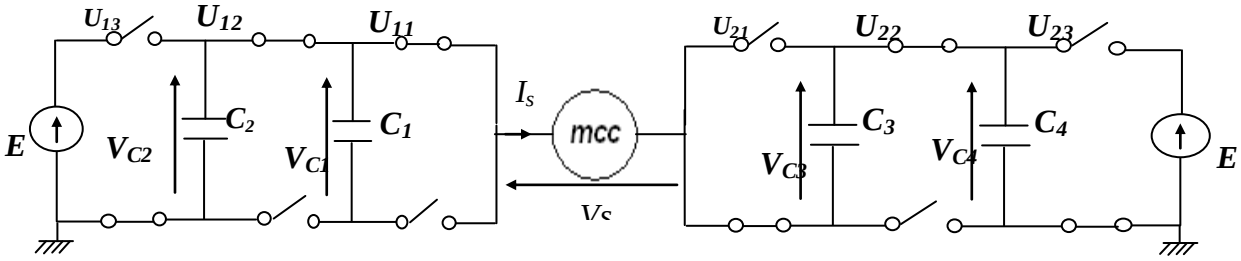
Mode $q=q_{26}$ ave c $u=\begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c4}+v_{c2}-E$$

$$f_{q25}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_4}\\0&\frac{1}{L}&0&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}\\0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

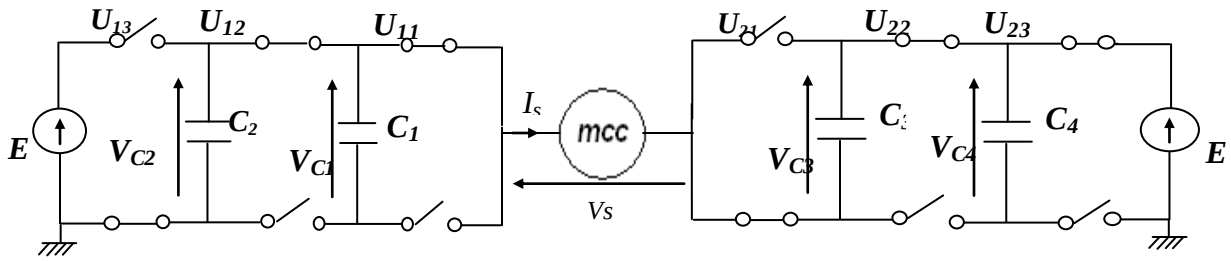
-Mode q=q27 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13}&u_{12}&u_{11}&u_{21}&u_{22}&u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0&1&1&0&1&0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c3}+v_{c2}-v_{c4}$$

$$f_{q27}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_3}\\0&0&0&0&\frac{1}{c_4}\\0&\frac{1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}\\0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

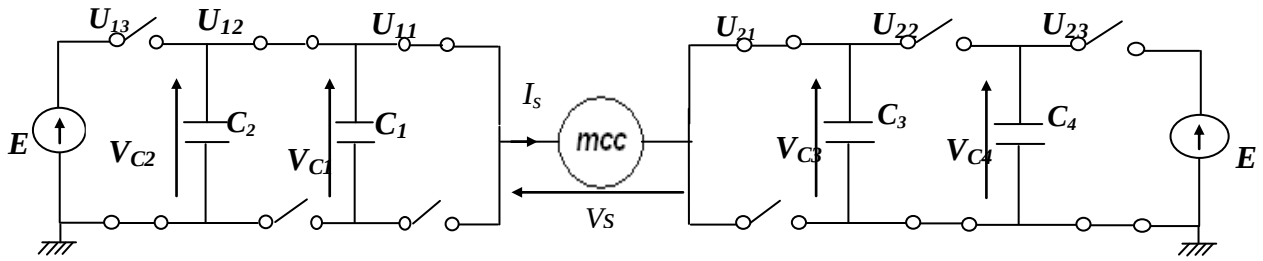
-Mode q=q28 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13}&u_{12}&u_{11}&u_{21}&u_{22}&u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0&1&1&0&1&1\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c3} + v_{c2} - E$$

$$f_{28}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

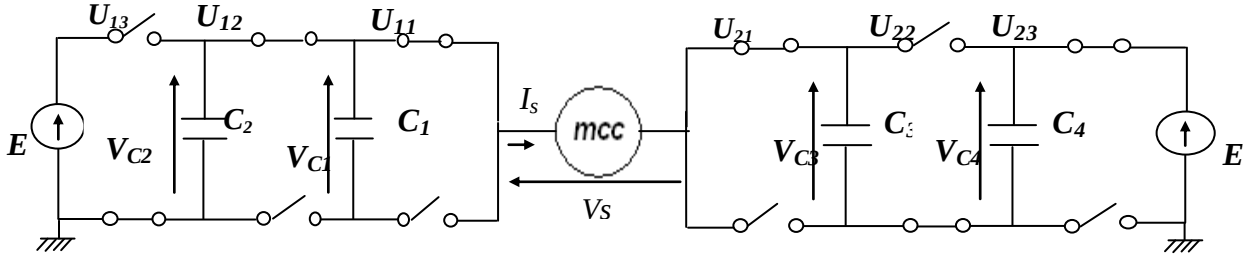
-Mode q=q29 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c2} - v_{c3}$$

$$f_{q29}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

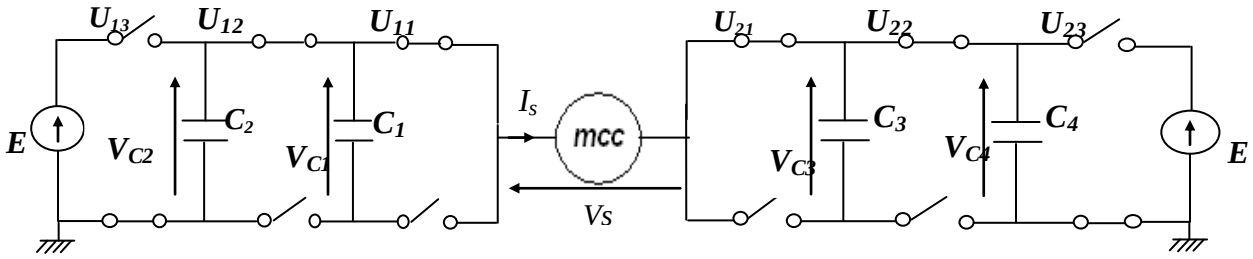
Mode q=q30 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c4} + v_{c2} - v_{c3} - E$$

$$f_{q30}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{1}{c_3}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_4}\\0&\frac{1}{L}&\frac{1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

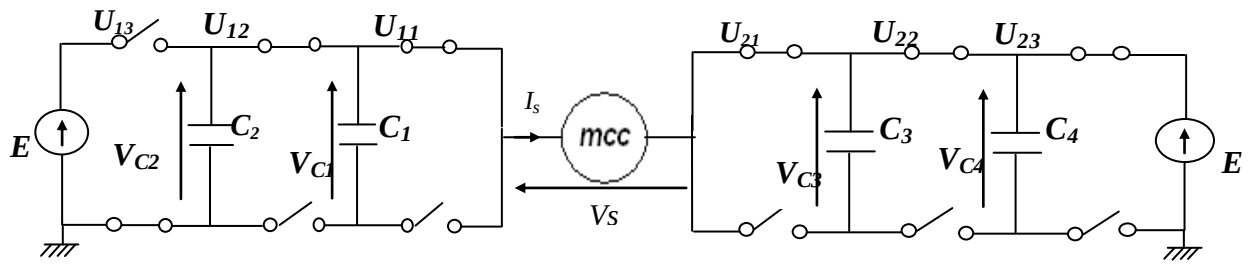
-Mode q=q31 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13}&u_{12}&u_{11}&u_{21}&u_{22}&u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0&1&1&1&1&0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=-v_{c4}+v_{c2}$$

$$fq31(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_4}\\0&\frac{1}{L}&0&\frac{1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

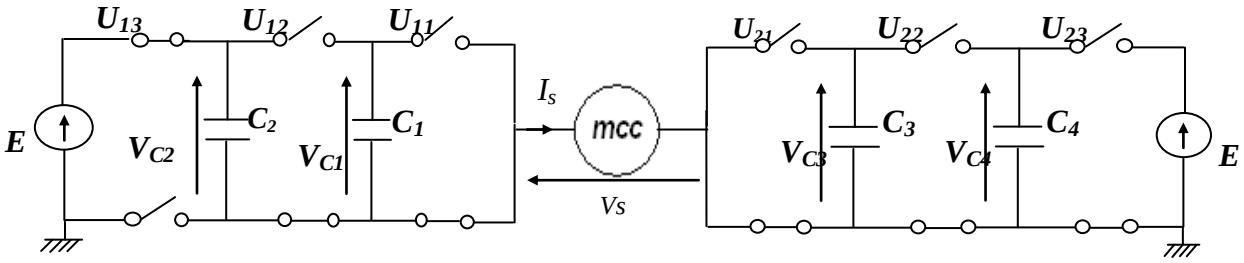
-Mode q=q32 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13}&u_{12}&u_{11}&u_{21}&u_{22}&u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0&1&1&1&1&1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c2}-E$$

$$f_{q32}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&\frac{-1}{L}&0&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

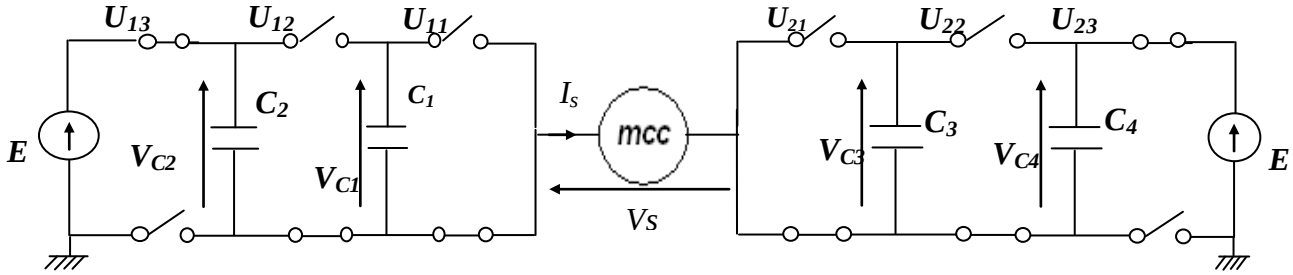
-Mode q=q33 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=E-v_{c2}$$

$$f_{q33}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&\frac{-1}{L}&0&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

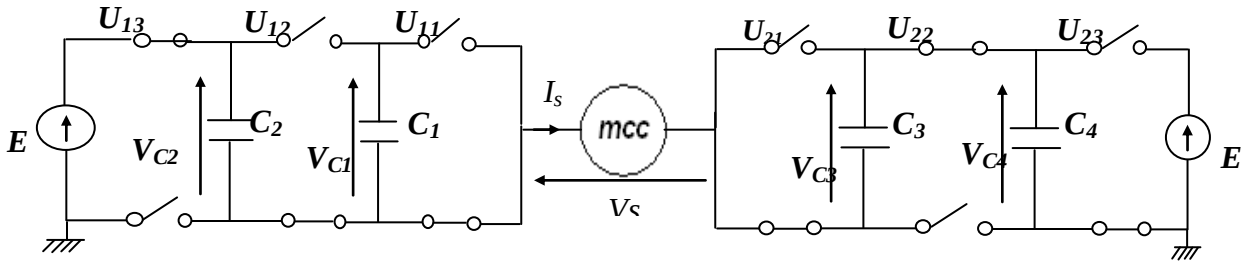
Mode q=q34 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c4}-v_{c2}$$

$$f_{q34}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_4}\\0&\frac{-1}{L}&0&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}\\0\\0\\0\\0\\\frac{-E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

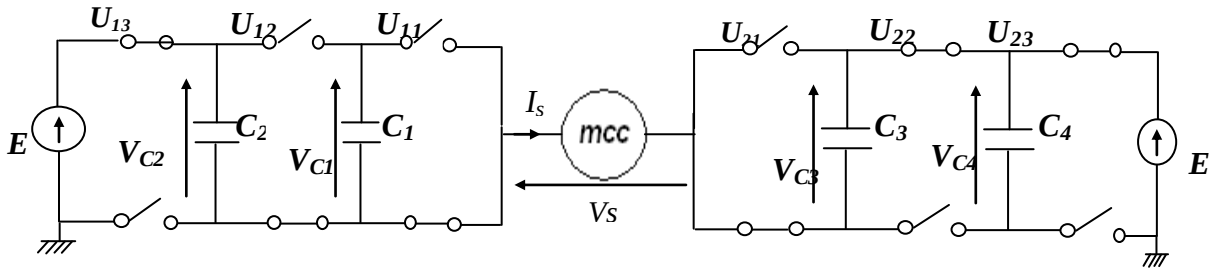
-Mode q=q35 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c3}-v_{c4}-v_{c2}+E$$

$$f_{q35}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_3}\\0&0&0&0&\frac{1}{c_4}\\0&\frac{-1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}\\0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

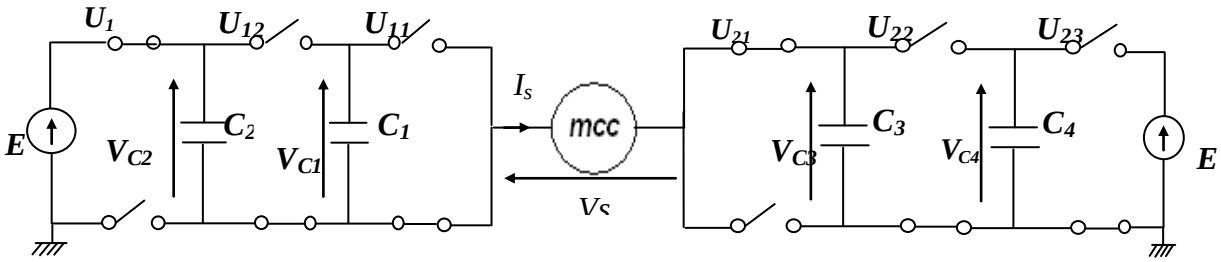
Mode q=q36 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c3}-v_{c2}$$

$$f_{q36}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{1}{c_3}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_4}\\0&\frac{-1}{L}&\frac{1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

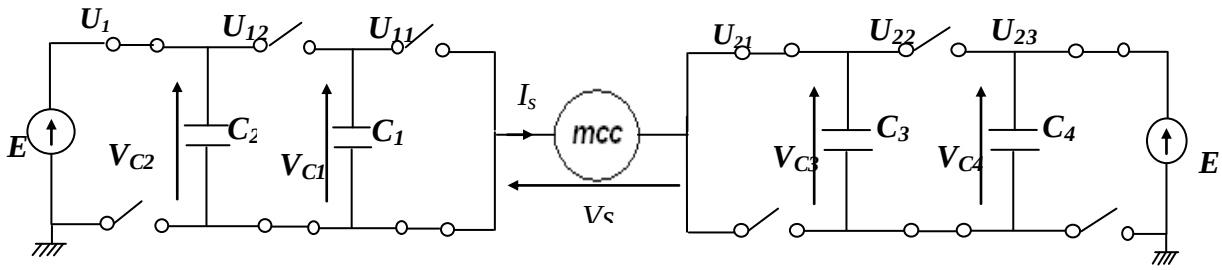
-Mode q=q37 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=E-v_{c3}-v_{c2}$$

$$f_{q37}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{1}{c_3}\\0&0&0&0&0\\0&\frac{-1}{L}&\frac{1}{L}&0&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

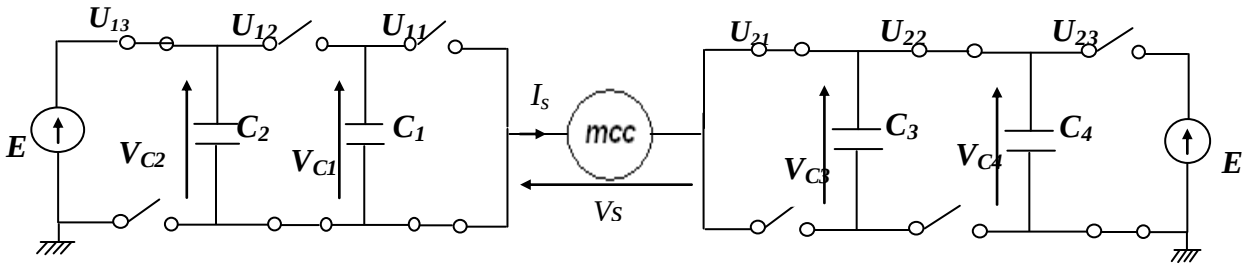
Mode q=q38 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S=v_{c4}-v_{c2}-v_{c3}$$

$$f_{q38}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_3}\\0&0&0&0&\frac{-1}{c_4}\\0&\frac{-1}{L}&\frac{1}{L}&\frac{-1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

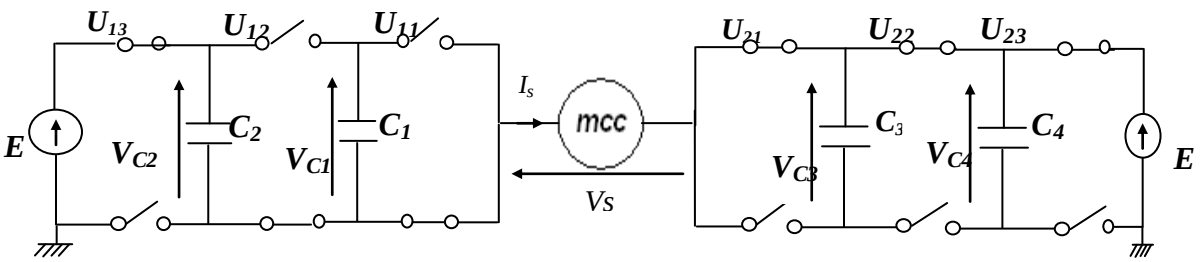
-Mode q=q39 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$



$$V_S=E-v_{c4}-v_{c2}$$

$$f_{q39}(x)=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_2}\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{c_4}\\0&\frac{-1}{L}&0&\frac{1}{L}&\frac{-R}{L}\end{bmatrix}.x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\\frac{E}{L}-\frac{K.\Omega}{L}\end{bmatrix}$$

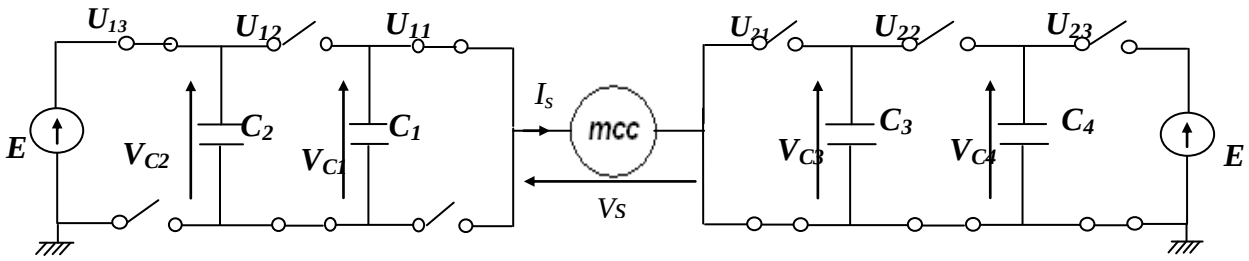
Mode q=q40 avec $u=\begin{bmatrix}u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23}\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c2}$$

$$f_{q40}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

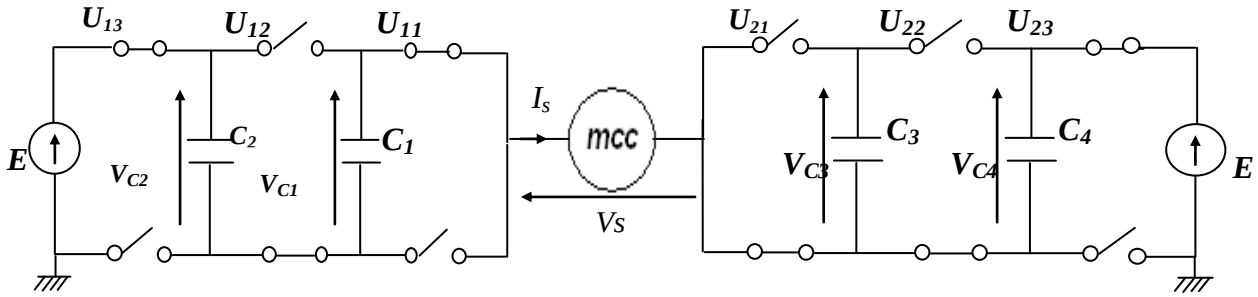
-Mode q=q41 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c2} + v_{c1}$$

$$f_{q41}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

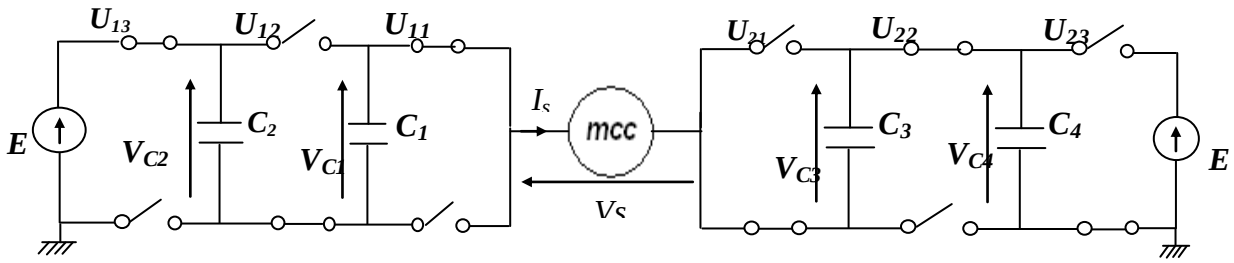
- Mode q=q42 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c4} - v_{c2} + v_{c1}$$

$$f_{q42}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

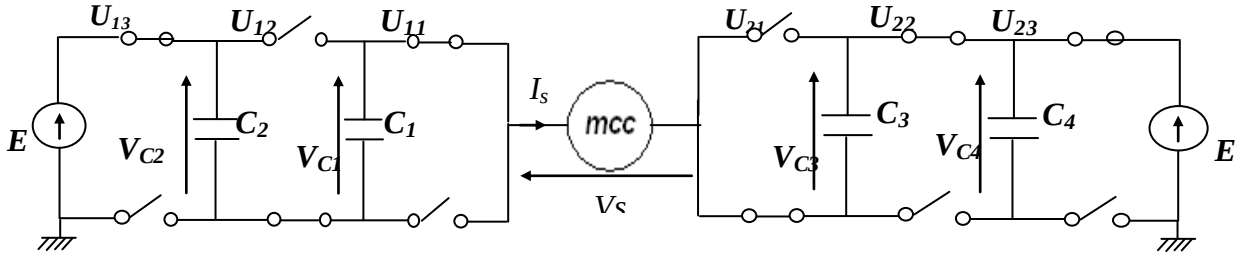
-Mode q=q43 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c4} + v_{c3} - v_{c2} + v_{c1}$$

$$f_{q43}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{c1} \\ v_{c2} \\ v_{c3} \\ v_{c4} \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

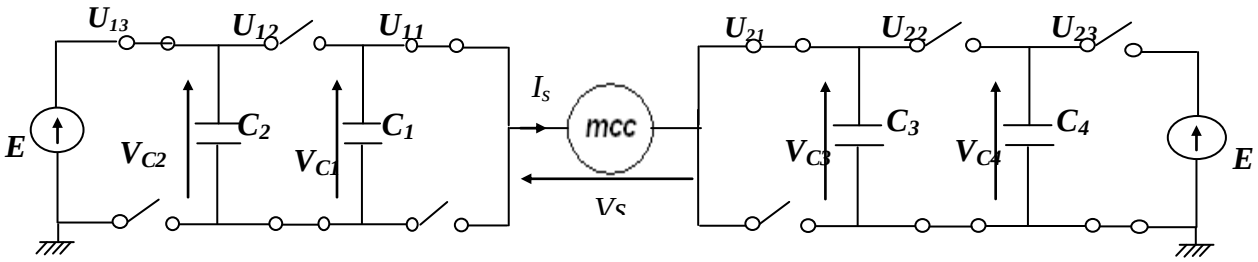
Mode q=q44 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c1} + v_{c3} - v_{c2}$$

$$f_{q44}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

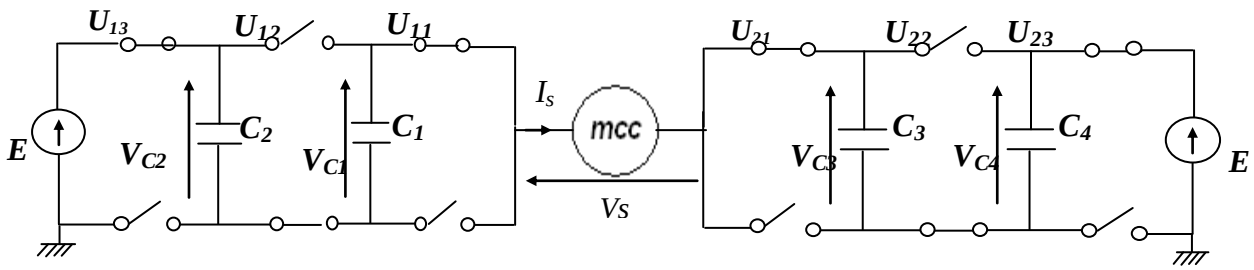
- *Mode* $q=q_{45}$ *avec* $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T$



$$V_S = E + v_{c1} - v_{c3} - v_{c2}$$

$$f_{q45}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

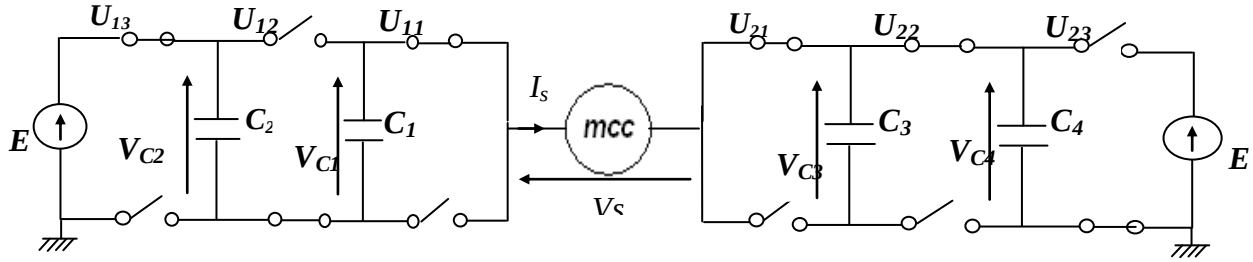
Mode $q=q_{46}$ *avec* $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1]^T$



$$V_S = v_{c4} - v_{c3} - v_{c2} + v_{c1}$$

$$f_{q46}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

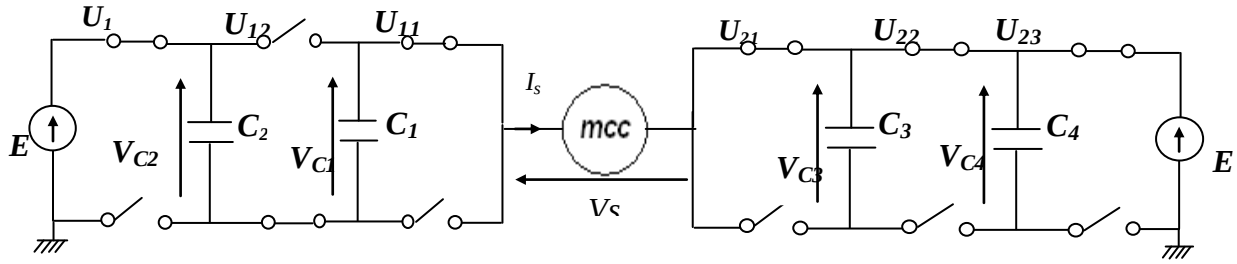
-Mode $q=q_{47}$ avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c4} - v_{c2} + v_{c1}$$

$$f_{q47}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

Mode $q=q_{48}$ avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$

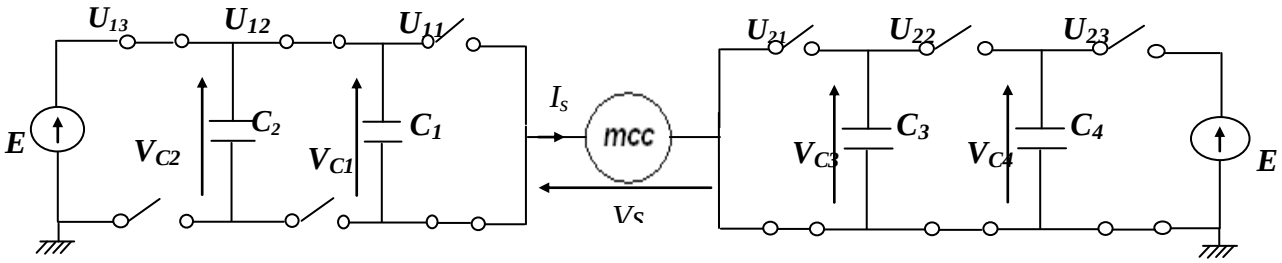


$$V_S = -v_{c2} + v_{c1}$$

-

$$f_{q48}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

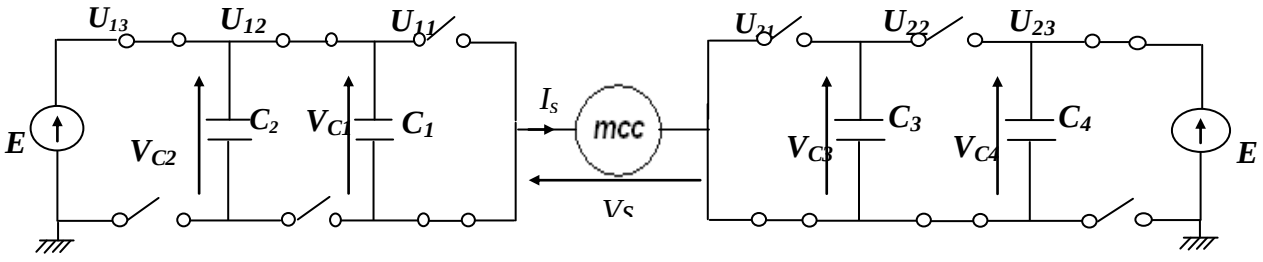
-Mode q=q49 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c1}$$

$$f_{q49}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

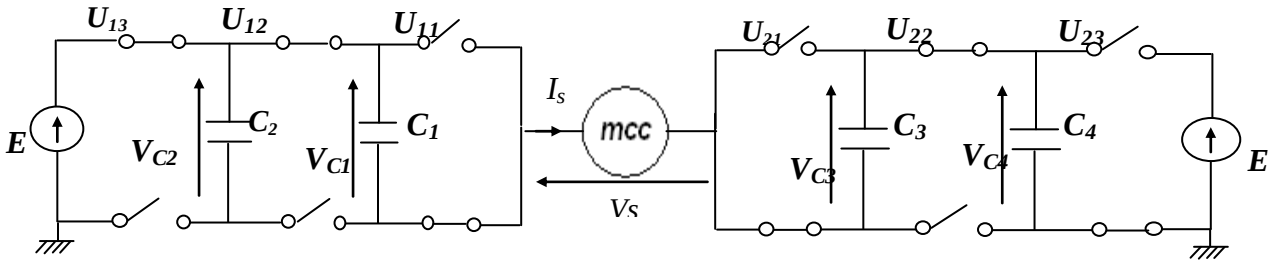
Mode q=q50 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c4} - v_{c1}$$

$$f_{q49}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

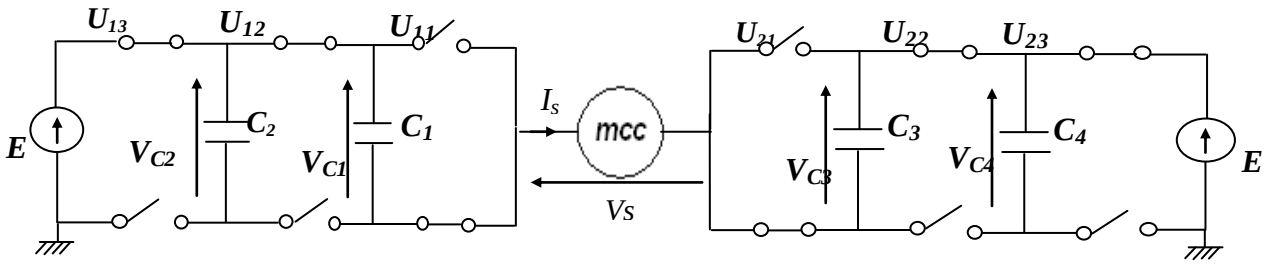
-Mode q=q51 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T$



$$V_S = E - v_{c4} + v_{c3} - v_{c1}$$

$$f_{q49}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

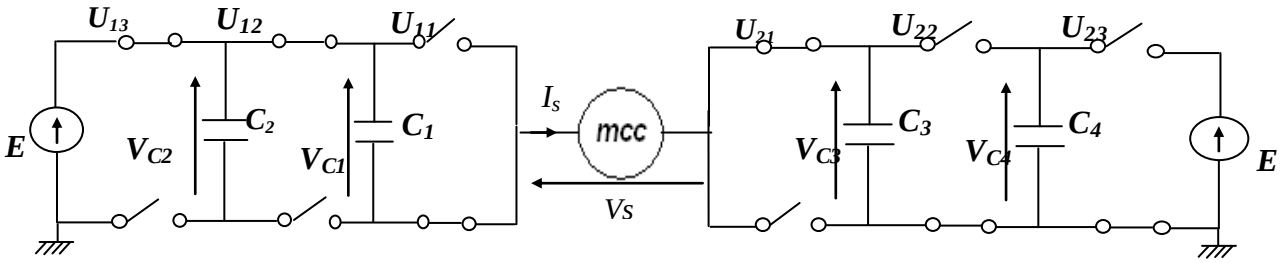
Mode q=q52 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]^T$



$$V_S = v_{c3} - v_{c1}$$

$$f_{q52}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

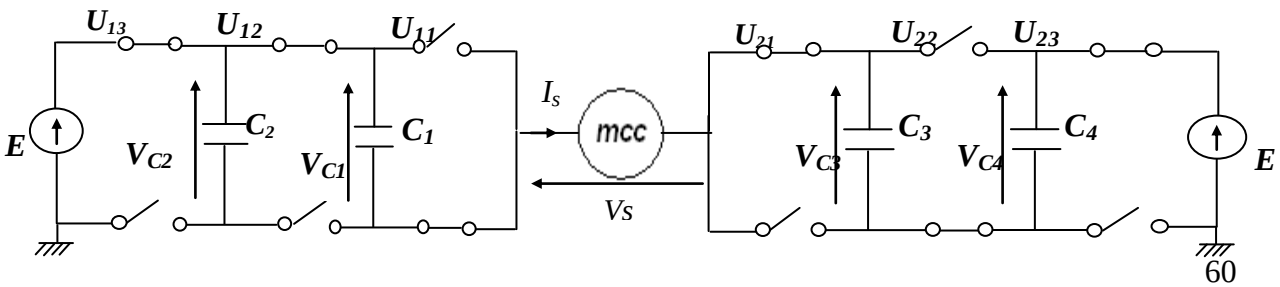
-Mode $q=q_{53}$ *avec* $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c3} - v_{c1}$$

$$f_{q53}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

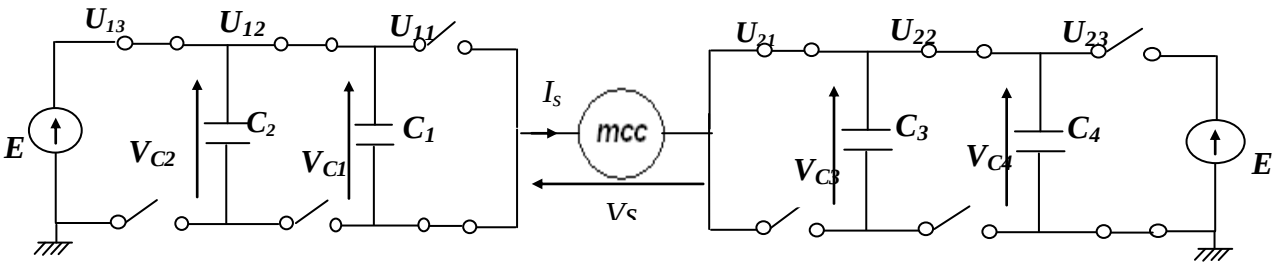
Mode $q=q_{54}$ *avec* $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = -v_{c3} + v_{c4} - v_{c1}$$

$$f_{q54}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

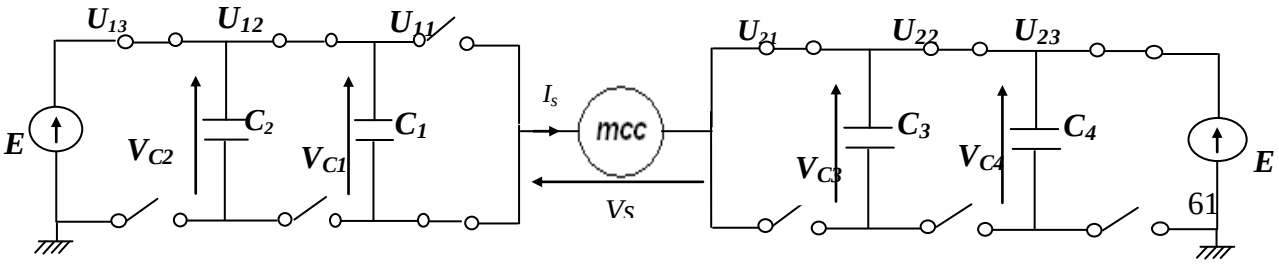
-Mode q=q55 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c4} - v_{c1}$$

$$f_{q55}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

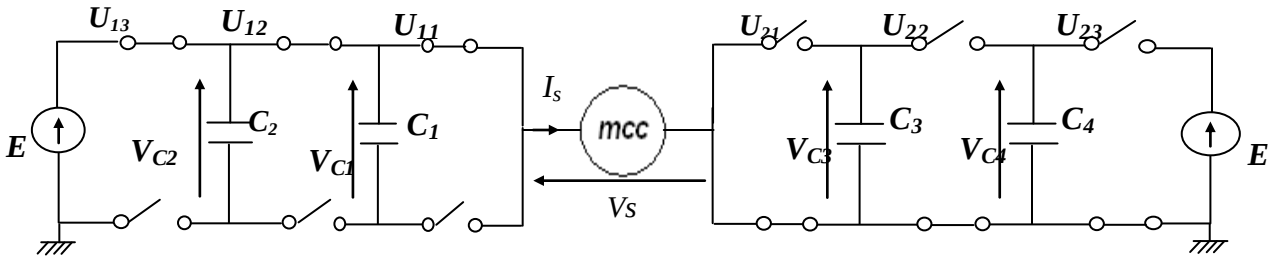
Mode q=q56 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = -v_{c1}$$

$$f_{q55}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

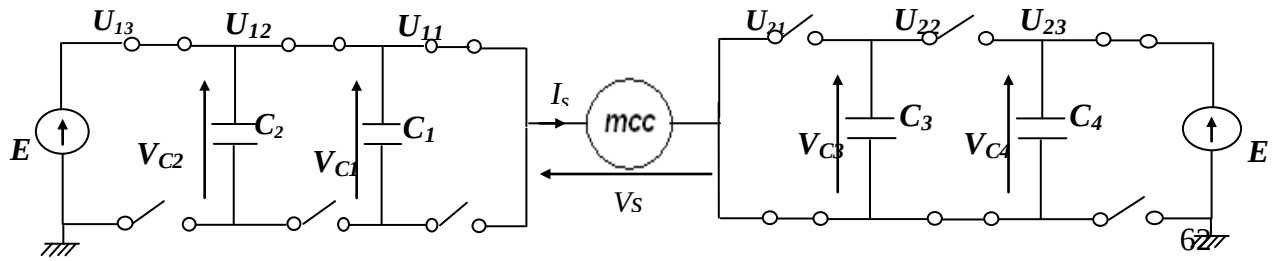
Mode q=q57 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E$$

$$f_{q57}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

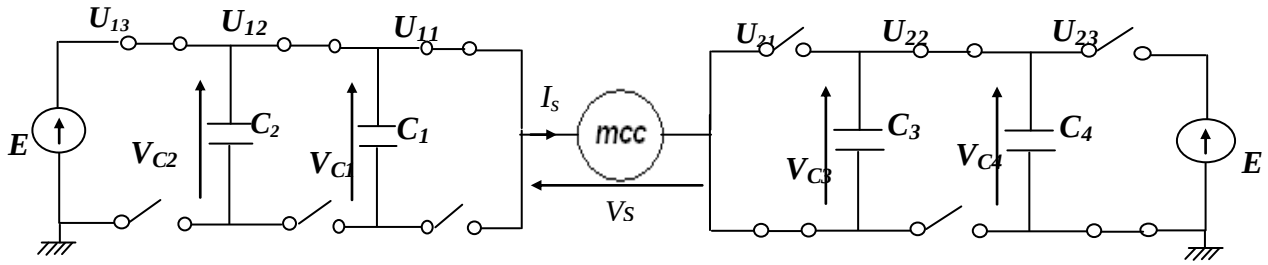
Mode q=q58 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = v_{c4}$$

$$f_{q55}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

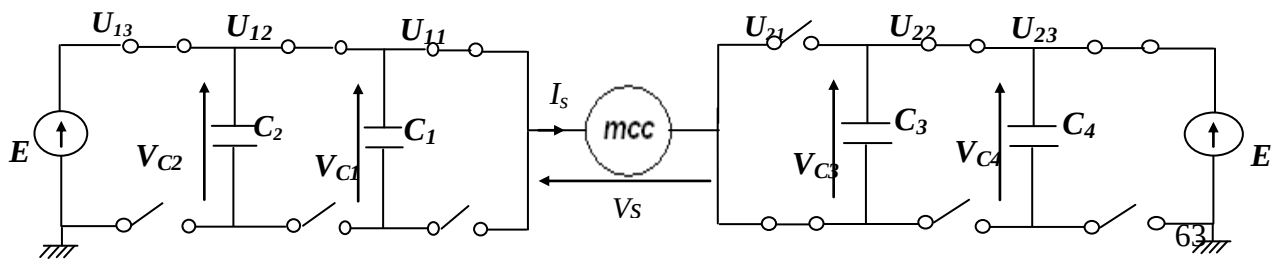
-Mode q=q59 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T$



$$V_S = E - v_{c4} + v_{c3}$$

$$f_{q59}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

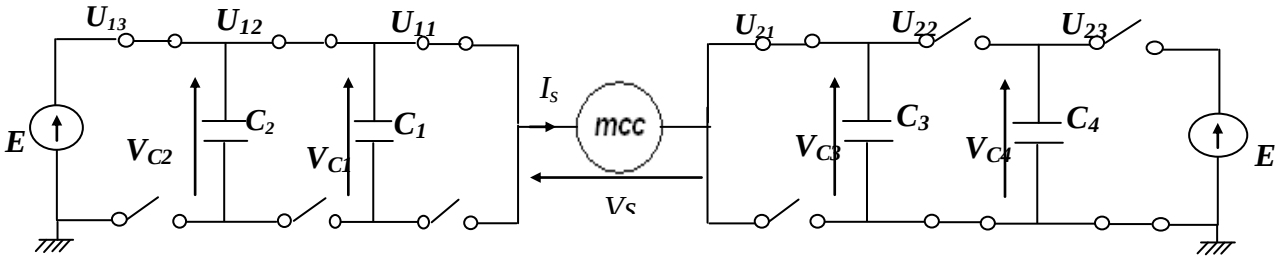
Mode q=q60 avec $u = [u_{13} \quad u_{12} \quad u_{11} \quad u_{21} \quad u_{22} \quad u_{23}]^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]^T$



$$V_S = +v_{c3}$$

$$f_{q60}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

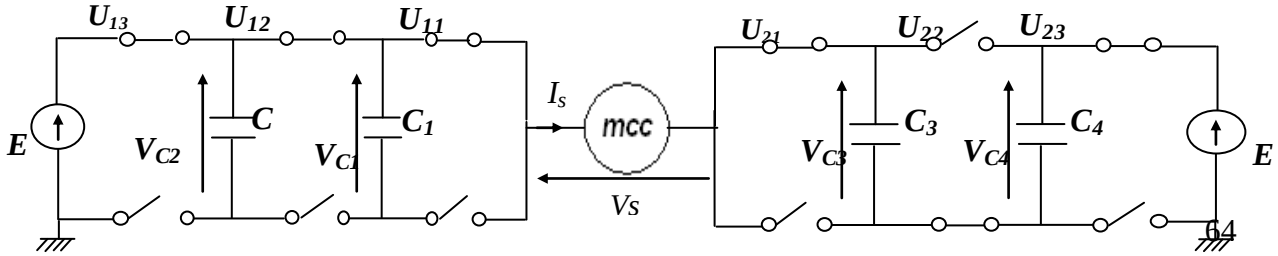
-Mode q=q61 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c3}$$

$$f_{q61}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

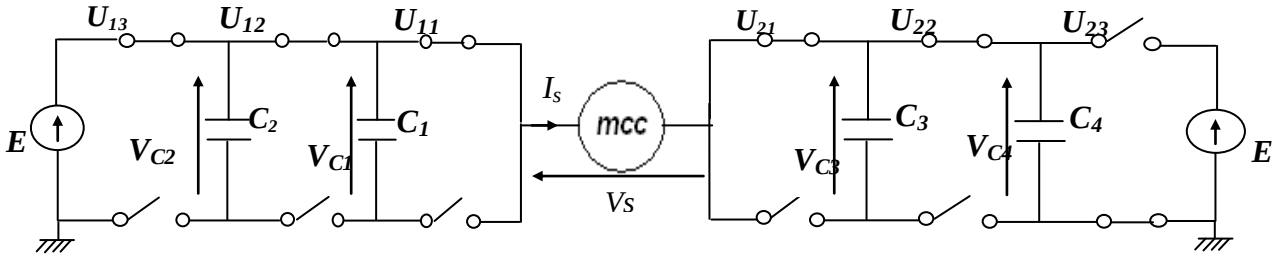
Mode q=q62 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = -v_{c3} + v_{c4}$$

$$f_{q62}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c_4} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

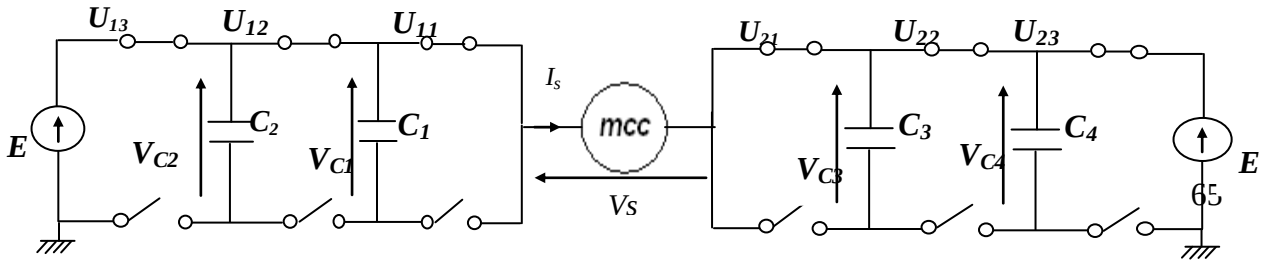
-Mode q=q63 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - v_{c4}$$

$$f_{q63}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{c_4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-E}{L} - \frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

Mode q=q64 avec $u = \begin{bmatrix} u_{13} & u_{12} & u_{11} & u_{21} & u_{22} & u_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$



$$V_S = E - E = 0$$

$$f_{q64}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R}{L} \end{bmatrix} .x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K.\Omega}{L} \end{bmatrix}$$

III.4.Les conditions d'invariance pour chaque mode:

Invariance q_1:

$$X(q_1) = \{\ x \in R^2 : [\ (|v_{c1} - v_{c1ref}|\langle \varepsilon_1) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}|\langle \varepsilon_2) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|\langle \varepsilon_3) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I\langle I_{ref}^{-}) \ ]\ \}$$

Invariance q_2

$$X(q_2) = \{x \in R^5 : v_{c1}\langle v^{-}{}_{c1ref} \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}|\langle \varepsilon_2) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|\langle \varepsilon_3) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max 1}\ )\}$$

Invariance q_3

$$X(q3) = \begin{cases} x \in R^5 : (v_{c1}\rangle v^{+}{}_{c1ref}) \wedge (v_{c2}\langle v_{c2}{}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|\langle \varepsilon_3) \wedge \\ \qquad\qquad (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max 1}\ ) \end{cases}$$

Invariance q_4

$$X(q_4) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}|\langle \varepsilon_2) \wedge (v_{c2}\langle v_{c_{ref}}{}^{-}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|\langle \varepsilon_3) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max 1}\ )\}$$

Invariance q_5

$$X(q_5) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}|\langle \varepsilon_1) \wedge (v_{c2}\rangle v_{c2}{}^{+}{}_{ref}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q6

$$X(q_6) = \{x \in R^5 : (v_{c1}\langle v_{c1}{}^{-}{}_{ref}) \wedge (v_{c2}\rangle v_{c2}{}^{+}{}_{ref}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_7

$$X(q_7) = \{x \in R^5 : (v_{c1}\rangle v_{c1}{}^{+}{}_{ref3}) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invarianceq8

$$X(q_8) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}|\langle \varepsilon_1) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}|\langle \varepsilon_4) \wedge \wedge (I\rangle I^{-}{}_{ref})\}$$

Invariance q_9

$$X(q_9)=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\ \wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{10}

$$X(q_{10})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\ \wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{11}

$$X(q_{11})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{12}

$$X(q_{12})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{13}

$$X(q_{13})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I\rangle I^{-}{}_{ref}\rangle\right)\right\}$$

Invariance q14

$$X(q_{14})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q15

$$X(q_{15})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q16

$$X(q_{16})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q17

$$X(q_{17})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invarianceq18

$$X(q_{18})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref}\right)\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q19

$$X(q_{19})=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q20

$$X(q_{20})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q21

$$X(q_{21})=\left\{x\in R^5 :\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref}\right)\right.$$
$$\left.\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{22}

$$X(q_1)=\left\{x\in R^5 :\left(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q23

$$X(q_{23})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\rangle v_{c1}{}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{24}

$$X(q_{24})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(v_{c3}\rangle v_{c3}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{25}

$$X(q_{25})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{26}

$$X(q_{26})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{27}

$$X(q_{27})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\rangle v_{c1}{}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{28}

$$X(q_{28})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\left(v_{c2}\langle v_{c2}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c3}\langle v_{c3}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c4}-v_{c4ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{29}

$$X(q_{29})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\left(v_{c2}\langle v_{c2}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{30}

$$X(q_{30})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\langle v_{c1}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c2}\rangle v_{c2}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{31}

$$X(q_{31})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\rangle v_{c1}{}^{+}{}_{ref3}\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{32}

$$X(q_{32})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{33}

$$X(q_{33})=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\wedge\right\}$$

Invariance q_{34}

$$X(q_{34})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\langle v_{c1}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c2}-v_{c2ref}\right|\langle\varepsilon_4\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{35}

$$X(q_{35})=\left\{x\in R^5:\left(v_{c1}\langle v_{c1}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(v_{c2}\rangle v_{c2}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\langle v_{c4}{}^{-}{}_{ref}\right)\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{36}

$$X(q_1)=\left\{x\in R^5:\left(\left|v_{c1}-v_{c1ref}\right|\langle\varepsilon_1\right)\wedge\left(v_{c2}\langle v_{c2}{}^{-}{}_{ref}\right)\wedge\left(\left|v_{c3}-v_{c3ref}\right|\right)\wedge\left(v_{c4}\rangle v_{c4}{}^{+}{}_{ref}\right)\wedge\left(I_{\min}\langle I\langle I_{\max}\right)\right\}$$

Invariance q_{37}

$$X(q_{37}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (v_{c2} \langle v_{c2}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{38}

$$X(q_{38}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \langle v_{c1}^{-}{}_{ref}) \wedge (v_{c2} \rangle v_{c2}^{+}{}_{ref}) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (v_{c4} \rangle v_{c4}^{+}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{39}

$$X(q_{39}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \langle v_{c1}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{40}

$$X(q_{40}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (|v_{c3} - v_{c3ref}|) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{41}

$$X(q_{41}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{42}

$$X(q_1) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{43}

$$X(q_{43}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \langle v_{c1}^{-}{}_{ref}) \wedge (v_{c2} \rangle v_{c2}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{44}

$$X(q_{44}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (v_{c2} \rangle v_{c2}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{45}

$$X(q_{45}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (v_{c2} \langle v_{c2}^{-}{}_{ref}) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{46*}

$$X(q_{46}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}) \wedge (v_{c2} \langle v_{c2}^{-}{}_{ref}) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{47}

$$X(q_{47}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \langle v_{c1}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{48}

$$X(q_{48}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \rangle v_{c3}^{+}{}_{ref}) \wedge (v_{c4} \langle v_{c4}^{-}{}_{ref}) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{49}

$$X(q_{49}) = \{x \in R^5 : (|v_{c1} - v_{c1ref}| \langle \varepsilon_1) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \langle v_{c3}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max}) \wedge\}$$

Invariance q_{50}

$$X(q_{50}) = \{x \in R^5 : (v_{c1} \rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3}) \wedge (|v_{c2} - v_{c2ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (v_{c3} \langle v_{c3}^{-}{}_{ref}) \wedge (|v_{c4} - v_{c4ref}| \langle \varepsilon_4) \wedge (I_{\min} \langle I \langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{51}

$$X(q_1)=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\wedge\}$$

Invariance q_{52}

$$X(q_{52})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{53}

$$X(q_{53})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref})\wedge(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{54}

$$X(q_{54})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{55}

$$X(q_{55})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c2}-v_{c2ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{56}

$$X(q_{56})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(|v_{c2}-v_{c2ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(v_{c3}\langle v_{c3}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{57}

$$X(q_{57})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(|v_{c2}-v_{c2ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{58}

$$X(q_{58})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(v_{c3}\rangle v_{c3}^{+}{}_{ref})\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{59}

$$X(q_{59})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{60}

$$X(q_{60})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(v_{c2}\rangle v_{c2}^{+}{}_{ref})\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{61}

$$X(q_{61})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{62}

$$X(q_{62})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\rangle v_{c1}^{+}{}_{ref3})\wedge(v_{c2}\langle v_{c2}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{63}

$$X(q_{63})=\{x\in R^5 :(v_{c1}\langle v_{c1}^{-}{}_{ref})\wedge(|v_{c2}-v_{c2ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

Invariance q_{64}

$$X(q_{64})=\{x\in R^5 :(|v_{c1}-v_{c1ref}|\langle\varepsilon_1)\wedge(|v_{c2}-v_{c2ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(|v_{c3}-v_{c3ref}|)\wedge(|v_{c4}-v_{c4ref}|\langle\varepsilon_4)\wedge(I_{\min}\langle I\langle I_{\max})\}$$

III.5. résultats de Simulation d'un hacheur quartes quadrant alimentant une charge MCC .

Nous validons le modèle proposé et la commande en boucle ouverte. La simulation a été effectuée avec les paramètres du hacheur suivants :

E = 1500 V ; C_1 = C_2= C_3= C_4 = 400 µF

Paramètre du MCC :

$R = 1\Omega;$ $L = 10..m.H$ $.J = 0.1$ $N.ms^2$ $K = 1.27$ $V.s$

La figures II.14 montre l'évolution des tensions flottantes, de cellules . Nous pouvons constater l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs.

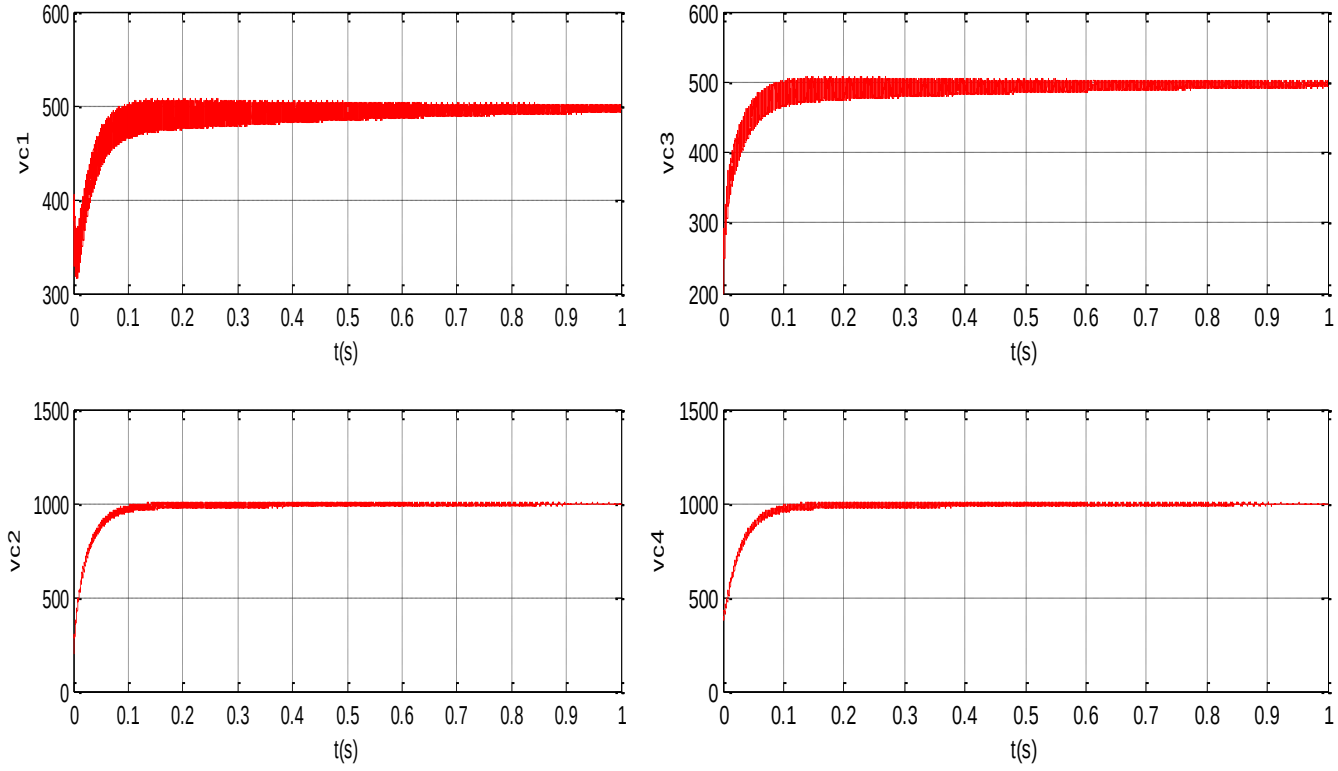


Figure II.14 : Evolution des tensions flottantes d'un hacheur à quatre quadrants

II.6. Conclusion

Dans cette partie, nous avons modélisé par l'approche hybride un convertisseur multicellulaire quatre quadrants deux cellules . Nous avons constaté que la structure de ce type de convertisseur se prête naturellement au modèle hybride, à cause de la présence

naturelle des variables discrètes et continues. Ce type de commande exige la connaissance à tout moment des mesures de la tension flottante aussi bien que le courant de charge. Il serait intéressant de développer un ordre seulement basé sur la mesure du courant dans la charge. Les résultats de simulation a montres que la commande en boucle ouverte permet d'avoir un équilibrage naturel des tensions flottantes autour de leurs valeurs souhaitées ***k.E/p.*** Cependant, pour des applications ayant des dynamiques élevées, il est nécessaire de commander ces tensions en boucle fermée en utilisant un retour d'état des tensions flottantes. Ceci nécessite la mesure directe de toutes les tensions internes, ce qui implique un coût significatif (mesures différentielles, etc.). Le besoin de développer une méthode d'observation à la fois performante et robuste est donc tout à fait justifié.

IV.1. Introduction

Pour des raisons de coût ou des raisons technologiques, il est parfois trop contraignant de mesurer certaines grandeurs du système. Cependant ces grandeurs peuvent représenter une information capitale pour la commande ou la surveillance. Il est alors nécessaire de reconstruire l'évolution de ces variables qui ne sont pas issues directement des capteurs. Il faut donc réaliser un capteur indirect. Pour cela, on utilise les observateurs. Un observateur, ou estimateur d'état, ou encore capteur logiciel est un algorithme basé sur la connaissance des modèles décrivant le comportement du système et utilisant des mesures acquises sur le procédé afin de reconstruire les mesures manquantes [15]. Dans ce chapitre, nous proposons deux observateurs basés sur le modèle du convertisseur développé dans le chapitre précèdent. Des résultats de simulation sont fournis pour montrer et comparer les performances des approches utilisées.

IV.2. Intérêt d'observer les tensions flottantes

La mise en œuvre de lois de commande pour les convertisseurs multicellulaires nécessite la connaissance de toutes les variables d'état du système. Pour un onduleur multicellulaire monophasé de dimension **p**, il faut envisager **p-1** capteurs de tensions flottantes et un capteur de courant, et Le problème se complique lorsque le convertisseur est un onduleur triphasé. Dans ce cas, le nombre de capteurs de tension flottante est de **3(p-1)**.Ces capteurs de tension et leurs chaines de traitement sont compliqués à mettre en œuvre sur les systèmes haute tension. En effet, on doit d'abord mesurer la différence de potentiel aux bornes des condensateurs flottants à l'aide d'une sonde de tension différentielle. Un étage d'isolation est ensuite utilisé afin d'isoler la partie puissance de la commande. La sortie de cet étage est ensuite mise en forme et numérisée par un convertisseur analogique/numérique pour être utilisée dans une commande numérique. Toute cette chaine de mesure pose évidemment des problèmes de cout, mais aussi d'encombrement et de fiabilité. Il est donc légitime de penser à réduire au minimum le nombre de capteurs en utilisant un observateur d'état. Actuellement avec la venue des convertisseurs multicellulaires, on a vu que le nombre de variables à connaître était plus important et proportionnel au nombre de cellules de commutations. Un observateur de tensions flottantes est, dans ce cas, totalement justifiable, puisqu'il permet de s'affranchir des capteurs, et réduire ainsi le cout et l'encombrement de l'installation. D'autre part la synthèse d'un observateur hybride pour les convertisseurs a un avantage principal vis-à-vis un observateur classique, il permet de résoudre d'une manière simple le problème d'observabilité. Avant toute synthèse d'observateur, on doit se demander si sa conception est possible. La notion d'observabilité et certaines propriétés des entrées appliquées au système fournissent des conditions nécessaires à la synthèse d'un observateur. Nous étudierons dans cette section l'observabilité des convertisseurs multicellulaires.

IV.3. Etude de l'observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important en Automatique. En effet, pour reconstruire l'état et la sortie d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. On appelle observabilité d'un système, la possibilité d'évaluer le vecteur

d'état x à partir de mesures effectuées. On dit qu'un système est observable à l'instant t_1 si à partir de la connaissance du vecteur de sortie y et du vecteur d'entrée u, il est possible en un temps fini, $t_2 > t_1$, de déterminer l'état $x(t_1)$. [9]. En linéaire l'observabilité se détermine classiquement par une condition de rang, les observateurs classiques pour tels systèmes sont l'observateur de Luenberger, et l'observateur de Kalman. Contrairement au cas des systèmes linéaires, le concept de l'observabilité des systèmes non linéaires est plus délicat à aborder . L'une des différences majeures avec les systèmes linéaires est que l'observabilité des systèmes non linéaires peut dépendre de l'entrée [10].

II.3.1. Observabilité d'un convertisseur multicellulaire à trois cellules.

Soit un convertisseur à trois cellules connecté à une charge R-L, le modèle instantané sous forme d'équation d'état est défini par (II.1):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) = \dfrac{1}{C_1}(u_2 - u_1)\, x_3 \\ \dot{x}_2 = f_2(x) = \dfrac{1}{C_2}(u_3 - u_2)\, x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x) = -\dfrac{R}{L} x_3 - \dfrac{x_2}{L}(u_3 - u_2) - \dfrac{x_1}{L}(u_2 - u_1) + \dfrac{E}{L} u_3 \\ y = h(x) = x_3 \end{cases} \qquad (VI.1)$$

On peut voir clairement qu'ils existent plusieurs modes opératoires pour lesquelles le système devient inobservable i.e. étant donnée le courant de charge (i_s) mesuré a l'aide d'un capteur de courant, on ne peut restituer les tensions des condensateurs, en effet pour les états de commutation S_i donnons : $u_1=u_2=u_3=0$. Ce système résultant devient complètement non observable. Heureusement que ces états de commutation ne se produisent que dans une petite partie de la séquence de commande des interrupteurs. Si ces états se produisent dans toute la séquence de commande, ceci n'a aucun intérêt physique pour le convertisseur multicellulairecar il n'est pas fonctionnel. Les conditions algébriques d'observabilité de f et h ne sont pas faciles à trouver comme dans le cas linéaire. Hermann et Krener [11] ont discuté l'utilisation des dérivés de Lie pour développer les conditions locales. Pour que le système soit observable, il doit pouvoir effectuer des opérations différentielles successives de $h(x)$ jusqu'à ce qu'une inversion implicite peut être exécutée pour obtenir x.

La matrice d'observabilité du système est donnée par :

$$Q = \frac{\partial}{\partial x}\begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{u_1 - u_2}{L} & \frac{u_2 - u_3}{L} & -\frac{R}{L} \\ -\frac{R}{L^2}(u_1 - u_2) & -\frac{R}{L^2}(u_2 - u_3) & \frac{R^2}{L^2} - \frac{(u_2 - u_1)^2}{L.C} - \frac{(u_3 - u_2)^2}{L.C} \end{bmatrix} \quad (IV.2)$$

Ou : $h_1(x) = h(x)$, et $h_{i+1}(x)$ est la i^{ème} dérivée de Lie de la fonction $h(x)$.

Le calcul de la matrice d'observabilité du système montre que la dernière rangée est une combinaison linéaire des lignes précédentes. Ceci implique que, pour un contrôle donné, le rang de la matrice d'observabilité est inférieur ou égal à 2 (*Max rang [Q]=2 ≠3*) et le système est alors non observable.

VI.3.2. Observabilité à base du modèle hybride

Afin de démontrer l'observabilité d'un convertisseur à trois cellules, une nouvelle modélisation du système a été introduite en employant l'approche hybride. La structure proposée se base sur la remarque fondamentale suivante : le convertisseur est composé par l'interconnexion de 2 cellules (i.e. sous système) impliquant les capacités C_1 (cellules 1 et 2), C_2 (cellules 2 et 3). Chaque sous système, possède les états continus qui sont la tension v_{ck} et le courant de cellule i_{ck} pour ($k=1,2$). Le courant i_{ck} passant dans le condensateur C_k est relié au courant de charge i_s par :

$$i_{ck} = \delta_k \cdot i_s \quad (IV\ 3)$$

- (u_1, u_2, u_3), sont les commandes des interrupteurs.
- $\delta_1 = u_2 - u_1,\ \delta_2 = u_3 - u_2, \delta_3 = u_3$

Quand la capacité C_k est conductrice le courant i_{ck} est égale (i_s) ou ($-i_s$) suivant la valeur de δ_k . Alors que, quand la capacité C_k est non-conductrice i_{ck} est nulle. Dans ce dernier cas, la tension v_{ck} est constante. Le modèle dynamique du sous système pour un convertisseur à p cellules est donné par :

$$\sum_k \begin{cases} \frac{di_{ck}}{dt} = -\frac{R}{L} i_{ck} + \frac{E}{L}\delta_3\delta_k - \frac{\delta_k}{L}\sum_{j=1}^{p-1}\delta_j v_{cj} \\ \frac{dv_{ck}}{dt} = \frac{1}{C_k} i_{ck} \\ y_k = i_{ck} \end{cases} \quad (IV\ .4)$$

Puisque chaque sous système $\sum_k$ peut être observable ou non à partir de sa sortie y_k , on peut distinguer 2^{p-1} situations d'observabilité. Pour notre étude on s'intéresse au convertisseur à trois cellules, du point de vu d'observabilité, On peut distinguer 2^2 = 4 situations, les modèles dynamiques sont donnés par : [13]

1) ***Situation Obs1 :*** correspondant aux modes q_2 et q_7, dans ce cas seule la capacité C_1 est conductrice, donc v_{c1} est observable et v_{c2} est non observable, on obtient alors le modèle suivant (la dimension de l'espace d'état est 2) :

$$\sum_1(q_2,q_7) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_1 = A_1(q)z_1 + B_1(q) \\ y_1 = C_1 z_1 = i_{c1} \end{cases} \qquad (IV.5)$$

$$z_1 = \begin{pmatrix} i_{c1} \\ v_{c1} \end{pmatrix}, \quad A_1(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_1^2}{L} \\ \frac{1}{C_1} & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_1\delta_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_1 = (1 \;\; 0)$$

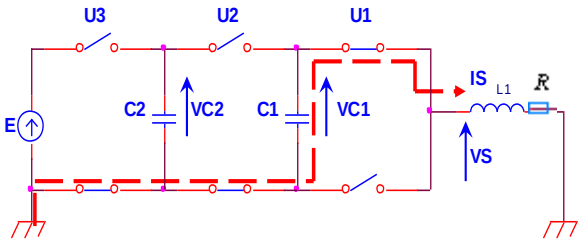


Figure *VI*.1 : Le mode q2

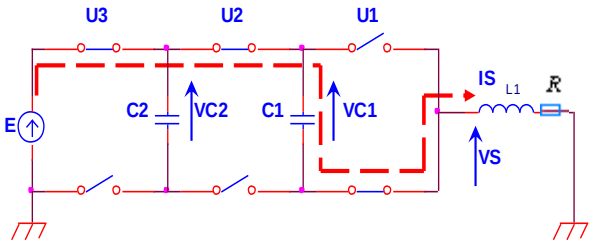


Figure *VI*.2 : Le mode q7

2) ***Situation Obs2 :*** correspondant aux modes q_4 et q_5, dans ce cas seule la capacité C_2 est conductrice, donc v_{c2} est observable et v_{c1} est non observable, on obtient alors la dynamique continue suivante (la dimension de l'espace d'état est 2) :

$$\sum_2(q_4,q_5) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_2 = A_2(q)z_2 + B_2(q) \\ y_2 = C_2 z_2 = i_{c2} \end{cases} \qquad (IV.6)$$

$$z_2 = \begin{pmatrix} i_{c2} \\ v_{c2} \end{pmatrix}, \quad A_2(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_2^2}{L} \\ \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_2\delta_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = (1 \;\; 0)$$

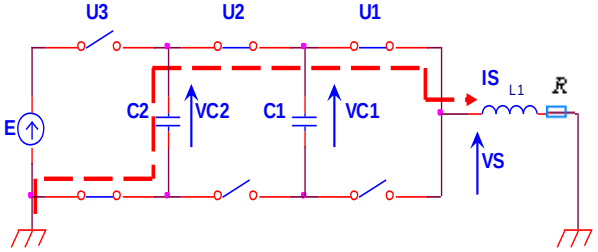


Figure *VI*.3 : Le mode q4

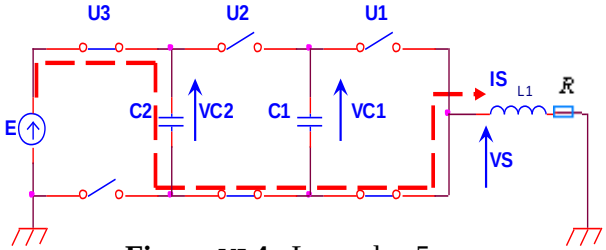


Figure *VI*.4 : Le mode q5

3) Situation Obs3 : correspondant aux modes q_3 et q_6, dans ce cas les deux capacités C_1 et C_2 sont conductrices, donc les deux tensions v_{c1} et v_{c2} sont observables, on obtient alors la dynamique continue suivante (la dimension de l'espace d'état est 4) :

$$\sum_3(q_3,q_6) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_3 = A_3(q)z_3 + B_3(q) \\ y_3 = C_3 z_3 = \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} z_3 = \begin{pmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \end{pmatrix} \end{cases} \qquad (IV.7)$$

$$Avec : z_3 = \begin{pmatrix} i_{c1} \\ v_{c1} \\ i_{c2} \\ v_{c2} \end{pmatrix}, A_3(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_1^2}{L} & 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{L} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_2^2}{L} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$et \quad B_3(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_1\delta_3 \\ 0 \\ \frac{E}{L}\delta_2\delta_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

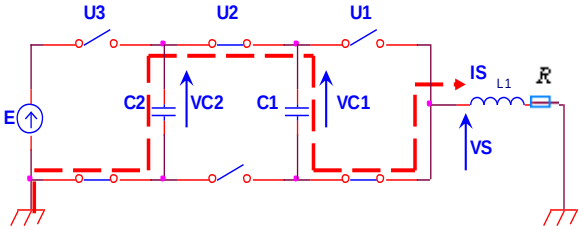


Figure *VI*.5 : Le mode q3

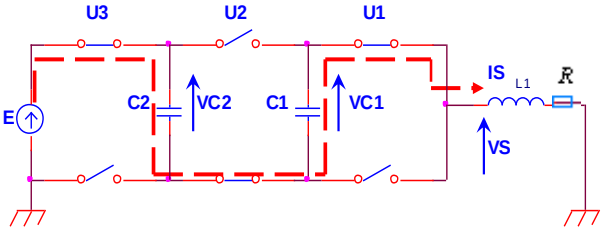


Figure *VI*.6 : Le mode q6

1) Situation Obs4 : correspondant aux modes q_1 et q_8, dans ce cas les deux capacités C_1 et C_2 ne sont pas conductrices, et les deux tensions v_{c1} et v_{c2} ne sont pas donc observables, on obtient donc la dynamique continue suivante :

$$\sum_4(q_1,q_8) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_4 = -\frac{R}{L}z_4 + \frac{\delta_3 E}{L} \\ y_4 = z_4 = I \end{cases} \qquad (IV.8)$$

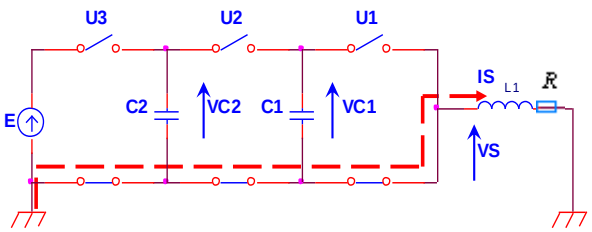


Figure *VI*.7 : Le mode q_1

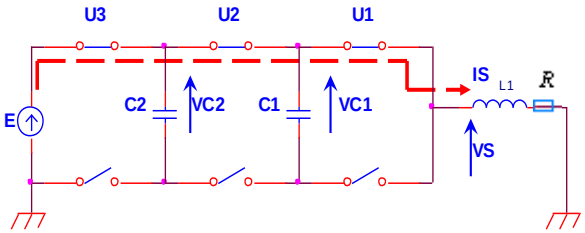


Figure *VI*.8 : Le mode q_8

Par ailleurs, il est possible que le convertisseur commute d'un mode à un autre mode, i.e. d'une situation à une autre mais ces commutations se font sans saut d'état et par conséquent les trajectoires sont continues.

VI.3.2.1Conclusion :

Les trois modèles développés pour le convertisseur multicellulaire à savoir le modèle instantané, le modèle moyen et le modèle harmonique ne permettent pas l'observabilité du convertisseur. Cependant le modèle hybride nous a permis de résoudre d'une manière simple le problème d'observabilité du système. $\forall(\delta_1,\delta_2)\neq(0,0)$, et étant donné le courant de charge, le système est observable.

***VI*.3.3.Modèle hybride du convertisseur quatre quadrants**

Avant d'étudier l'observabilité d'un convertisseur à deux bras, on développe le modèle de celui-ci en employant l'approche hybride. Pour simplifier les notations, les tensions condensateurs $[v_{c11},v_{c12},v_{c21},v_{c22}]$ seront notées $[v_{c1},v_{c2},v_{c3},v_{c4}]$. De même pour les courants de cellules :

$[i_{c11},i_{c12},i_{c21},i_{c22}]=[i_{c1},i_{c2},i_{c3},i_{c4}]$. On pose les nouvelles entrées de commande pour le premier bras :

$$\delta_1=u_{12}-u_{11},\ \delta_2=u_{13}-u_{12},\delta_5=u_{13}$$

et pour le deuxième bras :

$$\delta_3=u_{21}-u_{22},\ \delta_4=u_{22}-u_{23},\delta_6=u_{23}$$

Le modèle dynamique du chaque sous système pour un convertisseur quatre quadrants à trois cellules est donné par :

$$\sum_k\begin{cases}\dfrac{di_{ck}}{dt}=-\dfrac{R}{L}i_{ck}+\dfrac{E}{L}(\delta_5-\delta_6)\delta_k-\dfrac{\delta_k}{L}\displaystyle\sum_{j=1}^{4}\delta_j v_{cj}\\ \dfrac{dv_{ck}}{dt}=\dfrac{1}{C_k}i_{ck}\\ y_k=i_{ck}\end{cases}\qquad (IV.9)$$

Puisque chaque sous système $\sum_k$ (k=1,4) peut être observable ou non à partir de sa sortie y_k, on peut distinguer $2^4=16$ situations d'observabilité.

VI.3.4.Observabilité du convertisseur multicellulaire à deux bras :

Le convertisseur multicellulaire quatre quadrants est constitué de deux convertisseurs multicellulaires mis en série, l'étude de l'observabilité du convertisseur quatre quadrants est semblable à celle d'un seul bras du convertisseur .Ceci est dû à la structure du convertisseur. On distingue principalement trois cas :

- **Le premier cas :** l'une ou toutes les capacités du premier bras sont conductrices : l'observabilité revient à observer les états du premier bras. On distingue alors les 4 situations d'observabilités présentées précédemment et selon les états des interrupteurs de deuxième bras (tous les interrupteurs du haut sont fermés ou ouverts), on aura donc 8 configurations d'observabilité possibles. La figure suivante illustre un exemple de ce cas : situation obs3 mode q3, on a deux configurations, la première est représentée par la figure ***VI***.9.

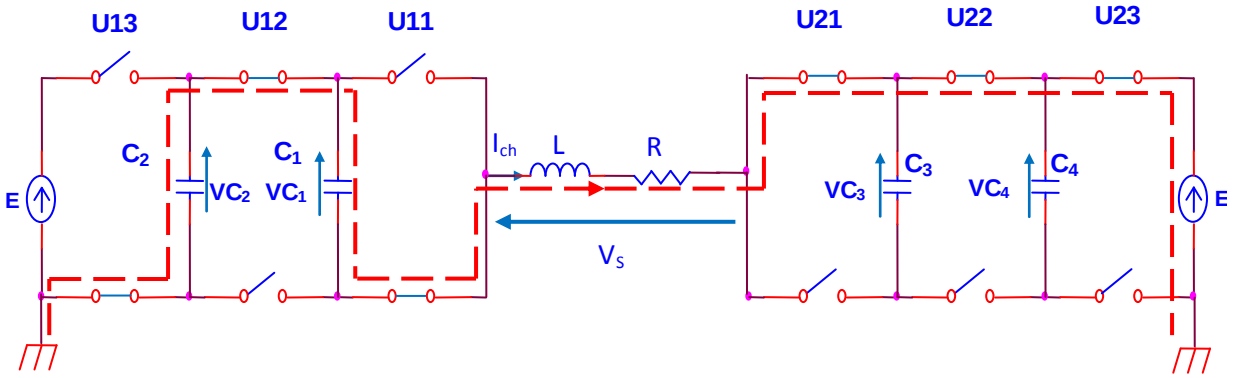


Figure *IV*.**9 :** Première configuration du mode q_3

Dans ce cas les deux capacités C_1 et C_2 sont conductrices, donc les deux tensions v_{c1} et v_{c2} sont observables, on obtient alors la dynamique continue suivante (la dimension de l'espace d'état est 4) :

$$\sum_3(q_3,q_6) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_3 = A_3(q)z_3 + B_3(q) \\ y_3 = C_3 z_3 = \begin{pmatrix} i_{c1} \\ i_{c2} \end{pmatrix} \end{cases} \qquad (IV.10)$$

$$Avec: z_3 = \begin{pmatrix} i_{c1} \\ v_{c1} \\ i_{c2} \\ v_{c2} \end{pmatrix}, A_3(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_1^2}{L} & 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{L} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_2^2}{L} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$et \quad B_3(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_1(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \\ \frac{E}{L}\delta_2(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

L'autre configuration possible de ce modèle est représentée par la figure suivante :

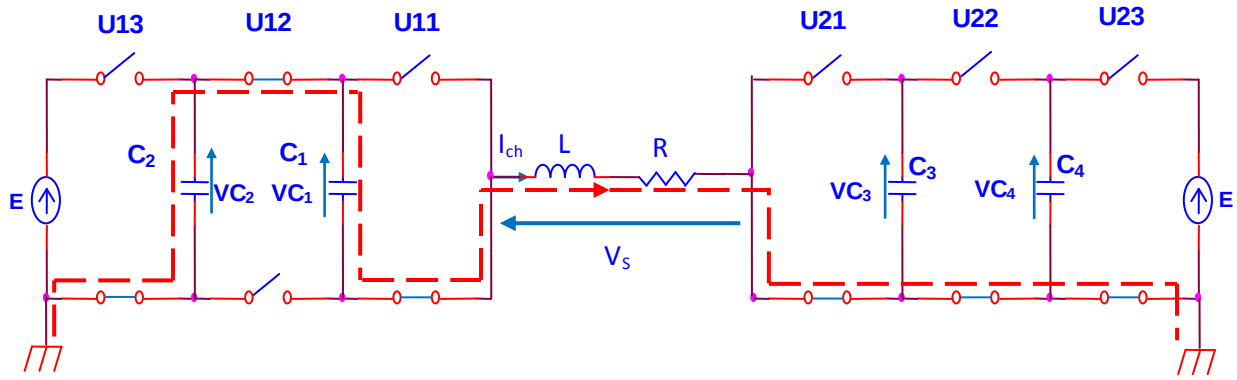


Figure *IV* **.10 :** Deuxième configuration du mode q_3

- **Le deuxième cas :** L'une ou toutes les capacités du deuxième bras sont conductrices ; l'observabilité revient à observer les états du deuxième bras. On distingue alors les 4 situations d'observabilités de convertisseurs à trois cellules.
  Dans ce cas aussi, on prend un exemple illustratif représenté dans la figure suivante :

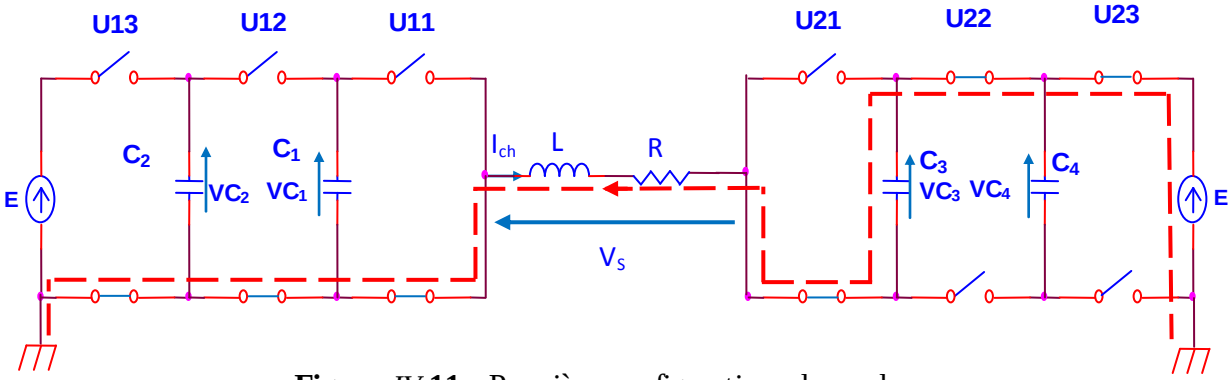


Figure *IV*.**11 :** Première configuration du mode q_7

Dans ce cas seule la capacité C_3 est conductrice, donc v_{c3} est observable et v_{c4} est non observable, on obtient alors la dynamique continue suivante (la dimension de l'espace d'état est 2) :

$$\sum_1(q_2,q_7) \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_2 = A_2(q)z_2 + B_2(q) \\ y_2 = C_2 z_2 = i_{c3} \end{cases} \qquad (IV.11)$$

$$z_2 = \begin{pmatrix} i_{c3} \\ v_{c3} \end{pmatrix}, \quad A_2(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_3^2}{L} \\ \frac{1}{C_3} & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_3(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = (1 \;\; 0)$$

- **Le troisième cas :** les deux bras sont actifs : l'observabilité revient à l'observabilité d'un seul bras de convertisseur avec plus de cellules.

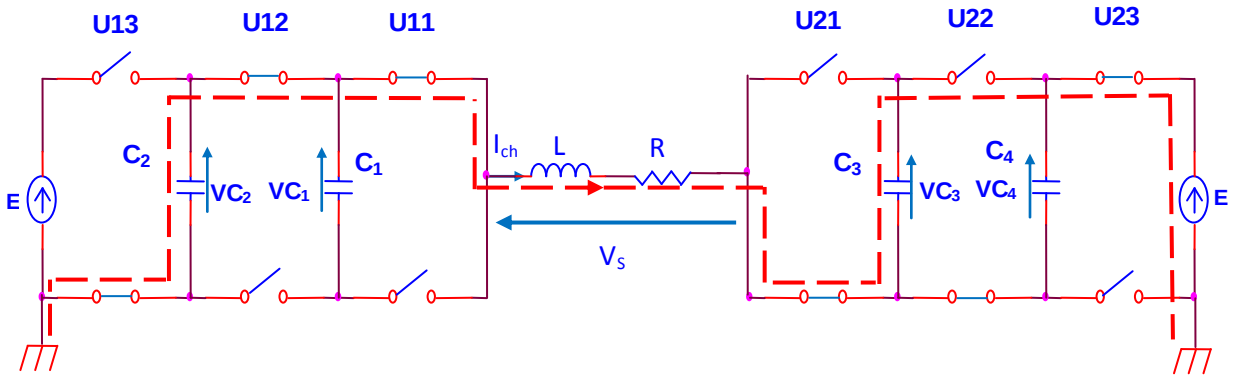


Figure *IV*.12 **:** Exemple illustratif du troisième cas d'observabilité

Dans cette configuration, les capacités C_2 et C_3 sont conductrices, donc les deux tensions v_{c2} et v_{c3} sont observables, on obtient alors la dynamique continue suivante (la dimension de l'espace d'état est 4) :

$$\sum_5 \quad : \quad \begin{cases} \dot{z}_5 = A_5(q)z_5 + B_5(q) \\ y_5 = C_5 z_5 = \begin{pmatrix} i_{c2} \\ i_{c3} \end{pmatrix} \end{cases} \qquad (IV.12)$$

$$Avec: z_5 = \begin{pmatrix} i_{c2} \\ v_{c2} \\ i_{c3} \\ v_{c3} \end{pmatrix}, A_5(q) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_2^2}{L} & 0 & -\frac{\delta_2\delta_3}{L} \\ \frac{1}{C_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\delta_3\delta_2}{L} & -\frac{R}{L} & -\frac{\delta_3^2}{L} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$et \quad B_5(q) = \begin{pmatrix} \frac{E}{L}\delta_2(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \\ \frac{E}{L}\delta_3(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Avant de passer à la synthèse d'observateurs pour le convertisseur quatre quadrants, on a besoin d'adopter une commande appropriée pour la validation des observateurs. Il existe une commande en boucle ouverte très simple permettant d'assurer la stabilité de ce convertisseur. Elle est connue sous le nom de commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion) ou commande dite naturelle.

IV.4.Stratégie d'observation de la tension

Différentes stratégies d'observation des tensions aux bornes des condensateurs du convertisseur multicellulaire ont été développées, dans la suite nous présentons deux stratégies d'observation, l'observateur par mode glissant d'ordre simple et observateur par mode glissant d'ordre supérieur (super-Twisting).

IV.4.1.Synthèse d'observateur par mode de glissement

Tout comme la commande par modes glissants, le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre *n* à converger vers une variété *S* de dimension *(n − p)* dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité et l'invariance de cette surface sont assurées par des conditions spécifiées qu'on appelle *les conditions de glissement*. Dans le cas des observateurs à mode glissant, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation ($\tilde{x} = x - \hat{x}$). A partir de leurs valeurs initiales, ces erreurs doivent converger vers les valeurs d'équilibre en deux étapes [9]:

- dans la première étape, les trajectoires de ces erreurs sont forcées à aller vers la surface de glissement où l'erreur entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel ($\tilde{y} = y - \hat{y}$) est nulle. Cette étape est référée comme le mode atteint (ou reaching mode) et il est fortement dynamique.
- une deuxième étape appelé un *mode de glissement (ou sliding mode)* où la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement définie par $\tilde{y} = 0$ avec une dynamique imposée afin d'annuler le reste de l'erreur.

Dans cette section nous allons synthétiser un observateur par mode glissant pour chaque sous système $\sum_k$, on se basant sur le modèle dynamique correspondant développé au chapitre

précédent. Ce modèle utilise le fait que le convertisseur est composé de p-1 sous système interconnecté. Donc le convertisseur peut être partagé en un ensemble de p-1 sous systèmes $\sum_k$ pour lesquelles il est possible de synthétiser un observateur estimant la tension v_{ck}, pour k = 1,…p-1. Le modèle de chaque sous système $\sum_k$ (k=1,4) du convertisseur quatre quadrants à trois cellules est donné par :

$$\sum_k \begin{cases} \dfrac{di_{ck}}{dt} = -\dfrac{R}{L} i_{ck} + \dfrac{E}{L}(\delta_5 - \delta_6)\delta_k - \dfrac{\delta_k}{L}\sum_{j=1}^{4} \delta_j v_{cj} \\ \dfrac{dv_{ck}}{dt} = \dfrac{1}{C_k} i_{ck} \\ y_k = i_{ck} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{IV}.13)$$

Avec :

$$\delta_1 = u_{12} - u_{11},\ \delta_2 = u_{13} - u_{12}, \delta_5 = u_{13}$$
$$\delta_3 = u_{21} - u_{22},\ \delta_4 = u_{22} - u_{23}, \delta_6 = u_{23}$$

Le modèle sous forme d'état s'écrit alors comme suit :

$$\sum_k : \begin{cases} \dot{Z}_k = A_k(u) z_k + B_k \\ y_k = C_k z_k \end{cases} \qquad (\boldsymbol{IV}.14)$$

$$z_k = [i_{ck} \quad v_{ck}]^T, \quad C_k = (1\ \ 0)$$

$$A_k(u) = \begin{pmatrix} \dfrac{-R}{L} & \dfrac{\delta_k^2}{L} \\ \dfrac{1}{C_k} & 0 \end{pmatrix}, \mathrm{B}_k = \begin{pmatrix} \dfrac{-\delta_k}{L}\sum_{j=1}^{4} \delta_j v_{c_j} + \dfrac{E}{L}\delta_k(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Il est clair que pour $\delta_k = 0$, le sous système devient non observable. Cependant, chaque sous système, qui est de dimension 2, est observable pour une séquence adéquate δ_k et le rang de la matrice d'observabilité est 2. Pour le développement de l'observateur, nous supposons les tensions v_{ck} bornées par une borne connue b_v, $|v_{ck}(t)| \le b_v \quad \forall t > 0$.

Soit O_k, l'observateur de chaque sous système. Nous allons ainsi synthétiser quatre observateurs. L'observateur par mode de glissement prend la forme suivante : [16]

$$O_k : \begin{cases} \dot{\hat{z}}_k = A_k(u)\hat{z}_k + \hat{B}_k + \lambda_{1K}\left(y_k - \hat{y}_k\right) + \lambda_{2K}\, sign\left(y_k - \hat{y}_k\right) \\ \hat{y}_k = C_k \hat{z}_k = i_{ck} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{IV.15})$$

$$\hat{z}_k = \begin{pmatrix} i_{ck} \\ \hat{} \\ v_{ck} \end{pmatrix} \quad ,\hat{B}_k = \begin{pmatrix} \dfrac{-\delta_k}{L}\sum_{j=1}^{4}\delta_j \hat{v}_{c_j} + \dfrac{E}{L}\delta_k(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{1k} = \begin{bmatrix} \lambda_{11k} & \lambda_{21k} \end{bmatrix}^T, \quad et\ \lambda_{2k} = \begin{bmatrix} \lambda_{12k} & 0 \end{bmatrix}^T$$

Où λ_{1k} et λ_{2k} représentent les gains de l'observateur. λ_{12k} est un gain positif choisi très grand pour assurer l'attractivité de la surface de glissement $S = y_k - \hat{y}_k$. $\hat{z}_k$ est l'estimation de z_k . Soit $e_k = \hat{z}_k - z_k$ l'erreur d'estimation. La démonstration de la convergence de cet observateur peut être faite en utilisant la fonction de Lyapunov $V(e_k) = e_k^T e_k$. Voir [16] pour les détails de la démonstration. L'avantage principal de cet observateur est sa robustesse par rapport aux variations paramétriques et les erreurs de modélisation.

VI .4.1.1.Validation de l'observateur par mode de glissement

Dans cette section, nous appliquons l'observateur présenté antérieurement. L'étude est faite en boucle ouverte, les ordres de commande sont générés par modulation de largeur d'impulsion développée dans le chapitre précédent. Les paramètres du système sont supposés parfaitement connus et sont donnés par :

E = 1500 V ; R = 10 Ω ; L = 0.5 *mH* ; $C_1 = C_2 = C_3 = C_4$ = 40 µF (***IV.16***)

Les paramètres de la commande sont :

- le rapport cyclyque est $\alpha = 0.7$ (***IV*** .17)
- la fréquence de la porteuse triangulaire est $f_p = 1800\,\text{Hz}$

Dans toutes les simulations qui suivent, les conditions initiales du convertisseur sont nulles, et celles de l'observateur sont données par :

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{c11}(0) & \hat{v}_{c12}(0) & \hat{v}_{c21}(0) & \hat{v}_{c22}(0) \end{bmatrix} = [300 \quad 600 \quad 300 \quad 600] \qquad (\textbf{\textit{IV}}.18)$$

L'objectif visé est l'observation des tensions flottantes v_{cij} du convertisseur quatre quadrants. De ce fait, Nous nous intéressons seulement à la deuxième composante de l'erreur d'observation $e_{ij} = \hat{v}_{cij} - v_{cji}$ avec i=1,2 et j=1,2.

Dans les Figure ***IV.***11 et ***IV.***12, nous montrons les résultats de simulation obtenus dans le cas idéal, c'est-à-dire le cas où les paramètres sont connus. La robustesse de l'observateur vis-à-vis les erreurs paramétriques sera analysée par la suite.

On voit que l'observateur par mode glissant converge rapidement vers l'état réel, malgré une importante erreur initiale. Ainsi, les erreurs d'observation convergent rapidement vers zéro. Des oscillations à haute fréquence apparaissent. Ce phénomène, communément appelé phénomène du *broutement* ou de *chattering*, constitue le désavantage majeur de la commande et de l'observation par mode de glissement. Ceci est dû à la présence de la fonction signe dans l'équation de l'observateur associée à des gains très élevés. Pour remédier à ce problème, on remplace la fonction signe par des fonctions plus lisses comme la fonction sigmoïde ou la fonction saturation. Malheureusement, l'utilisation de fonctions lisses à la place de la fonction signe réduit considérablement la robustesse de l'observateur par mode de glissement.

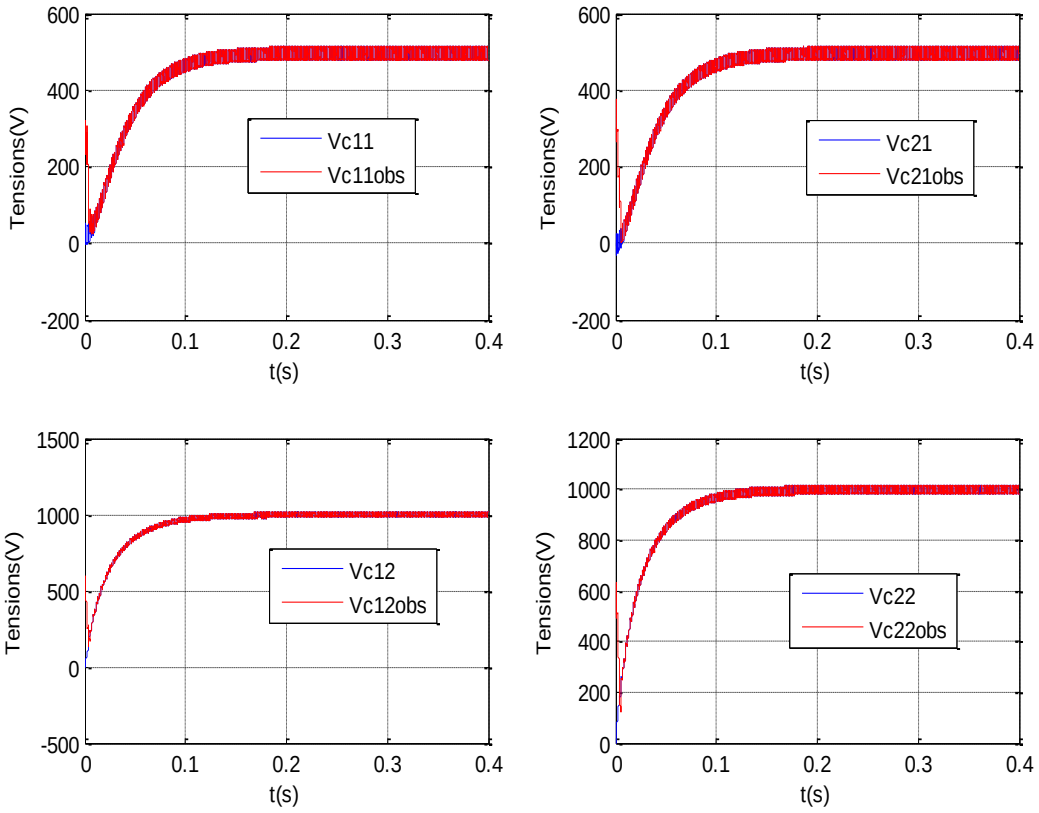


Figure *IV.*11 : Estimation des tensions flottantes par l'observateur par mode glissant

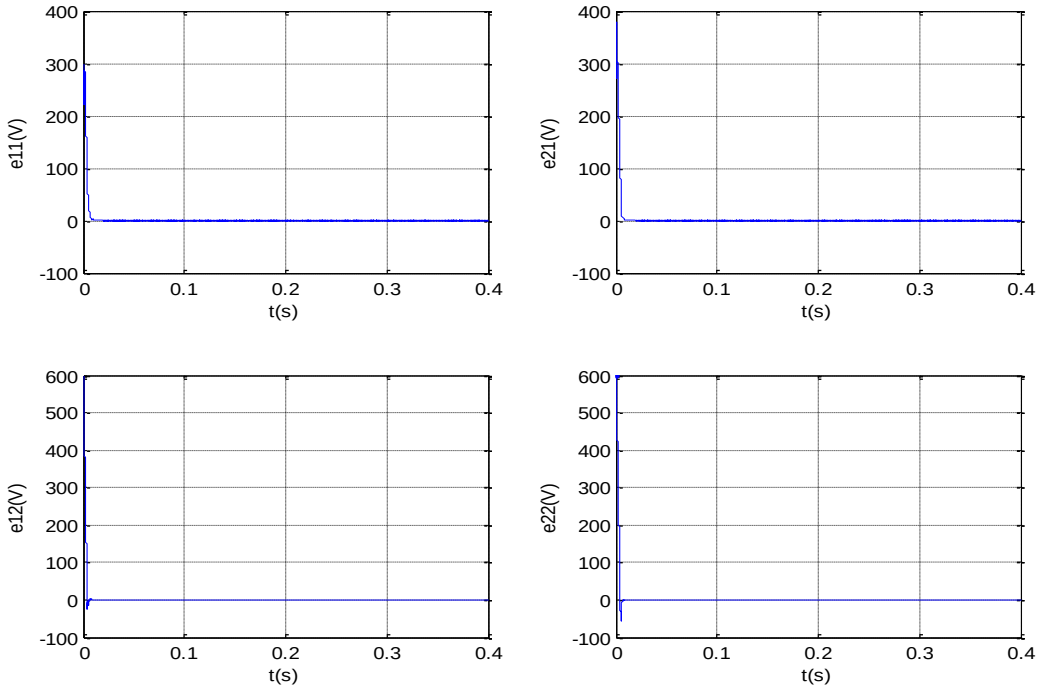


Figure *IV*.12 : Erreurs d'observation pour l'observateur par mode glissant

IV.4.1.2.Etude de la robustesse

Il serait intéressant maintenant d'évaluer la robustesse de l'observateur. Notre étude est basée sur le test de la robustesse par rapport aux erreurs paramétriques.

Robustesse par rapport aux variations paramétriques

Etant donné que l'observateur est basé sur un modèle de connaissance du système à observé, il devient nécessaire d'évaluer sa robustesse par rapport à des variations ou à des incertitudes paramétriques intervenant dans ces équations. Dans le cas des convertisseurs multicellulaires alimentant une charge R-L, ces paramètres sont la tension d'entrée, l'inductance et la résistance de charge. Ce dernier paramètre étant, généralement le moins connu puisqu'il peut être amener à varier dans de larges proportions.

Les critères utilisés pour évaluer la robustesse de l'observateur sont :

- la dynamique de convergence,
- l'erreur statique en régime permanant,
- et le dépassement.

Afin d'évaluer cette robustesse, nous avons effectué les mêmes simulations que dans le cas précédent mais en commettant des erreurs dans les paramètres du modèle indépendamment l'une de l'autre. Ces erreurs sont données en relative par rapport à la valeur réelle du paramètre considéré.

a) **Variation de la tension d'entrée**

Pour tester la robustesse de l'observateur vis-à-vis la tension de bus continu, nous avons perturbé, avec un échelon la tension d'entrée en appliquant une tension E=1500 V jusqu'à l'instant $t=t_1=0.4s$, puis, une autre valeur de la tension E=800 V, ainsi l'erreur commise est de -46%. Les résultats de simulation sont représentés ci-dessous

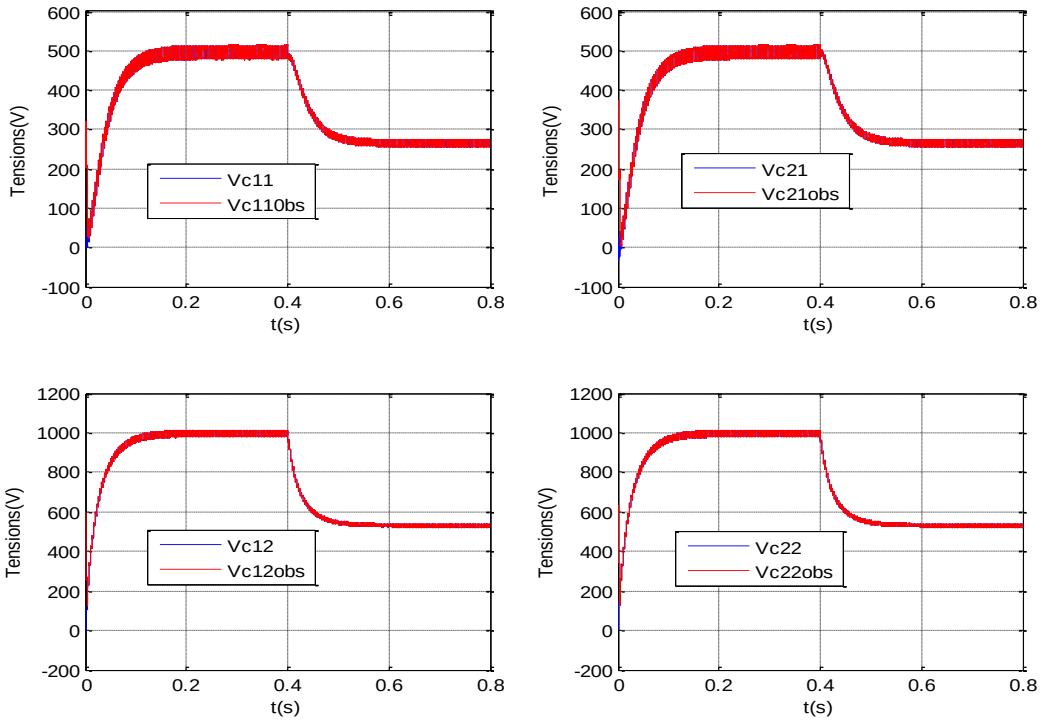


Figure *IV*.13 : Estimation des tensions flottantes avec une perturbation à la tension d'entrée

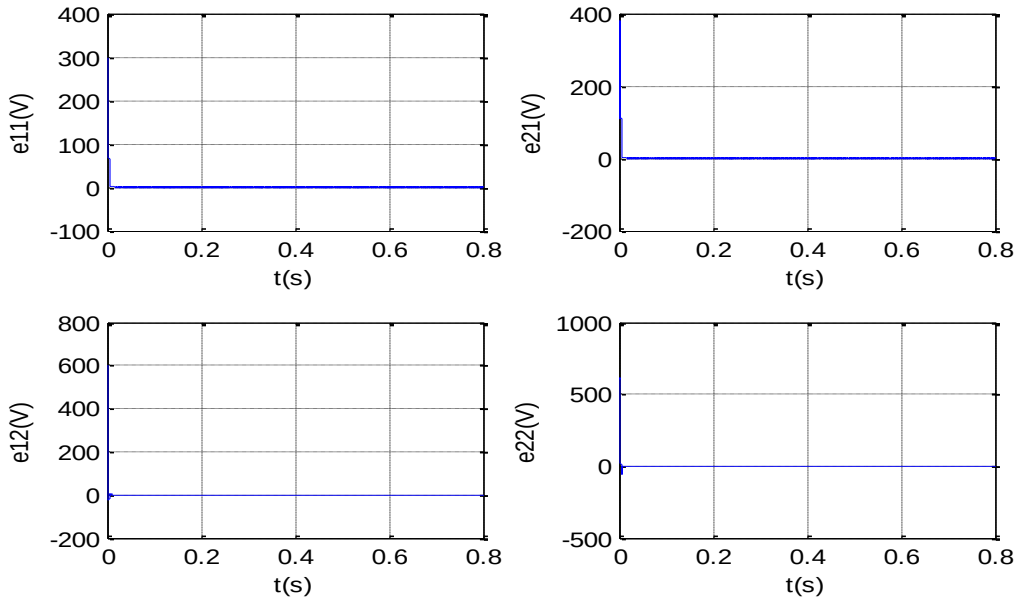


Figure *IV*.14 : Les erreurs d'observation

Les performances de l'observateur sont bien démontrées dans ce cas de figure. Les tensions flottantes retrouvent rapidement ses nouvelles valeurs d'équilibre. Les erreurs d'observation convergent bien vers la surface de glissement et y restent. L'observateur par mode glissant est donc robuste à la perturbation de l'entrée, c'est là une caractéristique importante de ce type d'observateur**.**

b)Erreur paramétrique sur la valeur de L

La valeur de l'inductance de charge L est, généralement, bien connu et ne varie normalement pas beaucoup. Nous considérons donc une erreur de +50% (L= 1 *mH*). Les figures ***IV***.15 et ***IV***.16 montrent les résultats de simulation obtenus. On remarque que l'observateur est robuste par rapport à l'erreur commise sur la valeur de L, puisque la dynamique de convergence est inchangée et les erreurs d'observation convergent toujours vers zéro.

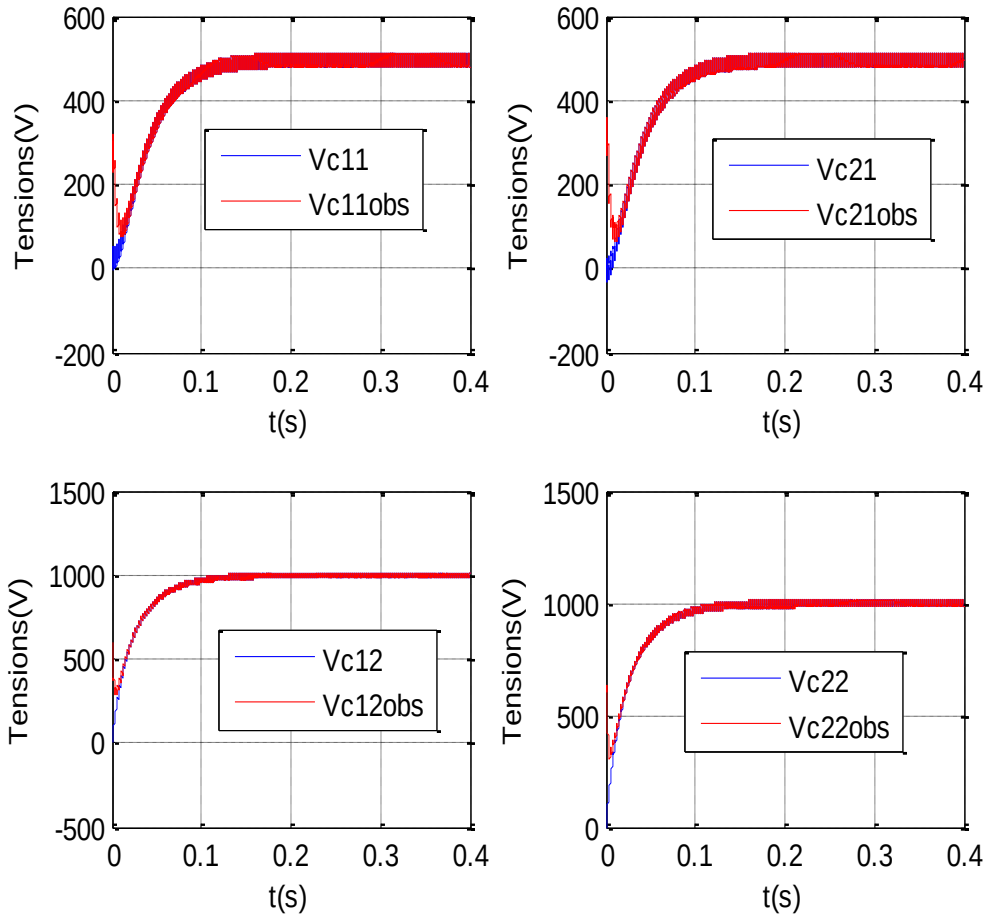


Figure *IV* 15 : Influence d'une erreur paramétrique de +50% sur la valeur de L

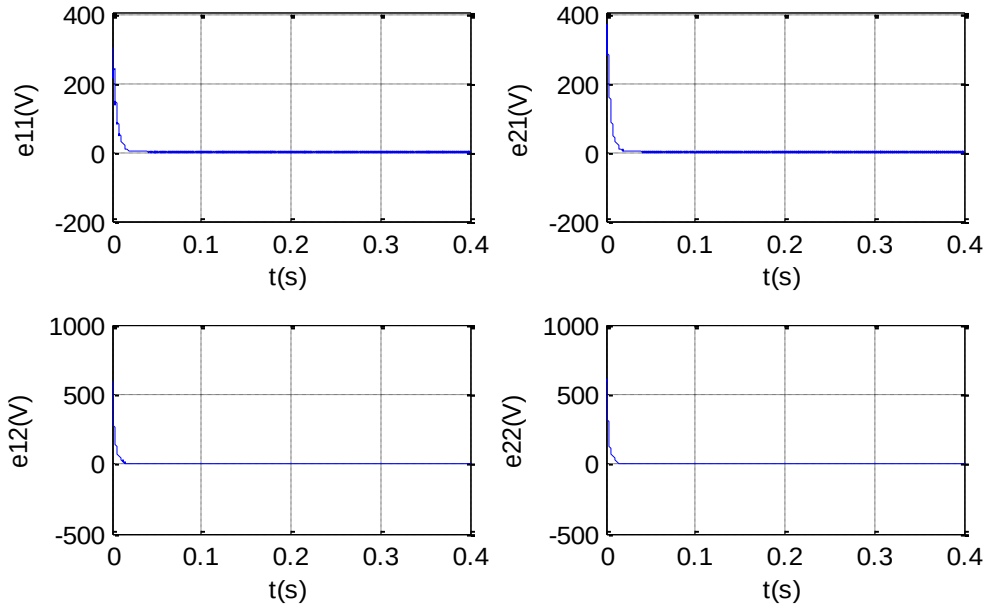


Figure *IV* .16 : Les erreurs d'observation

c)Erreur paramétrique sur la valeur de R

Nous évaluons ici l'influence de la résistance de charge sur le comportement dynamique de l'observateur. Les figures ***IV.***17 et ***IV.***18 représentent les résultats de simulation obtenus sous les mêmes conditions que précédemment mais cette fois avec une erreur paramétrique de +60% sur la valeur de R (R=16 Ω). On constate que la dynamique de convergence de l'observateur est identique et les erreurs d'observation convergent bien vers zéro. L'observateur est donc robuste vis-à-vis l'erreur paramétrique sur la valeur de R.

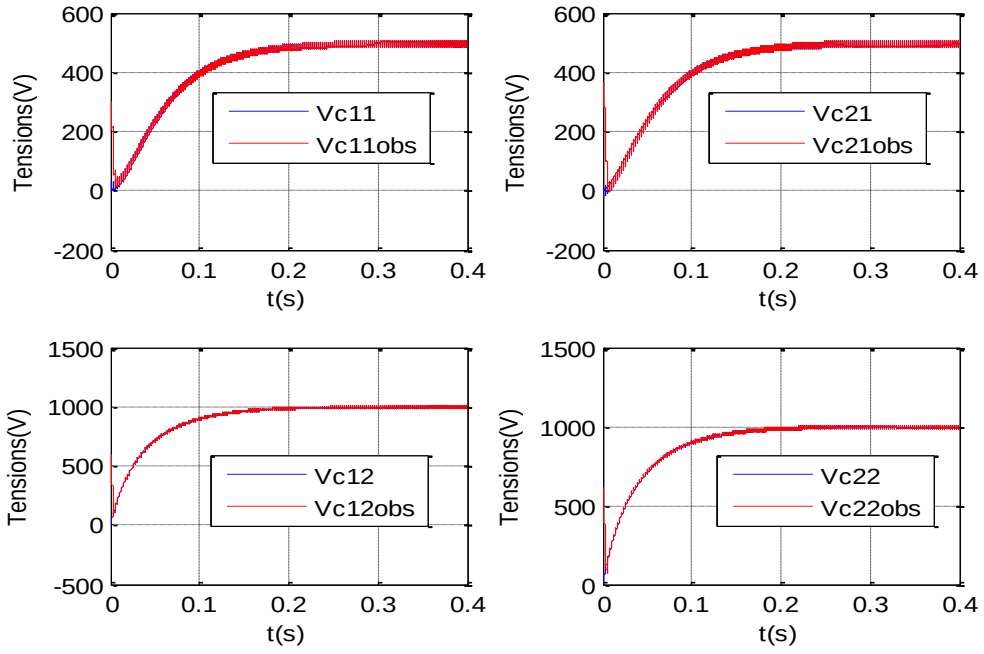


Figure *IV.*17 : Influence d'une erreur paramétrique de +60% sur la valeur de R

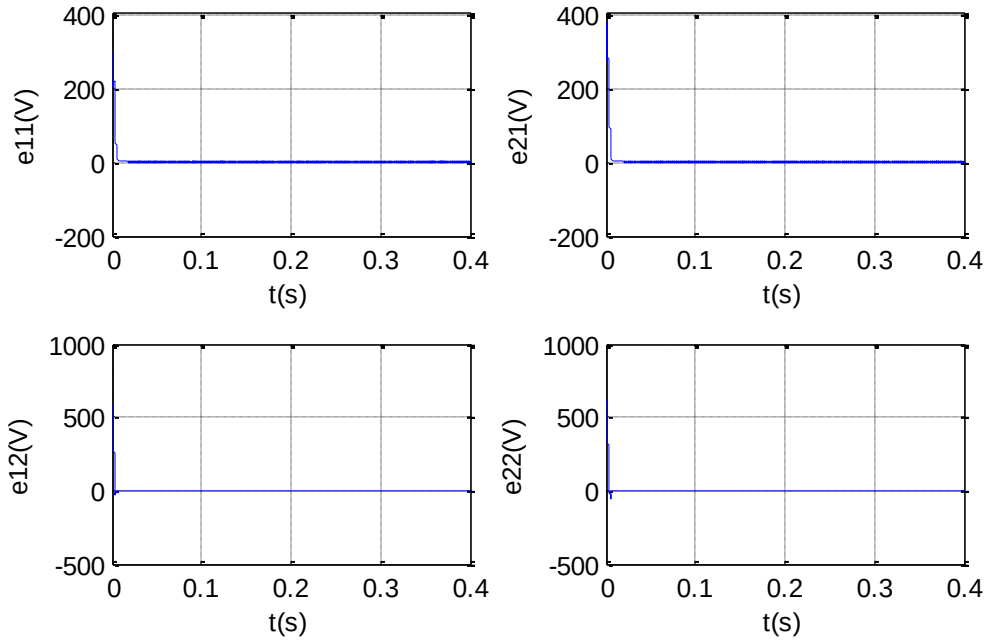


Figure *IV* .18 : Les erreurs

Certes, des performances ont pu être démontrées par cet observateur. Cependant les oscillations qui apparaissent, constituent un désavantage majeur de l'observateur par mode de glissement d'ordre un. Mais, comme nous allons le voir dans la section suivante, une solution, basée sur la théorie des modes glissants d'ordre supérieur, permet de passer outre cet indésirable phénomène.

IV .4.2.Synthèse d'observateur par mode glissant d'ordre deux

Super Twisting Algorithm

Dès son apparition, la théorie des modes glissants s'est heurtée au problème de la réticence qui s'est avérée être un inconvénient majeur. En particulier, il est difficile dans de telles conditions d'envisager des développements pour des applications pratiques quand leur implantation implique une usure relativement rapide des organes de commande du processus. Pour contourner cet obstacle, des chercheurs russes ont proposé une nouvelle façon de glisser. Ainsi qu'il va être décrit dans cette section, il est alors possible de réduire ou même d'exclure tout phénomène de chattering, tout en conservant les propriétés de robustesse et de convergence en temps fini [17].

A l'origine, les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduit afin de réduire le phénomène de réticence dans les commandes par modes glissants d'ordre un. Schématiquement, lorsqu'un algorithme d'ordre supérieur est utilisé, la surface est atteinte de manière plus douce ainsi qu'il est montré sur la figure suivante.

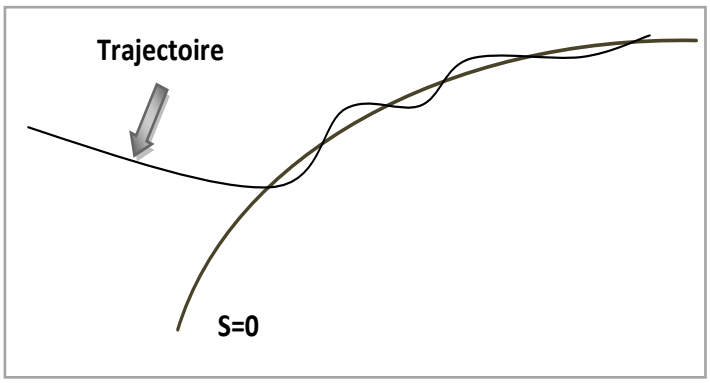


Figure *IV*.19 : Allure du régime glissant pour les ordres supérieurs

En ce qui nous concerne, nous avons adopté l'observateur par mode de glissement d'ordre deux connu aussi sous le nom *super twisting algorithm*. Pareillement à la stratégie d'observation précédente, nous allons synthétiser un observateur par mode glissant d'ordre deux pour chaque sous système $\sum_k$, en se basant sur le modèle (***IV***.13).

Soit O_k (pour k=1,4), l'observateur par mode de glissement d'ordre deux suivant: [18]

$$O_k : \begin{cases} \dot{\hat{z}}_k = A_k(u)\hat{z}_k + \hat{B}_k + \lambda_{1K}\left|y_k - \hat{y}_k\right|^{1/2}\left(y_k - \hat{y}_k\right) + \lambda_{2K}\, sign\left(y_k - \hat{y}_k\right) \\ \hat{y}_k = C_k\,\hat{z}_k = i_{ck} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{IV}.19)$$

$$\hat{z}_k = \begin{pmatrix} i_{ck} \\ \hat{v}_{ck} \end{pmatrix} \quad , \hat{B}_k = \begin{pmatrix} \dfrac{-\delta_k}{L}\displaystyle\sum_{j=1}^{4}\delta_j\,\hat{v}_{c_j} + \dfrac{E}{L}\delta_k(\delta_5 - \delta_6) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{1k} = \begin{bmatrix} \lambda_{11k} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad et\ \lambda_{2k} = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_{22k} \end{bmatrix}^T$$

Où λ_{1k} et λ_{2k} sont les gains de l'observateur et $\hat{z}_k$ est l'estimation de z_k .

Soit $e_k = \hat{z}_k - z_k$ l'erreur d'estimation. La démonstration de la convergence de cet observateur ce fait toujours en utilisant la fonction de Lyapunov $V(e_k) = e_k^T e_k$ et pour, $\lambda_{11k} > 0$ et $\lambda_{22k} < 0$ pour k=1,2 et $\lambda_{11k} > 0$ et $\lambda_{22k} > 0$ pour k=3,4 [16].

IV.4.2.1.Validation de l'observateur par mode de glissement d'ordre deux

Nous réalisons dans cette section des simulations afin de tester les performances de cet observateur avec les mêmes conditions initiales. Les paramètres du convertisseur sont donnés dans (***IV***.*16*)), ceux de la commande dans (***IV***.18)

La figure *IV*.20 montre l'évolution des tensions flottantes et leurs estimées, on remarque que la convergence dans ce cas est nettement améliorée par rapport à l'observateur par mode glissant d'ordre un, l'effet chattering est réduit. Les erreurs d'observations convergent rapidement vers la valeur nulle (convergence en temps fini). Ce qui démontre les performances de l'observateur par mode glissant d'ordre deux

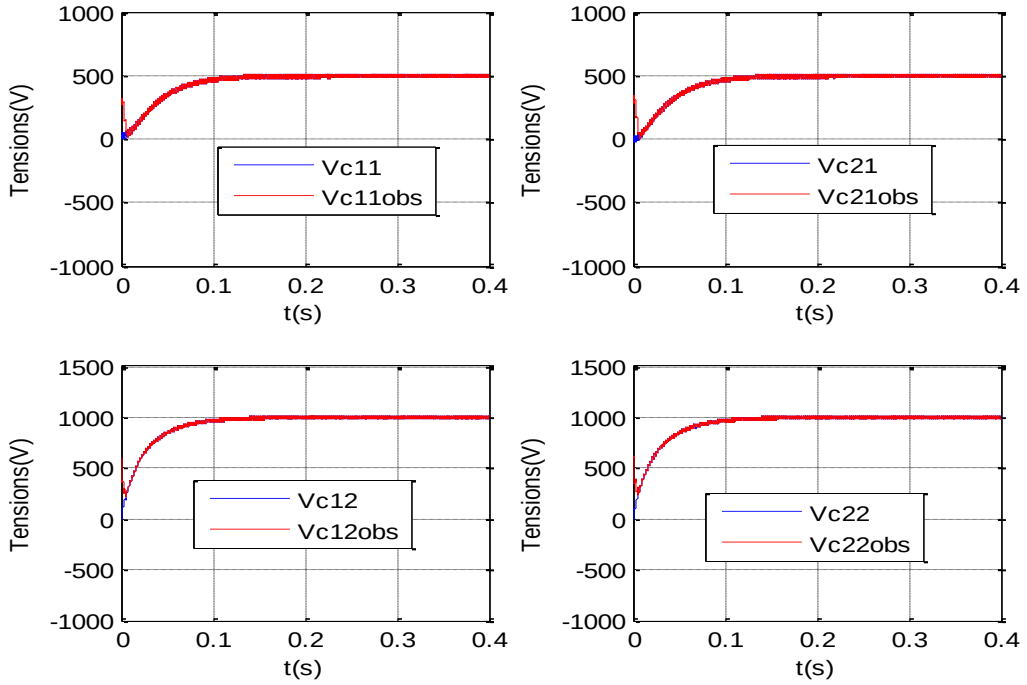


Figure *IV* .20 : L'observation des tensions flottantes par l'observateur par mode glissant d'ordre 2

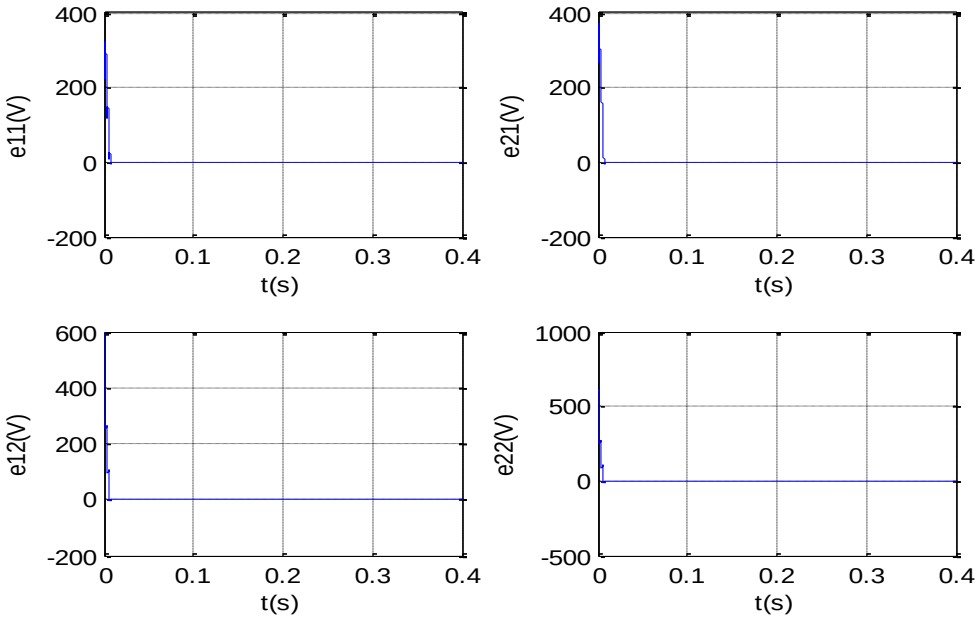


Figure *IV*.21 : Evolution des erreurs d'observation

IV.4.2.2.Etude de la robustesse

Nous évaluons dans ce qui suit la robustesse de l'observateur par rapport aux variations paramétrique. Pour cela, nous réalisons des simulations sous les mêmes conditions qu'auparavant, mais en considérant des erreurs paramétriques sur la tension d'entrée, et les deux paramètres de la charge, l'inductance et la résistance.

a) **Variation de la tension d'entrée**

Nous évaluons dans ce qui suit la robustesse de l'observateur par rapport aux variations paramétrique. Pour cela, nous réalisons des simulations sous les mêmes conditions qu'auparavant, mais en considérant des erreurs paramétriques sur la tension d'entrée, et les deux paramètres de la charge, l'inductance et la résistance l'une indépendamment de l'autre.

a) **Variation de la tension d'entrée**

Pour tester la robustesse de l'observateur développé vis a vis la tension d'entrée, nous perturbant la tension d'entrée à l'instant $t=t_1=4ms$, la nouvelle valeur est E=800 V. Les résultats de simulation obtenus sont représentés dans les figures *IV*.22 et *IV*.23. Nous voyons que même en perturbant la tension d'entrée les erreurs d'observations convergent très rapidement vers zéro et les tensions flottantes retrouvent leurs nouvelles valeurs d'équilibre.

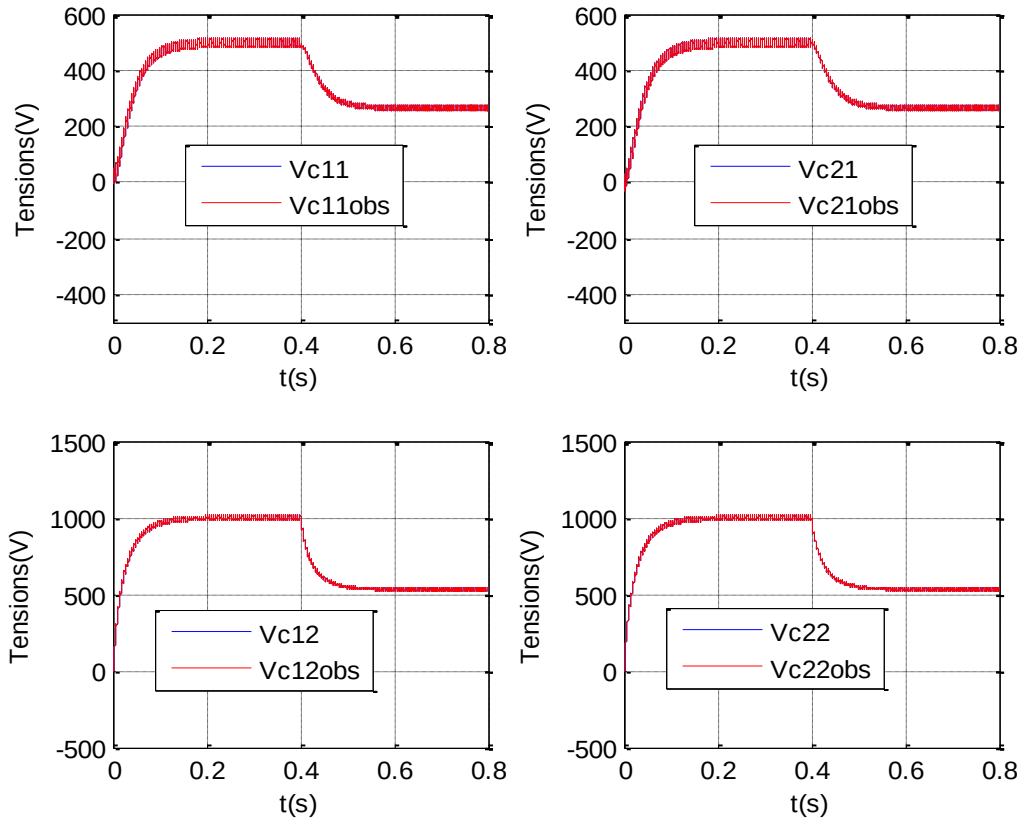
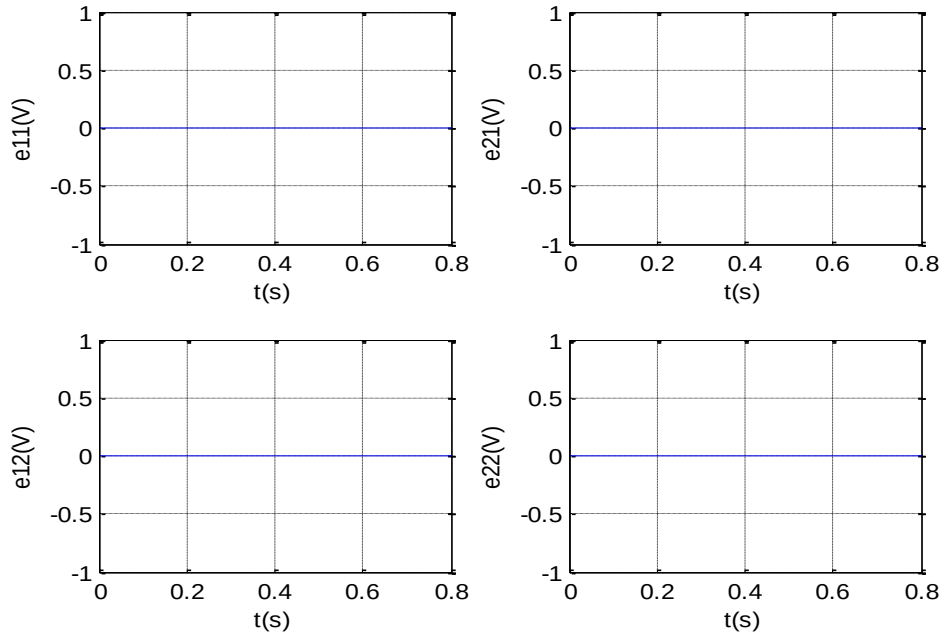


Figure *IV*.22 : Estimation des tensions flottantes avec une perturbation à la tension d'entrée



***IV*.23 :** Les erreurs d'observation

b) **Erreur paramétrique sur la valeur de L :**

Les résultats de simulation présentés dans les figures ***IV***.24 et ***IV***.25 sont obtenus, en commettant une erreur de +50% sur la valeur de l'inductance de charge (L= 1 mH). On voit que la dynamique de convergence n'est pas affectée par cette erreur. L'observateur par mode glissant d'ordre deux présente donc une robustesse vis-à-vis l'erreur commise sur l'inductance.

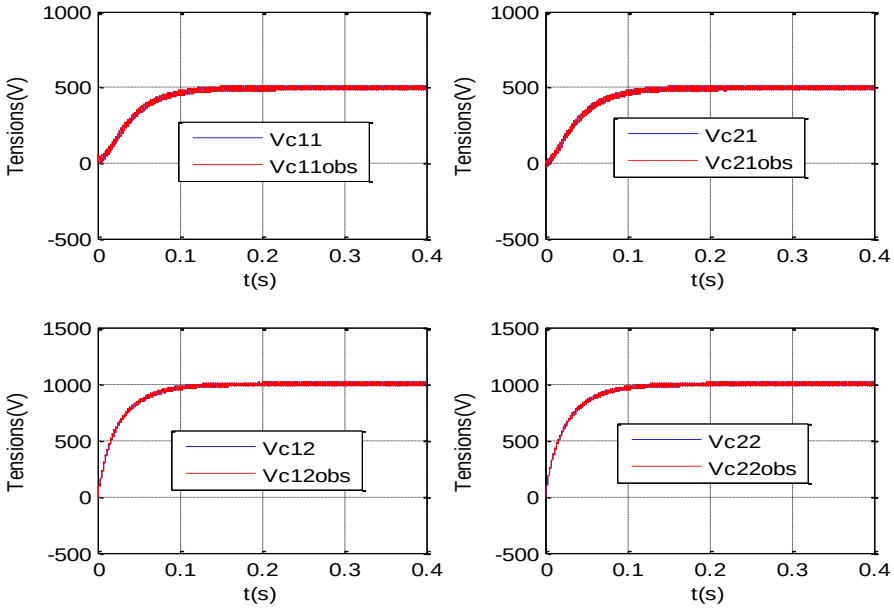


Figure *IV*.24 : Influence d'une erreur paramétrique de +50% sur la valeur de L

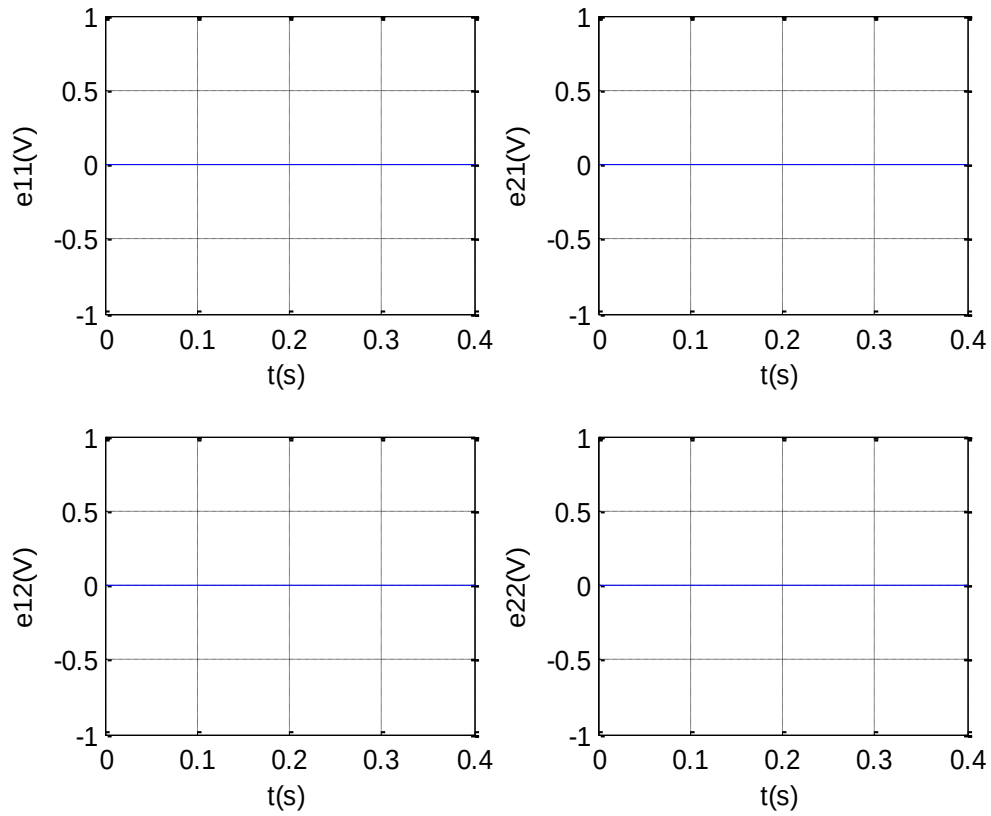


Figure *IV*.25 : Les erreurs d'observation

a) Erreur paramétrique sur la valeur de R

Nous testons ici la robustesse de l'observateur par rapport à la résistance de charge. Les figures *IV*.26 et *IV*.27 représentent les résultats de simulation obtenus, en effectuant une erreur paramétrique de +60% sur la valeur de R (R=16 Ω). On constate que la dynamique de convergence de l'observateur est identique et les erreurs d'observation convergent bien vers zéro. L'observateur est donc robuste vis-à-vis l'erreur paramétrique sur la valeur de R.

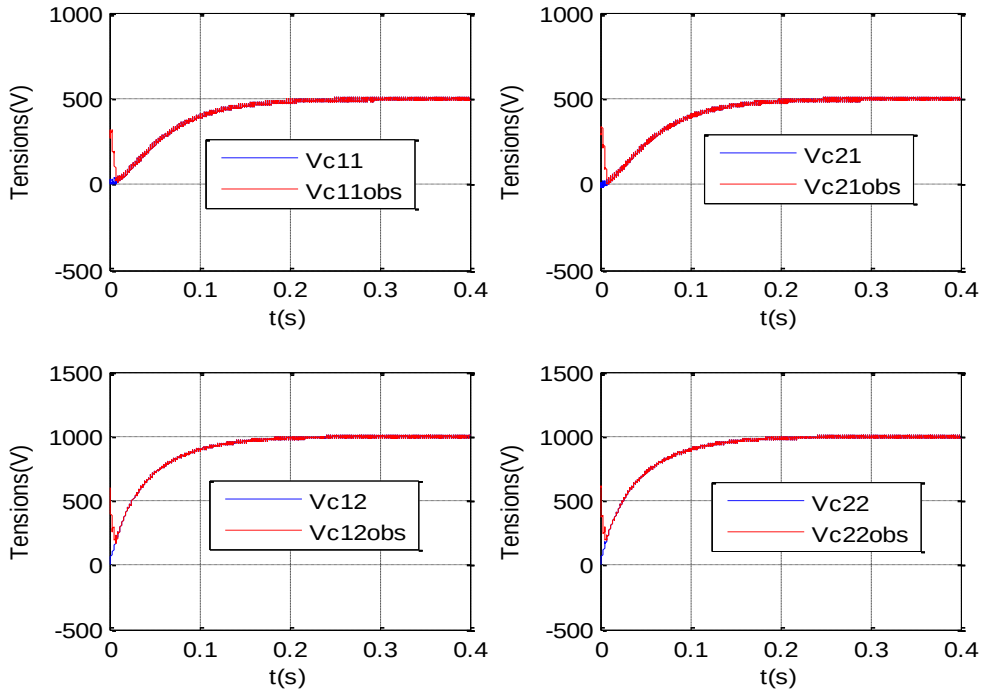
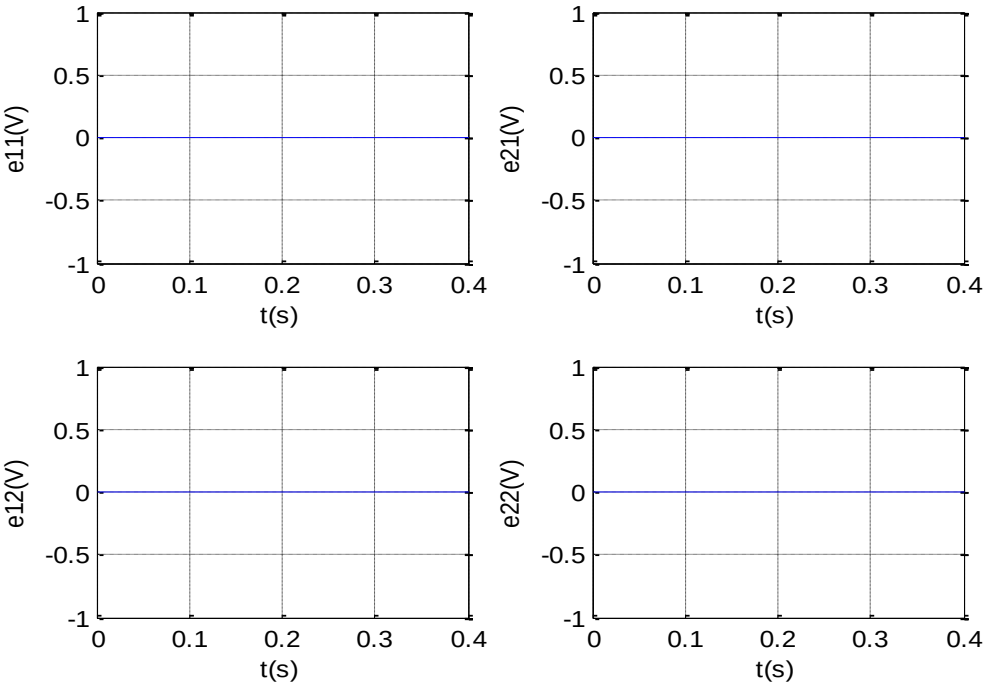


Figure *IV*.26 : Influence d'une erreur paramétrique de +60% sur la valeur de R



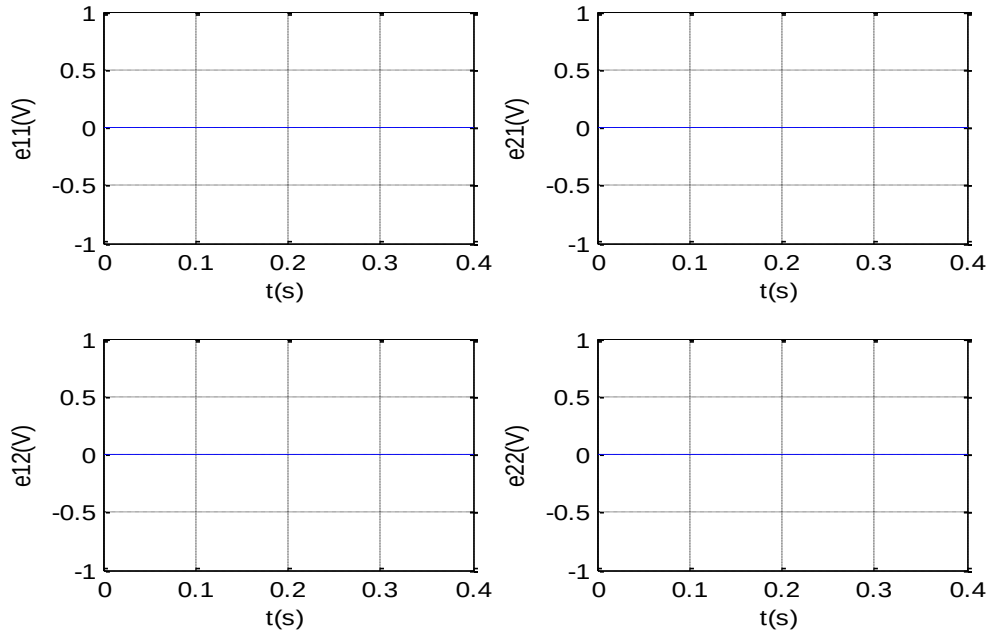


Figure *IV*.27 : Les erreurs d'observation

IV.6. Etude comparative des observateurs

Pour faire l'étude comparative entre les deux observateurs synthétisés dans ce chapitre, cette étude est basée sur, l'observation de la dynamique de convergence, la dynamique de l'erreur statique et la robustesse vis-à-vis les variations paramétriques ; elle est résumée dans le tableau suivant :

	Dynamique	Robustesse Paramétrique	Robustesse vis à vis la variation de la tension source	Synthèse	Contraintes temporelles(calcul)
Observateur par **MG**	Bonne	*L:* bonne *R:* bonne	Bonne	Non linéaire	Faible
Observateur par **MG d'ordre 2**	Très bonne	*L:* bonne *R:* bonne	Bonne	Non linéaire	Faible

Tableau *IV* .28: **Etude comparative entre les différentes stratégies d'observateurs**

IV.6.Conclusion

Dans ce chapitre, deux différentes stratégies d'observateurs ont été développées. L'observateur par mode glissant est basé sur la génération de surface de glissant qu'on a choisi comme étant la différence entre le signal de sortie et son estimé pour chaque sous système. L'observateur par mode de glissement d'ordre un a montré des performances de rapidité de convergence et de robustesse vis-à-vis les variations paramétriques. Cependant, l'effet chattering constitue l'inconvénient majeur de cette stratégie d'observation. Pour remédier à ce problème, nous avons appliqué l'observateur par mode de glissement d'ordre deux (Super Twisting Algorithm). Les résultats sont nettement améliorés, tout en gardant les propriétés des modes glissants (rapidité et robustesse).

Pour étudier la robustesse de chaque observateur, nous avons effectué des tests en considérant les variations paramétriques de la charge et de la tension d'entrée. Enfin une comparaison entre les deux stratégies est faite afin de déterminer les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce travail était le développement de stratégies d'observation et de commande pour un convertisseur à trois cellules deux bras.

Dans un premier temps nous avons posé les différentes problématiques et l'état de l'art sur les convertisseurs multicellulaires. Nous avons présenté le principe de fonctionnement et les différents modèles qui sont nécessaires pour la commande et l'observation.

La nature hybride du convertisseur définie par la présence de variables continues (tension et courant) et de variables discrètes (état des interrupteurs). Nous avons alors développé un nouveau modèle basée sur la subdivision du système en plusieurs sous systèmes. Ce modèle a été utilisé pour la synthèse des observateurs. On a donc été conduit, tout d'abord, à étudier l'observabilité du convertisseur dans le quatrième chapitre.

Le bon fonctionnement d'un convertisseur multicellulaire nécessite l'équilibrage des tensions flottantes. D'où il est indispensable de mesurer les différentes grandeurs à réguler pour s'assurer que les tensions aux bornes des condensateurs sont à leurs valeurs désirées. L'utilisation de capteurs de tensions flottantes pose de gros problèmes de réalisation pour un résultat souvent décevant et cela avec un coût significatif. Par ailleurs, le nombre de capteurs nécessaires augmente avec le nombre de cellules du convertisseur. Il est alors particulièrement intéressant de pouvoir capter ces grandeurs de manière indirecte. Le besoin de développer une méthode d'observation à la fois performante et robuste à l'aide d'un nombre réduit de mesures (tension d'entrée E et courant de sortie i_s) est donc tout à fait justifié.

La deuxième partie de notre travail a consisté a l'observation des convertisseurs. Deux stratégies d'observation ont été développées au cours du quatrième chapitre. La première basée sur l'observateur par mode glissant d'ordre un qui s'avère être bien adapté à ces systèmes. L'inconvénient du broutement nous a incités à développer l'observateur par mode glissant d'ordre deux. Nous avons constaté par simulation que ces deux observateurs donnent des bons résultats, en effet, nous jugerons la robustesse et la performance des stratégies à savoir une dynamique rapide, une robustesse vis-à-vis les variations paramétriques. Ces deux observateurs sont développés pour un convertisseur à trois cellules deux bras, mais elles sont généralisables au cas de plusieurs cellules.

Ensuite, on a développé une loi de commande par mode de glissement pour notre convertisseur quatre quadrants. Nous avons constaté par simulation que cette commande donne de bonnes performances

Les perspectives, à l'issue de ce travail, sont multiples vu l'aspect novateur du convertisseur multicellulaire en application industrielle.

$Z(T_N)$ observabilité pourra aider à résoudre le problème d'observabilité.

Il s'agirait aussi de mettre en œuvre, une charge active comme une machine à courant continue. Cela paraît indispensable au regard de l'importance du domaine de l'entraînement.

Bibliographie

[1] M. Aimé, *Evaluation et optimisation de la bande passante des Convertisseurs statiques:Application aux nouvelles structures multicellulaires*, Thèse de doctorat , Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.

[2] A. M. Lienhardt, *Etude de la commande et de l'observation d'une nouvelle Structure de conversion d'énergie de type SMC (convertisseur Multicellulaire superposés)*,Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2006.

[3] K. Benmansour, A.H. Zahraee, M. Djemai, «Hybrid Modelling of a Multicellular Converter », in 41st Int. Universities Power Engineering Con. UPEC, Newcastle, UK , 2006.

[4] R. Bensaid, *Observateurs des tensions aux bornes des capacités flottantes*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.

[5] R. H. Baker « Bridge converter circuit » U. S patent, N° 4 270 163, August, 1979.

[6] F. Bounkar, *Conception de stratégies de commande et d'observation pour Un convertisseur multicellulaire : Approche hybride série*, Mémoire de magister, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2008.

[7] O . Tachon, *Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaires série. Modélisation, synthèse et expérimentation*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1998.

[8] A.R. Teel, C. Bonivento, A. Isidori, L . Marconi, C. Rossi, "Robust hybrid control systems: an overview of some recent results", (Eds.), Advances in Control Theory and Applications, vol. 353, Springer. pp. 279-302, 2007

[9] C. Cai, R. Goebel, R.G. Sanfelice, A.R. Teel, "Complex hybrid systems: stability analysis for omega limit sets", 26th Chinese Control Conference, Zhangjiajie, Hunan, China, 2007.

[10] R. Goebel, A.R. Teel, Solutions to hybrid inclusions via set and graphical convergence with stability theory applications, Automatica, vol. 42, 4, pp. 573-587, 2006.

[11] A. Grossman, A. Nerode, A.P. Ravan, and H. Rischel, Editors, «Hybrid systems », Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, 1993

[12] A. Girard, « Analyse algorithmique des systèmes hybrides » , Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, juillet 2005

[13] T. A. Meynard et H. Foch, *Multi- level conversion: high voltage choppers and voltage source inverters*, P.E.S.C,T oledo, Spain. Conférence procédions pp.397- 403,1992 .

[14**]** M. Fadel, T. A . Meynard. « Equilibrage des tensions dans les convertisseurs statiques multicellulaires série: Modélisation » EPF Grenoble, pp.115-120, 1996.

[15**]** J. Zaytoon « Systèmes Dynamiques Hybrides », Hermès Sciences Publications, Paris, 2001

[16] C. G. Cassandras « Discrete Event Systems, Modeling and Performance Analysis», Aksen Associates and Irwin, 1993.

[17] M. S. Branicky «Stability of switched and hybrid systems», IEEE-Conferenceon Decision and Control (CDC), Lake Buena Vista, FL, pp. 3998-3503, 1994.

[18**]** J. Lygeros, K.H Johansson, S.N . Simié and S.S. Sastry . «Dynamical Properties modling of Hybrid Automata », IEEE Transations on automatic control V.48, N°.1, pp.2-17, 2003.

[19**]** H. Saadaoui, « Contribution à la synthèse d'observateurs non Linéaires pour des classes de systèmes dynamiques hybrides ». Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Sciences et Ingénierie, Université de Cergy- Pontoise, 2007.

[20] A. Birouche, «Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides ». Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.

[21] G. Gateau, Th. Meynard, L. Delmas, H. Foch, « Stacked Multi -cell converter : topology and control » EPE Journal, V.12, N°2, 2001, pp 14- 18, 2001.

[22] R. Hermann et A. J. Krener, *Nonlinear Controllability and Observability*, IEEE Trans.On Automatic Control, Vol.22, NO. 5, pp. 728-740, 1977.

[23] G.R. Walker , *Modulation and control of multilevel converters*, Thèse de doctorat, University of Queensland, 1999.

[24] M.F. Bouaziz et F. Taibi, *Commande robuste et observateur hybride pour les Convertisseurs multicellulaires*, Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2008.

[25] G. Gateau, *Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires série*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997.

[26] J.P. Corriou, *Commande des procédés*, Technique & Documentation, ISBN 2- 7430-0145-3, Paris, 1996.

[27] K. Benmansour, M. Djemaï, M. Tadjine et M.S. Boucherit, *Observabilité et Observateurs des convertisseurs multicellulaires : Etude expérimentale*,Conférence International Francophone d'Automatique, CIFA, 2008.

[28] T. Floquet, *Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur*, Thèse de doctorat, Université des sciences et echnologies de Lille,

[29] H. Saadaoui, M. Djemaï et K. Benmansour, *Super twisting algorithm observer for A class of switched systems*, Second International Symposium on communications,Control and Signal Processing,ISCCSP,Marrakech, 2006.

[30] R.H. WILKINSON, *Natural Balance of Multicell Converters*, IEEE transaction on industrial electronics, Vol. 49, NO. 5, pp.1307-1312, 2003

[31] S. Ibaraki, S . Suryanarayanan et M. Tomizuka, *H∞ Optimization of Luenberger State Observers and Its Application to Fault Detection Filter Design*, In : Proc of the 40th IEEE Conference on Decision and Control TuP06-2, Florida USA . pp. 1011–1016, 2001

[32] V. Cocquempot, *Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes*, Habilitation à Diriger des Recherches, LAGIS de Lille, 2004.

[33] J. Vallon, *Introduction à l'étude de la fiabilité des cellules de commutation à IGBTsous fortes contraintes*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse,2003.

[34] D. Pinon, *Commande des convertisseurs multicellulaires par mode glissant*,Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2000.

[35] C. Prieur, R. Goebel, A .R. Teel, "Hybrid feedback control and obust stabilization of nonlinear systems", IEEE Transactions on Automatic ontrol, vol.52, 11, pp. 2103-2117, 2007.

[36] J.P. Barbot, H. Saadaoui M. Djemai, N. Manamanni, « Nonlinear observer for autonomous switching systems with jumps », Nonlinear Analysis Hybrid Systems Applications, V. l, N° 4, pp. 537-547. 2007.

[37] R.Goebel, R. Sanfelice, A. Teel, "Hybrid dynamical systems". Control Systems Magazine, IEEE Volume 29, Issue 2, pp:28 – 93, April 2009

[38] M. Djemai, N. Manamanni, H. Saadaoui « Observer design for a class of hybrid discrete-continuous systems with jumps », Conference on Systems and Control ,CSC, Marrakech, Morocco. 2007

[39] J. P. Barbot, H. Saadaoui M. Djemai, N. Manamanni « Nonlinear Observer for autonomous switching systems with jumps », he International conference of hybrid system and applications, University of Louisiana Lafayette, LA, USA, 2006.

[40] N. Manamanni, « Contribution a la commande et l'observation des système non linéaires et hybride » Habilitation a diriger des recherche, université de Reims 2005.

[41] A. Girard et G.J. Pappas, Verification using simulation, Hybrid Systems: Computation and Control, J.P. Hespanha et A. Tiwari (Eds), LNCS 3927, pp272-286, Springer, 2006

[42] A. Hamzaoui, P. Ustinov, A. Sholonick et Y. Kolokolov, « Simulation of DC-DC converters symbolic dynamics: Detection and identification of Bifurcation types » International Scientific Journal of Computing, V.3, pp.134-139, 2004.